Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Ensinando multiplicação e divisão a alunos do 6° ano do Ensino Fundamental

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Sara Rodrigues Ferraz

Ana Cristina Ferreira

Ensinando multiplicação e divisão a alunos do 6° ano do Ensino Fundamental

EDITORA UFOP

Ouro Preto | 2016

Ensinando multiplicação e divisão a alunos do 6° ano do Ensino Fundamental

© 2016

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

Reitor da UFOP | Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza
Vice-Reitor | Prof(a). Célia Maria Feranades Nunes

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLOGIAS
Drietor(a) | Prof(a). Dr(a). Raquel do Pilar Machado
Vice-Drietor(a) | Prof. Dr. Fernando Luiz Pereira de Oliveira

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E ´PÓS-GRADUAÇÃO
Pró-Reitor(a) | Prof. Dr. Valdei Lopes de Araújo
Drietor(a)-Adjunto | Prof. Dr. André Talvani Pedrosa da Silva

Coordenação | Prof(a). Dr(a). Ana Cristina Ferreira

MEMBROS
Prof(a). Dr(a). Ana Cristina Ferreira
Prof(a). Dr(a). Célia Maria Fernandes Nunes
Prof. Dr. Dale William Bean
Prof. Dr. Daniel Clark Orey
Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis
Prof(a). Dr(a). Marger da Conceição Ventura Viana
Prof (a) Dr(a). Maria do Carmo Vila
Prof.Dr. Milton Rosa
Prof. Dr. Plinio Cavalcanti Moreira

F381e Ferraz, Sara Rodrigues Ferraz.
Ensinando multiplicação e divisão a alunos do 6o ano do Ensino Fundamental [manuscrito] / Sara Rodrigues Ferraz Ferraz. - 2016.
85f.: il.: color.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira.

Produto Educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Mestrado Profissional em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino Fundamental. 3. Multiplicação. 4. Divisão. I. Ferreira, Ana Cristina. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Titulo.

CDU: 37.016:51

Catalogação: www.sisbin.ufop.br

FICHA CATALOGRÁFICA

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

Reprodução proibida Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de fevereiro de 1998.
Todos os direitos reservados.

Epigrafe

"Não sendo superior nem inferior a outra prática profissional, a minha, que é a prática docente, exige de mim um alto nível de responsabilidade ética de que a minha própria capacitação científica faz parte. É que lido com gente."

(Paulo Freire – Pedagogia da Autonomia)

Expediente Técnico

Organização | Sara Rodrigues Ferraz

Pesquisa e Redação | Sara Rodrigues Ferraz

Revisão | Marcelo de Castro

Projeto Gráfico e Capa | Editora UFOP

Fotos | Sara Rodrigues Ferraz

Ilustração | Leonardo Henrique de Figueiredo

Índice

Apresentação 9
Introdução 11
Ideias que fundamentaram as atividades 13
Tarefas Desenvolvidas 17
Tarefa 1: Sondagem 17
Tarefa 2: Projeto Produção de Sabão Caseiro 31
Tarefa 2: Projeto Produção de Sabão Caseiro 31
Tarefa 3: Ficha de problemas 49
Tarefa 4: Atividade Matemática e Futebol 61
Tarefa 5- Matemática e construção civil 69
Compartilhando desafios, resultados e reflexões 76
A título de síntese 79
Referências 81
Sugestões de Leitura 82

Apresentação

Caros colegas,

Leciono Matemática há seis anos para o Ensino Fundamental e, durante esse tempo, tive a oportunidade de trabalhar com o 6° ano. Esta experiência, acompanhada de outras, chamou-me atenção para o fato de um número significativo de alunos ingressarem no 6º ano sem o domínio das operações fundamentais, principalmente a multiplicação e a divisão.

Sabemos que, nessa fase de escolaridade, o adequado seria que esses discentes já tivessem se apropriado dos conceitos, ideias e relações existentes nas operações de multiplicação e divisão, entretanto, como o programa de conteúdos previsto para o 6º ano contempla uma revisão das operações fundamentais, acreditamos que esse é um momento crucial para resgatar e ampliar os conhecimentos acerca das noções que envolvem essas operações.

Assim, durante o Mestrado, desenvolvemos uma proposta de ensino junto a uma classe do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto.

Neste livreto, compartilhamos com vocês um pouco do que realizamos e aprendemos ao longo dessa pesquisa. Procuramos descrever detalhadamente as tarefas propostas, acrescidas de reflexões acerca do processo vivido pelos estudantes.

Esperamos que esta proposta possa servir como uma ideia inicial para que você possa adaptá-la às suas necessidades e que as discussões e reflexões feitas possam contribuir para sua prática profissional.

Um abraço!

Sara Rodrigues Ferraz
Ana Cristina Ferreira

Que conta que eu tenho de fazer?
Multiplicar?
Somar?
Subtrair?
Dividir?

Introdução

Em nossa prática docente, é comum ouvirmos de nossos alunos: que conta resolve esse problema? Essa conta é de quê? Eu tenho que multiplicar ou dividir?

Esses questionamentos nos trouxeram uma reflexão a respeito do ensino e aprendizagem das operações fundamentais. Observamos que, usualmente, o trabalho com as operações elementares privilegiava as técnicas operatórias dos algoritmos, por meio de exercícios repetitivos, em detrimento da compreensão dos algoritmos e de situações que pudessem ampliar o conhecimento acerca dessas operações.

Segundo Placha e Minoto:

> "O ensino tradicional de conceitos matemáticos apresenta ênfase excessiva na resolução de algoritmos convencionais. Além disso, em geral, a atividade de resolução de problemas aparece após o ensino do algoritmo, com o intuito de verificar a compreensão que a criança apresenta do algoritmo trabalhado. Esta atividade que tem como base modelos previamente estabelecidos pelo professor, dificulta a construção dos conceitos pelas crianças que acabam por reproduzir as técnicas ensinadas pelo professor e não refletem sobre o problema proposto. " (PLACHA e MINOTO, 2005, p.11)

Em nossa revisão de literatura, encontramos resultados de pesquisas como a de Zaran e Santos (2012) que corroboram com a nossa preocupação com o sexto ano, ao evidenciar que os procedimentos de alunos do 5° ano de uma escola pública de São Paulo demonstraram fragilidade quanto ao raciocínio multiplicativo. Nesse sentido, as autoras enfatizaram que a não apropriação do raciocínio multiplicativo podem resultar em futuras dificuldades de aprendizagem com relação a outros conteúdos matemáticos que irão requerer sua utilização.

Sabemos que a compreensão das operações fundamentais é, consensualmente, um dos pilares da vida escolar e que, na transição dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental, geralmente esse é um dos conhecimentos básicos o qual se espera que os alunos tenham construído. Contudo, as avaliações nacionais evidenciam que tal expectativa não tem se concretizado na maioria das escolas brasileiras. Diante do exposto, procuramos nos aproximar da realidade ouropretana, buscando conhecer melhor a situação dos alunos que ingressavam no 6° ano do Ensino Fundamental.

No início de 2014, convidamos alguns colegas que também atuavam no 6º ano de escolas estaduais de Ouro Preto para aplicarem, em suas classes de 6º ano do Ensino Fundamental, uma sondagem de conhecimentos matemáticos (operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais) elaboradas por nós. O propósito era identificar os conhecimentos que os alunos traziam consigo dos Anos

Iniciais do Ensino Fundamental, para melhor planejar as aulas. Além disso, procuramos definir o foco de estudo no Mestrado Profissional.

Os resultados obtidos na sondagem indicaram que os alunos estavam chegando ao 6º ano do Ensino Fundamental, em escolas estaduais de Ouro Preto, com dificuldades nas operações básicas, principalmente na multiplicação por dois algarismos e na divisão. Também observamos que tais estudantes apresentavam maior dificuldade nas questões que envolviam situações-problema.

Esse quadro reforçou o nosso interesse em buscar alternativas para o ensino das operações fundamentais, sobretudo a multiplicação e a divisão, de modo que os educandos compreendessem os conceitos envolvidos e atribuíssem sentido a estes. Mais especificamente, interessou-nos trabalhar as operações fundamentais sem dar foco excessivo às técnicas de desenvolvimento dos algoritmos.

Nesse sentido, movidas pelo desejo de contribuir com a aprendizagem das noções que envolvem as operações de multiplicação e divisão, buscamos, na literatura, algo que pudesse subsidiar o nosso trabalho e encontramos na Teoria dos Campos Conceituais respaldo para construção de tarefas, bem como um olhar diferenciado sobre as produções dos discentes.

Apresentaremos a seguir uma breve discussão de algumas atividades desenvolvidas, assim como as ideias que fundamentaram sua construção.

Ideias que fundamentaram as atividades

As construções das tarefas desenvolvidas com os alunos e dos instrumentos de sondagem se nortearam pelo estudo da Teoria dos Campos Conceituais, principalmente as classes de problemas relacionadas ao campo multiplicativo (proporção simples e múltipla, comparação, produto de medidas). Nosso intuito, desde o início, era proporcionar aos discentes uma diversidade de situações nas quais as noções de multiplicação e divisão estivessem envolvidas. Esperávamos com isso tanto dar sentido aos conceitos e procedimentos, quanto mostrar que as noções poderiam aparecer de modo diverso em situações variadas.

Além disso, as tarefas foram criadas e/ou adaptadas e organizadas em uma sequência que consideramos adequada para alcançar nossos propósitos. Na medida do possível, procuramos associar as tarefas propostas a questões que permitissem reflexões acerca de temas socialmente relevantes, como meio ambiente, consumo e reciclagem. Essa opção se deu por acreditarmos firmemente no papel da escola como espaço de desenvolvimento da criatividade, do senso crítico e da reflexão acerca do entorno e da sociedade.

Iniciamos o trabalho com a aplicação de uma sondagem cuja finalidade foi identificar os conhecimentos que os alunos traziam consigo sobre as operações fundamentais, sobretudo sobre o campo multiplicativo. Esse instrumento teve como função definir uma referência do estágio inicial de conhecimentos dos estudantes da turma a respeito das operações fundamentais e servir de base para a construção das tarefas iniciais.

Posteriormente, desenvolvemos um primeiro projeto: "Produção de sabão caseiro". Tal projeto deu margem à exploração de situações do campo multiplicativo (proporção simples, proporção múltipla e a organização retangular). Nossa intenção com esse projeto era trabalhar situações nas quais as operações de multiplicação e divisão assumem significados diferentes associadas a contextos de questões ambientais, consumo, lucro etc.

Após algumas semanas de trabalho, verificamos que a proposta estava sendo prejudicada por problemas de leitura e interpretação, sendo necessário reagir de acordo com as condições que o ambiente oferecia, fazendo com que em alguns momentos trabalhássemos com fichas de problemas. Como tal situação chegou a comprometer o desenvolvimento das atividades, decidimos trabalhar, durante algum tempo, com questões que exigissem menor esforço de leitura e interpretação, mas que pudessem explorar situações variadas.

Gradativamente, começamos a observar alguns sinais de melhoria na leitura e interpretação. Assim, aos poucos, voltamos a trabalhar com situações próximas dos alunos, como futebol, reciclagem, etc. Dessa forma, tanto procuramos contextualizar

as tarefas quanto nos mantivemos atentos às diferentes abordagens propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo.

Por essa razão, o trabalho sofreu influência do que aconteceu em sala de aula e seu desenvolvimento envolveu flexibilidade e atenção à dinâmica que se estabelecia durante as aulas. Algumas tarefas elaboradas foram revistas ou abandonadas e outras foram propostas de modo a buscar maior sintonia com o que observávamos nas aulas em termos de envolvimento, compreensão da proposta e resultados alcançados pelo alunado. Antes de apresentarmos uma breve discussão de algumas tarefas desenvolvidas, faz-se necessário apresentar de forma objetiva e sucinta a Teoria dos Campos Conceituais.

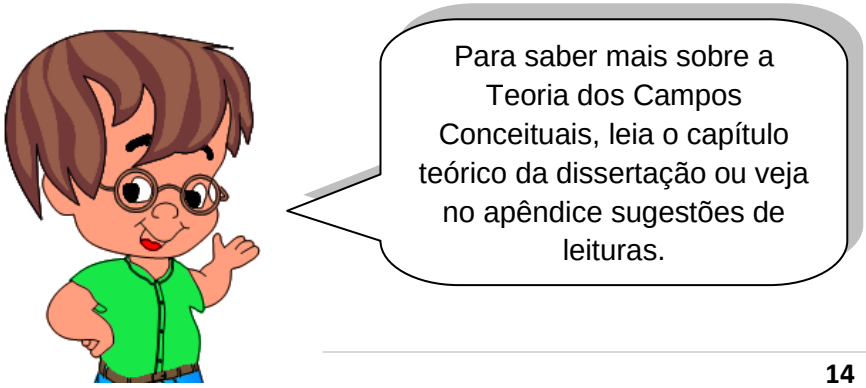
Afinal o que é a Teoria dos Campos Conceituais e quais são as diferentes classes de problemas relacionadas ao campo multiplicativo?

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria psicológica cognitivista que tem como principal objetivo compreender como crianças e adolescentes adquirem e desenvolvem conceitos matemáticos (GITIRANA et al., 2014).

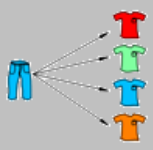
De acordo com Vergnaud (1990), a ideia originadora de toda essa teoria parte do principio de que para adquirir um conceito é necessário interagir com uma diversidade de situações e também que em uma situação há vários conceitos envolvidos, logo, não faz sentido estudar um conceito isolado, mas sim um campo composto por diversos conceitos, suas representações e situações que se articulam formando o que se denomina de campo conceitual.

Vergnaud propõe que as operações de multiplicação e divisão devem ser trabalhadas dentro de um mesmo campo conceitual, o campo multiplicativo, que compreende um conjunto informal e heterogêneo de situações cuja análise e cujo tratamento requerem uma ou várias multiplicações e divisões e, a um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisá-las matematicamente (VERGNAUD, 1990). Dessa forma, o campo multiplicativo envolve conceitos como proporção simples e múltipla, função linear e não linear, razão, quociente, produto de dimensões, combinação, função, multiplicação e divisão, entre outros.

Apresentamos a seguir um quadro apresentando as principais classes de problemas propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo:



Proporção Simples			
Exemplo	**Classe**	**Relação**	**Variações**
Para fazer um bolo, precisamos de 3 ovos. Quantos ovos serão necessários para fazer 4 bolos?	Um para muitos Muitos para muitos	Quaternária Os problemas de proporção simples são aqueles nos quais se estabelece uma relação proporcional envolvendo duas grandezas, entre quatro quantidades. 	✓ Para fazer um bolo, precisamos de 3 ovos. Quantos bolos é possível fazer com 9 ovos? ✓ Para fazer 4 receitas de bolos, precisamos de 12 ovos. Quantos ovos são necessários para fazer 1 bolo? ✓ Marta usa 15 ovos para fazer 3 bolos. De quantos ovos ela precisa para fazer 5 bolos?
Proporção Múltipla			
Uma pessoa deveria beber em média 5 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas? O consumo de farinha é, em média, 3,5 kg por semana para dez pessoas. Qual a quantidade de farinha necessária para cinquenta pessoas durante 28 dias?	Um para muitos Muitos para muitos	Quaternária Quaternária	Os problemas de proporção múltipla são aqueles que envolvem uma relação quaternária entre duas ou mais quantidades relacionadas duas a duas. A relação quaternária envolve uma relação entre quatro quantidades, sendo duas de uma natureza e as outras duas de outra natureza.

Comparação Multiplicativa			
"São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia, 6 metros para fazer um conjunto. Quantas vezes mais são necessárias para fazer um conjunto (em relação a uma saia)?"	Relação desconhecida Os problemas de comparação multiplicativa envolvem a comparação entre duas quantidades de mesma natureza.	Ternária As relações ternárias envolvem dois elementos, de naturezas iguais ou distintas, que se compõem para formar um terceiro elemento. 	**Referido desconhecido** "São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer uma saia?" **Referente desconhecido** "São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 2 metros para uma saia. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto?"
Produto de medidas			
"Em um cinema, as cadeiras estão organizadas em fileiras e colunas. Sabendo que há 5 fileiras e 10 colunas, quantas cadeiras há no cinema"? "Quantos conjuntos diferentes de uma calça e uma blusa Maria pode fazer com 3 calças diferentes e 4 blusas diferentes?"	Configuração retangular Os problemas de produto de medidas acontecem quando uma nova grandeza é obtida como produto de duas ou mais grandezas, sem que uma dependa da outra. Combinatória 	Ternária 	Em um cinema, as cadeiras estão organizadas em fileiras e colunas.Sabendo que há 5 fileiras com 10 cadeiras em cada uma delas, quantas fileiras há no total? Um cinema tem 100 cadeiras distribuídas em fileiras e colunas. Como elas podem ser organizadas? Maria pode combinar suas calças e blusas de 12 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem 3 calças, quantas são as blusas? Maria pode combinar suas calças e blusas de 12 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem 4 blusas, quantas são as calças?

Tarefas Desenvolvidas

Tarefa 1: Sondagem

Objetivo: Identificar os conhecimentos que os alunos traziam consigo acerca das operações fundamentais, sobretudo sobre o campo multiplicativo.

Material necessário: Folhas de cópias das atividades.

Formação das salas: Sem recomendações específicas, como é uma atividade diagnóstica, sugerimos que a atividade seja desenvolvida individualmente.

Tempo de aplicação: 3 aulas de 50 minutos.

Dinâmica da atividade: Procuramos desenvolver a sondagem de forma com que os alunos não se sentissem avaliados como em um teste, pois acreditamos que poderia interferir no diagnóstico das situações, por isso, tratamos as tarefas de desafios matemáticos. Nossa intenção era que os alunos se sentissem envolvidos na resolução dos problemas propostos. Assim, antes da aplicação da sondagem, conversamos com os discentes a respeito dessa atividade explicando que seu objetivo era identificar os conhecimentos que eles traziam dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, bem como as possíveis dificuldades, deixando claro que não era uma atividade avaliativa e que seria muito importante entender como eles pensavam para resolver as situações-problema.

Atividade: Construímos a sondagem dentro de um contexto que pudesse nos favorecer na exploração das diferentes situações propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo, assim criamos pequenos contextos, por exemplo, o de uma cozinheira que faz bolos para vender e que deseja reformar sua cozinha, um passeio de trem etc, e, a partir disso, fomos desenvolvendo as questões através de situações problema.

DESAFIOS DE MATEMÁTICA!!

Aluno(a):_____

Resolva cada desafio e explique como pensou para fazê-lo!!

1- O problema de Dona Palmira

Dona Palmira é uma boa cozinheira e faz bolos de aniversário para vender, ajudando no orçamento familiar. Quando recebeu uma encomenda de uma empresa para fazer 40 bolos para um evento, Dona Palmira ficou preocupada.

a) Quanto dinheiro seria necessário para comprar os ingredientes para fazer tantos bolos de uma vez? Sabendo que cada bolo gasta cerca de 28,00 reais em ingredientes, ajude Dona Palmira a calcular quanto dinheiro precisará investir para atender a encomenda.

b) Dona Palmira é caprichosa e suas receitas são bem elaboradas, por isso, ela gastan várias horas para prepará-las. Além disso, há um gasto de cerca de R$28,00 em ingredientes para fazer cada bolo. Ao final, ela vende cada bolo por R$45,00. Qual é o lucro de Dona Palmira na venda de um bolo?

c) Os bolos de Dona Palmira têm feito muito sucesso e ela ficou animada porque percebeu que economizando um pouco em cada venda, poderia reformar a sua cozinha que está com infiltração na parede. A parede com problema tem atualmente 16 azulejos no comprimento e 14 azulejos na altura.

- Se Dona Palmira comprar azulejos novos com as mesmas medidas dos que precisam ser substituídos, quantos serão necessários?

- Após pesquisar bastante, Dona Palmira encontrou um tipo de azulejo cuja caixa custa R$34,00. Quanto ela gastará em azulejos nessa reforma? (Obs.: os azulejos dessa caixa são do mesmo tamanho dos que estão na parede de Dona Palmira atualmente e cada caixa tem 18 peças).

- O pedreiro que Dona Palmira contratou cobra R$120,00 por dia e o ajudante cobra metade do valor cobrado pelo pedreiro. Quanto ela vai gastar por dia com mão de obra?

2 – O passeio no trem da Vale...

a) Todos os 144 alunos dos 6os anos de uma escola de Ouro Preto foram convidados para um passeio no Trem da Vale. Cada vagão tem capacidade para 48 passageiros. Quantos vagões são necessários para levar todos esses alunos no passeio?

b) Na semana seguinte, a escola levará os 194 alunos dos 9os anos no passeio do Trem da Vale. Quantos vagões serão necessários para levar esses alunos no passeio?

3 – A secretária Camila

a) Camila trabalha como secretária numa empresa e seu uniforme é saia e blusa de manga comprida. Ela tem 3 saias (uma verde, uma branca e uma preta) e 5 blusas de uniforme (uma preta, uma azul, uma creme, uma rosa e uma amarela). De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir para ir ao trabalho de uniforme?

b) Uma das tarefas de Camila é comprar material para a empresa. Nessa semana, ela precisa comprar 240 pastas de papelão para um projeto da empresa. Para economizar, ela compra em uma loja atacadista. Ao pesquisar os preços, ela verificou que pode comprar pacotes com 12 pastas de papelão por R$9,00. Quanto ela precisará para comprar 240 pastas?

c) Camila precisa organizar um evento da empresa. Para isso, alugou um salão que já conta com mesas fixas com quatro lugares cada. Agora, ela precisa alugar cadeiras para todas as mesas. Se o salão tem 5 fileiras de mesas e cada fileira possui 6 mesas, quantas cadeiras serão necessárias?

