Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

E FEDERAL DE OURO PRETO

MÁRCIA NUNES DOS SANTOS

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO DESENCADEADORA DE ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS SOBRE O TEOREMA DE TALES: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA REALIZADA COM UMA CLASSE DO 9.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE OURO PRETO (MG)

OURO PRETO

2012

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

IA NUNES DOS SANTOS

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO DESENCADEADORA DE ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS SOBRE O TEOREMA DE TALES: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA REALIZADA COM UMA CLASSE DO 9.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE OURO PRETO (MG)

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, oferecido pela Universidade Federal de Ouro Preto, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Marger da Conceição Ventura Viana
Doutora em Ciências Pedagógicas

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

2012

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

S237h Santos, Márcia Nunes dos.
A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG) [manuscrito] / Márcia Nunes dos Santos ï 2012.
180 f.: il., color.; grafs.; tabs.

Orientadora: Profª. Drª. Marger da Conceição Ventura Viana.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática.
Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática - História - Teses. 3. Aprendizagem - Teses. 4. Geometria - Estudo e ensino - Teses. 4. Tales de Mileto - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.

CDU: 514.112:37.012

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO DESENCADEADORA DE ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS SOBRE O TEOREMA DE TALES: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA REALIZADA COM UMA CLASSE DE 9º ANO DE ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE OURO PRETO (MG)

Autora: Márcia Nunes dos Santos

Orientadora: Profa. Dra. Mirger da Conceição Ventura Viana

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Márcia Nunes dos Santos e aprovada pela Comissão Examinadora. Data: 20/07/2012

Orientadora

COMISSÃO EXAMINADORA:

Profa. Dra. Mirger da Conceição Ventura Viana

Profª. Dra. Ana Cristina Ferreira

Prof. Dr. João Alberto Mendes

2012

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

A Deus, nosso refúgio e fortaleza,

à família, força e compreensão em todos os momentos,

aos mestres e amigos, pelo carinho e incentivo.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

À família abençoada, meu pai Antônio, minha mãe Cleusa, minhas irmãs Maria Luiza, Marciliane e Marilene, meus cunhados Alexandre e Ronaldo e meus amados sobrinhos Daylane, Lucas, Luana, Larissa e Gustavo, que, além de compreender os momentos de ausência, sempre me apoiaram e incentivaram a lutar pelos meus ideais.

À minha orientadora, Prof.ª Dr.ª Marger, cujas orientações repletas de dedicação, carinho e compromisso me ajudaram na realização deste trabalho.

Aos professores Ana Cristina Ferreira e Iran Abreu Mendes, que, por meio de suas contribuições, enriqueceram esta pesquisa.

À coordenação, aos colegas e ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, pelo apoio, principalmente durante as disciplinas Seminários Temáticos III e IV.

À direção da Escola em que foi desenvolvida a pesquisa, pela confiança e pelo apoio pedagógico.

Eu sei as tuas obras; eis que diante de ti pus uma porta aberta, e ninguém a pode fechar; tendo pouca força, guardaste a minha palavra e não negaste o meu nome.

(Apocalipse 3: 8)

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

... e entra-se numa fase da história da Humanidade, em que aos sábios anônimos (porque o tempo apagou os seus nomes, ficando visível apenas os dos povos a que pertenceram), sucederam os sábios cujos nomes já não se apagarão na memória e na administração dos homens. É Tales, fundador da Escola Jônica e predecessor de Pitágoras, quem rompe, cronologicamente, com os seus discípulos, o cortejo brilhante, fadado para preparar obstinadamente, passo a passo, o advento da expansão máxima das matemáticas, tarefa ingente que o Destino confiou à Grécia e em cujo desempenho a Grécia alcançou inauferível glória.

(CAMPOS, 1919, p. 648)

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo buscar contribuições que o desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática como desencadeadora do processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales podem trazer para uma classe do 9.º ano do Ensino Fundamental. Como referenciais teóricos foram utilizados estudos de Iran Abreu Mendes para a definição de atividades investigatórias, de Marger da Conceição Ventura Viana sobre o processo de ensino-aprendizagem e de alguns autores, sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Para a concretização da pesquisa, foi elaborada uma proposta de 11 atividades investigatórias que se justificou pela importância desse tipo de atividades como metodologia para o ensino de Matemática. O público-alvo foram 29 alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto, Minas Gerais. A pesquisa de campo foi realizada em 11 encontros, totalizando 18 aulas de 50min cada. O telefone celular dos participantes foi utilizado, durante os encontros, como ferramenta para a gravação dos diálogos. Além desses diálogos, também coletamos dados de respostas dadas a um questionário elaborado com o fim de avaliar que conhecimentos básicos tinham os participantes sobre Geometria e História da Matemática. Também foram utilizadas as observações anotadas em nosso caderno de campo e os registros escritos dos participantes. O objetivo dessas ações foi coletar dados que, analisados, pudessem responder à questão de investigação: *Que contribuições podem advir do desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales?* Os dados obtidos foram analisados de acordo com as características do processo de ensino-aprendizagem apresentadas e a observação da presença das componentes intuitiva, algorítmica e formal no decorrer de cada atividade. Quanto às contribuições obtidas, além da aprendizagem do Teorema de Tales, com esta pesquisa foram obtidas outras: a mudança de opinião dos participantes sobre as aulas de Matemática e a modificação do seu comportamento, como redução da agressividade verbal e física, do desinteresse e da falta de compromisso, e aumento de confiança em si. Aos poucos essas atitudes se transformaram, tornando possível a promoção de um ambiente favorável à interação, à cooperação e ao respeito entre os participantes, necessário à realização do processo de ensino-aprendizagem.

Palavras Chaves: Atividades investigatórias; História da Matemática; processo de ensino-aprendizagem; Teorema de Tales.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ABSTRACT

This study aimed to seek contributions to the development of investigative activities that use the history of mathematics as a trigger of the teaching-learning process that a study of the Theorem of Thales can bring to a class of 9th graders. Here the authors used the studies based on the work of Iran Abreu Mendes and Marger Viana da Conceição Ventura and other authors about the teaching-learning process on the pedagogical potential of the History of Mathematics. The research drafted 11 investigative activities that are justified by the importance of such activities as a methodology for teaching mathematics. Twenty-nine 9th grader students in a public middle school in Ouro Preto, Minas Gerais participated in this study. The research field was conducted in 11 meetings, totaling 18 lessons of 50 minutes each. In order to assess the basic knowledge related to the history of mathematics and geometry, the researchers also collected data from responses to a questionnaire. Data from observations collected from the field notebook and the written records of the participants. The participants' cell phone was used during the meetings as a tool for recording conversations. The purpose of these actions was to collect and analyze data related to the research question: What contributions can come from the development of investigative activities that use the history of mathematics in the teaching-learning of the Tales Theorem? In addition to learning the Thales Theorem, other aspects were observed in this research such as an overall change in the view of the participants on mathematics classes, and modification of their behavior such as reduced verbal and physical aggression, change in disinterest and lack of commitment as well as increased self-confidence. Gradually, the observers noticed increased positive attitudes and a transformation making it possible to promote an environment conducive to the interaction, cooperation and respect among participants, which is necessary in the teaching-learning process.

Keywords: Investigatory Activities; History of Mathematics; Teaching-learning process; Thales Theorem.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Conexão triangular das componentes: intuitiva, algorítmica e formal ---------- 43

Figura 2 Análise para a medição da altura a altura da pirâmide de Quéops ----- 52

Figura 3 Esquema para o cálculo da altura da pirâmide de Quéops ---------- 53

Figura 4 Representação dos raios solares e das sombras do objeto e da pirâmide de Quéops ---------- 53

Figura 5 Explicação para demonstração do Teorema de Tales pelo Método das Áreas ---------- 55

Figura 6 Representação da Proposição 2 do Livro VI de *Os Elementos* de Euclides ---------- 56

Figura 7 Investigação elaborada por P09 ---------- 81

Figura 8 Investigação elaborada por P07 ---------- 81

Figura 9 Ideia de contagem utilizando nós em cordas, marcas em ossos, pedras e dedos das mãos ---------- 85

Figura 10 Medição da altura dos participantes durante a realização da Atividade 3 ---------- 98

Figura 11 Solução da Atividade 4 por P15 ---------- 101

Figura 12 Solução da Atividade 4 por P20 ---------- 101

Figura 13 Solução da Atividade 5 por P15 ---------- 102

Figura 14 Solução da Atividade 5 por P20 ---------- 103

Figura 15 Situação sugerida pelo aluno Gabriel ---------- 104

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ntes durante a realização da Atividade 6 ----- 106

Figura 17 Representação sugerida por P20 na 1.ª Etapa da Atividade 7 -------- 112

Figura 18 Representação sugerida por P09 na 1.ª Etapa da Atividade 7 -------- 112

Figura 19 Observação registrada por P04 na 2.ª Etapa da Atividade 7 ---------- 114

Figura 20 Observação registrada por P15 na 2.ª Etapa da Atividade 7 ---------- 114

Figura 21 Observação registrada por P08 na 2.ª Etapa da Atividade 7 ---------- 114

Figura 22 Observação registrada por P22 na 2.ª Etapa da Atividade 7 ---------- 115

Figura 23 Solução apresentada por P02 ---------- 119

Figura 24 Registros mais frequentes na solução da Atividade 9 item d -------- 120

Figura 25 Estratégia utilizada por P13 na Atividade 10 ---------- 122

Figura 26 Solução apresentada por P29 na Atividade 11 ---------- 125

Figura 27 Relato escrito por P20 ---------- 126

Figura 28 Relato escrito por P20 ---------- 127

Figura 29 Cálculo desenvolvido por P26 na atividade 4 ---------- 134

Figura 30 Ideia prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto ---------- 173

Figura 31 Esquema para a prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto ---------- 173