Análise da atividade:

A sondagem permitiu traçar o perfil da turma em termos de conhecimentos no campo multiplicativo e foi o ponto de partida para a elaboração da proposta de ensino. Assim, apresentamos de forma breve um levantamento dos principais esquemas de solução apresentados pelos alunos em cada questão:

1- O problema de Dona Palmira

Dona Palmira é uma boa cozinheira e faz bolos de aniversário para vender, ajudando no orçamento familiar. Quando recebeu uma encomenda de uma empresa para fazer 40 bolos para um evento, Dona Palmira ficou preocupada.

a) Quanto dinheiro seria necessário para comprar os ingredientes para fazer tantos bolos de uma vez? Sabendo que cada bolo gasta cerca de 28,00 reais em ingredientes, ajude Dona Palmira a calcular quanto dinheiro precisará investir para atender a encomenda.

Dos 28 alunos considerados, três não compareceram no primeiro dia de aplicação da sondagem, 18 alunos selecionaram a operação de multiplicação para resolver o problema e sete optaram por uma adição. A seguir apresentamos algumas soluções.

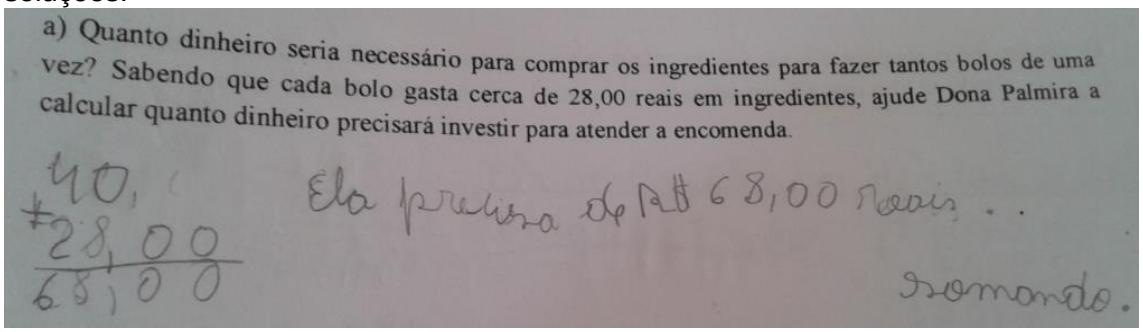


Figura 1- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 da sondagem.
(Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora)

A solução apresentada pela aluna sugere que ela seleciona os dados apresentados no enunciado, optando pelo algoritmo da adição.

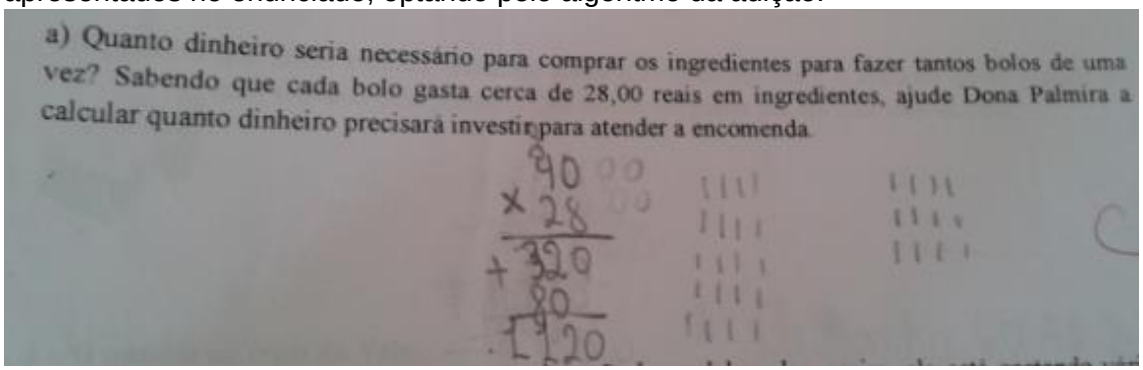


Figura 2- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No caso anterior, o aluno opta pelo algoritmo da multiplicação e usa o auxílio de uma representação com "pauzinhos" para encontrar o resultado de 4 vezes 8.

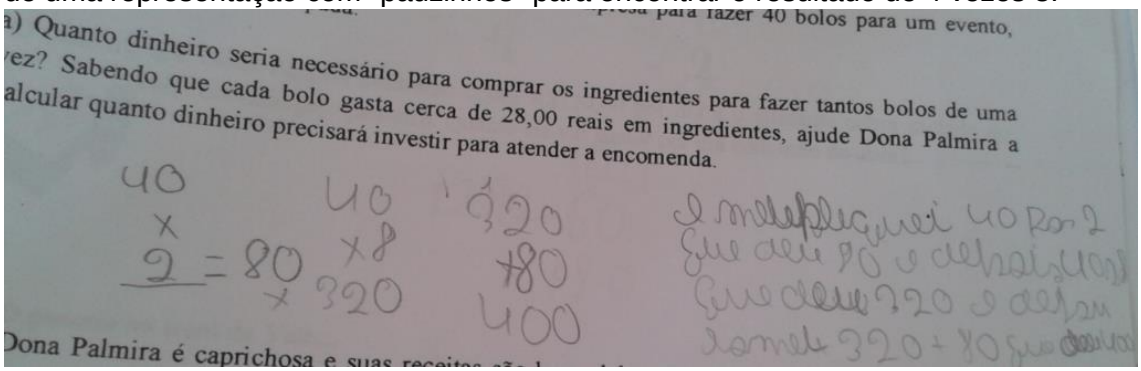


Figura 3- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 da sondagem.
Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora

A estratégia usada pelo aluno sugere que ele tenta fazer a decomposição de 28, porém erra, esquecendo-se de que o 2 representa o algarismo das dezenas. Ele faz a multiplicação 20 vezes 2, depois 20 vezes 8 e soma os dois resultados.

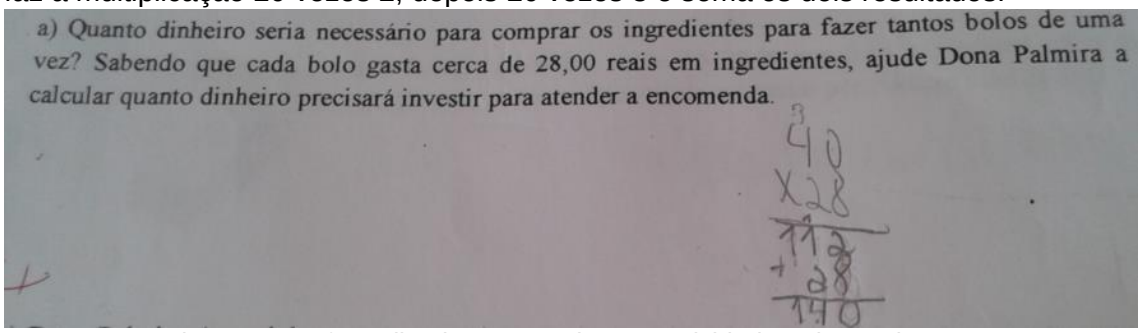


Figura 4 Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 da sondagem.
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No caso, o aluno seleciona corretamente a operação de multiplicação, mas demonstra dificuldade no desenvolvimento do algoritmo.

O item b não será considerado para efeito de análise porque envolve uma questão do campo aditivo. O item c.1 é uma questão que envolve a multiplicação classificada por Vergnaud como organização retangular, que tem um sentido diferente do item a, que envolve a multiplicação aplicada a um caso de proporção simples.

c) Os bolos de Dona Palmira têm feito muito sucesso e ela ficou animada porque percebeu que economizando um pouco em cada venda, poderia reformar a sua cozinha que está com infiltração na parede. A parede com problema tem atualmente 16 azulejos no comprimento e 14 azulejos na altura.

- Se Dona Palmira comprar azulejos novos com as mesmas medidas dos que precisam ser substituídos, quantos serão necessários?

Os alunos apresentaram um desempenho inferior em relação à questão anterior: dos 25 alunos presentes, sete usaram o raciocínio multiplicativo para resolver a situação proposta, 15 optaram por uma adição (16 + 14), dois resolveram a questão optando por uma adição, mas considerando duas vezes a quantidade de azulejos na altura e no comprimento como se fosse o perímetro, e um aluno multiplicou a quantidade de azulejos (comprimento x comprimento) e (altura x altura) e depois somou as quantidades encontradas. A seguir ilustramos as estratégias usadas por eles:

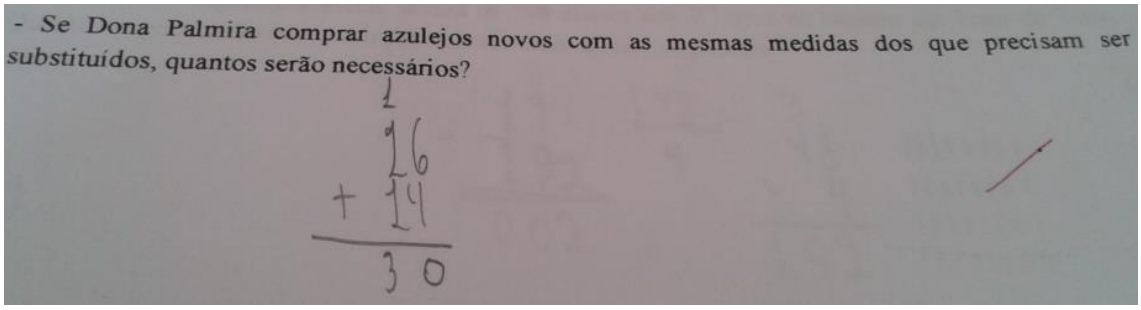


Figura 5- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- b da sondagem.
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

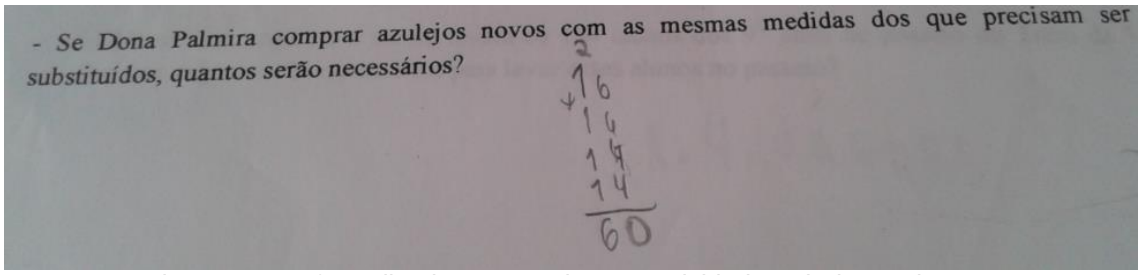


Figura 6- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- b da sondagem.
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

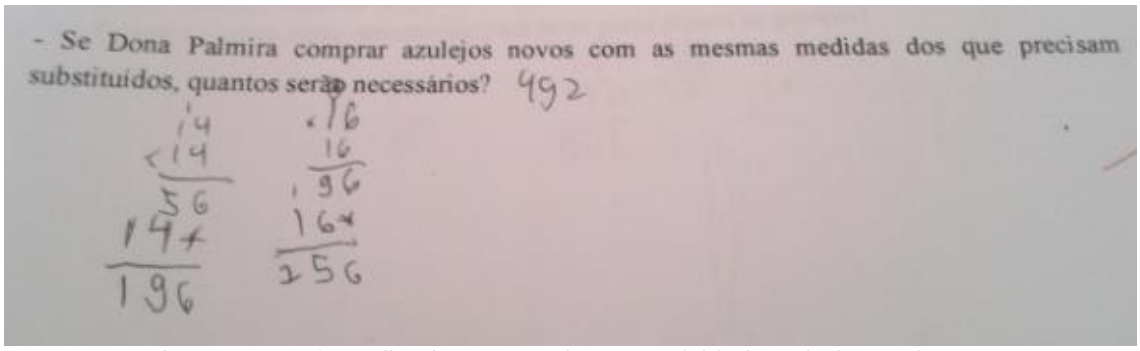


Figura 7- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- b da sondagem.
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Os itens c.2 e c.3 dependiam da resposta do item c.1, porém, como para a pesquisa não importava o acerto ou erro, mas o processo, isto é, a forma como o discente desenvolveu o pensamento em busca da solução do problema, apresentamos uma pequena análise dos resultados obtidos.

Cada caixa de azulejos vem com 18 azulejos, quantas caixas ela precisará comprar?

Esta questão é classificada por Vergnaud como proporção simples envolvendo um caso de divisão por cotição. Dos sete alunos que resolveram o item anterior de forma correta, quatro optaram por uma divisão, encontrando 12 como resposta. Mas, como a divisão não era exata, havia o resto 8. Esses alunos não interpretaram a reposta, ou seja, não levaram em consideração que seria necessária mais uma caixa.

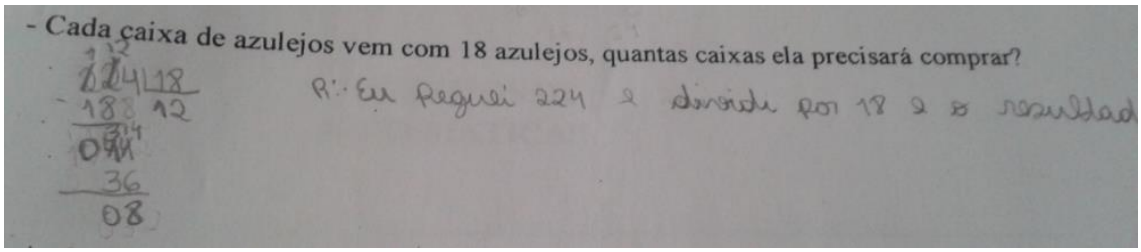


Figura 8- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Dos três alunos que acertaram a questão anterior, dois optaram por uma adição, resolvendo a questão de forma incorreta e um optou por uma multiplicação, como se mostra a seguir.

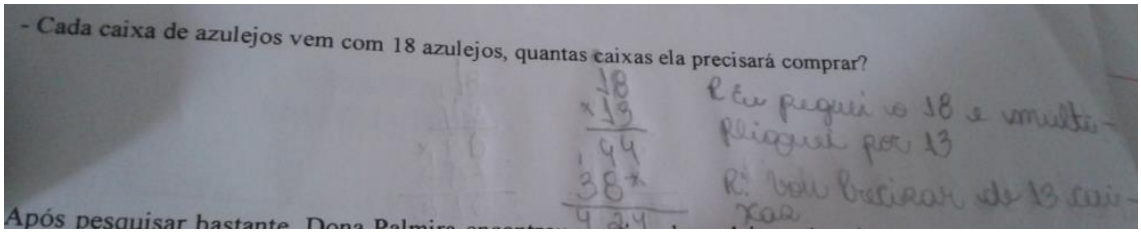


Figura 9- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A solução apresentada por esse estudante sugere que ele multiplica 18 por 12, percebe que dá um resultado inferior, apaga e depois multiplica 18 por 13, encontrando um resultado que melhor se encaixa na situação proposta. Dos 18 alunos que erraram a questão anterior, apenas seis encontraram uma resposta que fazia sentido, levando em consideração a resposta dada por eles no item anterior.

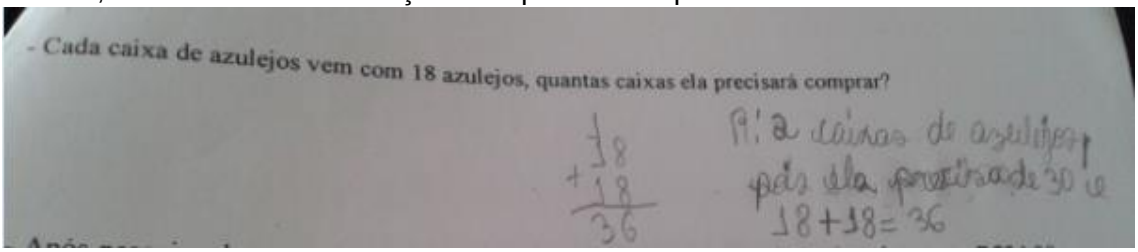


Figura 10- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Três educandos deixaram a questão em branco e os demais optaram por uma adição, subtração ou multiplicação, como se mostra a seguir.

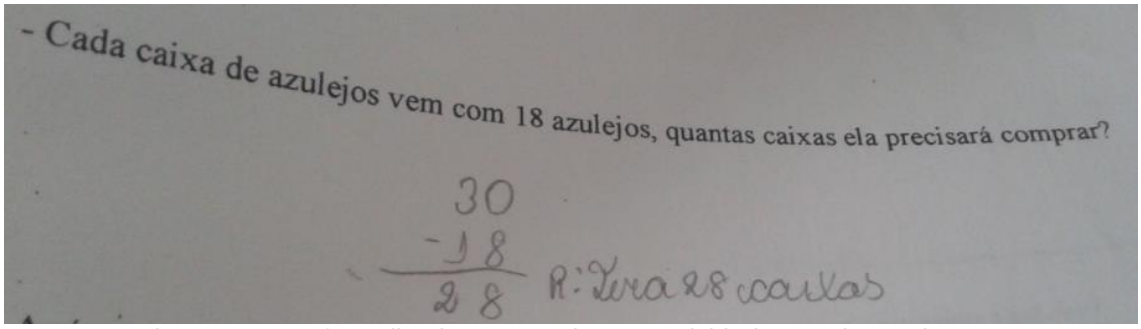


Figura 11- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

O item c.2 é uma questão que envolve a proporção simples do tipo um para muitos. Como a questão dependia da reposta correta do item anterior, apenas dois alunos resolveram-na de forma coerente.

- Após pesquisar bastante, Dona Palmira encontrou um tipo de azulejo cuja caixa custa R$34,00. Quanto ela gastará em azulejos nessa reforma? (Obs.: os azulejos dessa caixa são do mesmo tamanho dos que estão na parede de Dona Palmira atualmente e cada caixa tem 18 peças).

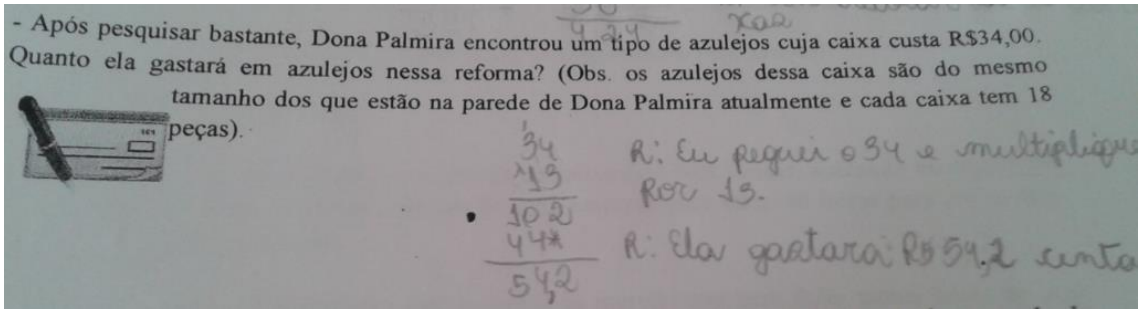


Figura 12- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

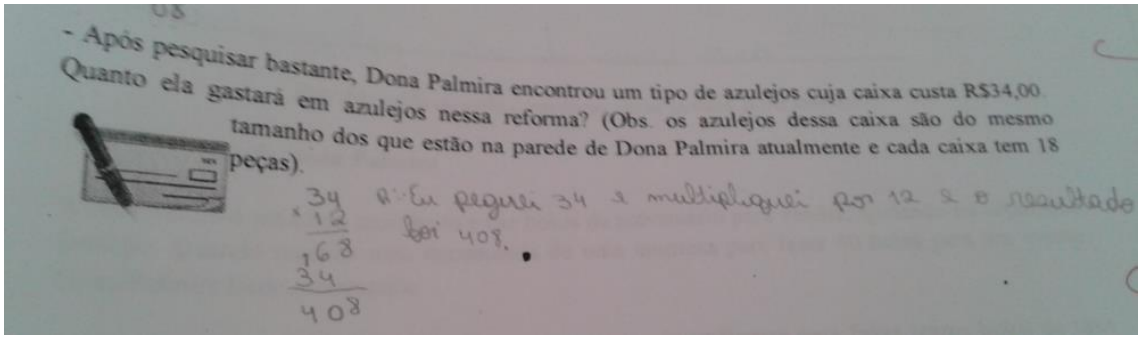


Figura 13- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Nos dois casos, é possível perceber que os alunos cometem alguns erros. Na primeira ilustração, o desenvolvimento do algoritmo; na segunda, a aluna encontrou 12 caixas na questão anterior em vez de 13, porém essas soluções fazem sentido. Os demais discentes não resolveram a questão de forma correta.

Em vista disso, acreditamos que elaborar questões para um instrumento de sondagem em que uma depende do resultado da outra pode não oferecer diagnóstico preciso dos alunos. A nosso ver, essa foi uma iniciativa que não funcionou bem para a primeira análise da turma.

O item c.3 é uma questão que envolve comparação multiplicativa, requerendo do aluno o conhecimento de razão (metade).

Dos 25 estudantes que participaram da sondagem, onze resolveram o problema de forma correta, dois deixaram em branco, dez responderam 60, demonstrando conhecer o significado de metade, mas não interpretando o problema de forma correta, e dois resolveram a questão de forma incorreta, como se mostra a seguir.

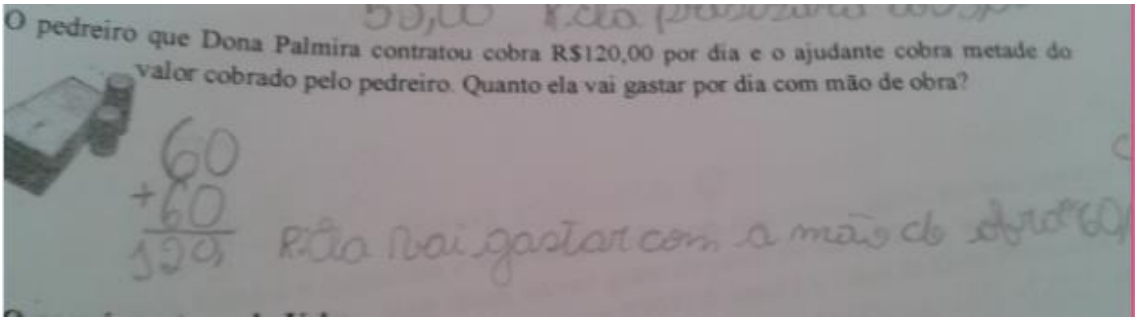


Figura 14- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

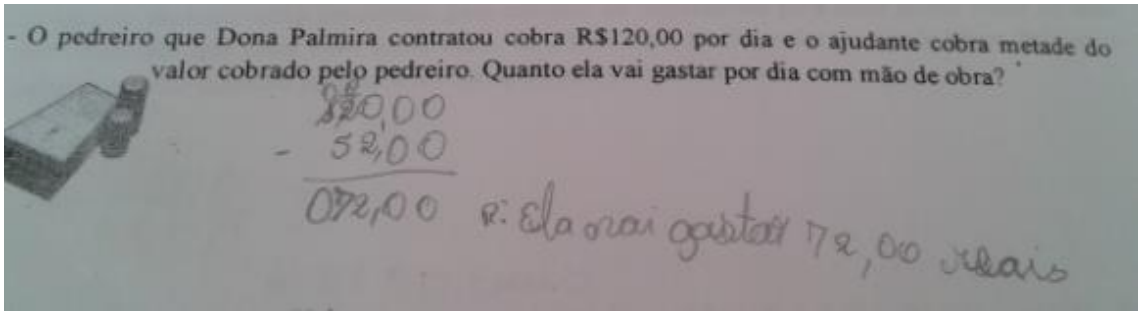


Figura 15- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1- c da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A questão 2 é uma situação que envolve divisão por cotição e foi elaborada com o propósito de identificar os conhecimentos dos alunos acerca da divisão, bem como a interpretação da situação proposta.

2 – O passeio no trem da Vale...

a) Todos os 144 alunos dos 6os anos de uma escola de Ouro Preto foram convidados para um passeio no Trem da Vale. Cada vagão tem capacidade para 48 passageiros. Quantos vagões são necessários para levar todos esses alunos no passeio?

A resposta correspondente ao item a e equivale a uma quantidade de vagões que são completos apenas com os alunos do 6° ano. Dos 25 alunos considerados na sondagem, 16 resolveram a questão de forma correta, sendo que desses, dez resolveram usando o algoritmo da divisão e seis resolveram usando uma multiplicação ou adições sucessivas. Apresentamos, a seguir, as estratégias usadas por eles.

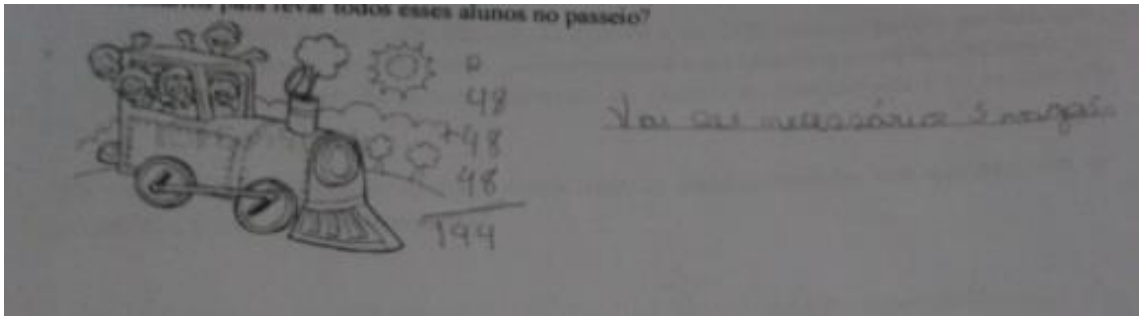


Figura 16- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Três alunos identificaram a operação de divisão para resolver o problema, mas erraram no desenvolvimento do algoritmo; dois deixaram a questão em branco; quatro resolveram a questão de forma incorreta, optando por uma adição ou subtração dos números apresentados no enunciado.

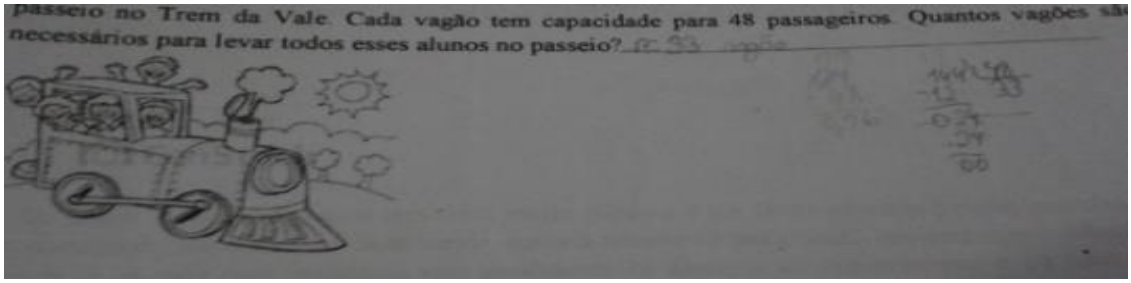


Figura 17- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2 da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

b) Na próxima semana, a escola levará os 194 alunos das turmas do 9º ano ao passeio no Trem da Vale. Quantos vagões serão necessários para levar esses alunos?

O item b exigia uma leitura e interpretação mais cuidadosa do que o problema estava pedindo. Apenas um aluno respondeu à questão de forma correta, como se mostra a seguir.

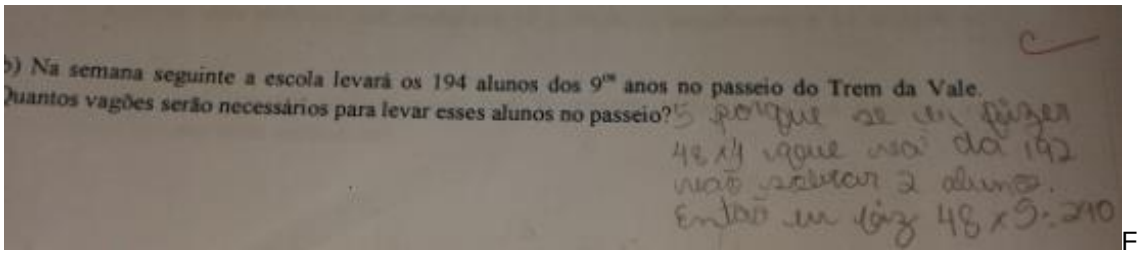


Figura 18- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2-b da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Dos demais, 10 educandos responderam que seriam necessários 4 vagões, não levando em consideração os dois alunos que sobraram, como se mostra a seguir.

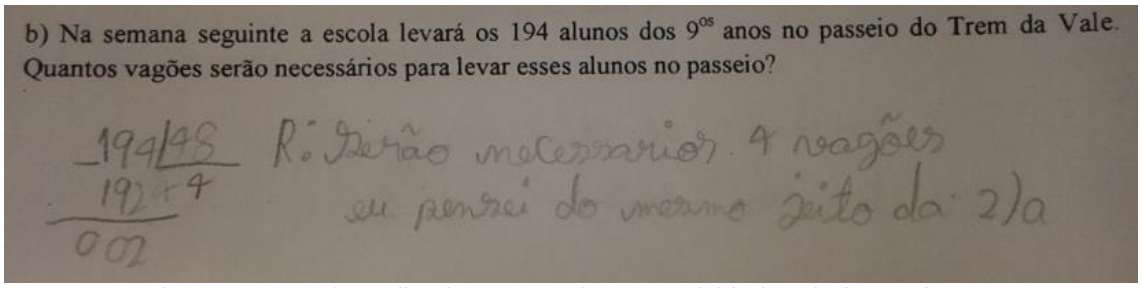


Figura 19- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2-b da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

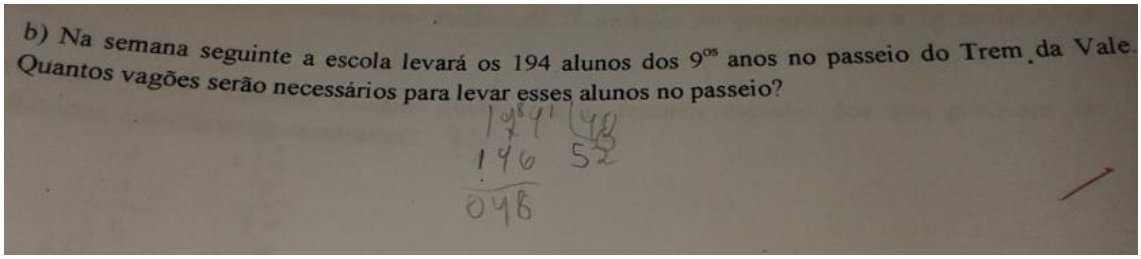


Figura 20- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2-b da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

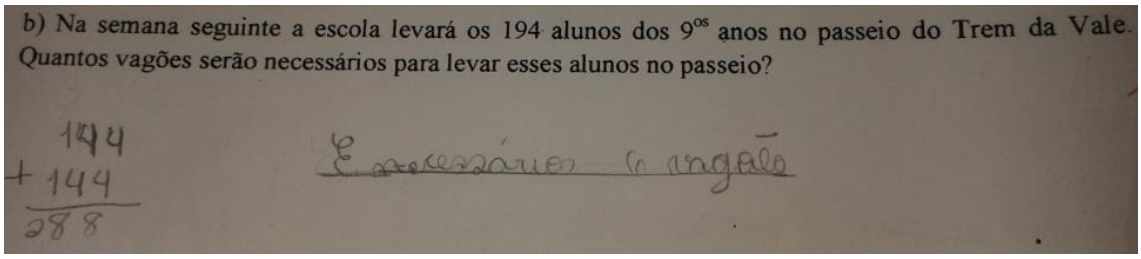


Figura 21- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2-b da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

A segunda parte da sondagem foi aplicada no dia seguinte, com 24 alunos presentes (dos 28 que participaram da pesquisa).

3 – A secretária Camila

a) Camila trabalha como secretária numa empresa e seu uniforme é saia e blusa de manga comprida. Ela tem três saias (uma verde, uma branca e uma preta) e cinco blusas (uma preta, uma azul, uma creme, uma rosa e uma amarela). De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir para ir ao trabalho de uniforme?

O item a é uma questão de combinatória e, no desenvolvimento das atividades, os alunos reclamaram de estar muito difícil. Então sugerimos que fizessem um desenho para tentar visualizar a situação. Dos 24 alunos presentes, seis resolveram a questão usando o raciocínio multiplicativo; oito fizeram um esquema e foram contando um a um; dez não souberam fazer, optando por uma adição ou fazendo associações de saia e blusa aleatórias. A seguir, apresentamos as principais estratégias utilizadas:

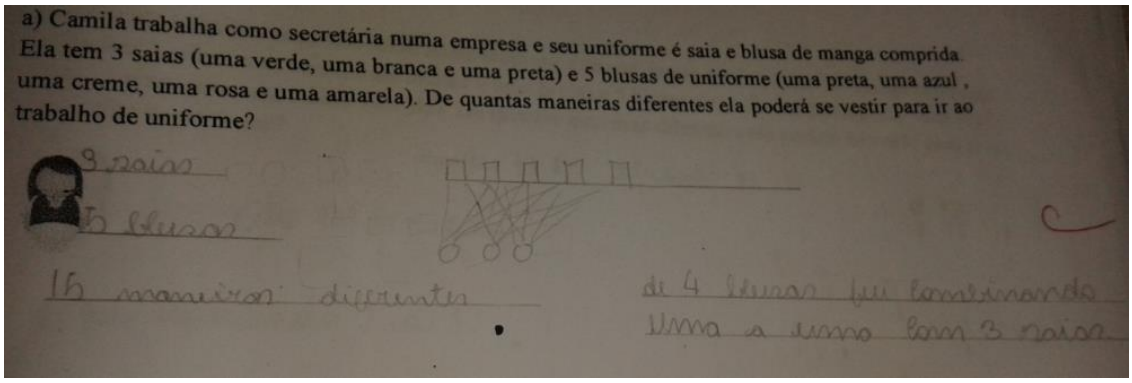


Figura 22 - Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

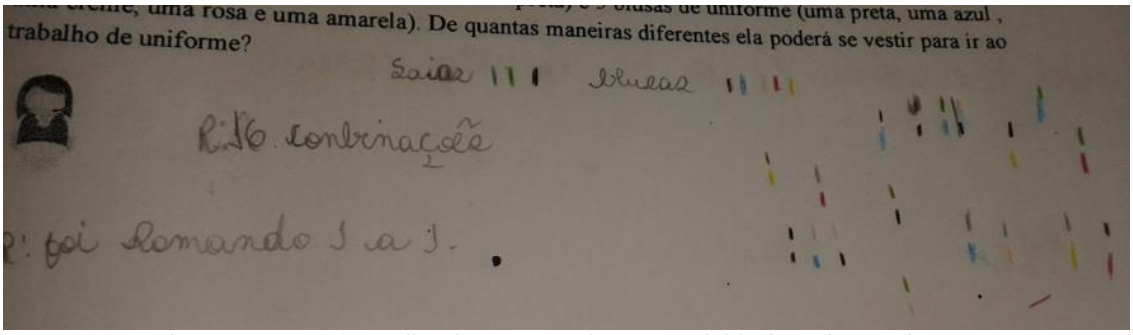


Figura 23- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

b) Uma das tarefas de Camila é comprar material para a empresa. Nesta semana, ela precisa comprar 240 pastas de papelão para um projeto da empresa. Para economizar, compra em uma loja atacadista. Ao pesquisar os preços, ela verifica que pode comprar pacotes com 12 pastas de papelão por R$9,00. De quanto ela precisa para comprar 240 pastas?

O item b é uma questão que requer mais de uma operação para resolver a situação proposta. Apenas dois alunos a resolveram de forma correta; dois, em vez de responder o gasto com as pastas, indicaram a quantidade de pastas que deviam ser compradas; os demais alunos não souberam resolver, sendo que a maioria deles optou por multiplicar 240 por 12. A seguir, apresentam-se algumas dessas soluções.

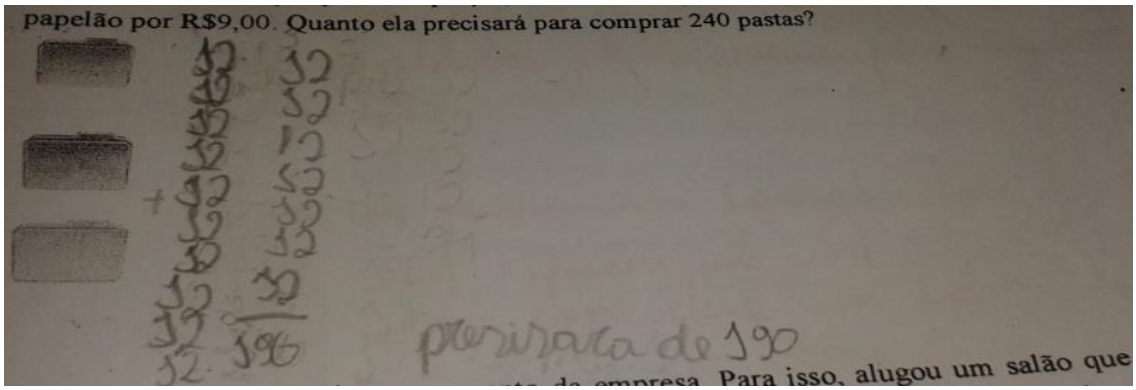


Figura- 24 Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem-
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

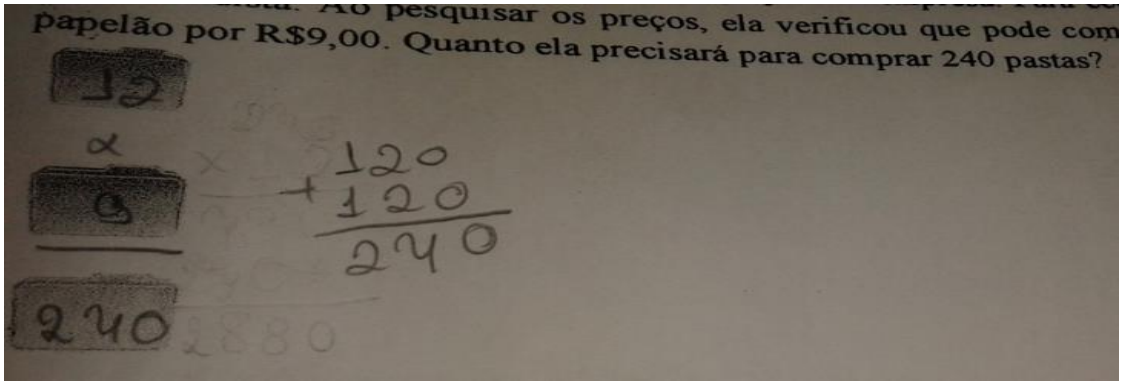


Figura 25- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

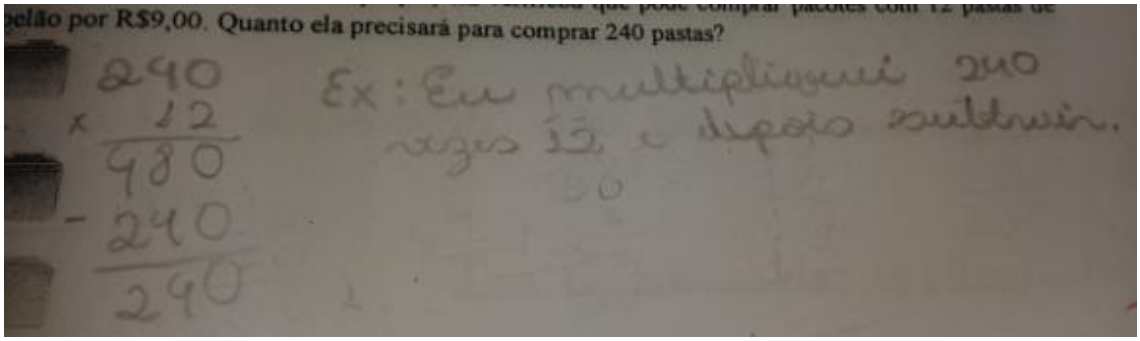


Figura 26 - Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

c) Camila precisa organizar um evento da empresa. Para isso, alugou um salão que tem mesas fixas com quatro lugares cada. Agora ela precisa alugar cadeiras para as mesas. Como o salão tem 5 fileiras de mesas e cada fileira tem 6 mesas, quantas

cadeiras são necessárias?

O item c é uma questão que envolve a organização retangular. Dos 24 alunos presentes, oito resolveram a questão de forma correta; doze não levaram em consideração que cada mesa tem quatro lugares e encontraram 30 cadeiras como resposta; e quatro optaram por somar ou dividir os números apresentados no enunciado, evidenciando que não compreenderam o problema ou não sabiam como resolvê-lo. Apresentam-se, a seguir, algumas das soluções.

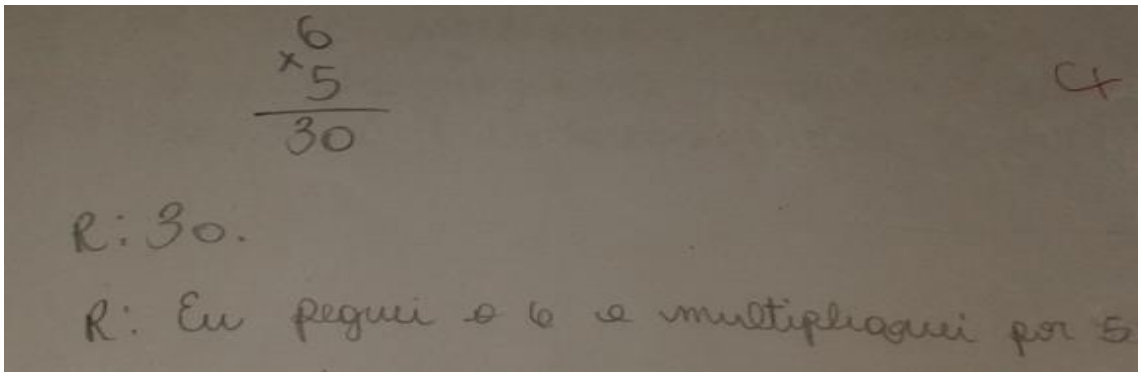


Figura 27- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

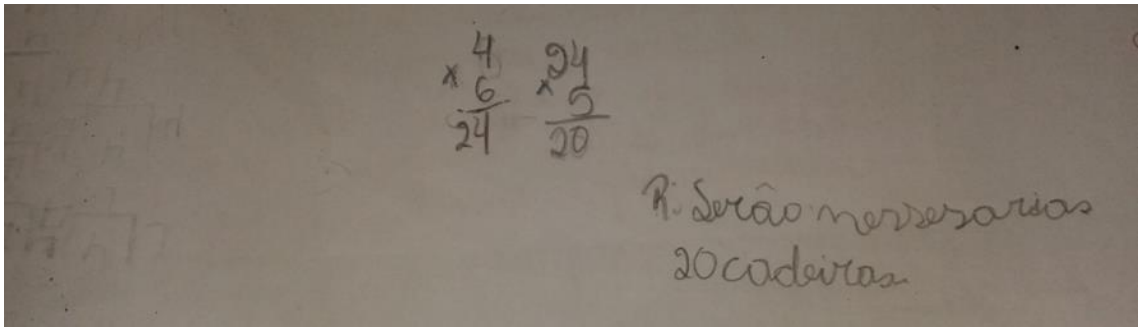


Figura 28- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 da sondagem
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Sugestões para trabalhos futuros:
Num instrumento de sondagem ou atividade avaliativa, sugerimos não abordar questões em que uma dependa do resultado da outra, pois isso atrapalha no diagnóstico e avaliação das dificuldades envolvidas.