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ISTA DE QUADROS

Quadro 1	Local e data dos ELBHM de 1993 a 2011 ----------	26
Quadro 2	Ano, local e número de participantes do I ao IX SNHM ----------	27
Quadro 3	Locais e datas das realizações dos HTEM ----------	29
Quadro 4	Demonstração do Teorema de Tales segundo Euclides ----------	56
Quadro 5	Enunciado do Teorema de Tales em diferentes países ----------	58
Quadro 6	Autoria, título e objetivo de quatro dissertações que abordam o Teorema de Tales ----------	60
Quadro 7	Disciplina, número e situação profissional dos professores das séries finais da Escola onde aconteceu a pesquisa ----------	67
Quadro 8	Encontros, número de aulas, atividades e descrição das 11 atividades propostas ----------	73
Quadro 9	Respostas dos participantes na 2.ª Etapa da Atividade 7 ----------	113
Quadro 10	Tipos de soluções dadas pelos participantes à Atividade 4 ----------	133
Quadro 11	Escrita das proporções pelos participantes para determinar o valor de x ----------	140
Quadro 12	Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 2 ----------	140
Quadro 13	Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 4 ----------	141
Quadro 14	Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na atividade 7 ----------	142
Quadro 15	Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 9 ----------	142

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Quadro [illegible] ocesso de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 10 ---------- 143

Quadro 17 Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 11 ---------- 144

Quadro 18 Comparecimento das características do processo de ensino-aprendizagem ---------- 145

Quadro 19 Componentes observadas nas atividades analisadas ---------- 146

Quadro 20 Número de acertos e de erros da questão 8 do questionário ---------- 169

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Aprendizagem em Matemática segundo os 29 participantes da pesquisa ---------- 166

Gráfico 2 Utilização da História da Matemática pelos professores, segundo os participantes ---------- 167

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

SUMÁRIO

Introdução ---------- 17

Capítulo 1:

A História da Matemática e Atividades Investigatórias para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática ---------- 23

1.1 Desenvolvimento da História da Matemática no Brasil a partir da vertente metodologia de ensino ---------- 23

1.2 O processo de ensino-aprendizagem da Matemática ---------- 30

1.3 Contribuições da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática ---------- 33

1.4 Atividades investigatórias na construção do conhecimento matemático em sala de aula ---------- 39

1.5 A título de síntese ---------- 46

Capítulo 2:

O Teorema de Tales: origens históricas ---------- 48

2.1 O intercâmbio entre duas culturas ---------- 48

2.2 Tales de Mileto, um sábio na Grécia ---------- 50

2.3 Demonstração do Teorema de Tales segundo Euclides ---------- 55

2.4 Algumas considerações sobre o ensino do Teorema de Tales à luz de pesquisas sobre o tema ---------- 59

2.5 A título de síntese ---------- 61

Capítulo 3

Caminhos percorridos: elaboração da pesquisa ---------- 63

3.1 A questão, objeto de estudo e objetivo da pesquisa ---------- 63

3.2 Opções metodológicas ---------- 63

3.3 O contexto da pesquisa ---------- 65

3.3.1 A Escola ---------- 66

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

---------- 67

3.4 O estudo piloto ---------- 69

3.5 Tarefas realizadas para atingir o objetivo ---------- 70

3.6 Instrumentos utilizados na pesquisa ---------- 70

3.7 Atividades propostas ---------- 72

Capítulo 4:

Descrição das atividades ---------- 76

4.1 Primeiro encontro: o questionário ---------- 76

4.2 Atividade 1: Investigando ... O detetive sou eu ---------- 78

4.2.1 Detalhamento da Atividade 1 ---------- 79

4.2.2 Situações apresentadas pelos participantes ---------- 80

4.3 Atividade 2: Investigando ... O matemático sou eu ---------- 82

4.4 Atividade 3: Medindo o que não se alcança ---------- 92

4.5 Atividade 4: Praticando o que aprendeu com Tales ---------- 100

4.6 Atividade 5: Medindo altura utilizando sombras ---------- 102

4.7 Atividade 6: Investigando ... Medindo altura sem a utilização de sombras ---------- 103

4.8 Atividade 7: Construindo um teorema ---------- 110

4.9 Atividade 8: Afirmações sobre o Teorema de Tales ---------- 116

4.10 Atividade 9: Investigando o Teorema de Tales em um feixe de retas ---------- 117

4.11 Atividade 10: Retas paralelas e transversais no mapa ---------- 120

4.12 Atividade 11: Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica ---------- 122

4.13 A título de síntese ---------- 127

Capítulo 5:

Análise e resultado de algumas das atividades propostas ---------- 130

5.1 Atividade 2: Investigando ... o matemático sou eu ---------- 130

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

rendeu com Tales ---------- 132

5.3 Atividade 7: Construindo um teorema ---------- 135

5.4 Atividade 9: Investigando o Teorema de Tales em um feixe de retas ---------- 136

5.5 Atividade 10: Retas paralelas e retas transversais no mapa ---------- 138

5.6 Atividade 11: Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica ---------- 139

5.7 Síntese da análise das seis participantes proposta ---------- 140

Considerações finais ---------- 149

Referências ---------- 152

Apêndices ---------- 162

Apêndice A ï Questionário ---------- 163

Apêndice B ï Análise do questionário ---------- 165

Apêndice C ï Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais ---------- 170

Apêndice D ï Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os alunos ---------- 171

Apêndice E ï Convite aos alunos ---------- 172

Apêndice F ï Contexto histórico: Tales de Mileto ---------- 173

Apêndice G ï Atividades investigatórias propostas ---------- 174

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

INTRODUÇÃO

Embora a minha experiência como educadora de Matemática não seja extensa (2007-2012), as turmas nas quais lecionei me fizeram refletir sobre o que vem a ser o processo de ensino-aprendizagem de Matemática e o que pode ser proposto a fim de promover melhorias nesse processo. Vale destacar que tive experiência no Ensino Fundamental (2007-2012), no Ensino Médio (2008, 2010, 2012), na Educação de Jovens e Adultos (2012), no Ensino Superior (2008, 2011), nos cursos de Tecnologia em Gestão da Qualidade e Tecnologia em Conservação e Restauro, ambos no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia (IFMG) *campus* Ouro Preto, e na Educação a Distância, nos cursos de Especialização Mídias na Educação (2008-2010) e Licenciatura em Matemática (2007-2012), oferecidos pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Como aluna, na Licenciatura em Matemática, na Especialização e no Mestrado Profissional, os dois últimos cursos na Educação Matemática, interessei-me por textos que falavam sobre as possibilidades da utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. Foram essas leituras que me levaram a pesquisar sobre as contribuições da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Após me inserir na realidade de sala de aula, passei a refletir sobre as mudanças necessárias à minha prática pedagógica. Essas reflexões, as conversas com professores mais experientes e os diálogos com os alunos redirecionaram alguns dos meus interesses, como a motivação para estudar sobre as possibilidades de utilizar a História da Matemática em sala de aula a fim de contribuir efetivamente para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Leituras nessa direção chamaram a atenção para o fato de que é possível proporcionar aos alunos condições para que, por meio da História da Matemática, consigam se interessar e compreender o conteúdo que está sendo ministrado. Essa abordagem histórica mostra aos alunos *o porquê* e não necessariamente o para quê de se estudar aquele conteúdo insistentemente questionado por eles, contribuindo para um olhar crítico sobre os objetos de estudo. Nesse raciocínio, Sérgio Nobre (1996) afirma: ñem vez de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Ao invés de ensinar o para quê, ensina-se o porquê das coisasò (NOBRE, 1996, p. 31). Além de explicar alguns desses *porquês*, a História da Matemática pode fornecer aos alunos a possibilidade de participar de descobertas, conhecendo situações que motivaram criações matemáticas.

Aceitamos que o direcionamento das informações históricas pode possibilitar a compreensão de teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes, principalmente em livros

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ostrar aos alunos que eles não são os únicos que têm dificuldades em aprender Matemática. Um exemplo é o que diz o professor Morris Kline, do Instituto Courant de Ciências Matemáticas, da Universidade de Nova York, quanto à dificuldade que alguns alunos têm de compreender os números negativos:

> se os matemáticos levaram um milênio desde o tempo em que a Matemática de primeira classe pareceu chegar ao conceito de números negativos ï e levaram ï e se levaram outro milênio para aceitarem os números negativos ï como realmente levaram podemos Ter certeza que os estudantes terão dificuldades com os números negativos (KLINE, 1976, *apud* NUNES, 2007, p. 52).

Portanto é preciso revelar aos alunos que a Matemática é uma ciência em construção e que nem sempre foi fácil e simples criar uma teoria ou um conceito. E que até os grandes matemáticos tiveram seus momentos de dificuldade e de erros. Naturalmente os alunos também terão dificuldades em compreender diversos conteúdos matemáticos. Assim, é necessário desmistificar a ideia que muitos têm da Matemática como uma ciência pronta e acabada, criada sem erros e, quase sempre, na ordem com que é exposta nos livros.

Dessa maneira, o que consideramos quanto ao uso da História da Matemática em sala de aula se aproxima do que foi exposto pelo filósofo da Matemática e da Ciência Imre Lakatos (1978, p.183): ñnão há teoria que não tenha passado por um período de progresso; além do mais, esse período é o mais interessante do ponto de vista histórico, e deve ser o mais importante do ponto de vista didáticoò. Assim, as informações históricas levadas para sala de aula visam a mostrar aos alunos que aquele conteúdo estudado teve uma história e que se pode conhecê-la e aprender com ela.

Afirma Iran Abreu Mendes (2006):

> Somos da opinião de que os estudantes podem vivenciar experiências manipulativas resgatadas das informações históricas, com vistas a desenvolver o seu espírito investigativo, sua curiosidade científica e suas habilidades matemáticas, de modo a alcançar sua autonomia intelectual, principalmente por percebermos que atualmente a escola está deixando cada vez mais de lado esses aspectos indispensáveis para uma educação integral e formadora de cidadãos pensantes (MENDES, 2006, p. 87).

Vivenciar, pois, experiências manipulativas resgatadas das informações históricas motivou uma resposta sobre como a História da Matemática poderia ser abordada em sala de aula. Essa resposta foi inspirada por textos de Mendes (2006, 2008, 2009a):

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino de Matemática centrado na investigação; o que conduz professor e aluno à compreensão do movimento cognitivo estabelecido pela espécie humana no seu contexto sócio-cultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo da Matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura (MENDES 2008, p. 15).

Sendo assim, o que Mendes (2008) propõe é que, com base nessas concepções, o professor consiga inserir em suas aulas atividades que tenham uma dinâmica investigatória, ña pesquisa como princípio científico e educativoò (MENDES, 2008, p. 15), com características manipulativas, extraídas e adaptadas da História da Matemática, a fim de que os alunos compreendam o processo de formalização do conteúdo apresentado e participem dele.

Afirma Mendes (2009a):

> A utilização da investigação histórica no ensino aprendizagem da Matemática pressupõe que a participação efetiva do aluno na construção de seu conhecimento em sala de aula constitui-se em um aspecto preponderante nesse procedimento didático [...]. Por isso, sou favorável que as informações históricas da Matemática sejam utilizadas sob a performance de atividades investigatórias, voltadas à aprendizagem da matemática escolar (MENDES, 2009a, p. 88).

O autor (2008) defende que ñesse processo investigativo nas aulas de Matemática pressupõe a valorização do saber e do fazer históricos na ação cognitiva dos estudantesò (MENDES, 2008, p. 21). Observando essa valorização, decidimos apresentar informações históricas em sala de aula por meio de atividade investigatória como o sustentáculo da proposta a ser desenvolvida nesta pesquisa.

A nossa escolha foi desenvolver um trabalho utilizando conteúdo de Geometria Básica, pois buscávamos o motivo de a Geometria ser um assunto pouco explorado no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior, ainda hoje, nas escolas em que lecionamos. Por causa disso, tivemos conhecimento de textos de Regina Maria Pavanello (1989, 1993, 2003, 2004) que tratam do assunto, especificamente no currículo das escolas brasileiras, mostrando a necessidade de recuperar o ensino efetivo desses conteúdos de Geometria.

Outra motivação para desenvolvermos um trabalho em Geometria refere-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), que valorizam a importância de estudar a Geometria:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...ha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações (BRASIL, 1998, p.122).

Tanto a argumentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) quanto a nossa experiência como estudante e professora de Matemática foram fatores que motivaram esta questão: Qual é a importância de estudar Geometria?

Pode haver várias respostas. A Geometria está presente em casa, na escola, no trabalho, nas ruas e em toda parte. A Geometria é parte constituinte e essencial da Matemática. A Geometria ajuda a desenvolver o raciocínio lógico, argumentativo e demonstrativo. A história mostra que até ño homem do neolítico revelou um agudo sentido para os padrões geométricosò (STRUIK, 1989, p.35). Realmente, a história está abarrotada de exemplos da importância dos conhecimentos geométricos. Embora todos esses argumentos sejam válidos e devam ser encarados de maneira holística, não podem restringir a importância e a potencialidade da Geometria, no que diz respeito aos aspectos formativos.

Diante dessas considerações, refletimos sobre qual dos dois temas escolheríamos: Teorema de Pitágoras ou Teorema de Tales. A escolha ficou com o Teorema de Tales, e alguns argumentos foram a sua importância em construções geométricas, nas relações de semelhança de triângulos e o fato de haver número reduzido de pesquisas no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Fazendo as leituras do material localizado, consideramos nesta dissertação as pesquisas de Nancy Cury Andraus Haruna (2000), Ana Carolina Costa Pereira (2005), Marlene Aparecida do Prado (2010) e Rosana Perleto dos Santos (2010), pelas abordagens utilizadas.

Vale destacar que não foi feito juízo de valor considerando ser o Teorema de Tales mais importante que o Teorema de Pitágoras. Consideramos o interesse em contribuir para o aumento de pesquisas sobre o Teorema de Tales direcionadas para a sala de aula.

A partir desses argumentos, foi construída a seguinte questão de investigação: **Que contribuições podem advir no desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales?**

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

stão proposta foi estabelecido o objetivo: desvendar as contribuições advindas do desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma classe do 9.º ano do Ensino Fundamental. E o objeto de estudo: desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales.

Portanto foi importante selecionar/elaborar atividades investigatórias com informações históricas, embora nem todas apresentassem explicitamente a História da Matemática, para propiciar a compreensão do Teorema de Tales a alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental.

Com base nas leituras que fundamentaram esta pesquisa e na análise das respostas ao questionário apresentado aos participantes, elaboramos 11 atividades investigatórias, sendo que nas primeiras a História da Matemática foi utilizada de modo explícito, como elemento desencadeador e motivador para o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales.

A análise dos dados foi realizada segundo a conceituação de processo de ensino-aprendizagem da Matemática de Viana (2002) e de atividades investigatórias de Mendes (2006, 2008, 2009a, 2009b).

O trabalho de campo, isto é, a realização das atividades aconteceu no horário normal das aulas de Matemática, no período de 4 a 31 de maio, utilizando um total de 18 aulas de 50 min cada, com a seguinte distribuição: segundas-feiras (2 aulas), terças-feiras (2 aulas) e quartas-feiras (1 aula).

Esta investigação também teve como resultado um livro contendo notas históricas sobre o Teorema de Tales, um resumo do referencial teórico construído para a elaboração da pesquisa e a apresentação das 11 atividades investigatórias realizadas, com a finalidade de disponibilizar sugestões de como utilizar a História da Matemática como desencadeadora e motivadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales. Além disso, mostrar que é possível realizar investigações em classe, com alunos em situação de risco, e obter mudanças no comportamento deles, modificação de suas opiniões sobre as aulas de Matemática e a Matemática e sua história.

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos. No Capítulo 1 falamos sobre desenvolvimento da área de História da Matemática no Brasil como metodologia de ensino, sobre o processo de ensino-aprendizagem, sobre a História da Matemática incorporada ao processo ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula, suas contribuições e as atividades investigatórias na construção do conhecimento matemático em sala de aula.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

revisão da literatura com uma breve apresentação das culturas egípcia e grega, uma sucinta biografia do matemático Tales de Mileto e a demonstração do Teorema de Tales, segundo Euclides (PEREIRA, 2005). O Capítulo 3 contém o exercício da pesquisa, ou seja, os caminhos seguidos para a obtenção da resposta à questão de investigação, procurando situar o leitor no contexto da pesquisa. No Capítulo 4, narramos e detalhamos o desenvolvimento de todas as 11 atividades propostas. E, no Capítulo 5, realizamos a análise de algumas dessas atividades, a partir das características do processo de ensino-aprendizagem observadas e da presença das componentes intuitiva, algorítmica e formal, segundo Mendes (2009b).

Finalizando o trabalho, estão as Considerações Finais, as Referências e os Apêndices.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CAPÍTULO 1

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS PARA O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

> Os químicos sorriem dos esforços infantis dos alquimistas, mas o matemático acha a geometria dos gregos e a aritmética dos hindus tão úteis e admiráveis como qualquer pesquisa dos dias atuais. Ele tem prazer em notar que, ainda no curso do seu desenvolvimento, a Matemática teve períodos de baixo crescimento, embora no seu âmago tenha sido uma preeminentemente ciência progressiva.
>
> (CAJORI, 2007, p. 17)

Neste capítulo apresentamos algumas informações acerca de como a História da Matemática tem se desenvolvido no Brasil, principalmente a partir da vertente História da Matemática como meio de ensino. Também buscamos apresentar algumas de suas potencialidades no processo de ensino-aprendizagem de Matemática como recurso de ensino em sala de aula. Afinal, a História da Matemática revela o desenvolvimento e o acúmulo do conhecimento matemático ao longo do tempo, nas mais diversas civilizações.

Além disso, justificamos a escolha de atividades investigatórias para o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, porque consideramos a investigação como forma de produção de conhecimento matemático na sala de aula (MENDES, 2009a, 2009b).

Por fim, apresentamos uma síntese e algumas considerações relacionadas à elaboração das atividades propostas à luz do referencial escolhido.

1.1 Desenvolvimento da área de História da Matemática no Brasil como metodologia de ensino

A busca de informações sobre encontros e grupos de pesquisa em História da Matemática no Brasil torna-se importante na compreensão do seu desenvolvimento, principalmente em relação às contribuições para o ensino da Matemática durante as últimas duas décadas.

Considerando a Matemática como um conhecimento que se desenvolve ao longo do tempo, com conteúdos e símbolos, e a História da Matemática como uma área do conhecimento que começa a ocupar espaço de destaque tanto como campo de pesquisa quanto como disciplina proeminente na formação de professores de Matemática e tem ampliado o

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

professores e pesquisadores (MENDES, 2009b), a nossa preocupação é apresentar nesta seção um pouco do desenvolvimento da área de História da Matemática no Brasil.

Alguns matemáticos, como Henri Poincaré (1854-1912), Félix Klein (1849-1925) e Euclides Roxo (1890-1950), já se mostravam favoráveis ao uso pedagógico da História da Matemática, partindo da hipótese de que o aluno percorre, em seu aprendizado, as etapas percorridas para a construção de um conceito, o que a torna relevante no ensino da Matemática (MIGUEL; MIORIM, 2005). Dessa forma, a ideia de utilizar a História da Matemática em sala de aula não é recente.

No Brasil, de acordo com Circe Mary Silva da Silva (2000), o primeiro livro dedicado à História da Matemática foi publicado por Eugênio Raja Gabaglia, em 1899. Mas, o livro *Curso de Matemática*, escrito por Euclides Roxo, Cecil Thiré e Mello e Souza, publicado em 1930, pode ser considerado como ño livro didático mais fortemente impregnado de História da Matemática que foi identificado. A partir daí, as referências históricas são escassas ou inexistentes nos livros-textoò (SILVA, 2000, p. 141).

Contudo o destaque dado à História da Matemática como potencialidade pedagógica ocorreu somente a partir da década de 80 do século XX. Isso porque nessa época se concentraram em congressos internacionais de Educação Matemática as discussões históricas relativas à Matemática e ao seu processo de ensino-aprendizagem (BARONI, NOBRE, 1999).

A ampliação do uso da História da Matemática no ensino deveu-se principalmente a pesquisas, em programas de Mestrado e Doutorado, para a produção de dissertações e teses tendo a História da Matemática como tema central, com propostas de atividades a serem desenvolvidas nos níveis de Ensino Fundamental, Médio ou Superior (ARAMAN; BATISTA, 2010).