Tarefa 2: Projeto Produção de Sabão Caseiro

Objetivos: O desenvolvimento do projeto teve por objetivo trabalhar situações-problema do campo multiplicativo com questões que pudessem desenvolver nos alunos uma consciência crítica a respeito de situações ambientais socialmente relevantes. Além disso, preocupamos-nos em criar uma proposta de atividades que despertasse o interesse do alunado.

Material necessário: Balde, tabuleiro, cabo de vassoura, luvas, máscara, óleo usado, detergente, soda líquida.

Formação das salas: Sem recomendações específicas.

Tempo de aplicação: 10 aulas de 50 minutos.

Dinâmica da atividade: Trabalhamos um texto disparador do projeto, em seguida, desenvolvemos com os alunos, em sala, uma receita de produção de sabão caseiro. Para isso orientamos os alunos da classe a permanecer cada um em seus respectivos lugares para que todos pudessem ver a forma como estava sendo feito, e a cada passo da receita, convidamos, de forma aleatória, os estudantes a participarem. Em seguida, propomos discussões acerca de consumo, lucro, reaproveitamento, dentre outros temas e trabalhamos com algumas atividades. Apresentaremos em maiores detalhes a dinâmica das atividades no decorrer do texto.

Sugestões para trabalhos futuros:
Na etapa de produção do sabão caseiro, seria interessante contar com a ajuda de um colega de trabalho, estagiário, ou uma terceira pessoa que possa ajudar a acompanhar os alunos na hora de mexer a mistura do sabão.

Atividade:

Inicialmente trabalhamos um texto disparador do projeto que discutia os danos na natureza causados pelo descarte inadequado do óleo de cozinha. A dinâmica contou com a leitura, a interpretação e as repostas a algumas perguntas que foram propostas aos alunos.

Como minimizar o efeito do óleo de cozinha no ambiente?

Gordura despejada nas pias é considerada uma grande inimiga quando o assunto é tratamento de água e esgoto. Caso o tratamento de caixas de gordura não seja feito rotineiramente, fluxo barrado pela gordura poderá voltar às residências, empresas ou comércios.

Muitas donas de casa, assim como empregadas domésticas, diaristas e, em alguns casos, até homens do lar, tomam algumas medidas no combate à preservação do meio ambiente. Seja separando resíduos de alimentos, ou, então, reciclando o lixo gerado por sua residência. Entretanto, um fato, que para alguns pode parecer simples, faz toda a diferença quando falamos em preservação ambiental: o descarte inadequado de produtos como óleo e gordura nos esgotos das residências.

De acordo com dados da Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (Sabesp), estima-se que **uma família gere 1,5 litro de óleo de cozinha por mês**. Para servir de parâmetro, **1 litro de óleo é responsável pela poluição de 1 milhão de litros de água**, segundo a mesma companhia.

Para Franz Souza, diretor de planejamento da Mariano e Souza Ambiental, empresa que realiza tratamento dos efluentes e outros poluentes gerados por diversas instituições, “o óleo e a gordura utilizados em frituras não se misturam com a água, pois são insolúveis. Se o mesmo for despejado na pia ou descartado inadequadamente, os riscos ao meio ambiente são enormes, podendo causar entupimento das tubulações da própria residência ou mesmo das galerias e redes de esgotos”.

Após estes empecilhos causados aos sistemas de esgotos, o problema ambiental se agravará quando este mesmo óleo de fritura chegar aos rios, córregos e lagoas. O especialista explica que “com a formação de uma camada sobre a água, serão aglomerados entulhos e lixos dos mais variados tipos. Assim sendo, o acúmulo dificultará a passagem da luz, evitando a oxigenação e a evaporação da água. Causando imediatamente a morte de qualquer tipo de vida aquática, como a fauna e a flora brasileira dos rios, lagos e lagoas.

No caso do óleo ser despejado diretamente no solo, a impermeabilização da terra é o primeiro resultado. Dificultando, assim, a passagem da água de chuva e propiciando enchentes.

Disponível em http://bemzen.uol.com.br/noticias/ver/2012/06/03/1434-oleo-de-cozinha

A discussão do texto começou de forma tímida, mas, aos poucos, os alunos foram participando e aspectos interessantes de seu cotidiano e de sua forma de pensar foram surgindo. Muitos disseram que em casa não descartavam o óleo de cozinha na pia e que juntavam para doar para alguém (vizinhos ou parentes). Um aluno mencionou que a avó fazia sabão.

Os dados apresentados no texto chamaram a atenção de alguns alunos. Um deles disse que ficou revoltado com esta informação: "1 litro de óleo é responsável pela poluição de 1 milhão de litros de água".

Na segunda atividade, apresentamos aos discentes uma receita de sabão caseiro. Também dispusemos sobre uma mesa na frente da sala de aula os ingredientes, bem como o vasilhame e o material necessário para o desenvolvimento da atividade. Antes de iniciá-la, explicamos a importância das medidas propostas na receita serem exatas. Também era necessário usar equipamentos de segurança, como luvas e máscara, uma vez que um dos produtos usados na receita era químico.

Receita de sabão

Ingredientes- 4 litros de óleo de cozinha usado

1 litro de soda líquida

2 vidros de detergente

Modo de preparo - Mexer a mistura por 40 minutos sem parar

Em seguida, pedimos aos alunos que medissem a quantidade de óleo e a de detergente com o auxílio de um medidor com graduações com capacidade máxima de 1 litro. Assim quatro alunos diferentes, 2 de cada vez, mediram 1 litro de óleo e colocaram no balde. Depois pedimos a outros 2 estudantes que medissem a quantidade de detergente. No momento de acrescentar a soda cáustica, optamos por não deixá-los manusearem o produto, por ser corrosivo. Caso fosse derramado ou manuseado de forma inadequada, poderia trazer algum tipo de risco.

A atividade despertou curiosidade nos alunos, sobretudo no momento em que manipulávamos a soda cáustica. Eles acompanharam com olhares atentos e estavam curiosos e ansiosos com o resultado. Além disso, eles queriam participar e conferiram se os colegas estavam usando as medidas corretas, sendo que, quando nós manipulávamos o produto químico, um aluno disse: "nó! alá ela mediu certinho, na risca".

Figura 29 - Imagem do momento em que estava sendo produzido o sabão caseiro
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na etapa seguinte, na mistura do sabão, adotamos a dinâmica de desenvolvê-la do lado de fora da sala de aula com auxílio de um estagiário, tomando o cuidado de controlar o tempo que cada aluno estava mexendo a mistura para que todos tivessem a oportunidade de participar. Paralelamente, algumas atividades referentes à produção do sabão caseiro foram sendo desenvolvidas e discutidas na sala com os demais educandos.

Inicialmente, os alunos ficaram pedindo ("deixa eu", " eu pedi primeiro"), mas aos poucos foram percebendo que todos teriam a oportunidade de participar e a atividade foi se desenvolvendo de forma tranquila. Um fato que nos chamou atenção foi que em nenhum momento eles se desentenderam ou demonstraram insatisfação pela forma como a atividade era desenvolvida.

A princípio, registramos a receita no quadro-negro com duas questões que tratavam dos gastos no desenvolvimento da receita e pedimos aos alunos que copiassem no caderno e que tentassem resolver as questões propostas: Qual é o gasto para fazer uma receita de sabão caseiro? Quanto nós gastaríamos para fazer quatro receitas iguais a esta?

Além disso, antes de trabalhar questões referentes ao corte do sabão, pedimos a um aluno que medisse, com o auxílio de uma régua, registrando no quadro-negro, o tabuleiro no qual a mistura seria despejada.

Figura 30- Imagem do momento da mistura na produção do sabão caseiro
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Figura 31- Imagem do momento em que o aluno encontrou as medidas do tabuleiro no qual o sabão foi despejado
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Os alunos não tiveram dificuldade para resolver as questões referentes a gasto para fazer uma receita. Os preços dos produtos usados estavam escritos no quadro-negro e os alunos somaram os números decimais de forma correta. Alguns não levaram em consideração que foram usados dois vidros de detergente e usaram o valor de uma unidade para fazer os cálculos. Mas para o gasto referente a quatro receitas iguais, os alunos encontraram respostas diferentes. No momento da discussão, perguntamos que operação fizeram e percebemos que alguns somaram 4 vezes o preço do valor gasto para fazer uma receita e outros multiplicaram por 4, porém alguns erraram nos cálculos.

Percebemos que a aula estava acabando e que não daria tempo de resolver todas as questões. Assim, entregamos uma folha xerocada com as outras questões referentes à produção de sabão caseiro e pedimos que terminassem de fazer em casa.

Questões trabalhadas e discutidas sobre a produção de sabão caseiro

1) Qual é o valor gasto para fazer 1 receita de sabão caseiro reaproveitando óleo de cozinha?

2) Quanto gastaríamos para fazer 4 receitas?

3) Quais são as medidas do tabuleiro no qual prepararemos o sabão?

4) Se a receita ocupar um tabuleiro e tentarmos cortar pedaços iguais, quantos pedaços de sabão teremos?

5) Se fôssemos vender os pedaços de sabão, por quanto você acha que deveríamos

fazê-lo? Por quê?

6) Uma vizinha da rua faz sabão caseiro reaproveitando óleo de cozinha e vende cada pedaço a R$1,00. Você acha que, se vendermos mais caro que ela, conseguiremos clientes? Explique sua resposta.

7) Considere o valor gasto para fazer o sabão e o desejo de receber R$0,50 de lucro em cada pedaço de sabão vendido. Suponha que uma receita renda 30 pedaços de sabão. Responda:

a) Quanto precisaremos gastar para fazer 8 receitas de sabão?

b) Quantos pedaços de sabão conseguiremos com 8 receitas?

c) Por quanto precisaremos vender cada pedaço de sabão para ter um lucro de R$0,50?

d) Qual será o lucro com 1receita de sabão? E com 8 receitas?

Na próxima aula, faríamos uma discussão sobre essas questões, porém o tempo ainda foi suficiente para os alunos começarem a fazer a questão: "Se a receita ocupar um tabuleiro e nós tentarmos cortar pedaços iguais, quantos pedaços de sabão teremos?"

Essa questão foi interessante, pois os discentes buscaram alternativas diferentes para tentar solucionar o problema. Alguns tentaram desenhar as medidas do tabuleiro na folha do caderno e perceberam que o tamanho da folha era insuficiente: outros tentaram fazer desenhos menores, mas não tinham um critério para dividir em pedaços de tamanhos iguais. Outros alunos, ao perceberem que na folha do caderno não dava, começaram a desenhar no tampo da mesa. Como tínhamos folhas de jornal e algumas folhas maiores, orientamos os estudantes a usá-las, caso achassem necessário. Aos poucos foram surgindo diferentes soluções: um aluno representou as dimensões do tabuleiro numa folha maior e foi dobrando a folha na metade, encontrando 16 pedaços; uma aluna usou a régua e encontrou 48 pedaços: dividiu 40 por 5 e 30 por 5, representou pedaços de 5cm e no final contou um a um.

Outro aluno usou a medida da largura da régua para dividir em pedaços de tamanhos iguais. Mas o sinal bateu e essa discussão ficou para a aula seguinte.

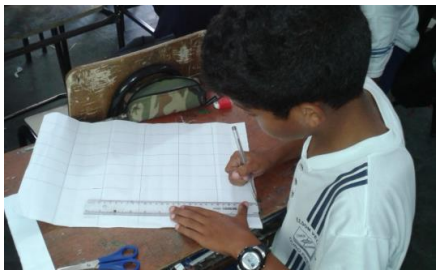


Figura 32- Imagem do aluno reproduzindo o fundo do tabuleiro e apresentando uma proposta de corte do sabão
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Figura 33- Imagem do aluno reproduzindo o fundo do tabuleiro e apresentando uma proposta de corte do sabão
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

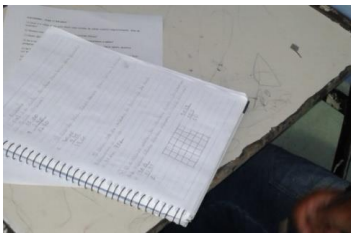


Figura 34- Imagem do aluno reproduzindo o fundo do tabuleiro e apresentando uma proposta de corte do sabão
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

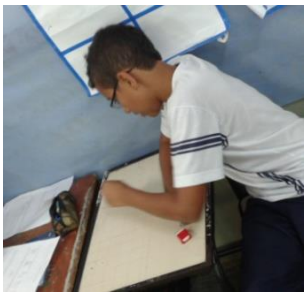


Figura 335- Imagem do aluno reproduzindo o fundo do tabuleiro e apresentando uma proposta de corte do sabão
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na aula seguinte, fizemos a discussão das questões deixadas para fazer em casa. Os alunos foram participativos e a maioria deles quis falar a resposta encontrada, surgindo discussões interessantes, pois alguns apresentaram opiniões diferentes. Enquanto discutíamos as questões, pedimos ajuda do estagiário para por visto nas atividades, mas oito alunos deixaram de fazer o dever de casa.

Na questão referente ao corte do sabão em pedaços de tamanhos iguais, houve respostas diferenciadas: 48 pedaços, 16 pedaços, 32 pedaços, 54 pedaços. Propusemos uma discussão: "Pessoal, ouvimos de vocês quantidades diferentes de pedaços de sabão, qual deles vocês acham que seria interessante?" O participante (P-16) respondeu que cortar em 16 pedaços, estes ficariam muito grandes, outro aluno (P-12) respondeu então o de 54 também não é interessante, porque os

pedaços vão ficar muito pequenos, e o aluno que encontrou 16 pedaços fazendo as dobraduras disse: "eu fiz errado então?!". Nesse momento a professora pesquisadora deixou claro para os alunos que não existe quantidade certa ou errada, que o importante seria ouvir os argumentos usados por eles e que, na verdade, isso depende, por exemplo, se o sabão for para uso próprio, talvez a pessoa possa cortar em pedaços maiores, se for para vender, talvez fosse interessante cortar de um tamanho próximo ao vendido no supermercado e que existem pessoas que colocam num pote e nem cortam o sabão. Alguns alunos disseram que 48 pedaços davam pedaços de tamanho próximo ao vendido no supermercado e chegaram num consenso que a melhor opção seria cortar em 48 pedaços de tamanhos iguais.

Além disso, procuramos ouvir dos alunos quais eram as estratégias usadas por eles para dividir o sabão em pedaços de tamanhos iguais. José reproduziu a dobradura para os colegas verem. Davi não soube explicar, Geraldo explicou que era só dividir as dimensões pelo mesmo número. Nesse momento, sentimos a necessidade de retomar em outro momento questão.

Para a questão 5 ("Se fôssemos vender os pedaços de sabão, por quanto você acha que deveríamos fazê-lo? Por quê?"), muitos responderam que R$1,00 seria um bom preço. Quando perguntamos o porquê, alguns disseram que no supermercado próximo de sua casa o sabão era vendido por preços próximos a esse. Um aluno disse: “Professora eu coloquei o preço do pedaço R$5,00”. Uma aluna disse: “R$ 0,70”. E continuamos perguntando aos alunos o que mais, além do tamanho do sabão eles levaram em consideração na hora de atribuir um valor. Um aluno disse: “Se ele é grosso ou fino”. Outro aluno disse: “A qualidade”. E uma aluna disse: “O modo como foi feito”. A discussão foi caminhando até chegarmos ao momento em que um aluno disse: "Professora, tem que levar em consideração a mão de obra, o trabalho que você teve para fazer o sabão e pensar que tem que ter lucro".

Então concluímos: “Olha só, pessoal, o que o colega de vocês disse que, na hora de colocar o preço, tem que levar em consideração o trabalho que tivemos para produzir o sabão, ou seja, não é apenas o tamanho do pedaço de sabão que devemos levar em consideração, existem outras coisas e vocês acham que R$ 5,00 então é um bom preço? E R$1,00?” Alguns alunos disseram que R$5,00 era caro e que R$0,70 era muito barato, pois o lucro de R$ 5,00 seria alto. Um aluno disse:

“Professora, eu fiz uma promoção: compre três pedaços de sabão cada um por R$ 5,00 e ganhe mais dois”.

Nesse momento, perguntamos aos alunos: “Pessoal, se eu comprar três pedaços de sabão por R$ 5,00 cada um, quanto que eu vou pagar?”.Alguns responderam: “R$15,00”. “Mas por que R$ 15,00? Na verdade, nós levaríamos cinco pedaços de sabão. Então, na realidade, por quanto saiu cada pedaço de sabão?”

Um educando, no fundo da sala, respondeu R$3,00 cada um. Perguntamos se mais algum aluno queria compartilhar a resposta e uma aluna disse que venderia dois pedaços por 0,50. Nesse momento houve um alvoroço na sala de aula. Muitos alunos falavam ao mesmo tempo que era impossível, que estava quase de graça e que esse valor não fazia sentido. Tivemos de intervir explicando aos alunos que todos teriam a oportunidade de participar, mas antes levantando o dedo. Dessa forma, não dava para ouvir, porque todos estavam falando ao mesmo tempo. Aproveitamos para fechar a discussão mostrando para eles que vários fatores interferiam no preço. Usamos o exemplo da soda cáustica usada na receita. Como a líquida não era encontrada na cidade, foi comprada em Belo Horizonte. No nosso caso, uma pessoa comprou. Mas, se tivéssemos que ir a BH para comprar, haveria outro gasto. Tudo isso interferia no preço. Finalizamos deixando claro para os alunos que, ao atribuir o valor, era importante levar em consideração todos os fatores que discutimos, fazendo opção por um valor que não fosse abusivo, para não explorar ninguém, mas também buscando um retorno pelo trabalho que foi feito e pelo tempo gasto.

A questão 6 ("Uma vizinha na minha rua faz sabão caseiro reaproveitando óleo de cozinha e vende cada pedaço a R$1,00. Você acha que se vendermos mais caro que o dela, conseguiremos clientes? Explique sua resposta") foi lida por uma aluna em voz alta. Assim que terminou a leitura, perguntamos aos alunos: “E aí vocês acham que se vendermos mais caro que a vizinha nós teremos cliente?” A maior parte deles disse que não, porém alguns responderam que sim. Um aluno disse que se o sabão fosse mais grosso, venderia. Outro disse que as pessoas gostavam de coisas mais baratas, portanto não conseguiríamos vender. Outras justificativas, como a qualidade, o tamanho, o cheiro, foram surgindo. A discussão foi finalizada quando explicamos que não existia uma resposta certa ou errada. Tudo dependia do sabão e das variáveis discutidas antes.

A questão 7 ("Considere o valor gasto para fazer o sabão e pense que queremos receber R$0,50 de lucro em cada pedaço de sabão vendido. Suponha que uma receita renda 30 pedaços de sabão. Agora, calcule: a) Quanto precisaremos gastar para fazer 8 receitas de sabão?).

Um aluno leu a questão e, ao terminar, pedimos que os estudantes explicassem o que o problema estava pedindo. Muitos tentaram responder, mas as respostas giravam em torno de “tem fazer uma conta”. Então dissemos: “Sim, pessoal, eu entendi que vocês fizeram uma conta, mas alguém consegue me explicar o que esse problema esta pedindo?”.

Os alunos tiveram dificuldade e um deles tentou explicar olhando para o caderno: “O problema quer saber quanto que vamos gastar para oito receitas de sabão.” Nesse momento, perguntamos como eles fizeram para responder à questão. Uma aluna disse: “Professora eu fiz a conta posso falar. Eu fiz 12,40 vezes 8 e encontrei R$99,20.” Outros alunos disseram: “Eu também fiz assim.” Outro aluno disse: “Professora eu fiz diferente, porque 2 receitas vão dar R$49,60.”Outro corrigiu, indicando 4. “Aí eu fiz R$49,60 mais R$49,60 e encontrei R$99,20.” Perguntamos ao aluno como ele fez para encontrar o gasto com 4 receitas e ele respondeu que aproveitou a resposta da questão 2. Discutimos as duas soluções com os alunos, mostrando que ambas estavam corretas e cada um tinha uma forma de pensar.

Para o item b ("Quantos pedaços de sabão conseguiremos com 8 receitas?"), muitos alunos responderam 240. Mas surgiram outras respostas, como 160 e 80 pedaços. Ao darem explicações, percebemos que os alunos usaram corretamente o raciocínio multiplicativo, porém alguns não perceberam que, no enunciado da questão, constava que a receita renderia 30 pedaços e usaram a resposta da questão 4, ou seja, consideraram a quantidade de pedaços que eles achavam que deveriam ser cortados. Nesse momento, a professora, usando o quadro, discutiu com os alunos, reforçando a importância de ler o enunciado com atenção.

Para o item c ("Por quanto precisaremos vender cada pedaço de sabão para ter um lucro de R$0,50 por pedaço?"), alguns educandos responderam que deveria ser vendido por R$1,00, porque a metade de R$1,00 é cinquenta centavos, ou seja, eles não levaram em consideração o custo de um pedaço. Uma aluna que tinha feito a questão em casa com a ajuda dos pais disse que encontrou R$12,40 dividido por 30 e depois somou 0,50. Mas, quando lhe pedimos que explicasse para os colegas, ela não sabia explicar. Alguns alunos disseram que não sabiam fazer a divisão.

Assim, explicamos para os alunos que R$12,40 foi o gasto total para fazer a receita de sabão e que se dividia por 30 para descobrir o custo aproximado de cada pedaço. Além disso, ensinamos o algoritmo da divisão de números decimais e mostramos como fazer por estimativa.

Para o item d ("Qual será nosso lucro com uma receita de sabão? Com 8 receitas?"), os alunos identificaram a operação de multiplicação, mas levaram em consideração o resultado da questão anterior. Como tinham encontrado dificuldade, resolvemos a questão no quadro, levando-os a pensar e não dando a resposta pronta.

Tarefa 2.1- Pensando na produção de "Sabão caseiro"

Optamos por dar continuidade no projeto explorando questões na forma de situações problema nas quais as operações de multiplicação e divisão assumem sigficados distintos, assim propomos um roteiro de atividades sobre a produção de sabão caseiro.

Pensando na produção de "Sabão caseiro"

A receita de sabão que usamos rendeu 48 pedaços. Se conseguirmos reunir 28 litros de óleo, usar a mesma receita e cortar o sabão produzido da mesma forma, quantos pedaços nós vamos obter?