As pesquisas de Eliane Maria de Oliveira Araman e Irinéa de Lourdes Batista (2010) enumeram alguns títulos de dissertações que se propõem abordar a História da Matemática em propostas de conteúdos matemáticos para a sala de aula, como *Números complexos: uma abordagem histórica para aquisição do conceito*, defendida por Mario Servelli Rosa em 1998, na PUC/SP; *O ensino dos logaritmos a partir de uma perspectiva histórica*, defendida em 2005, por Andréia Júlio de Oliveira, na UFRN; *O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da matemática e da resolução de problemas*, defendida por Marcos Vinícius Ribeiro na UNESP-RC, em 2010 (ARAMAN; BATISTA, 2010, p. 12).

Mendes (2009a, 2009b) também organizou uma bibliografia comentada sobre a História da Matemática, a fim de informar o professor sobre as possibilidades de explorar

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

tudos sobre a elaboração de atividades nas aulas de Matemática. Essa proposta, segundo Mendes (2009a), teve início em 2001, com a coordenação de um projeto de pesquisa intitulado *História da Matemática na formação continuada dos professores de Matemática*, em que o autor selecionou e organizou uma bibliografia comentada com um total de 79 publicações sobre a utilização da História no ensino de Matemática, para que os professores melhor se orientassem ñna busca de fontes de pesquisa para o esclarecimento dos porquês matemáticos a serem explicados aos seus alunosò (MENDES, 2009a, p. 187).

Desse modo, a História da Matemática, mais do que um recurso de ensino, tem se revelado como uma área do conhecimento matemático, um campo que tem gerado trabalhos de investigação, conforme afirmam Rosa Lúcia Sverzut Baroni e Sérgio Nobre (1999):

> apesar da História da Matemática estar ganhando destaque no meio acadêmico-educacional e se destacando como instrumento para propostas didático-pedagógicas, bem como a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Informática, entre outras, não se deve esquecer que antes de tudo a História da Matemática é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação e, portanto, não pode ser analisada simplesmente como um instrumento metodológico (BARONI; NOBRE, 1999, p. 129).

Segundo Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim (2005), foi significativa a atenção dada à História da Matemática como área do conhecimento durante um Workshop História da Educação Matemática, em Toronto, Canadá, em 1983. O Internacional Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM) foi o primeiro grupo de estudo que, em 1976, juntamente com o The International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), obteve filiação junto à International Congresso on Mathematics Education (ICME).

No Brasil, o movimento da História da Matemática foi identificado também na década de 80 do século XX, iniciando-se com interesses isolados e passando para o surgimento de pequenos grupos de pesquisa. Contudo esse movimento se intensificou a partir de 1990, por meio de pesquisas envolvendo elementos históricos, não apenas em propostas curriculares, mas em livros didáticos, coleções de paradidáticos e na organização de eventos na área. Diz Baroni (1999):

> As pesquisas nesta área foram surgindo por iniciativas individuais. Foi na década de 90 que se pôde perceber um interesse mais direcionado para a História da Matemática, com pessoas obtendo formação acadêmica na área e iniciando-se o que podemos chamar de profissionalização da área (BARONI, 1999, p. 171).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

e um grupo de pesquisa em História da Matemática, em 1984, na PUC/RJ, sob a liderança do pesquisador João Bosco Pitombeira Fernandes Carvalho. Embora esse grupo tenha surgido em 1984, a intensificação e efetivação de pesquisas aconteceram a partir de 1990 por meio de seminários e novos adeptos.

Em 1995, houve um seminário específico para a divulgação de trabalhos acadêmicos e científicos, o Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM), que acontece de dois em dois anos e divulga estudos e pesquisas sobre História da Matemática a professores dos vários níveis educacionais, alunos de graduação e pós-graduação, bem como a todos os interessados nessa temática, inclusive com lançamento de livros (SNHM, s/d, s/p).

O SNHM teve origem no I Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática-1.º ELBHM, realizado em 1993, na Universidade de Coimbra, com aproximadamente noventa pessoas. Desses participantes, oito eram brasileiros e trouxeram ideias para incentivar e realizar eventos desse tipo no Brasil (SNHM, s/d, s/p).

O ELBHM é um evento internacional organizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática e pelo Seminário Nacional de História da Matemática (Portugal) e reúne pesquisadores e interessados em História da Matemática do Brasil e de Portugal, com o objetivo de estreitar as relações científicas nessa área entre os pesquisadores dos dois países (ELBHM, s/d, s/p). O Quadro 1, a seguir, apresenta o local e data do ELBHM.

Quadro 1 - Local e data do ELBHM de 1993 a 2011.

	LOCAL	DATA
1.º Encontro	Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, Portugal.	31 de agosto a 3 de setembro de 1993
2.º Encontro	Águas de São Pedro, São Paulo, Brasil.	23 a 26 de março de 1997
3.º Encontro	Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, Portugal.	7 a 12 de fevereiro de 2000
4.º Encontro	Departamento de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.	24 a 27 de outubro de 2004
5.º Encontro	Cine-Teatro Avenida e Biblioteca Municipal, Castelo Branco, Portugal.	3 a 7 de outubro de 2007
6.º Encontro	Universidade Federal de São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil.	28 a 31 de agosto de 2011

Fonte: Histórico do ELBHM.

A partir das ideias trazidas do 1.º ELBHM, em 1995, foi realizado o I SNHM, na Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, que teve a participação de cento e vinte pessoas. Explica Nobre (1997):

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...lo I Seminário foi de extrema importância para o movimento da História da Matemática no Brasil, pois, confirmou-se a existência da investigação histórico-científica e possibilitou a formação de grupos específicos em algumas universidades brasileiras. (NOBRE, 1997, p. 5).

O SNHM tem sido realizado em anos ímpares, do Domingo de Ramos à Quarta-Feira da Semana Santa (SNHM, 2009). Foi expressiva, em todos esses seminários, a participação de estudantes, professores e pesquisadores de diversas regiões do país, conforme pode ser observado no Quadro 2, onde constam os anos dos nove seminários ocorridos, de 1995 até 2011, os locais das respectivas realizações e o número de participantes em cada evento.

Quadro 2 - Ano, local e participantes do I ao IX SNHM

Ano	Local	Participantes
I SNHM - 1995	Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco	120
II SNHM - 1997	Águas de São Pedro, São Paulo.	150
III SNHM - 1999	Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo	356
IV SNHM - 2001	Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte	210
V SNHM - 2003	UNESP, Rio Claro, São Paulo	316
VI SNHM - 2005	Universidade de Brasília, Brasília	334
VII SNHM - 2007	Guarapuava, Paraná	284
VIII SNHM - 2009	Universidade da Amazônia, Belém, Pará	551
IX SNHM - 2011	Universidade Federal de Sergipe, Aracaju, Sergipe	318

Fonte: Histórico do SNHM.

Percebe-se, pelo Quadro 2, que, no decorrer de uma década de realização do SNHM (1995-2005), o número de participantes cresceu significativamente, o que mostra reconhecimento da qualidade dos seminários e participação da comunidade acadêmica nesse evento nacional. Eles têm apresentado contribuições importantes para o uso da História da Matemática tanto para o aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem de Matemática quanto para a formação de professores de Matemática. Essas contribuições estão representadas pelos resultados de pesquisas e pelo lançamento da Coleção História da Matemática.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

quarta edição do SNHM, foi fundada, devido à intensificação do movimento em torno das pesquisas em História da Matemática, a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 30 de março de 1999, com sede e foro em Rio Claro/SP. A partir de então, a organização dos SNHM passou a ser de responsabilidade da SBHMat, assim como a publicação da Revista Brasileira de História da Matemática e da Revista História & Educação Matemática, além da Coleção História da Matemática para Professores, durante a realização do evento, resultante dos minicursos ministrados no SNHM.

A SBHMat, de acordo com seu Estatuto, tem por finalidade congregar profissionais e estudantes interessados para promover o desenvolvimento da área de História da Matemática, tendo, entre outros objetivos:

> I. Promover levantamentos, pesquisas e estudos com vistas a divulgar dados, reflexões e informações referentes à História da Matemática;
> II. Elaborar e executar programas de capacitação de recursos humanos;
> III. Prestar serviços de consultorias acadêmicas e afins;
> IV. Elaborar e divulgar pesquisas no campo da História da Matemática;
> V. Promover seminários, congressos e eventos congêneres sobre História da Matemática;
> VI. Editar, divulgar e permutar publicações sobre História da Matemática;
> VII. Estabelecer convênios e intercâmbio com outras entidades congêneres e/ou semelhantes (SNHM, 2009).

A apresentação desses objetivos mostra a importância da História da Matemática, ainda que seja uma área do conhecimento com pouco mais de duas décadas de pesquisa no cenário brasileiro, encontrando-se em desenvolvimento.

Além das discussões proporcionadas pelo SNHM, um evento que tem contribuído para a divulgação da História da Matemática no país é o Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (HTEM). Foi lançado em 2002, com o objetivo de criar um espaço de discussões acerca dos aportes e impactos das pesquisas sobre a História da Matemática e sobre o papel das tecnologias no ensino de Matemática, a fim de articular e integrar História, Tecnologia, Ensino e Matemática, permitindo uma leitura original e frutífera de fenômenos relativos à aquisição e transmissão de conhecimentos matemáticos (HTEM, s/d, s/p). E tem o apoio da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e da SBHMat. O Quadro 3, a seguir, apresenta outras informações sobre o HTEM.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ocal e data de realização do HTEM

	LOCAL	DATA
I HTEM	Universidade do Estado do Rio de Janeiro	21 a 23 de fevereiro de 2002
II HTEM	Universidade do Estado do Rio de Janeiro	1 a 4 de março de 2004
III HTEM	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	25 a 27 de maio de 2006
IV HTEM	Universidade Federal do Rio de Janeiro	5 a 9 de maio de 2008
V HTEM	Recife	25 a 30 de julho de 2010

Fonte: Histórico do HTEM.

Quanto aos grupos de pesquisa, não se pretende esgotar o assunto, pois não é parte essencial deste trabalho. Há grupos de pesquisa em História da Matemática na Sociedade Brasileira de História da Ciência (SBHC), fundada na cidade de São Paulo, em 16 de dezembro de 1983. Vale também citar o Grupo de Pesquisa em História da Matemática e/ou suas relações com a Educação Matemática (GPHM), fundado em 1995; o Grupo de Pesquisa História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM), constituído em 1996, no Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM) na UNICAMP; o Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), criado em 2000, atualmente vinculado ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP); o Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM), criado em 2002, e muitos outros que podem ser vistos em Grupos de Pesquisas na Plataforma Lattes.

Ainda em referência ao aporte da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) destacam:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento [...] (BRASIL, 1998, p. 45).

Portanto novamente se justifica a contribuição da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática, associada, nesta pesquisa, a atividades que

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

processo dinâmico e interativo da construção do conhecimento matemático, assim caracterizado por Mendes (2001):

> [...] diz respeito à utilização das informações históricas presentes nos livros de história da matemática ou similares e, a partir de tais informações, elaborar atividades de ensino visando com isso fomentar a construção de noções matemáticas pelo aluno (MENDES, 2001, p. 230).

Por meio de atividades com informações históricas, os alunos passam a reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu, pelo menos, da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, e as preocupações dos vários povos em diferentes momentos históricos, identificando a criação da Matemática em alguns desses momentos.

Na seção seguinte, apresentamos uma compreensão quanto ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática em uma tentativa de incorporar a História da Matemática.

1.2 Considerações sobre o processo de ensino-aprendizagem

Nesta pesquisa, o processo de ensino-aprendizagem é considerado indissociável de uma relação de cooperação entre alunos e professor, conforme explica Viana (2002):

> Do enfoque histórico-cultural e de sua concepção de aprendizagem se deduz a importância que deve ser dada à atividade conjunta, da relação de cooperação dos alunos entre si e com o professor. Esta concepção muda a relação tradicional de autoridade e distância existente entre os participantes do processo. Já não se pode conceber isoladamente um professor que ensina e um aluno que aprende. O processo de ensino aprendizagem é algo que realmente não se pode separar (VIANA[1], 2002, p. 75; tradução nossa).

Logo não há separação no processo de ensino-aprendizagem, como afirma Labarrere Sarduy (1997, *apud* VIANA, 2004, p. 14): ñSomos proclives a considerar los procesos de la enseñanza y aprendizaje como complejas redes de interacciones entre el profesor y el alumno, a partir de una asimetría natural, aunque por lo común exagerada.ò

De fato, embora possa haver alguém que diga ñensinei, mas os alunos não aprenderamò, torna-se necessário reavaliar essa prática. É importante que o resultado do

[1] Del enfoque Histórico-Cultural y de su concepción de aprendizaje se deduce la importancia que debe ser dada a la actividad conjunta, a la relación de cooperación de los alumnos entre si y con el profesor. Esta concepción cambia la relación tradicional de autoridad y distancia existente entre los participantes del proceso. Ya no se puede concebir aisladamente un profesor que enseña y un alumno que aprende. El proceso de enseñanza/aprendizaje es algo que realmente no se puede separar (VIANA, 2002, p. 75).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

o existindo pessoa autodidata, há interação entre o que aprende e o objeto de aprendizagem. É o que ocorre na Educação a Distância (EAD): não há aulas tradicionais, mas o aluno pode aprender, porque pode entrar em interação com os objetos de aprendizagem e outros materiais disponibilizados, com a avaliação contínua e a autoavaliação.

Segundo Viana (2002), o processo de ensino-aprendizagem se apresenta como um processo ativo, consciente, motivador, significativo, individual, comunicativo, interativo, cooperativo e social, onde o professor é o orientador e o aluno o sujeito ativo e consciente, orientado a interagir com outros sujeitos (o professor e outros estudantes), desenvolvendo ações com o objeto de estudo. Daí o caráter ativo e consciente do processo. Com isso, o professor necessita de promover atividades para o aluno realizar, ao contrário da aula expositiva, em que a atividade é realizada pelo professor. E, para impulsionar a ação do aluno, o processo deve ser motivador e promotor do interesse do aluno.

Além disso, o processo precisa ser significativo para que o aluno possa relacionar o novo com as experiências já adquiridas para possibilitar um avanço na apropriação ou construção de outros conhecimentos.

No entanto devem ocorrer transformações internas ao sujeito (ações intrapsíquicas), isto é, o processo é também individual. Ao mesmo tempo é um processo comunicativo, interativo e social (ações interpsíquicas). Há modificações físicas e psíquicas no próprio aluno.

Diz o psicólogo bielo-russo Lev Semenovich Vigotski[2] (1896ï 1934):

> Todas as funções psicointelectuais superiores aparecem duas vezes no decurso do desenvolvimento da criança: a primeira, nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções interpsíquicas: a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas (VIGOTSKI, 1988, p. 114).

Para Viana (2004, p. 16), ñas transformações no objeto, por sua vez, servem como meio para atingir o objetivo da aprendizagem e para controlar e avaliar o processo; daí, o processo de ensino/aprendizagem ter um caráter individualò.

[2] Vigotski buscou uma descrição e uma explicação das funções psicológicas superiores preocupando-se em demonstrar como a linguagem (instrumento social) determina e regula o comportamento e como a interação entre pessoas (o interpsíquico) gera novas estruturas mentais (o intrapsíquico), ausentes antes. (VIGOTSKI, 1993).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

4), pelo enfoque histórico-cultural e pela concepção de aprendizagem, o processo de ensino-aprendizagem apresenta-se como um processo comunicativo de forma que ñpressuponha uma relação dialogal franca, amistosa, afetiva, motivante e participativaò (VIANA, 2004, p. 17).

Assim, o processo também compreende interações aluno-professor e aluno-aluno. A tarefa do professor é orientar e guiar o aluno com a finalidade de potencializar suas capacidades, promovendo as interações. Mediante a ajuda do outro, o aluno soluciona as tarefas que ainda não é capaz de realizar por si só, daí o caráter cooperativo do processo. Essa ação conjunta propicia condições para uma ação independente com o reconhecimento da importância do outro.

Portanto trata-se de um processo social:

> a aprendizagem é uma atividade social, uma atividade de produção e reprodução do conhecimento mediante o qual a criança assimila os modos sociais de atividade e de interação, e, mais tarde, na escola, os fundamentos do conhecimento científico, sob condições de orientação e interação social (VIANA, 2004, p. 15).

Desse modo, o processo de ensino-aprendizagem coloca no centro de atenção o sujeito ativo, consciente, orientado para a sua interação com outros sujeitos, isto é, o professor e outros estudantes, e suas ações com o objeto, com a utilização de diversos meios em condições sócio-históricas determinadas (VIANA, 2004).

Para possibilitar as interações, as formas organizativas do processo devem ser grupais, isto é, as atividades devem ocorrer em pequenos grupos, pois é necessário haver oportunidade para exercitar a cooperação e o trabalho conjunto dos alunos (VIANA, 2004). Nesse sentido, a cooperação envolve troca de ideias, exposição de opiniões, questionamentos a respeito do caminho mais adequado para solucionar a situação e compreensão dos conteúdos. Portanto há o desenvolvimento de capacidades, especialmente quando o professor assume o papel de orientador (facilitador) do processo.

Com isso, procuramos desenvolver uma proposta que contemplasse atividades direcionadas para tornar os alunos ativos na construção de seu conhecimento e o professor, o orientador (facilitador) do processo. Encontramos a possibilidade de associar a História da Matemática com atividades propícias à interação entre o sujeito e o objeto de conhecimento nos trabalhos de Mendes (2001, 2006, 2009a, 2009b).

Corroborando com essas ideias, Mendes (2005) afirma que aspectos históricos podem ser incorporados às atividades que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem de

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

à explicação de causas e oferecer aos alunos conhecer etapas da construção do pensamento matemático e ao professor problematizar a ação pedagógica no sentido de se criarem estratégias apropriadas para o ensino de Matemática, apresentando-a como uma ciência em construção.

Para Mendes (2008), a História da Matemática é um elemento desencadeador da situação problemática a ser investigada por meio de atividades que propiciem ao professor uma dinâmica experimental investigatória e aos alunos a compreensão do movimento cognitivo estabelecido pelos homens no seu contexto sociocultural e sócio-histórico (MENDES, 2008).

Para incorporar a História da Matemática a atividades que favorecessem o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, apresentamos, a seguir, possíveis contribuições desta área do conhecimento em sala de aula.

1.3. Contribuições da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática

Observamos que as contribuições da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática têm sido divulgadas em grupos de estudo e pesquisa, congressos, conferências e seminários, no Brasil e em outros países. Essa divulgação ocorre desde 1904, durante o III International Mathematical Congress (Congresso Internacional de Matemática/IMC), realizado em Heidelberg, na Alemanha, com a recomendação de introduzir a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem (SCHUBRING, 2000).

Além disso, segundo Victor J. Katz (2000), o International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM), fundado em 1972 e filiado em 1976 ao ICMI Study (The International Commission on Mathematics Instruction), tem procurado desvendar o sentido adequado da História da Matemática no ensino da Matemática. Na criação dos Topic Study Groups (TSG) no ICME 10, foi criado o The History of the Teaching and the Learning of Mathematics (TSG 29).

Para utilizar a História da Matemática em sala de aula, é importante observar o obstáculo epistemológico. De acordo com Bachelard (1983), no desenvolvimento da ciência ocorrem lentidões e conflitos, estagnação, regressão e processos de crise entre a aceitação de uma teoria e outra.

No entanto, segundo alguns autores (KLINE, 1972; BACHELARD, 1983; SCHUBRING, 2002; BRITO et al, 2009), há professores que apresentam o conhecimento

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

inear, e não como ciência em construção, que surge de outro conhecimento de forma natural e sem dificuldades. Portanto um professor pode ignorar ou deixar de enxergar as dificuldades dos alunos no processo de construção do conhecimento por eles próprios quando não tiver visão da ocorrência de rupturas e obstáculos na construção da ciência. Nesse caso, o conhecimento dos obstáculos ocorridos na construção dos conhecimentos matemáticos é valioso para o professor, assim como torna significante o papel da História da Matemática.

Nesse sentido, Gert Schubring (2002) sugere recorrer à História da Matemática, explicando:

> A relação entre a história e o ensino da Matemática representa um assunto de grande atualidade para as pesquisas em Educação Matemática. Particularmente são problemas inerentes à natureza da Matemática e que se revelam no processo de aprendizagem, no qual se espera ï algumas vezes diretamente ï soluções para problemas didáticos: por meio de conhecimentos tirados da história da matemática. É o conceito de óobstáculo epistemológicoô que apresenta um foco maior para transpor tais conhecimentos no ensino (SCHUBRING, 2002, p. 26).