E se toda a escola nos ajudar e conseguirmos reunir 18 litros?

Se quisermos fazer uma campanha pelo reaproveitamento do óleo de cozinha por meio da produção de sabão caseiro e distribuirmos um pedaço de sabão para cada aluno das turmas de 6º ano da tarde (6°ano 29 com 36 alunos e 6° ano 30 com 36 alunos), de que quantidade de cada ingrediente vamos precisar ? Quanto gastaremos para comprar os ingredientes? Observação: serão mantidas a receita e a fôrma usadas na sala de aula.

Para fazer a nossa receita, gastamos R$12,40 e produzimos 48 pedaços de sabão. Qual é o

custo aproximado de cada pedaço de sabão produzido?

Se quisermos vender um pedaço de sabão por R$1,00, qual será o lucro?

E se quisermos vender os 48 pedaços de sabão?

Carla fez a mesma receita de sabão, mas usou um tabuleiro com dimensões diferentes: 20 cm por 50 cm. Como poderia cortar o sabão em pedaços iguais? Explique por que respondeu assim.

Se quisermos produzir sabão de modo que possamos dar um pedaço para cada um dos 384 alunos da escola, teremos de fazer quantas receitas? Observação: a nossa receita rendeu 48 pedaços.

Sabemos que a embalagem de soda cáustica líquida de 2 litros custa R$20,00. De quantos litros de soda cáustica vamos precisar? Quanto gastaremos com a compra da soda cáustica?

Essas questões foram elaboradas com duplo propósito: abordar questões próximas daquelas em que os alunos encontraram dificuldades nas atividades anteriores e trabalhar diferentes situações-problema envolvidas no campo multiplicativo.

Optamos por desenvolver a atividade individualmente pelo fato da indisciplina ser algo no qual tivemos que nos preocupar constantemente.

A princípio, os alunos sentiram dificuldades, como não saber que operação resolveria o problema ou como confirmar certo ou errado. Ouvimos por diversas

vezes: "professora, mas eu não sei que conta tem que fazer?", "É 48 vezes 20 que eu tenho que fazer né, professora?".

A primeira tarefa ("A receita de sabão que nós usamos rendeu 48 pedaços. Se conseguirmos reunir 20 litros de óleo, usarmos a mesma receita e cortarmos o sabão produzido da mesma forma, quantos pedaços nós vamos obter?") exigia mais de uma operação e, inicialmente, os alunos encontraram dificuldade, uma vez que o gasto com a quantidade de óleo usada na receita não estava explícito no enunciado do problema. Ao perceber essa dificuldade, chamamos a atenção dos alunos: para fazer uma receita foram usados quatro litros de óleo.

Ao passar pelas carteiras, percebemos que alguns estavam usando um raciocínio correto em busca da solução do problema, embora apresentassem dificuldade no desenvolvimento do algoritmo e na tabuada. Além disso, muitos deles optaram por usar o raciocínio aditivo, como mostramos a seguir.

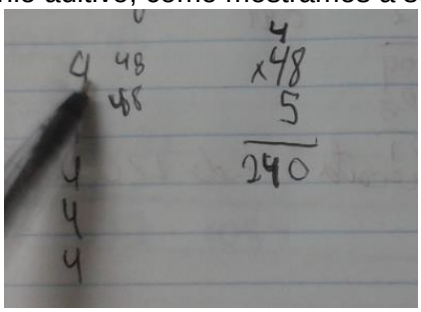


Figura 34- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Pensando na produção de sabão caseiro"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

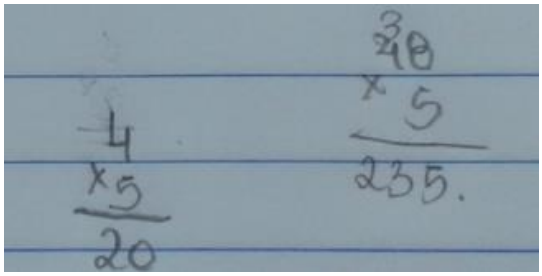


Figura 35- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Pensando na produção de sabão caseiro"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

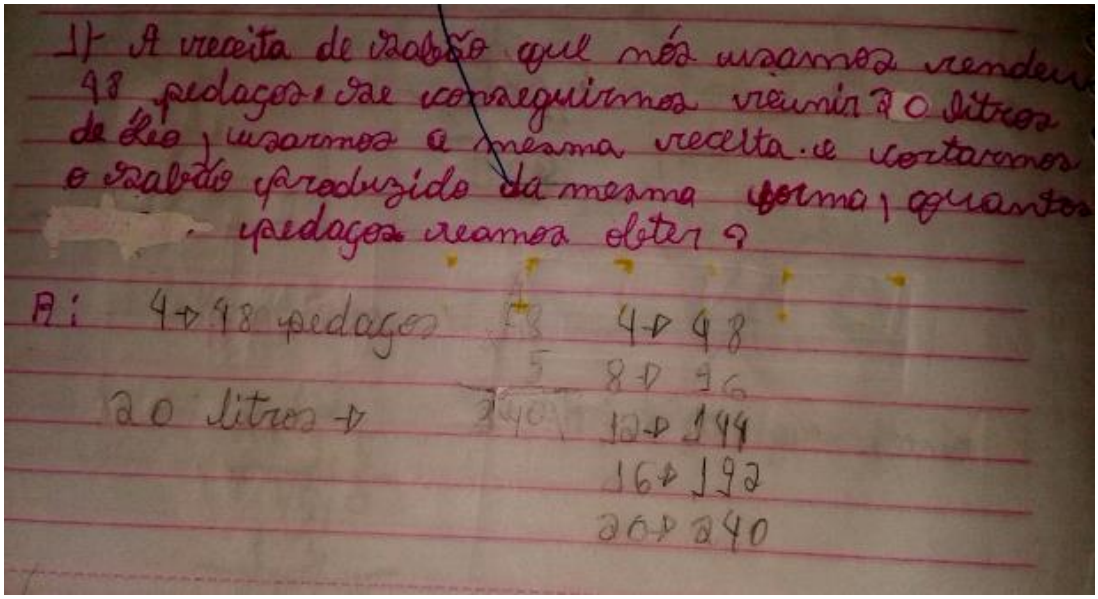


Figura 36- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Pensando na produção de sabão caseiro"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Outros alunos parecem ter selecionado os dados apresentados no enunciado e escolheram uma operação qualquer.

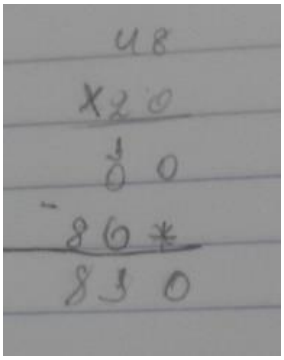


Figura 37- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Pensando na produção de sabão caseiro"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na questão 2 ("E se toda a escola nos ajudar e conseguirmos reunir 18 litros de óleo, quantos pedaços nós vamos obter?") os discentes encontraram um pouco mais de dificuldade, uma vez que 18 litros não correspondiam a uma quantidade inteira de vezes de receita. Assim, percebemos que muitos aproveitaram o raciocínio da questão anterior, porém boa parte deles não levou em consideração que os dois

litros que sobraram davam para fazer metade de uma receita. Ao andar pelas carteiras, fizemos alguns questionamentos para os alunos, estimulando-os a desenvolver o pensamento em busca de estratégias que permitissem refletir sobre o proposto. Apresenta-se a seguir um trecho de conversa com um aluno.

Transcrição da Conversa

Pesquisadora: Gerson, me explica como você resolveu essa questão " E se toda a escola nos ajudar e conseguirmos reunir 30 litros de óleo? Quantos pedaços de sabão nós vamos obter?

Geraldo: Eu fui somando 4 litros até dá 30, só que aí passou e deu 32.

Pesquisadora: Certo.

Geraldo: Aí aqui eu somei 48 vezes 7 e deu 336, depois vezes 8 e deu 384.

Pesquisadora: Entendi, então você falou para mim que passou aqui oh quando você encontrou 8, será que tem como encontrar esse valor exato?

Geraldo: Não.

Pesquisadora: Toda receita que eu fizer tem que render exatamente 48 pedaços, não existe uma forma de eu adaptá-la para dar menos pedaços?

Geraldo: Tem.

Pesquisadora: Como?

Geraldo: Com menos litro de óleo.

Pesquisadora: Ah...então e se eu colocar menos litros de óleo será o que vai acontecer ?

Geraldo: Vai dar menos que 48 pedaços ué?! (Com entonação de voz)

Pesquisadora: Ah, então vamos tentar para ver o que que acontece?!

Geraldo: Quantos litros de óleo que faltou?

Pesquisadora: Não sei, olha aí quanto que você acha que tá faltando?

Geraldo: Para quê? Para fazer a conta?

Pesquisadora: A gente num tem que fazer com 30 e na hora que você somou você num chegou no 32.

Geraldo: (Interrompendo a fala da professora) Ah, só...agora eu entendi... (pausa-escrevendo) 15 litros com 2 litros cada um, ái vai dar 30, aí vai dar 30.

Pesquisadora: Aí vai dar exato?

Geraldo: Vai, aí vai sobrar 2 litros.

Pesquisadora: Nesse caso, com 2 litros de óleo, quantos pedaços eu vou fazer?

Geraldo: (Pausa...pensando) Perái? Quanto que é a metade (interrompe)? Aí vai ser a metade de 48 que dá 24 né?! dá...24, ah...24 vezes 15.

Pesquisadora: Aahhhn...

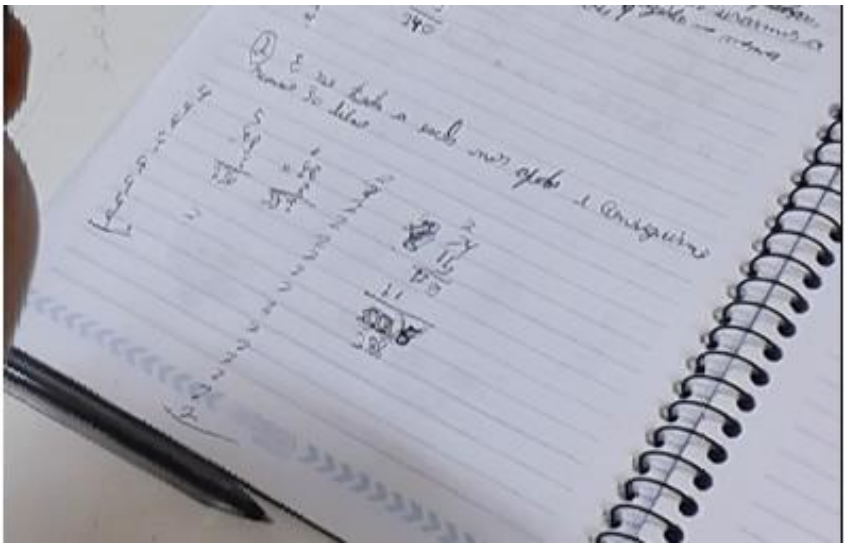


Figura 38- Tarefa realizada por um aluno na atividade 2 "Pensando na produção de sabão caseiro"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Outro aluno percebeu que da primeira para a segunda questão houve aumento de 10 litros de óleo. Então ele chamou a professora.

Aluno: Essa aqui vai dar 48 vezes 10?

Pesquisadora: Por que vezes 10, Marcos?

Aluno: Porque essa aqui (aluno se refere à questão anterior) é 30, então vai ser 10 a mais, é por causa que essa aqui é 20 e essa aqui é 30.

Pesquisadora: Pois é...mas quando você fez essa aqui que é 20, você descobriu que são necessários 5 receitas porque você sabe que uma receita leva 4 litros, então 5 receitas leva 20 litros, aqui eu concordo com você que são 10 a mais, mas o que

representa esse 10 a mais? É em relação a quê?

Aluno: Ah...tá, eu entendi, eu fiz errado, porque então não é vezes 10 é só eu somar 10 na resposta.

Pesquisadora: Olha só se você somar 10 na resposta você vai estar somando o que com o que? O que quer dizer 10 a mais, é 10 o que?

Aluno: É 10 litros de óleo uai?

Pesquisadora: Então, mas se você somar você vai estar juntando litros de óleo com pedaços de sabão, será que isso tá certo?

Aluno: (Ficou pensativo) Peraí... tá errado?

Pesquisadora: Calma, é só você pensar um pouquinho: esses 10 litros de óleo corresponde a quantos pedaços de sabão?

Aluno: Peraí que eu vou fazer aqui.

É importante destacar que o aluno mencionado tinha um caderno muito caprichado e gostava de ter as atividades todas certinhas. Portanto, quando perguntamos se podíamos fotografar a questão, ele disse: "Ah não! Deixa eu consertar primeiro". Então temos o registro escrito do aluno.

Outro aspecto observado foi que muitos discentes tinham a preocupação em saber se a questão estava certa ou errada e nos chamavam constantemente. Além disso, percebemos que, mesmo a atividade sendo individual, eles conversam entre si para ver como que o colega estava fazendo, o que nos levou a repensar a questão da indisciplina e do trabalho em dupla.

Ao circular entre as carteiras, fomos percebendo que boa parte dos alunos tinha terminado as duas questões. Com isso, fizemos uma discussão a respeito das diferentes soluções apresentadas e das possíveis dúvidas.

A discussão foi um momento interessante, pois tivemos a oportunidade de socializar as soluções encontradas por outros alunos, debatendo sobre as soluções, questionando a estratégia mais adequada, mas procurando valorizar o esquema dos estudantes e procurando que eles perdessem um pouco o medo de errar.

No dia seguinte, optamos por desenvolver a atividade em dupla para acompanhar como seria o comportamento deles. No início da aula, explicamos que a atividade poderia ser feita em dupla, mas que era preciso trabalhar. Caso não desse certo, voltariam a fazer as atividades individualmente. Foi possível observar que os

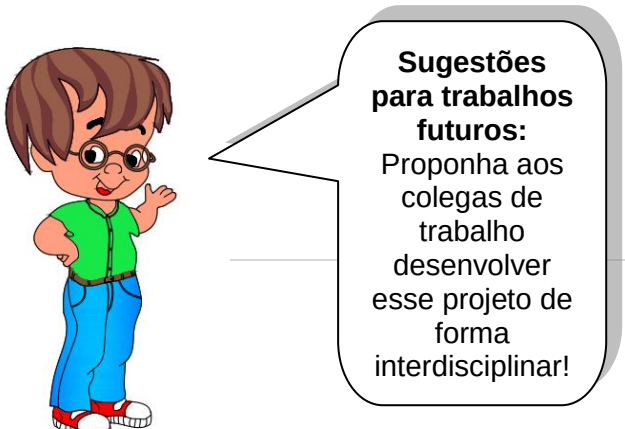
alunos se organizaram em dupla rapidamente, mas a disciplina ainda era algo a ser repensado.

Em algumas questões, eles encontraram dificuldade, como esta: ("Para fazer a nossa receita gastamos R$12,40 e produzimos 48 pedaços de sabão. Qual é o custo aproximado de cada pedaço de sabão produzido com essa receita?"). É importante ressaltar que os alunos ainda não sabiam operar com os números decimais, o que justifica a dificuldade encontrada, mas, como a questão envolvia dinheiro, esperávamos que alguns alunos pudessem tentar fazer por estimativas, aproximações.

No momento de discussão, procuramos abordar a estimativa, inicialmente lhes perguntamos: “Será que tem como o custo de cada pedaço de sabão ser R$1,00?” Um aluno respondeu que não e explicou que, se cada pedaço custasse R$1,00, os 48 pedaços iam dar R$48,00 e esse valor ultrapassava muito os R$12,40. Então questionamos: “Tem que ser um valor mais alto ou mais baixo então? Que valor vocês tentariam?”.

O raciocínio de um aluno foi interessante. Ele disse que teria que ser menos de R$0,50 cada pedaço, porque, se fosse R$1,00, daria R$48,00, e se colocássemos o preço a R$0,50, que é metade de R$1,00, o valor também diminuiria pela metade, que ainda assim é maior que R$12,40. Através de perguntas, chegamos ao valor de custo aproximado de R$0,25.

A dificuldade encontrada por eles na questão ("Se quisermos fazer uma campanha pelo reaproveitamento do óleo de cozinha por meio da produção de sabão caseiro e distribuirmos um pedaço de sabão para cada aluno dos sextos anos da tarde - 6°ano 29 com 36 alunos e 6°ano 30 com 36 alunos - vamos precisar de que quantidade de cada ingrediente (obs. usaremos a mesma receita e cortaremos da mesma forma que fizemos na nossa sala)? Quanto gastaremos para comprar os ingredientes?") foi a interpretação, sugerindo terem feito uma leitura superficial, uma vez que muitos levaram em consideração 36 alunos.



Tarefa 3: Ficha de problemas

Objetivo: Trabalhar com problemas que exigissem menor esforço de leitura e interpretação sem perder de vista as diferentes classes de problemas propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo.

Material necessário: Folhas de cópias das atividades.

Formação das salas: Desenvolvemos as atividades em dupla e, com apoio de um estagiário, usamos o espaço de duas salas de aula. Numa sala, a professora ficou com os alunos que apresentavam problemas de indisciplina e, na outra, o estagiário acompanhou os demais.

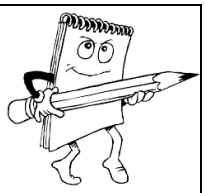
Tempo de aplicação: 5 aulas de 50 minutos.

Dinâmica da atividade: As atividades foram desenvolvidas sem fornecer respostas diretas aos alunos, procurando "provocar" o pensamento deles em busca da solução do problema proposto, valorizando procedimentos pessoais e respeitando o tempo de cada um.

Atividade:

Elaboramos algumas fichas de tarefas com diferentes situações presentes no campo multiplicativo.

DESAFIOS DA SEMANA!! [Parte 1]



1) Rodrigo comprou uma caixa de 12 lápis de cor na Loja A.

a) Quantos lápis há em 3 caixas iguais a essa?

b) De quantas caixas iguais a essa eu preciso para ter 46 lápis?

c) Ester comprou na Loja B 4 caixas de lápis de cor que, juntas, têm 96 lápis. Quantos lápis há em cada caixa? Observação: as quatro caixas têm a mesma quantidade de lápis.

2) Uma fábrica de bicicletas fabricou neste mês 70 bicicletas.

a) Quantas rodas foram usadas?

b) Se a fábrica produzisse o dobro de bicicletas, quantas rodas seriam usadas?

3) Marina ganhou de presente de aniversário de sua tia, 1 calça da sua madrinha, 1 saia de sua mãe e um short de sua avó.

a) De quantas maneiras diferentes é possível combinar essas roupas, sem repeti-las?

b) Trocando somente de calça e blusa, Maria pode ter 15 trajes diferentes. Ela tem três calças, quantas blusas ela tem?

4) Em uma cidade há dois cinemas.

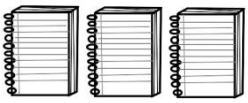
a) Em um deles, há 16 fileiras, cada uma contendo 20 poltronas individuais. Quantas pessoas cabem nesse cinema?

b) O outro cinema tem capacidade para 400 pessoas. As cadeiras (todas do mesmo tamanho) estão distribuídas em 20 fileiras. Quantas pessoas cabem em cada fileira?

DESAFIOS DA SEMANA!! Parte 2

1- São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia; são necessárias três vezes mais para fazer um conjunto. Quantos metros de tecido são necessários para fazer um conjunto de saia e blusa? Explique como você pensou para resolver a situação.

2- Pedro recebeu R$12,00 de sua mãe para comprar feijão na feira. Se cada quilo de feijão custa R$4,00, quantos quilos ele poderá comprar? Explique como você pensou para resolver s situação.



3- Paguei R$15,00 por 3 cadernos. Quanto custou cada caderno?

4- Três novelos de lã pesam 200 gramas. São necessários seis novelos para fazer

um pulôver. Quantos gramas pesará o pulôver? Explique como você pensou para resolver a situação.

5- Em uma festa, estão três moças e quatro rapazes querendo dançar. Todas as moças querem dançar com cada um dos rapazes e todos os rapazes também querem dançar com cada uma das moças. Quantos os pares seriam possíveis? Explique como você pensou para responder

6- Uma sala retangular tem três metros de comprimento por três metros de largura. Qual é a sua área? Explique como você pensou para resolver a situação.

7- Arme e efetue as operações a seguir:

a) 67 x 12 b) 467 x 6 c) 127 x 213 d) 98 : 4 e) 329 :7 f) 120 : 15 g) 540:120

DESAFIOS DA SEMANA [Parte 3]

1- A Prof. Sara vai fazer uma atividade de dobradura com seus alunos do 6° ano 16. Ela repartirá igualmente 185 folhas de revistas velhas entre os 37 alunos da turma. Quantas folhas cada aluno receberá?

2- O 6º ano 16 fará uma apresentação para toda a escola. Para isso, a diretora alugou 350 cadeiras para organizá-las na quadra em fileiras. Cada fileira terá 10 cadeiras. Quantas fileiras ela conseguirá organizar?

3- Uma torneira mal fechada fica pingando e desperdiça 46 litros de água em um dia. Se você viajar e esquecer, durante uma semana, uma torneira mal fechada, na mesma situação, quantos litros de água serão desperdiçados?

4- O Sr. João é pedreiro e me informou que, em média, são gastos 15 tijolos convencionais para levantar 1 m² de parede. Para construir uma parede de 45 m² de área, quantos tijolos precisarei comprar?

5- Um cursinho pré-vestibular está com inscrições abertas. Até o momento, existem 450 alunos matriculados. São necessários 38 alunos para formar uma turma. Responda: a) com essa quantidade de alunos matriculados, quantas turmas já foram formadas? b) quantos alunos novos deveriam se matricular para completar mais uma turma?