Além disso, segundo Antônio Carlos Brolezzi (1991), a História da Matemática pode guiar a organização do conteúdo de uma maneira não linear.

> A ordem lógica mais adequada para o ensino de Matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a Matemática enquanto Ciência em construção. O recurso à História da Matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando-o, por assim dizer, com o modo de raciocinar próprio do conhecimento que se quer construir (BROLEZZI, 1991, p. 42).

O que mais tem sido observado é o tratamento dado à Matemática como um conhecimento sistematizado, muitas vezes ignorando a história do seu desenvolvimento, conforme afirma Nilson José Machado (2000). Para o autor a história possibilita a compreensão da constituição, reforço ou até abandono de conceitos:

> (...) a construção do conhecimento nunca é definitiva. Nunca se pode fundar em definições fechadas. A rede encontra-se em permanente estado de atualização. Para apreender o sentido das transformações, o caminho é um só: é preciso estudar História. Ninguém pode ensinar qualquer conteúdo, das ciências às línguas, passando pela matemática, sem uma visão histórica de seu desenvolvimento. É na história que se podem perceber as razões que levaram tal ou qual relação, tal ou qual conceito, a serem constituídos, reforçados ou abandonados (MACHADO, 2000, p. 103).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

la História da Matemática na construção de significados e de mudança de crenças e atitudes, Maria Teresinha Jesus Gaspar (2003, p.38) afirma: ñuma jornada por meio da História da Matemática instrumentalizaria os estudantes a construírem significados matemáticos e a apoiarem suas novas concepções sobre a Matemática mudando suas crenças e atitudes com relação à Matemática e seu ensinoò.

Assim como Machado (2000) e Gaspar (2003), Mendes (2006) considera a história como recurso pedagógico capaz de promover compreensão e ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade, ao longo dos tempos:

> Com essa prática, acreditamos ser possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante nossa ação docente, pois esperamos que esse modo de encarar o ensino de matemática possa se constituir em um dos agentes provocadores de ruptura na prática tradicional educativa vivida até hoje nas aulas de matemática (MENDES, 2006, p. 84).

Do exposto conclui-se que uma possível atribuição à História da Matemática é a questão motivacional. Segundo Mendes (2006), a motivação atribuída às informações históricas está diretamente relacionada às atividades programadas pelo professor:

> A história como uma fonte de motivação para a aprendizagem da matemática é considerada imprescindível para que as atividades de sala de aula se tornem atraentes e despertem o interesse dos estudantes para a matemática. O caráter motivador deve estar presente também nas atividades contidas nos livros didáticos, devendo configurar-se concretamente na ação docente (MENDES, 2006, p. 91).

Assim, Mendes (2006) considera que a História da Matemática deve ser utilizada na elaboração e realização de atividades voltadas à construção das noções básicas de conceitos matemáticos, fazendo com que os alunos percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses conceitos matemáticos ao longo do seu desenvolvimento histórico.

Contudo, mesmo havendo autores que defendem que a história desperta no aluno o interesse pelo conteúdo e que a utilização de atividades com informações históricas seria um mecanismo de motivação, vale a pena ler o que diz Miguel (1997):

> O aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele óhistóricoô ou até mesmo no fato de ser óproblemaô, mas no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

alores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele, ele (MIGUEL, 1997, p. 82).

De fato, a História da Matemática não tem um poder mágico de motivar o aluno. Tudo depende do uso que se faz dela. O interesse e a motivação poderão surgir quando o fato histórico for pertinente e as atividades selecionadas pelo professor forem orientadas de maneira que seja promovido um ambiente favorável à interação, cooperação e participação dos alunos.

Nesse sentido, segundo Paulus Gerdes (1991 apud MIGUEL, 1993, p. 81), quando o professor estimula os alunos a reinventar o conhecimento matemático, a aprendizagem se torna possível. E, para que os alunos sejam sujeitos ativos na construção do seu conhecimento matemático, é imprescindível que estejam motivados. Essa motivação pode ser desencadeada pela curiosidade, pelo desejo de conhecer a origem de determinado conteúdo matemático ou o que levou à sua criação/construção. Rodrigo Dias Balestri (2008) afirma:

> Nem todas as curiosidades dos estudantes em relação à história da matemática podem ser satisfeitas pelo professor em sala de aula. Ele deve orientar os estudantes a buscarem, por conta própria, informações que satisfaçam essas curiosidades. Para tanto a internet é uma ferramenta útil que não deve ser ignorada nem por professores nem por estudantes (BALESTRI, 2008, p.76).

Portanto a História da Matemática, como fonte de motivação para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pode se confirmar segundo a orientação e utilização apresentada pelo professor. Nesta dissertação, por exemplo, preferimos não levar a História da Matemática para sala de aula, mas fazer com que os alunos se sentissem dentro da história. Mas, para que isso se tornasse possível, foi necessário adaptar, pedagogicamente, o contexto para que fizesse sentido para os alunos e para que eles compreendessem as estratégias matemáticas utilizadas. Nesse sentido é que nós apresentamos a História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales.

A desmistificação da Matemática é um exemplo de contribuição e potencialidade da História da Matemática. Por meio da história é possível mostrar que a Matemática não deve ser vista como pronta e acabada, acessível para poucos. A esse respeito, Mendes (2006) afirma:

> A história exerce uma influência decisiva na matemática escolar, pois a mesma pode ser usada para desvendar as outras faces da matemática e com isso, mostrar que ela é um conhecimento estruturalmente humano. Desse modo, a matemática deve ser acessível a todos, à medida que as atividades

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> educativas desenvolvidas dentro da escola ou fora dela se mostrem de forma clara, simples e sem mistérios, buscando sempre o crescimento integral da sociedade humana (MENDES, 2006, p.92).

Morris Kline (1972) reforça a necessidade da desmistificação para o benefício do processo de ensino-aprendizagem. Nesse caso, o professor tem possibilidade de reverter o quadro, por exemplo, ao buscar formação continuada e/ou outras fontes de leituras:

> Os cursos regulares de matemática são mistificadores num aspecto fundamental. Eles apresentam uma exposição do conteúdo matemático logicamente organizada, dando a impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos... As exposições polidas dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos do processo criativo, as frustrações e o longo e árduo caminho que os matemáticos tiveram que trilhar para atingir uma estrutura considerável (KLINE, 1972, IX).

Arlete de Jesus Brito et al. (2009) chamam a atenção para a necessidade de desmistificar a ideia com que a Matemática é apresentada: ña forma lógica pretensamente harmoniosa e linear como esta disciplina é geralmente vista nos cursos regulares de matemática não condiz com a forma como o conteúdo foi historicamente produzidoò (BRITO et al, 2009, p. 117).

Outra possibilidade do uso da História da Matemática é o auxílio na formalização de conceitos matemáticos. Mendes (2006) considera que a História da Matemática possibilita a formalização dos conceitos a partir dos aspectos relacionados ao desenvolvimento cognitivo do aluno. Com isso há necessidade de se estabelecerem diálogos com discussões históricas que apontem caminhos para a formalização menos artificial e mais compreensiva pelos alunos:

> cremos que o conhecimento histórico contribui para que os estudantes reflitam sobre a formalização das leis matemáticas a partir de certas propriedades e certos artifícios usados hoje e que foram construídos em períodos anteriores ao que vivemos. Uma orientação sólida por parte do professor, a esse respeito, poderá oportunizar aos estudantes uma compreensão mais ampla das propriedades, dos teoremas e das aplicações da matemática, na solução de problemas que exijam dele algum conhecimento sobre o assunto (MENDES, 2006, p. 103).

É necessário compreender que a utilização da História da Matemática como instrumento de formalização de conteúdos não pressupõe repetir os passos da sua criação. Mesmo porque, em determinados conteúdos matemáticos, eles sequer são detalhados pela

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

vimento histórico pode oferecer diferentes formalizações do mesmo conceito que poderiam servir como objeto de ensino-aprendizagem com as adaptações pedagógicas necessárias, atendendo às necessidades e ao perfil dos alunos (BRITO el al, 2009).

Nesta pesquisa, o significado de formalizar foi tomado conforme Eduardo Sebastiani Ferreira et al. (1992 apud MIGUEL, 1993, p. 80), que confirmam a utilização da História da Matemática como instrumento de formalização de conteúdos:

> não está relacionado ao conceito de formalização como produto final, mas tomamos por formalizar o processo de traçar caminhos para se chegar a um determinado fim, assim, quando o indivíduo é capaz de determinar esses caminhos, o processo de formalização foi realizado (SEBASTIANI et al., 1992, apud MIGUEL, 1993, p. 80).

Outra contribuição da História da Matemática ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática é a definida por John Fauvel (1991 apud MENDES 2006, p. 86), como oportunidades para a realização de atividades extracurriculares que evidenciem trabalhos com outros professores e/ou outros assuntos (caráter interdisciplinar da História da Matemática). O autor se refere a uma das 14 contribuições listadas por Fauvel (1991 apud MENDES, 2006, p. 86), que, na verdade, procura estabelecer uma aproximação sociocultural da Matemática e um envolvimento com outras áreas do conhecimento por meio da História da Matemática.

Mendes (2006, p. 99) assinala o seguinte:

> É necessário, porém, que a escola inicie, mesmo com certo atraso, o desenvolvimento de uma prática docente centrada no uso de atividades voltadas ao ensino de matemática que tenha como fio condutor a investigação dos aspectos históricos de cada tópico a ser aprendido, buscando sempre estabelecer uma aproximação sociocultural da matemática, principalmente considerando a perspectiva transdisciplinar configurada pela história da matemática (MENDES, 2006, p. 99).

As atividades transdisciplinares podem mostrar a Matemática como uma criação de diferentes civilizações em diferentes tempos e contextos. No passado, ela não existia por si só. Não havia profissão de matemático. Um exemplo é Tales de Mileto (visto como mito para alguns pesquisadores e realidade para outros), que, além de ser considerado o primeiro matemático grego (surpreendente geômetra), foi estadista, astrônomo, engenheiro e próspero comerciante (PEREIRA, 2005).

Caberia ainda tecer comentários a respeito do artigo de Fauvel (1991 apud MENDES, 2006, p. 86) ou do artigo de Miguel (1997), que organizou e destacou doze

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ialidades pedagógicas da História da Matemática. Ou de Balestri (2008), que destacou 10 categorias que o conduziram a uma compreensão ampliada da participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática. Esses são alguns exemplos do que tem sido produzido a respeito das possíveis contribuições da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Mas, nesta pesquisa, optamos por não discutir outras contribuições além das citadas anteriormente.

Em linhas gerais, a História da Matemática pode inverter a condição dos alunos, fazendo-os deixar de ser observadores para tornar-se alunos ativos, protagonistas da construção do conhecimento matemático.

1.4 Atividades investigatórias na construção do conhecimento matemático em sala de aula

Após conhecer algumas contribuições da História da Matemática para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, apresentamos a seguinte questão: Como utilizar a História da Matemática em sala de aula a fim de promover o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, com as características apresentadas anteriormente?

A fim de obtermos resposta(s) para essa pergunta, localizamos trabalhos de Mendes (2001, 2006, 2009a, 2009b) e encontramos a possibilidade de associar a História da Matemática com atividades propícias à interação entre o sujeito e o objeto de conhecimento, o que pode se dar pela comunicação, mental, oral e até manipulativa.

Com isso, procuramos desenvolver uma proposta que contemplasse atividades direcionadas a tornar os alunos ativos na construção de seu conhecimento e o professor, o orientador (facilitador) do processo. A História da Matemática foi incluída como um elemento desencadeador e motivador na elaboração de atividades e na criação de situações-problema que possibilitassem aos alunos investigar, analisar e questionar determinados fatos e procedimentos que nortearam a origem de conceitos matemáticos.

Assim, nós nos fundamentamos em Mendes (2005), que propõe, a partir dos princípios defendidos por Dockweiler, Dienes, Skemp e Fossa (2000, *apud* MENDES, 2005), atividades que apresentam características marcantes para um ensino prático e dinâmico tanto por parte do professor quanto dos alunos, de maneira que sejam sujeitos de atividades práticas e de experimentos.

Em outras leituras essa escolha se confirmou. A concepção defendida por Mendes (2006) tem como princípio a história e a investigação como agente de desenvolvimento da cognição em sala de aula:

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> O princípio que articula as atividades de ensino aprendizagem via história da matemática é a investigação, constituindo-se no sustentáculo da proposta, fruto das nossas reflexões sobre a produtividade acadêmica ligada ao tema. Acreditamos que o uso desse processo investigatório nas aulas de matemática pressupõe a valorização do saber e do fazer históricos na ação cognitiva dos estudantes (MENDES, 2006, p. 100).

Nós, assim como Mendes (2006, 2009a, 2009b), compreendemos que é necessária a utilização de uma metodologia que valorize a ação docente e a participação ativa dos alunos. Nesse sentido, consideramos que uma dinâmica investigatória seja relevante na perspectiva de que o ensino saia do concreto para o abstrato, em ñsituações que favoreçam a redescoberta da Matemática, tendo em vista a exploração e a investigação de situações-problema que os levem [os alunos] à compreensão do ñquêò e do ñporquêò referentes à Matemática investigadaò (MENDES, 2009a, p. 58).

Mendes (2005) já havia afirmado o seguinte:

> (...) o professor deve propor situações que conduzam os alunos à (re) descoberta do conhecimento através do levantamento e testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas investigativos, através de explorações (investigações), pois nessa perspectiva metodológica espera-se que eles aprendam o ñquêò e o ñporquêò fazem/sabem desta ou daquela maneira, para que, assim, possam ser criativos, críticos, pensar com acerto, a colher informações por si mesmos face a observação concreta e usar o conhecimento com eficácia na solução dos problemas do cotidiano. Essa prática, então, dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, através da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios (MENDES, 2005, p. 54).

Assim, a investigação, para Mendes (2001), constitui-se como uma característica essencial do homem que contribui para a construção do conhecimento individual e da autonomia:

> A investigação, portanto, constitui-se, um fator inerente ao homem e quando esse espírito investigador, bem evidente na fase pré-operatória dos estágios piagetianos, permanecer se desenvolvendo nas fases posteriores, conduzirá o estudante a um amadurecimento científico e matemático que o tornará cada vez mais autônomo e consciente da sua capacidade de apostar na curiosidade e na possibilidade de buscar o conhecimento através da investigação (MENDES, 2001, p. 26).

Portanto, segundo Mendes (2001), a investigação conduz ao amadurecimento matemático, à autonomia e à curiosidade como possibilidade de os alunos buscarem o conhecimento por meio da investigação. Por isso, além da curiosidade, é necessário o desejo

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

atividade. Assim, a preocupação inicial do professor está na elaboração da atividade, cuidando para que ela não seja nem tão difícil nem tão fácil que desanime e desmotive os alunos. A intenção é que a investigação inspire o desenvolvimento da autonomia dos alunos, promovendo oportunidade de criar estratégias (MENDES, 2001).

A proposta de ensino da Matemática baseado em atividades investigatórias significa para nós uma possibilidade de conduzir os alunos a uma construção constante das noções matemáticas presentes em cada atividade e de promover a interatividade entre eles e o seu objeto de conhecimento.

Dessa maneira, a atividade investigatória[3] pode despertar a capacidade de investigar, imaginar e questionar os resultados obtidos:

> Favorece o desenvolvimento do pensamento interrogativo[4] nos estudantes, levando-os a uma prática de interpretação da realidade. Esse processo de leitura matemática do mundo pode contribuir para que os estudantes discutam suas ideias no entorno da escola e até mesmo fora dela, independentemente das condições materiais que a mesma possua (MENDES, 2009a, p. 58).

Com essas considerações e leituras realizadas (MENDES, 2001, 2002, 2005, 2009a, 2009b; RODRIGUES, 2005), compreendemos por atividade investigatória aquela em que os alunos são convidados a realizar investigações matemáticas por meio de ações que resultam de estratégias, hipóteses, generalizações, conferência de resultados, exposição oral e registros escritos, discussões em grupo, argumentações de defesa, validações e formalizações. Em vista disso, os alunos desenvolvem a habilidade de gerar ideias para realizar a atividade proposta, recorrem a conhecimentos prévios para solucionar a atividade e formalizam, ou não, a solução encontrada (caráter significativo do processo de ensino-aprendizagem).

Em uma atividade investigatória, os alunos, curiosos, imaginam, questionam, testam e validam a sua resposta. Nesse momento, o importante não é estabelecer regras, nem valorizar o certo ou o errado, mas envolver-se durante a realização da atividade. Diz Odenise Maria Bezerra (2008):

> Lembramos que o importante não é estabelecer regras, mas sim o envolvimento dos alunos com as tarefas realizadas por eles, pois eles aprendem quando trabalham os seus recursos cognitivos e afetivos para

[3] Atividade investigatória é o termo utilizado por Mendes para se referir às atividades que têm como princípio a história e a investigação como agente de desenvolvimento da cognição em sala de aula (MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006).

[4] Segundo Mendes (2009a), o pensamento interrogativo leva o aluno a ser indagador, questionador, crítico, desejoso de saber como surgiu determinado assunto ou conteúdo matemático.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> erminado objetivo. Isto é uma das características pedagógicas mais fortes da investigação, ao exigir do aluno a sua participação no processo, tendendo a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem (BEZERRA, 2008, p. 41).

Portanto há necessidade de promover interação aluno-professor e aluno-aluno durante o desenvolvimento da atividade. Além disso, nada impede que a atividade investigatória seja fruto da curiosidade dos alunos. Aliás, é bom que seja, porque assim eles se mobilizam e motivam ainda mais na solução. Essa participação é favorável a uma aprendizagem satisfatória. Diz Bezerra (2008, p. 39): ñao mesmo tempo em que os alunos estão *fazendo* matemática, estão também *aprendendo* matemáticaò.

Quanto à relação entre a História da Matemática e atividades investigatórias, Mendes (2009a) afirma que se trata de uma aliança integrativa:

> (...) as atividades investigatórias imprimem maior significado à matemática escolar, pois o conhecimento histórico pode estar implícito nos problemas suscitados nas atividades ou explícitos nos textos e problemas históricos resgatados de fontes primárias (textos originais, documentos ou outros artefatos históricos) ou secundárias (informações de livros de história da Matemática ou de livros paradidáticos) (MENDES, 2009a, p. 88).

Assim, a escolha da História da Matemática e da atividade investigatória objetivou mostrar aos alunos que, por meio de experiências semelhantes às realizadas pelos matemáticos no passado, é possível (re)construir conceitos matemáticos baseando-se, segundo Dockweiller (1996, apud MENDES, 2001), na observação de três importantes princípios. O primeiro é a experiência física e visual por meio da manipulação e experimentação, havendo a manifestação das primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer). O segundo é a verbalização, que ocorre através da comunicação oral dos fatos experimentados e compreendidos pelos alunos, ou seja, pelos debates entre os colegas, num processo de socialização das ideias apreendidas, ação-reflexão (caráter comunicativo e social do processo de ensino-aprendizagem). O terceiro é a simbolização ou abstração, evidenciada pela representação dos resultados obtidos, confirmando o grau de abstração no qual os alunos se encontram com relação ao conhecimento construído, através de algoritmos sistematizados, fórmulas, entre outros recursos.

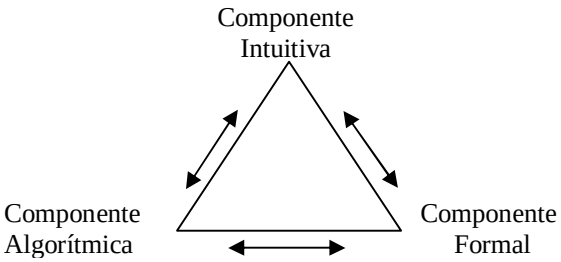
Contudo é necessário refletir que apenas a utilização do conhecimento histórico não é suficiente para garantir aos alunos a certeza da compreensão do conteúdo proposto. Assim, é necessário observar os três princípios considerados por Dockweiller (1996, apud MENDES,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

vestigatória à capacidade de solução dos alunos, afim de que essas atividades se apresentem com gradação de dificuldade e eles possam construir o conhecimento matemático partindo de experiências concretas, passando por experiências semiconcretas, até conseguir alcançar a capacidade de representações formais ou abstrações.