6- D. Teresa é costureira e comprou 280 m de bordado para aplicar em panos de prato. Cada pano de prato gasta 30 cm de bordado. Quantos panos de prato poderão ser produzidos com o bordado que ela comprou?

7- Efetue estas operações:

a) 213 x 32 b) 437 x 34 c) 2214 : 123 d) 3325: 215

Percebemos que os alunos possuíam ritmos diferentes no desenvolvimento das atividades propostas: alguns terminavam muito rápido, outros já eram mais lentos e, à medida que iam terminando as atividades, as conversas paralelas começavam a surgir. Além disso, percebemos que as aulas de correção de atividades eram pouco aproveitadas por eles, pois eram poucos os que mantinham a atenção voltada para a correção e muitos ficavam dispersos, distraídos facilmente com outras coisas.

Dessa forma, optamos por desenvolver uma proposta de trabalho que respeitasse o ritmo dos alunos, de tal forma que, ao terminarem o 'Desafio I', entregávamos o II e assim por diante. Vale ressaltar que os desafios foram desenvolvidos para serem cumpridos na semana, portanto, se ao final da última aula da semana, o aluno não tivesse desenvolvido as atividades em sala, elas ficariam para casa.

Enquanto os educandos trabalhavam, íamos circulando entre as carteiras para perceber a dinâmica de trabalho, auxiliando-os, quando necessário, a perceber como estavam lidando com as atividades propostas.

De modo geral, percebemos que os alunos encontraram dificuldades em identificar a operação usada em algumas situações. Além disso, era possível notar que eles demonstravam preocupação de saber se a atividade foi desenvolvida de forma correta ou errada, solicitando a nossa presença para confirmação.

Em vista disso, decidimos adotar a dinâmica de pedir aos alunos que lessem o problema e nos explicassem o que estava sendo proposto. Fazíamos perguntas para ajudá-los na compreensão da situação proposta, sem fornecer a resposta. Percebemos que a maioria deles fazia uma leitura superficial do problema e não conseguiam interpretá-lo, nem extrair as informações necessárias.

A análise das situações mostrou que a maioria deles encontrou dificuldade nas questões de combinatória e cálculo de área.

Propusemos, pois, o auxílio de desenhos e o uso de material manipulativo no desenvolvimento das questões de combinatória. Apresentamos a seguir algumas estratégias usadas pelos estudantes.

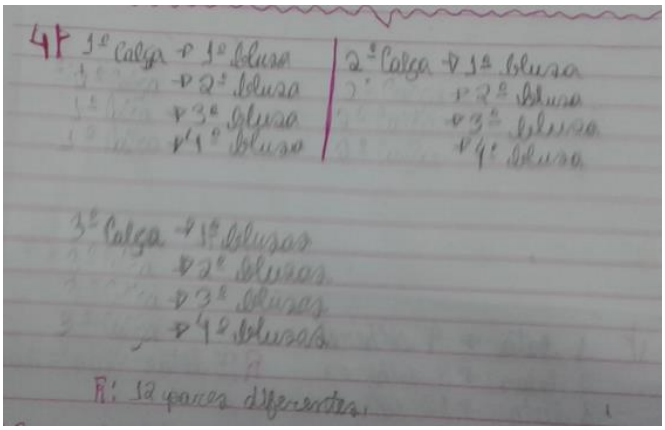


Figura 41 - Imagem do caderno de Gilmara -
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Figura 42- Imagem de dois alunos resolvendo uma atividade de combinação com o auxílio de material manipulativo
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

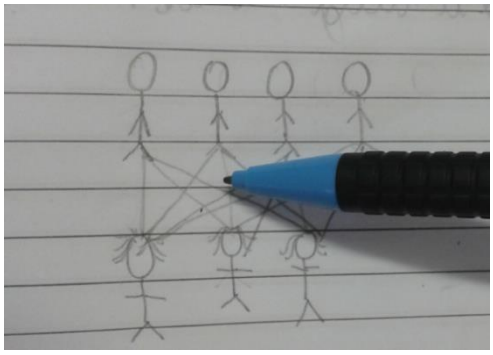


Figura 43- Imagem do caderno de Douglas usando um esquema ilustrativo para resolver uma atividade de combinação
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

De acordo com os resultados observados na sondagem inicial e no desenvolvimento das atividades da semana, concluímos que, aparentemente, essas situações foram novidade, ou seja, eles não dispunham de todas as competências necessárias ao tratamento desta classe de problemas, exigindo um tempo de reflexão, exploração e tentativas.

Percebemos que muitos alunos usaram a contagem como estratégia para resolver os problemas. Mas não podemos deixar de citar que fomos surpreendidos por duas alunas que identificaram o raciocínio multiplicativo. É o que mostra um trecho do diálogo da dupla conosco no tratamento da questão ("Marina ganhou de presente de aniversário 2 blusas de sua tia, 1 calça da sua madrinha, 1 saia de sua mãe e um short de sua avó. a) De quantas maneiras diferentes é possível combinar essas roupas, sem repeti-las?").

Transcrição da conversa

Fabiana- Professora, olha só se tá certo o jeito que a gente fez aqui.

Pesquisadora: Me explica como que vocês fizeram.

Gabriela: Nós fomos colocando a saia cada hora com uma blusa, depois a calça e depois o short, aí a gente contou e deu 6. (A aluna responde mostrando com as pecinhas de roupa).

Fabiana (Interrompe e fala): Mas eu acho que se a gente multiplicar também dá certo, porque olha, 2 vezes 3 dá 6.

Pesquisadora: Por que 2 x 3?

Gabriela: Porque são 2 blusas e 1 saia. Mais 1 short mais 1 calça dão 3 peças.

Pesquisadora: Entendi, mas será que sempre vai ser assim? Vamos tentar ver se acontece em outros casos. Imaginem agora que vocês têm duas calças para usar com 4 blusas. De quantas formas diferentes que vocês podem se vestir?

As alunas começam a manipular as pecinhas de roupa e vão contando, calça roxa com blusa amarela, calça roxa com blusa verde, calça roxa com blusa azul, calça roxa com blusa... Depois de certo tempo Fabiana fala:

Fabiana- Professora, vai 8 então é só multiplicar 2 por 4 que dá 8 também.

Pesquisadora: Interessante, mas e se for uma coincidência desses dois casos? Tentem fazer outras situações aí e depois a gente volta a conversar.

Quanto aos problemas referentes a cálculo de área, optamos por elaborar uma atividade que favorecesse a construção do conceito e, paralelamente, procuramos explorar um pouco mais as atividades de organização retangular antes de propor novas questões de área.

Para as outras classes de problemas, percebemos que as situações de proporção simples com a relação de um para muitos eram mais facilmente entendidas pelos alunos. Os problemas de comparação multiplicativa também demonstraram ser de mais fácil entendimento, apesar de alguns delesperguntarem o que era dobro e, em alguns casos, usarem o termo "três vezes mais" como uma pista da operação envolvida.

Para efeito de análise, optamos por tazer uma breve discussão da ficha de atividades "Desafios da semana III". As questões propostas tinham enunciado curto, eram bem objetivas e apenas a questão 5 exigia raciocínio um pouco mais elaborado, mas acreditamos que seria interessante ir inserindo aos poucos esse tipo

de atividade, que envolvia interpretação, para que os alunos pudessem ir avançando.

Na primeira atividade ("A Prof.ª Sara vai fazer uma atividade de dobradura com seus alunos do 6° ano 16. Ela repartirá 185 folhas de revistas velhas entre os 37 alunos da turma igualmente. Quantas folhas cada aluno receberá?"), os alunos não encontraram dificuldade e identificaram corretamente a operação envolvida.

A segunda atividade ("O 6º ano 16 fará uma apresentação para toda a escola. Para isso, a diretora alugou 350 cadeiras para organizá-las na quadra em fileiras. Cada fileira terá 10 cadeiras. Quantas fileiras ela conseguirá organizar?") é uma questão de organização retangular, fornecendo o total de cadeiras e o número de destas em cada fila, requerendo que o aluno descobrisse o total de filas que seria possível organizar.

Percebemos que os discentes não encontraram dificuldade no desenvolvimento dessa questão, sendo que boa parte deles optaram por desenvolvê-la através do algoritmo da multiplicação, como se mostra a seguir.

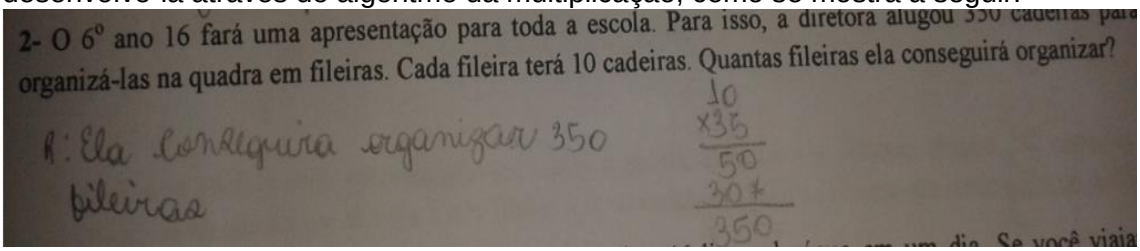
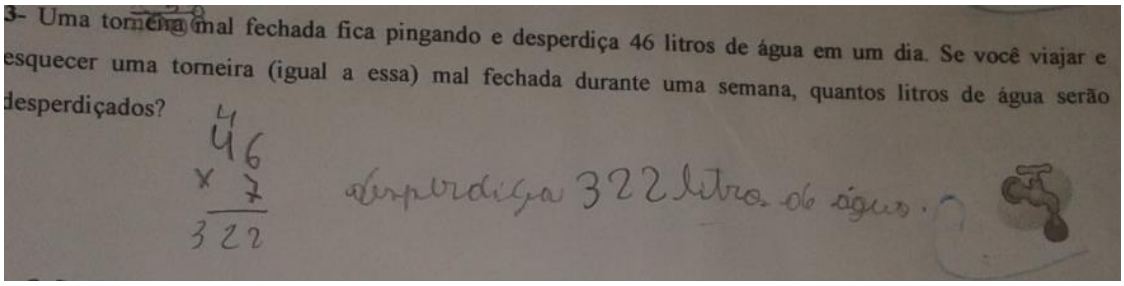


Figura 44-Tarefa realizada por um aluno na atividade 2 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na terceira atividade (“Uma torneira mal fechada fica pingando e desperdiça 46 litros de água em um dia. Se você viajar e esquecer uma torneira igual a essa mal fechada durante uma semana, quantos litros de água serão desperdiçados?), percebemos que os alunos agiram de forma mais segura, não pediram ajuda e nem a confirmação de que estavam certos ou errados. Foi possível notar que os problemas de proporção simples, relação um para muitos - multiplicação, tinham sido facilmente identificada pelos estudantes.

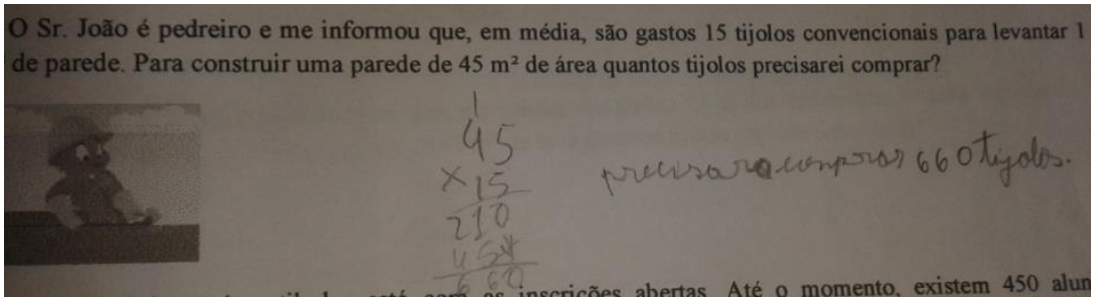

3- Uma torneira mal fechada fica pingando e desperdiça 46 litros de água em um dia. Se você viajar e esquecer uma torneira (igual a essa) mal fechada durante uma semana, quantos litros de água serão desperdiçados?

46
x 7
322

desperdiça 322 litros de água.

Figura 45- Tarefa realizada por um aluno na atividade 3 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

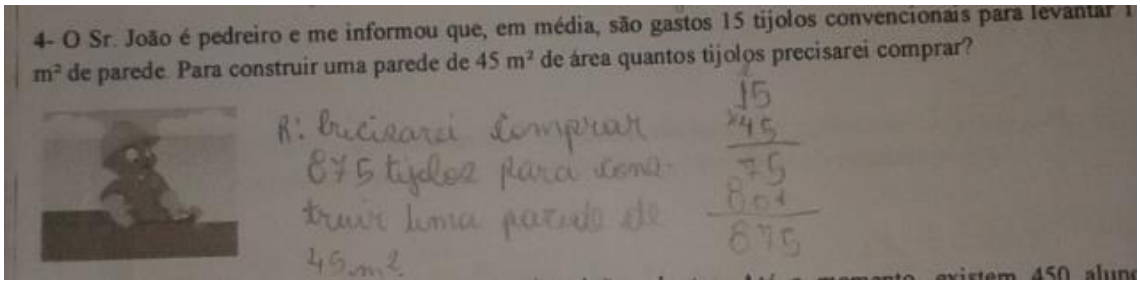
A quarta questão ("O Sr. João é pedreiro e me informou que, em média, são gastos 15 tijolos convencionais para levantar 1 m² de parede. Para construir uma parede de 45 m² de área, quantos tijolos precisarei comprar?") também era um problema de proporção simples através de uma relação multiplicativa caracterizada como um para muitos. Os alunos identificaram corretamente a operação envolvida, mas alguns erraram no processo de desenvolvimento do algoritmo.


O Sr. João é pedreiro e me informou que, em média, são gastos 15 tijolos convencionais para levantar 1 de parede. Para construir uma parede de 45 m² de área quantos tijolos precisarei comprar?

45
x 15
210
45
660

precisarei comprar 660 tijolos.

Figura 46- Tarefa realizada por um aluno na atividade 4 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora


4- O Sr. João é pedreiro e me informou que, em média, são gastos 15 tijolos convencionais para levantar 1 m² de parede. Para construir uma parede de 45 m² de área quantos tijolos precisarei comprar?

R: Precisarei comprar 675 tijolos para construir uma parede de 45m²

15
x45
75
60
675

Figura 47- Tarefa realizada por um aluno na atividade 4 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A quinta questão ("Um cursinho pré-vestibular está com as inscrições abertas. Até o momento, existem 450 alunos matriculados no curso intensivo. São necessários 38 alunos para formar uma turma. Responda: a) com essa quantidade de alunos matriculados quantas turmas já foram formadas? b) quantos alunos novos precisariam se matricular no curso intensivo para completar mais uma turma?") era um problema de proporção simples - divisão por cotição.

Os alunos encontraram um pouco mais de dificuldade em relação às questões anteriores**,** mais relacionada com a interpretação dos resultados encontrados do que com a identificação da operação, apesar de muitos terem optado por uma multiplicação. A seguir, apresentam-se algumas soluções.

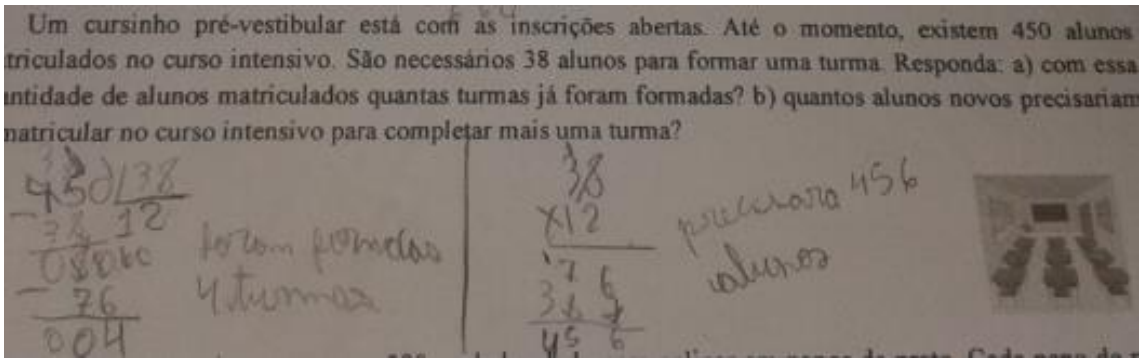


Figura 4839- Tarefa realizada por um aluno na atividade 5 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No caso ilustrado, é possível observar que a aluna selecionou corretamente a operação de divisão, mas errou no desenvolvido do algoritmo. Além disso, ela demonstrou não associar os cálculos efetuados com o contexto da questão, não interpretando o quociente e o resto encontrados.

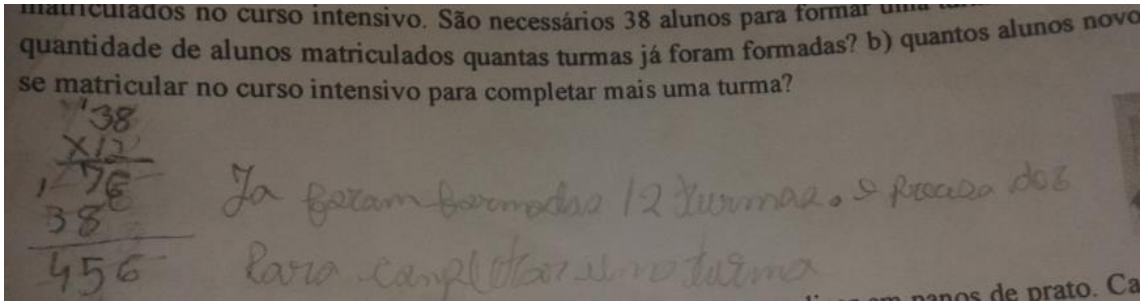


Figura 49- Tarefa realizada por um aluno na atividade 5 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A solução apresentada pelo estudante sugere que ele fez algumas tentativas usando o algoritmo da multiplicação até chegar ao resultado mais próximo de 450, o que era de se esperar, uma vez que o resultado da divisão de 450m por 38 não dá uma quantidade inteira.

Na solução a seguir, a aluna seleciona e desenvolve o algoritmo corretamente, mas não consegue interpretar o resultado encontrado para responder quantos alunos deviam se matricular para formar uma turma.

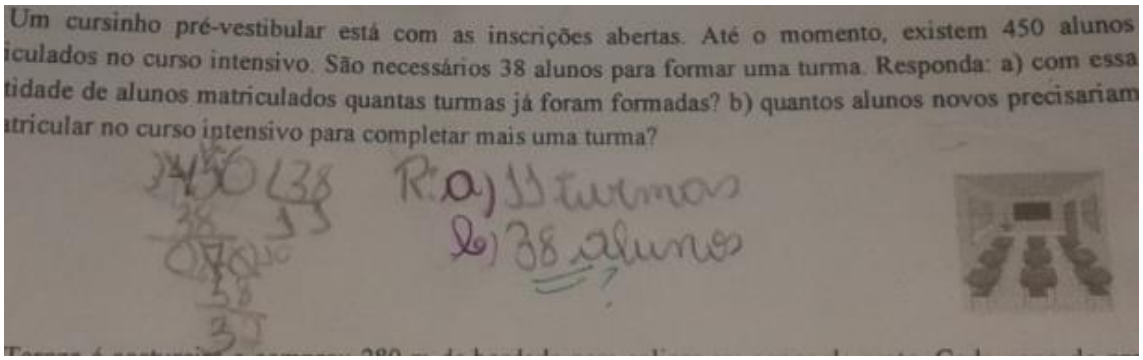


Figura 50- Tarefa realizada por um aluno na atividade 5 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

O sexto problema (“D. Teresa é costureira e comprou 280 m de bordado para aplicar em panos de prato. Cada pano de prato gasta 30 cm de bordado. Quantos panos de prato poderão ser produzidos com o bordado comprado?”) também era de proporção simples - divisão por cotição, sendo que a maior parte corpo discente identificou a operação de divisão corretamente. Apenas um aluno não desenvolveu essa atividade e duas alunas desenvolveram a questão através de uma multiplicação, como se mostra a seguir.

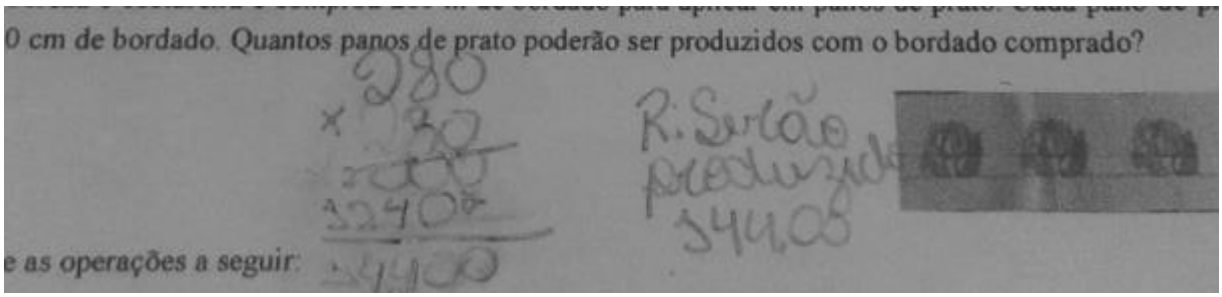


Figura 51- Tarefa realizada por um aluno na atividade 6 "Ficha de problemas do campo multiplicativo"

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A última atividade envolvia efetuar os algoritmos da multiplicação e divisão, porém esse não é o foco da nossa pesquisa, entretanto desenvolvemos esse trabalho paralelamente, pois acreditamos que seria importante que os educandos conseguissem desenvolver as operações de forma correta.

Análise da atividade:

O trabalho desenvolvido com as fichas de problemas nos permitiu perceber que muitos alunos ainda apresentavam problemas na leitura e interpretação das situações propostas, além disso muitos queriam saber qual era a operação que resolvia o problema sem se preocupar em compreender de fato a situação proposta. Assim consideramos que trabalhar com esses problemas que exigiam menor esforço de leitura e interpretação (sem perder de vista as diferentes classes de problemas propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo acompanhados da dinâmica das aulas de não fornecer respostas diretas, de pedir aos alunos que lessem e explicassem o que estava sendo pedido) foi um passo importante para resgatar e propor novas regras de forma a contribir na superação dessas dificuldades.

Sugestões para trabalhos futuros:
Estimule seus alunos a argumentarem verbalmente sobre a forma como pensaram para resolver determinado problema. Inicialmenteeles poderão apresentar dificuldade ou acharem ruim, mas com o tempo tal conduta pode contribuir para desenvolver segurança no procedimento adotado e avaliarem se o resultado encontrado faz sentido ou não em termos do que estava sendo

Tarefa 4: Atividade Matemática e Futebol

Objetivos: Explorar situações nas quais as operações de multiplicação e divisão assumem significados distintos dentro do tema futebol; buscar maior envolvimento dos alunos.

Material necessário: Folhas de cópias das atividades.

Formação das salas: Sem recomendações específicas.

Tempo de aplicação: 2 aulas de 50 minutos.

Dinâmica da atividade: Desenvolvemos a atividade de forma individual, porém permitimos que os alunos trocassem ideias com os colegas que estavam sentados próximos a eles. Além disso, procuramos estimular a leitura e interpretação e não fornecemos respostas diretas aos discentes.

Atividade:

Buscando trabalhar questões que fossem próximas do contexto vivido pelos alunos, bem como buscar de alguma forma mais envolvimento nas atividades desenvolvidas, abrimos espaço para que eles pudessem sugerir temas de interesse deles. Dois alunos prontamente indicaram trabalhar com futebol ganhando respaldo dos demais colegas de classe.

Assim, procuramos desenvolver algumas tarefas que pudessem fazer um vínculo entre a Matemática e o Futebol. Dessa forma, desenvolvemos uma proposta de atividades na qual pudêssemos conciliar alguns dos diferentes significados assumidos pela multiplicação e pela divisão com o tema proposto, com proporção simples, produto de medidas e combinatória. Apresentamos a seguir as atividades.

Matemática e Futebol

Acompanhe trechos de notícias sobre a reforma do Mineirão para atender aos jogos da copa:

[...] Segundo a Minas Arena, empresa responsável pela reforma do estádio, as medidas definitivas do Mineirão, após a reinauguração, serão **105m x 68m**. Antes de ser fechado para os reparos, o Gigante da Pampulha ostentava um dos maiores campos do Brasil, com **110m por 75m**, mesma dimensão do Maracanã, que também será reduzido por causa da Copa [...].

[...] O padrão de **105m por 68m** é exigido pela Fifa para os jogos da Copa do Mundo. Mas conforme informou a empresa responsável por administrar o estádio, as dimensões serão mantidas após a competição entre as seleções [...].

Disponível em http://www.mg.superesportes.com.br/app/noticias/especiais/novo-mineirao/2012/04/25

1- Agora responda:

a) Qual era a área do Mineirão antes da reforma?

b) Qual é a área do Mineirão hoje? Explique.

c) Segundo o Portal da Copa[1], o plantio do gramado do Mineirão foi feito por mudas, e foi utilizado 60 mudas por metro quadrado. Quantas mudas foram necessárias para cobrir toda a extensão do campo?

d) O estádio do Mineirão é palco de muitos jogos importantes em diversos campeonatos. O campeonato Mineiro, por exemplo, é disputado por 12 times. Se cada time jogar uma vez contra todos os outros times, quantos jogos teremos?

[1] http://www.copa2014.gov.br/pt-br/noticia/novo-mineirao-conheca-os-detalhes-do-gramado

e) Em um campeonato, o time “Bom de Bola” disputou 20 partidas. Dessas, venceu 12 partidas, empatou 5 e perdeu 3 partidas. Se cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e as derrotas não valem ponto, quantos pontos ele conseguiu no total?

É importante ressaltar que procuramos trabalhar o tema futebol com dados e informações reais. Dessa forma, procurando elaborar problemas que se adequassem ao campo multiplicativo, aproveitamos a reforma feita nos estádios para atender aos padrões exigidos pela Fifa para a realização da Copa do Mundo de 2014, no Brasil, extraindo o trecho de uma reportagem que mencionava as adequações feitas no Mineirão.

Nesse contexto, buscamos explorar a interpretação dos alunos e a capacidade de selecionar informações necessárias para o tratamento das questões que envolveram cálculo de área. Percebemos que eles encontraram muita dificuldade. Alguns deles responderam aos itens a e b da mesma forma, retirando uma das dimensões apresentadas no texto, outros não desenvolveram nenhum cálculo, como se mostra a seguir.

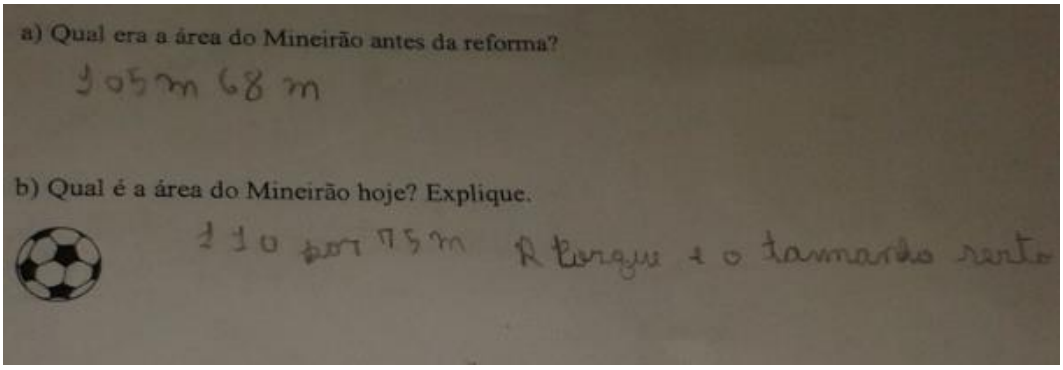


Figura 40- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Matemática e Futebol"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Esperávamos que os estudantes fossem apresentar dificuldades relacionadas ao desenvolvimento desses itens porque tínhamos ciência de que o conceito de área ainda não tinha sido desenvolvido com eles. Mas a intenção era perceber se eles

tinham noção intuitiva desse conceito. Porém, a dificuldade foi além do esperado. Alguns alunos não conseguiram nem diferenciar as dimensões do Estádio antes e depois da reforma.

Outros só foram perceber que os itens a e b exigiam algum tipo de cálculo quando solicitaram ajuda para fazer o item c, que dependia de cálculos desenvolvidos nos itens anteriores. Apresentamos a seguir a solução de um aluno.

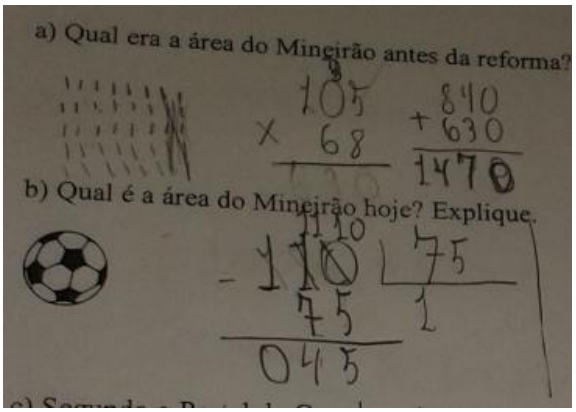


Figura 41-Tarefa realizada por um aluno nas atividades a e b "Ficha de problemas do campo multiplicativo"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Enquanto os alunos desenvolviam as atividades, fomos passando entre as carteiras para compreender se estes possuíam alguma noção intuitiva do conceito de área, bem como se estavam interpretando os problemas propostas. Segue-se o trecho de uma conversa com o aluno.

Transcrição da conversa

Pesquisadora: *Rian me explica como que você pensou para resolver esse problema* - pergunta à professora se referindo ao item a.

Aluno*: Eu pensei que era multiplicação por aqui oh ta falando 105 vezes 68* - responde o aluno se referindo à forma como foi apresentada as dimensões do gramado (105 x 68)

Pesquisadora: *E você consegue me explicar por que que, na letra b, você escolheu a divisão?*

Aluno: *Ah professora, porque aqui a palavra mudou então eu pensei que tem que fazer divisão.*

Pesquisadora: *Como assim a palavra mudou?*

Aluno: *Antes era vezes, e agora é por então eu acho que a operação é diferente, por isso que eu fiz a divisão* - responde o aluno se referindo à forma como foi apresentada no texto as dimensões do gramado (105m x 68m e 110 m por 75m).

A fala desse aluno sugere que ele buscou no enunciado do problema pistas que pudessem dar indícios da operação envolvida. Isso nos alertou para o fato de que alguns alunos podiam ter selecionado a multiplicação para resolver a atividade devido à notação usada para representar as dimensões.

Como fazer uma análise dos resultados obtidos uma vez que essa questão dependia do resultado do item b? Quanto ao item d, propusemos a atividade para observar se os alunos usavam o raciocínio combinatório trabalhado em questões semelhantes.

Os resultados apresentados pelos discentes foram interessantes. Durante a realização das atividades e no momento de discussão, percebemos que usaram estratégias semelhantes às usadas em questões relacionadas com combinatória. A seguir apresenta-se a solução de alguns alunos.

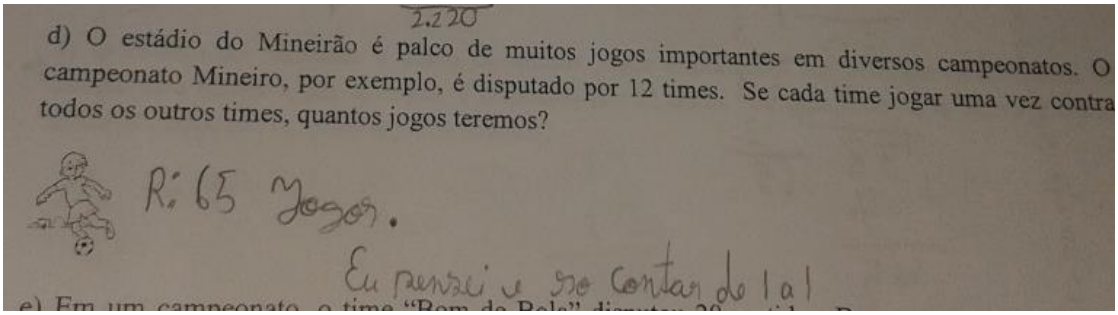


Figura 42 -Tarefa realizada por um aluno na atividade d "Matemática e Futebol"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

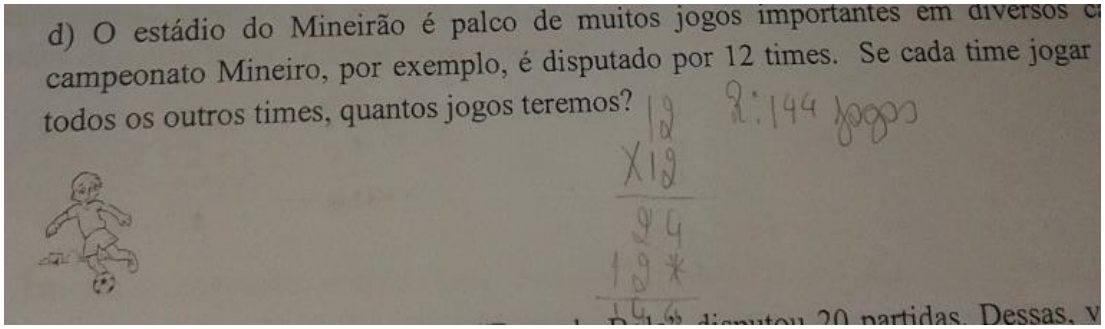
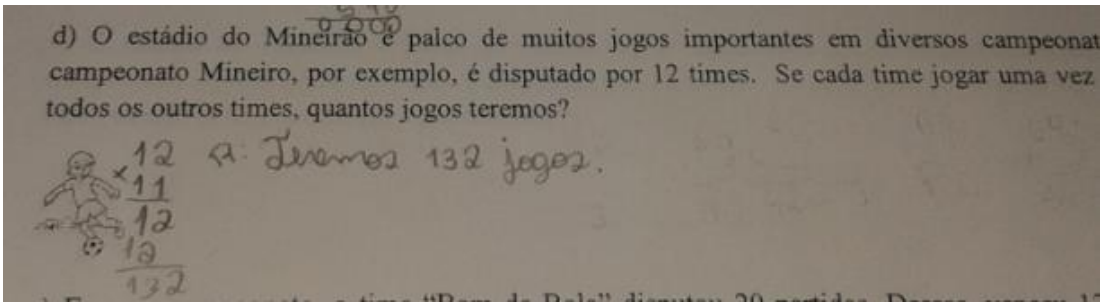


Figura 43- Tarefa realizada por um aluno na atividade d "Matemática e

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora


d) O estádio do Mineirão é palco de muitos jogos importantes em diversos campeonat
campeonato Mineiro, por exemplo, é disputado por 12 times. Se cada time jogar uma vez
todos os outros times, quantos jogos teremos?

12 R: Teremos 132 jogos.
×11
12
12
132

Figura 44- Tarefa realizada por um aluno na atividade d "Matemática e Futebol"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No dia 18/05, fizemos uma discussão dessa questão. Iniciamos questionando os alunos sobre as respostas encontradas por eles e ouvimos respostas variadas, como esta: “O *meu deu 144.“* E outros disseram: “O meu também” Destaca-se a seguir um fragmento de diálogo.

-Como você fez para encontrar 144? - pergunta a professora ao aluno.

- Não são 12 times?! Então eu fiz 12 vezes 12, porque cada um vai jogar com cada um e deu 144.

- O que vocês acham pessoal, a maneira como os colegas pensaram tá correta?- Diz a professora provocando os alunos a participarem.

- Olha, eu acho que não, porque ontem eu e Geovanna pensamos que não podia ser 12 vezes 12 porque o time não vai jogar contra ele mesmo, então a gente fez 12 vezes 11 e encontramos 132 - responde uma aluna sentada na primeira carteira da frente.

- Vocês ouviram pessoal como que as meninas pensaram, elas chegaram na conclusão que não poderia ser 12 vezes 12 porque o time A por exemplo não vai jogar contra ele mesmo, e aí? Vocês acham que faz sentido o que elas pensaram? - Questiona a professora, tentando provocar os alunos.

- Professora, eu não sei tá certo eu fiz assim: fui contando um a um e encontrei 65 jogos. - Diz um aluno sentado no fundo da sala.

-Interessante! Tem como você explicar melhor para gente como que você fez? - Pergunta a professora.

- oh, eu fui contando o primeiro time disputa 11 jogos, o segundo 10, o terceiro nove, até chegar no último - Tenta explicar o aluno.

- Vem aqui no quadro fazer para gente ver? - A professora estimula a participação do aluno.

- Ah não, não quero fazer aí no quadro - Reponde o aluno.

- Pessoal, vamos tentar fazer juntos aqui então, da forma que o colega sugeriu para vermos o que acontece? - Diz a professora.

Construímos, no quadro, uma pequena representação dos times chamando-os de A, B, C... “O time A disputa 11 jogos, todo mundo concorda?” – perguntamos. Alguns alunos responderam sim. E a construção foi sendo feita, procurando-se incentivar a participação e provocar o pensamento dos estudantes.

Percebemos que os alunos entenderam facilmente que o time A disputava 11 jogos, mas, quando passamos para o B, alguns alunos tiveram dificuldade para visualizar por que 10 jogos. Então usamos uma representação indicando com setas os jogos disputados pelo time B e destacando que cada time jogaria uma vez contra o outro. Quando contamos 11 jogos disputados pelo time A, já tínhamos contado o jogo de A contra B. Dessa forma, a solução foi construída e juntos chegamos à conclusão de que foram disputados 66 jogos.

Nesse momento, alguns alunos mencionaram estilos de campeonato dizendo que pensaram no estilo "mata-mata" e, nesse caso, haveria menos jogos. Perguntamos aos alunos o que queria dizer estilo "mata-mata" e eles explicaram: “O time derrotado é eliminado”. Assim, explicamos aos alunos que nesse caso não seria possível cada time jogar contra todos os outros como tinha sido proposto no enunciado.

Análise da atividade:

A partir dos resultados encontrados nessas atividades, entendemos que seria necessário trabalhar com os alunos o conceito de área, a ideia de medidas e dimensões, portanto planejaríamos uma aula para trabalhar melhor o assunto. Outro aspecto a ser destacado diz respeito à leitura e interpretação dos dados apresentados no pequeno trecho de texto apresentado, pois muitos educandos

perceberam a questão como uma interpretação de texto e não desenvolveram os cálculos sugeridos, talvez por ainda desconhecerem a noção de área.

Vale ressaltar ainda que percebemos uma maior participação na discussão das atividades e acreditamos que isso se deve ao fato de termos trabalhado uma atividade a partir de uma sugestão dada pelos próprios alunos. Acrescentamos ainda que a questão d envolvia uma operação de pensamento mais complexa do que os problemas apresentados anteriormente, porém nossa intenção era perceber até onde eles conseguiriam avançar, adaptar seus esquemas. Além disso, procuramos lhes proporcionar o contato com situações variadas, mesmo que envolvessem noções não abordadas formalmente.

Sugestões para trabalhos futuros:

Procure desenvolver questões próximas do contexto dos alunos. Isso pode contribuir para um maior envolvimento nas atividades.

Tarefa 5- Matemática e construção civil

Objetivo: Trabalhar atividades que pudessem favorecer a construção do conceito de área, uma vez que os alunos da turma em questão demonstraram não ter familiaridade acerca de tal conceito.

Material necessário: Folhas de cópias das atividades.

Formação das salas: Sem recomendações específicas.

Tempo de aplicação: 2 aulas de 50 minutos.

Dinâmica da atividade: Desenvolvemos inicialmente uma atividade com papel quadriculado com o intuito de explorar a noção de área, em seguida, através de um pequeno roteiro, propomos algumas discussões e depois trabalhamos com a tarefa Matemática e construção civil.

Atividade:

Desenvolvemos um pequeno roteiro no qual pudéssemos ampliar a noção de área, explorar medidas padrão etc. Iniciamos distribuindo papel quadriculado aos alunos e pedindo que representassem retângulos com dimensões dadas (4 x 8, 5 x 9, 3 x 4). Em seguida, discutimos a quantidade total de quadradinhos contidos em cada retângulo.

- Quantos quadradinhos nós temos no primeiro retângulo? E no segundo?- Pergunta a professora.

- 32 e 45! - Respondem os alunos rapidamente

- Como fizeram para dar a resposta?- Pergunta a professora.

- É só multiplicar. - Repondem vários alunos ao mesmo tempo.

- Vocês sabiam que ao contar os quadradinhos estamos calculando a área desses retângulos? Nesse caso nós calculamos a área tomando como referência a área de um quadradinho.

Nesse momento, procuramos explorar o piso da sala de aula, contando as lajotas com os alunos e propondo que construíssem um desenho para representá-

lo.. Alguns mencionaram o espaço da bancada, explicando que para calcular a área da sala era necessário levar em consideração, além do espaço ocupado pelo piso, o espaço da bancada.

Seguindo adiante, exploramos medidas padrão e retomamos a atividade da área do campo de futebol. Apresentamos a seguir o trecho da conversa com os discentes na qual Leandro se manifestou demonstrando suas concepções a respeito do cálculo de área.

_ Pessoal, se lembram da questão do campo de futebol? Como que calcula a área do campo de futebol, então? - Diz a pesquisadora.

_ Ô professora, mais o campo de futebol não é quadriculado! -Responde Leandro sentado no fundo da sala.

_ Sim, Leandro! No desenho não está quadriculado, mas é como se estivesse dividido em pedaços de 1 metro de comprimento por 1 metro de largura. Explica a professora com o auxílio de um desenho feito no quadro representando o campo de futebol.

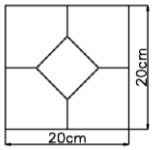
_ Eu já entendi. Então, professora, não é só contar os lados duas vezes como eu tava pensando! É como se fosse o espaço todo.

_ Sim, quando você faz da forma que fez antes, está levando em consideração só o contorno do campo, nesse caso chamamos de perímetro.

Em seguida, propusemos a ficha de atividades "Matemática e construção civil", procurando explorar noções discutidas, segundo abordagens propostas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo. Além disso, buscamos envolver situações com números decimais. Apresentamos a seguir a tarefa:

Matemática e construção civil

Veja a imagem da planta da cozinha da casa de Pedrinho e o modelo do piso que ele pretende colocar:



a) Quantas peças desse piso caberão enfileiradas no maior lado da cozinha? (Obs. desconsidere o rejunte)

b) E no lado menor?

c) De quantas peças desse piso o pai de Pedrinho precisará para cobrir todo o chão da cozinha?

d) Cada caixa desse piso contém 18 peças. Quantas caixas o pai de Pedrinho terá que comprar para cobrir todo o chão da cozinha?

e) Se cada caixa desse piso custa R$24,50, quanto será gasto nessa compra?

f) A mãe de Pedrinho preferiu outro tipo de piso. Ela gostou de uma lajota rústica (veja ilustração).

– Se a família optar por ela, quantas lajotas serão necessárias para cobrir todo o chão da cozinha?

_ Se cada caixa vem com 15 lajotas e custa R$ 29,50, quanto gastariam comprando lajotas para cobrir o chão da cozinha?

A análise feita mostra que a maioria dos alunos apresentou melhora no desenvolvimento das atividades. Os itens, a, b e c foram mais fáceis, sendo que a maioria optou por desenvolver o algoritmo da divisão nos itens a e b, e da multiplicação no item c. Apresentamos soluções corretas.

Um aluno usou o algoritmo da multiplicação para resolver os três itens:

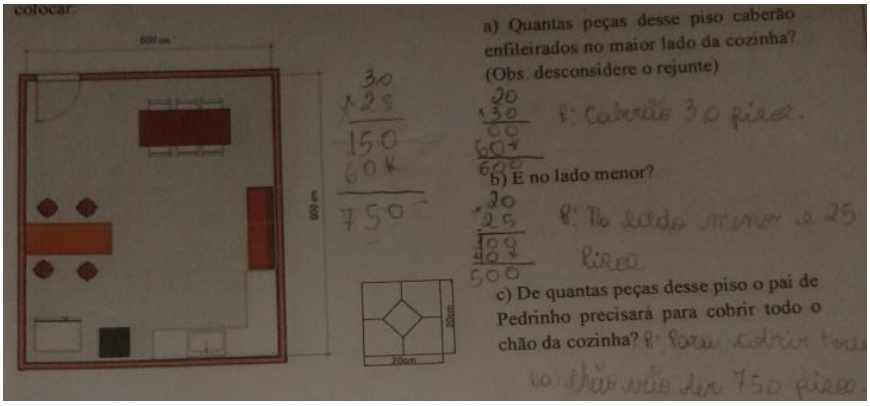


Figura 52- Tarefa realizada por um aluno na atividade 1 "Matemática e Construção Civil"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A solução apresentada por esse estudante sugere que ele fez multiplicações sucessivas até encontrar o valor proposto, em vez de desenvolver o algoritmo da divisão.

No item d, a divisão não era exata, ou seja, não havia uma quantidade de caixas inteiras. Percebemos que muitos alunos identificaram corretamente a operação envolvida, mas não interpretaram o resultado em termos do contexto em questão, como se mostra a seguir.

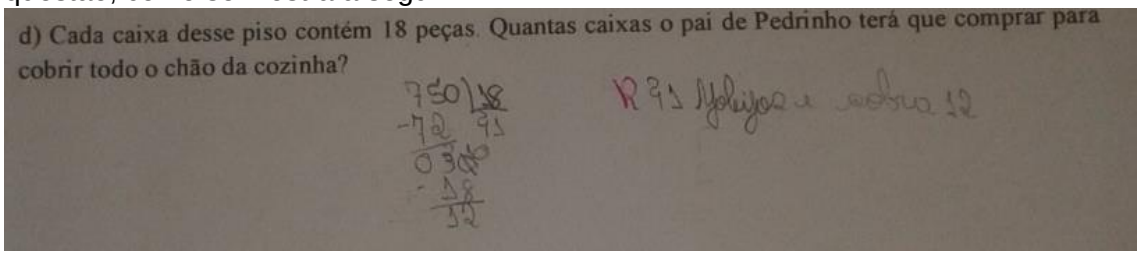


Figura 53- Tarefa realizada por um aluno na atividade d "Matemática e Construção Civil"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Quanto ao item f, os alunos apresentaram mais dificuldade em relação aos outros itens trabalhados. Propusemos essa situação procurando características semelhantes às trabalhadas antes, porém com uma lajota de formato diferente. O objetivo era perceber como o aluno organizaria seu pensamento em busca da solução da situação proposta. Dependendo da forma como a lajota fosse disposta no chão da cozinha, poderia ser necessário fazer recortes na peça.

Percebemos que eles apresentaram estratégias diferentes. Alguns usaram as mesmas estratégias de solução da questão apresentada anteriormente, como se mostra a seguir.

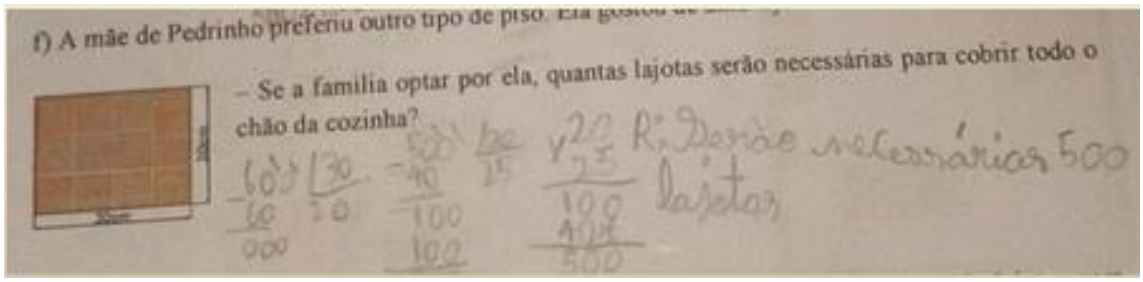


Figura 54- Tarefa realizada por um aluno na atividade f "Matemática e Construção Civil"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Ele dispôs as peças no espaço apresentado, encontrou a quantidades de lajotas enfileiradas no maior e menor lado da cozinha pelo algoritmo da divisão e, em seguida, calculou o total de peças necessárias para cobrir todo o piso pelo algoritmo da multiplicação.

Outros alunos tentaram usar a mesma estratégia, porém cometeram erros durante o processo, como mostramos a seguir. O aluno desenvolveu a questão como se a cozinha tivesse formato quadrado, ou seja, não levou em consideração que os lados da cozinha tinham dimensões diferentes, considerando apenas o lado de 600 cm.

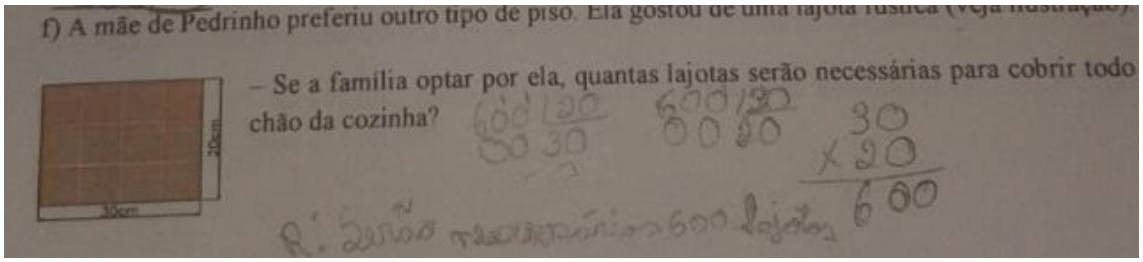


Figura 55 -Tarefa realizada por um aluno na atividade f "Matemática e Construção Civil"

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Quatro alunas usaram estratégia mais econômica, sugerindo a mobilização do conceito de área. O procedimento usado por elas consistiu em encontrar a área da cozinha e da lajota pelo algoritmo da multiplicação e calcular a quantidade de lajotas necessárias para cobrir todo o chão da cozinha pelo algoritmo da divisão, encontrando a razão entre a área da cozinha e a área da lajota.

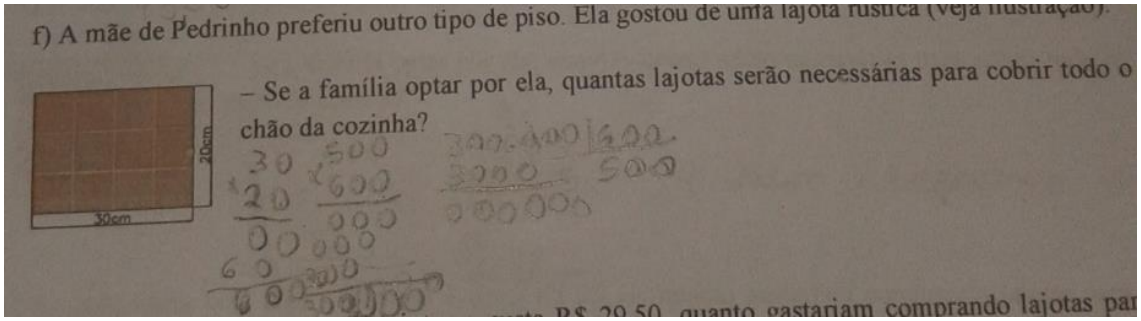


Figura 56- Tarefa realizada por um aluno na atividade f "Matemática e Construção Civil"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Outros educandos tentaram adaptar o esquema usado nos itens, a, b e c, mas selecionaram incorretamente um dos dados. O procedimento a seguir sugere que o aluno usou o resultado encontrado no item c, que se refere à quantidade de lajotas de formato quadrado, necessárias para cobrir todo o chão da cozinha, e fez a divisão por 20, uma das medidas do lado da lajota.

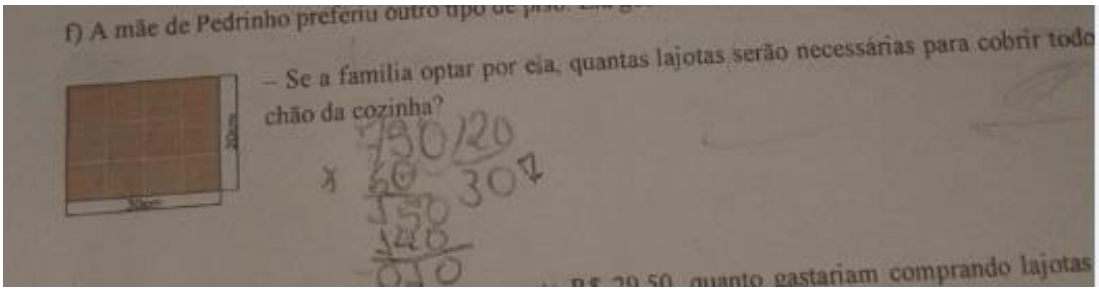


Figura 57- Tarefa realizada por um aluno na atividade f "Matemática e Construção Civil"
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Considerando que os alunos trabalharam com maior autonomia, acreditamos que os resultados apresentados foram bons e permitiram concluir que houve considerável evolução deles quanto à seleção das informações necessárias ao tratamento da questão e à identificação da operação envolvida.

Análise da atividade:

Percebemos que a atividade com o papel quadriculado proporcionou aos alunos uma ideia inicial acerca da noção de área, acreditamos que as diferentes noções sobre área devem ser experimentadas por meio de situações diversas, assim consideramos necessário propor mais tarefas (de ordem prática, através de medições, comparações etc). Além disso, observamos que, nessa tarefa, os alunos pareceram apresentar uma melhora na compreensão dos problemas.

Sugestões para trabalhos futuros:

Para chamar a atenção para a importância de compreender um problema, proponha situações como essa: "Uma criança leva em torno de 10 minutos para fazer um lanche. No início do recreio, a professora serve o lanche para cinco crianças. Quanto tempo elas levam para lanchar?" ou então "Em um barco existem 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão"?

Esse tipo de situação pode desestabilizar os alunos que pensam que, para resolver um problema, basta desenvolver um cálculo matemático.

Compartilhando desafios, resultados e reflexões

Um dos maiores desafios enfrentados na condução desse trabalho foi lidar uma turma heterogênea tanto em termos de aprendizagem quanto de características, como idade, disciplina e problemas familiares. Boa parte dos alunos, oriunda de outra escola, não estava acostumada com o ambiente, além disso, outros estudantes eram repetentes e muitos estavam sem motivação. Alguns tinham uma história de vida marcada por conflitos familiares (violência doméstica, abandono familiar, pais presos, pais em clínicas de reabilitação para dependentes químicos etc.). Além disso, a diferença de idade entre eles se refletia no comportamento (como alunos mais velhos que tinham certa influência sobre os menores).

Outra dificuldade enfrentada se refere à resolução de problemas. Muitos alunos pareciam não compreender a situação proposta, buscavam pistas no enunciado para identificar a operação envolvida e ficavam perguntando “Que conta que resolve esse problema? É de multiplicar ou dividir?”. Diante desse cenário, percebemos que alguns estudantes pareciam ter a percepção de que para resolver um problema, basta fazer uma conta. Tais dificuldades pareciam estar associadas às regras do contrato didático vivenciadas anteriormente por esses alunos. Embora não tenhamos acesso a essas regras, acreditamos que talvez possam ter contribuído para gerar um obstáculo didático[2] em alguns deles, trazendo-lhes dificuldade para mobilizarem operações de pensamento que lhe permitissem compreender as relações envolvidas nas situações propostas.

Observamos que a literatura aponta um comportamento semelhante. Segundo Henri (1991, apud PESSOA, 2004, p.2), uma das regras vigente é que "um problema se resolve fazendo operações. A tarefa consiste em encontrar a boa

[2] Os obstáculos didáticos, segundo Brousseau (2008), são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.

operação e realizá-la sem erro. Pelo uso de algumas palavras, o enunciado permite adivinhar a operação a ser feita".

Este panorama nos exigiu uma nova postura fazendo-se necessário repensar não apenas a construção das tarefas, mas a forma como estabeleceríamos as regras do contrato didático[3] para vivência no ambiente sala de aula.

Nesse sentido, destacamos o papel da relação professor-aluno e da dinâmica das aulas. No decorrer do trabalho, preocupamos-nos em criar um ambiente de aprendizagem que pudesse favorecer o desenvolvimento de aprendizagem, não só das noções que envolvem o campo multiplicativo, como também outras formas de aprendizagem.

Preocupamos-nos com a relação professor-aluno pelo impacto que possui na motivação, na confiança e no delineamento das normas de sala de aula. Atentamos-nos à dinâmica das aulas, com o intuito de fornecer elementos que pudessem contribuir com a leitura e interpretação das situações propostas, de promover a compreensão das relações e conceitos presentes na situações propostas. Desse modo, buscamos não fornecer respostas diretas aos discentes, mas procuramos, na medida do possível, desenvolver situações de contextos próximos aos deles, assim como valorizar procedimentos próprios de solução e o ritmo de cada um.

Assim percebemos que o trabalho desenvolvido evidenciou de modo significativo que os contextos sociocultural e escolar influenciaram de modo determinante as relações que estabeleceram em sala de aula com o conhecimento matemático. De modo geral, verificamos aprendizagens relacionadas à leitura e à interpretação de problemas matemáticos, à interação em sala de aula, à argumentação e à produção de distintas formas de procurar realizar uma tarefa, dentre outras. Nesse sentido, embora sem contar com leituras sobre o tema e sem ter planejado inicialmente abordar a temática, acreditamos ser importante considerar outras formas de aprendizagem que ocorreram ao longo do trabalho de campo.

Quanto ao contexto de leitura e interpretação das situações propostas, o trabalho revelou que a forma como as atividades foram conduzidas contribuiu para a melhoria de problemas relacionados com a leitura e interpretação das situações propostas, pois o contrato didático estabelecido por nós propunha retomar

[3] Brousseau (2008, p.9) define contrato didático como os hábitos específicos do professor, esperados pelo aluno, e os comportamentos dele, esperados pelo professor.

constantemente o enunciado, explicar o que o problema estava pedindo, tentar desenvolver um esquema de solução e, em seguida, retomar novamente a situação para validar a resposta.

Quanto à interação em sala de aula, verificamos que houve uma melhora quanto à forma de se relacionar dos alunos, tanto entre eles quanto no relacionamento professor-aluno. Na prática docente, encontramos estudantes com histórias de vida marcadas de alegria, sofrimento, falta de atenção e afeto e, a nosso ver, tudo isso influencia no convívio e no desempenho escolar. A turma em questão apresentou problemas de indisciplina, porém a construção de um relacionamento baseado no respeito, na compreensão das diferenças e até mesmo na atenção e no carinho (motivação), contribui para uma melhor interação em aula.

Quanto à argumentação, inicialmente, percebemos uma resistência dos alunos em explicar como estavam pensando para resolver determinadas situações. Contudo, no decorrer do trabalho, tal procedimento foi sendo mais bem aceito e acabou contribuindo para os educandos explicitarem o raciocínio utilizado, bem como para justificar, convencer ou abandonar as ideias mobilizadas para determinada situação ou ainda para revelarem incertezas na escolha do caminho adotado.

No que diz respeito à produção de distintas formas de realizar uma tarefa, percebemos que muitos discentes tinham fortemente enraizada a ideia de que, para resolver um problema matemático, é necessário fazer uma conta. Nesse sentido, percebemos que a valorização e o incentivo dos procedimentos próprios, criados pelos alunos, acabaram contribuindo para o desenvolvimento de diferentes estratégias de solução. Aqui é importante ressaltar que romper essa forma de pensar é uma tarefa difícil e não foram todos os discentes que conseguiram vencê-la totalmente.

A título de síntese

A compreensão das operações fundamentais é essencial para a continuidade da vida acadêmica do aluno. Portanto, acreditamos que é importante dar prosseguimento ao trabalho que é iniciado nos Anos Iniciais, de forma a resgatar a compreensão e ampliação das noções envolvidas nas operações de multiplicação e divisão. Para isso, construímos, desenvolvemos e analisamos um conjunto de tarefas com o intuito de proporcionar aos discentes uma diversidade de situações nas quais as operações básicas assumem diferentes significados. Nosso foco estava, contudo, no campo multiplicativo.

Destacamos aqui nossa compreensão acerca das contribuições das tarefas realizadas com os alunos para a aprendizagem de noções associadas ao campo multiplicativo. A análise dos processos vividos por alguns deles, que, em alguma medida, representavam a turma em questão, evidenciou que muitos pareciam não associar os cálculos efetuados com o contexto da questão, ou seja, pareciam não refletir sobre o procedimento adotado por eles. Outro aspecto observado é que, inicialmente, talvez por medo de errar e por dificuldade, em algumas situações, os estudantes preferiam deixar a questão em branco a tentar desenvolvê-la buscando uma estratégia.

Um ganho que percebemos foi a retomada ao enunciado e a reflexão a respeito do caminho adotado pelos alunos da turma em questão para resolverem determinada situação. Com isso, quando percebiam que estavam errados, modificavam seu raciocínio, avançando no processo de compreensão e de construção de esquemas.

Quanto à resolução de problemas pertencentes ao eixo ‘Proporção Simples’, observamos que os educandos já possuíam algumas noções, principalmente no que se refere às situações de ‘um para muitos’ e divisão por partição. Assim, entendemos que as tarefas propostas promoveram a percepção (talvez ainda de forma implícita) de que as operações de multiplicação e divisão assumem

significados diferentes. Destacamos ainda que houve contribuições na formação de esquemas nas situações envolvendo quarta proporcional e na ampliação e ressignificação da compreensão acerca das operações de multiplicação e divisão.

No que diz respeito ao eixo 'Produto de Medidas', a análise do processo vivido nos mostrou contribuições quanto à mobilização de invariantes que permitiram aos alunos desenvolver esquemas que antes pareciam ainda não dispor. Isso aconteceu, principalmente, no que se refere aos problemas envolvendo cálculo de área e combinatória. Nesse sentido, percebemos que boa parte deles conseguiu mobilizar esquemas de contagem para os problemas envolvendo combinatória. Alguns discentes pareceram reconhecer tais problemas como pertencentes ao campo multiplicativo (outros não). De modo geral, contudo, consideramos ser necessário realizar mais atividades que os ajudem a criarem novos esquemas (mais eficientes).

Observamos que os alunos ainda não tinham familiaridade com os problemas envolvendo cálculo de área. O trabalho desenvolvido foi o início de um processo de construção de tal conceito, pois, devida às limitações de tempo e à necessidade de trabalhar outros conteúdos, não pudemos explorá-lo como julgávamos necessário. Consideramos que o conceito de área deve ser explorado em outros contextos, em situações práticas, nas quais assuma significados distintos.

É importante lembrar que, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, a aprendizagem se dá por um processo gradativo, interativo e reflexivo. Assim, é necessário tempo, reflexão, construções e reconstruções. Segundo Vergnaud (1990, p.7), "as estruturas aditivas e multiplicativas da aritmética elementar se constroem, por exemplo, num período mais longo que os programas não conhecem (...)".

O conhecimento se dá por meio do contato com uma diversidade de situações nas quais o aluno, ao longo do tempo, através de sua experiência, vai formando um repertório de conhecimentos.

Referências

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:* conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

GITIRANA, V.; MENDONÇA, T. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. *Repensando a multiplicação e divisão:* contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

PACHA, C. K.; MINOTTO, R. Aprendizagem Matemática: solução de um problema de multiplicação do tipo produto de medidas. In: *Educere,* 2005. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI013.pdf>. Acesso: 12 fev. 2015.

PESSOA, C. A. S. Contrato Didático: sua influência na interação social e na resolução de problemas. In: *Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática*, Recife, 2004. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC66657466404.pdf>. Acesso: 20 jan. 2016.

VERGNAUD, G. La teoria de los campos conceptuales. CNRS y Université René Descartes. *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990.

ZARAN, M. L. O.; SANTOS, C. A. B. Análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5° ano em relação a problemas do grupo isomorfismo de medidas. In: *Anais do Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul*. São Paulo, 2012, p. 1-12.

Sugestões de Leitura

1- GITIRANA, V.; MENDONÇA, T. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando a multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014
Este é um livro que traz discussões acerca das operações de multiplicação e divisão, com base na Teoria dos Campos Conceituais.

2- BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** 1. ed. Curitiba: CRV, 2009.
Este livro trata da Teoria dos Campos Concietuais reunindo capítulos que possibilitam uma compreensão dessa teoria e que exemplificam aplicações desta em contextos de pesquisas variados.

3- TAUCEDA. K. C, PINO. J. C. D. **Processos cognitivos e epistemologias da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud, do ensino narrativo e do aprender a aprender.**Ciências & Cognição 2014; vol 19 (2), p. 256-266.
Esse artigo apresenta uma discussão sobre o ensino pautado na Teoria dos Campos Conceituais

4- MOREIRA, M. A**. *A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área***. *Revista Investigação em Ensino de Ciências*, v.7, 2002, p.7-29.
Este é um artigo que apresenta a Teoria dos Campos Conceituais, bem como os principais conceitos envolvidos.

5- THAÍS, G. **Campo Multiplicativo**: Contas de dividir e de multiplicar são mais difíceis de realizar do que as de somar e subtrair? *Encarte especial de Matemática, edição junho /julho de 2007*- Revista Nova Escola. Disponível em http://www.magiadamatematica.com/uss/pedagogia/25-teoria-4-campo-ultiplicativo.pdf
Este é um encarte especial da revista Nova Escola que traz reflexões acerca do campo aditivo e multiplicativo e possibilidades de atividades.

Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora | CIED
Da Universidade Federal de Ouro Preto,
em mês de ano
sobre papel 100% reciclato (miolo) 90g/m^2 e (capa) 300 g/m^2