A esses três princípios Mendes (2009b) associa três componentes de uma atividade investigatória: intuitiva, algorítmica e formal. Toma-se como base a proposta de Dockweiller (1996, apud MENDES, 2001) conjugada ao modelo proposto por Efraim Fischbein (1987, apud MENDES, 2001). Nesse modelo, essas três componentes constituem a conexão triangular apresentada pela Figura 1, a seguir, e ilustrada por Mendes (2009b).

Figura 1- Conexão triangular das componentes: intuitiva, algorítmica e formal



Fonte: Mendes (2009b, p. 76).

Para compreender a conexão triangular, é necessário refletir acerca do significado de cada componente.

Segundo Mendes (2009b), a componente intuitiva manifesta-se na mente dos alunos: ñtrata-se, portanto, da imaginação criativa, da interpretação visual, da explicação material de um fato matemático observado, vivenciado ou imaginado por quem aprendeò (MENDES, 2006, p.110). Logo se almeja que as atividades programadas promovam a curiosidade e a imaginação dos alunos, levando-os a pensar em uma ou em diferentes respostas para a questão apresentada e despertando o interesse em aprender (caráter motivante do processo de ensino-aprendizagem).

A componente algorítmica constitui-se no exercício de organização e sistematização das ideias intuitivas com o raciocínio matemático para explicação e compreensão da situação proposta. Ela ñse constitui no exercício de habilidades de organização e sistematização da imaginação criativa estabelecida pela intuição e que se põe à prova na experimentaçãoò (MENDES, 2006, p. 110). Os algoritmos constituem a explicação da situação-problema investigada.

A componente formal é a formalização das proposições lógico-matemáticas inseridas na atividade. Explica Mendes (2006):

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> te formal envolve axiomas, definições, teoremas e demonstrações e se manifesta à medida que a abstração vai se estabelecendo e necessitando de uma linguagem mais simbólica para representar o raciocínio matemático avançado (MENDES, 2006, p. 110).

Embora seja a componente mais presente nos livros didáticos e enfatizada por muitos professores em sala de aula, nem sempre está atrelada à compreensão, mas à memorização. É o que confirma Mendes (2006):

> Há quase sempre, uma priorização excessiva da aprendizagem mecânica da Matemática, centrada na representação algorítmica e/ou formal ocasionando um desconhecimento dos aspectos conceituais originados na componente intuitiva das atividades de ensino aprendizagem (MENDES, 2006, p. 111).

É possível sintetizar essas três componentes da seguinte maneira: a componente intuitiva constitui a elaboração das estratégias possíveis para configurar e solucionar a atividade; a componente algorítmica consiste na elaboração de possíveis caminhos e soluções encontradas de acordo com as estratégias imaginadas para configurar e solucionar a atividade e a componente formal é a conclusão generalizante que conduzirá a outras soluções em situações similares.

Assim, a opção por atividades investigatórias se justifica pela possibilidade de contribuir na preparação de alunos autônomos, conscientes das possibilidades criativas que a Matemática lhes oferece, bem como das suas ações como sujeitos ativos.

Ressaltamos também que se deseja que a elaboração de tais atividades aconteça com o grau de amadurecimento e habilidades investigativas dos alunos, cuidando para que eles adquiram hábitos de registros por escrito das dúvidas, da formulação de estratégias e verificação dos resultados (MENDES, 2009a).

Mendes (2009b) oferece algumas orientações relevantes para a elaboração de atividades que utilizam a História da Matemática.

a) Nome da atividade

Além de criativo, deve evidenciar o tema central a ser investigado e suscitar a imaginação dos alunos.

b) Objetivos da atividade

Devem estar evidenciados pelo tema. Em uma linguagem concisa e de fácil compreensão, o professor deve esclarecer os objetivos da atividade para que haja construção do conhecimento matemático pelos alunos.

c) Conteúdo histórico

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

envolvimento da atividade, podendo ser apresentado de maneira explícita ou implícita. É o elemento motivador e gerador da curiosidade dos alunos. Fatos relevantes que historicamente justificaram a criação do assunto em questão devem ser explicitados pelo professor.

Nesta dissertação, o conteúdo histórico não esteve presente em todas as atividades, pois o nosso alvo foi utilizar a História da Matemática como desencadeadora no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales. Assim, foi apresentado explicitamente nas Atividades 2 e 3, motivando os participantes na construção, compreensão e formalização do Teorema.

d) Material a ser utilizado

Nesta etapa o professor é o artesão, pois deve criar e possibilitar recursos alternativos para a realização da atividade, levando em conta as condições econômicas dos alunos, da escola e a sua.

e) Operacionalização

As orientações metodológicas orientam as fases de cada atividade no seguinte sentido: Manipulação/Experimentação (física/visual); Verbalização (comunicação oral) e Simbolização/Abstração (representação formal).

O que se pretende é que os alunos desenvolvam habilidades de organizar, analisar, questionar, justificar e registrar os resultados obtidos em cada atividade investigatória proposta, em vez de apenas memorizar nomes, regras e algoritmos, que nem sempre garantem aprendizagem. Considera-se que o ponto de partida da atividade investigatória é uma questão aberta que supostamente favorece a interação e o envolvimento dos alunos na procura da solução.

Embora a atividade investigatória tenha potencialidades favoráveis ao ensino-aprendizagem da Matemática, é limitada, pois não é possível generalizar e afirmar que todos os problemas podem ser resolvidos desse modo, o que também não significa que seja uma única opção ou que será sempre válida, pois depende da maneira como é construída, apresentada e conduzida aos alunos (MENDES, 2009b).

O que podemos afirmar é que nesta dissertação elaboramos, adaptamos e desenvolvemos atividades investigatórias que utilizaram a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma classe de 9.º ano do Esnino Fundamental.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Neste capítulo investigamos o desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Para isso é necessário explicitar o que significam para nós o processo de ensino-aprendizagem, a História da Matemática como recurso para o ensino da Matemática e atividades investigatórias.

Entendemos que o processo de ensino-aprendizagem é um processo consciente, ativo, motivador, significativo, individual, comunicativo, interativo, cooperativo e social (VIANA, 2002). Assim, para que aconteça em sua plenitude, é indispensável que o professor atue como orientador. Para isso, tem de planejar atividades a serem realizadas pelos alunos (ativos), conscientes do que devem fazer, desejando realizá-las (motivados), conseguindo relacioná-las a algo conhecido para sua realização, apropriando-se do que desejam aprender, capazes de comunicar, interagindo e cooperando com o outro, em um processo social.

Na busca de atividades capazes de promover um processo com as referidas características, encontramos, na teoria das atividades investigatórias de Mendes (2006, 2009a, 2009b), o oferecimento de uma dinâmica adequada para atender às necessidades específicas dos alunos. Essa escolha se justifica, pois entendemos por atividades investigatórias aquelas que mobilizam os alunos a realizar ações que promovam a construção de estratégias, hipóteses, generalizações, exposição oral, registros escritos, discussões em grupo, argumentações, validações e formalizações, isto é, as que podem ser consideradas investigações.

Com a realização da atividade espera-se que seja desenvolvida nos alunos a criatividade e a ampliação da habilidade de gerar ideias, recorrendo a conhecimentos prévios na busca de soluções e ao final formalizá-las, ou não. Isso conduz ao amadurecimento matemático, à autonomia e à curiosidade como possibilidade de busca do conhecimento por meio da investigação. Como, além da curiosidade, é necessário o desejo de realizar o que foi proposto, consideramos que a História da Matemática pode despertá-lo. Além disso, também pode provocar nos alunos a imaginação e invenção. Assim, a História da Matemática seria o agente impulsionador que causaria motivação para que os alunos realizassem a atividade investigatória, evidenciando-se as características do processo de ensino-aprendizagem que consideramos.

Mas, para elaborar atividades que cumprissem os referidos requisitos, foi necessário avaliar os conhecimentos prévios, os interesses e o contexto sociocultural dos alunos. Além

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

istória do Teorema de Tales para contextualizá-lo às necessidades da época de seu surgimento, à obtenção e, sobretudo, à diversidade de enunciados, para melhor selecionar aquele que julgamos adequado às finalidades propostas.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CAPÍTULO 2

O TEOREMA DE TALES: ORIGENS HISTÓRICAS

> É possível utilizarmos a matemática produzida por outros povos e em outras épocas, para produzir novas matemáticas, compará-las com o produto anterior e ampliar o arcabouço matemático já existente (MENDES, 2001, p. 63).

Conhecido um pouco do desenvolvimento da História da Matemática como área de conhecimento, as suas potencialidades como recurso de ensino para sala de aula e a importância de aliar informações históricas à atividades investigatórias nas aulas de Matemática, passamos à compreensão do contexto associado ao desenvolvimento do Teorema de Tales. Neste capítulo, conhecemos brevemente o intercâmbio entre as culturas egípcia e grega, alguns fatos históricos (verdadeiras ou não) sobre Tales de Mileto[5], uma possível motivação para a origem desse teorema, o seu enunciado em alguns países e a demonstração segundo Euclides.

2.1 O intercâmbio entre duas culturas

Esta seção apresenta características do cenário em que Tales de Mileto estava inserido, dois países que guardam riquezas culturais e intelectuais: Egito e Grécia.

Concentrado ao longo do curso inferior do rio Nilo, o Egito tinha características de um povo essencialmente prático, utilitário, criativo e dedicado ao trabalho artesanal, realizando criações com barro, pedra lavrada e cobre (GALVÃO, 2008).

A Matemática dos egípcios esteve diretamente relacionada à medição de terras agricultáveis e a técnicas agrícolas, principalmente após as cheias do rio Nilo. Assim, a preocupação era criar ferramentas matemáticas suficientes para resolver seus problemas. Isso os levou a desenvolver e aprimorar os cálculos para medidas da terra, ou seja, a ñgeo-metriaò, de maneira bastante intuitiva.

Segundo Maria Elisa Esteves Lopes Galvão (2008), alguns registros matemáticos relacionados àqueles cálculos foram feitos em papiros, merecendo destaque o de Rhind (considerado um dos mais antigos manuais matemáticos e escrito por volta de 1.650 a.C.), o de Moscou (escrito por volta de 1700 a.C.) e o de Cairo (desenterrado em 1938).

[5] Optamos pela grafia Tales ao invés de Thales, conforme observamos em alguns trabalhos. Essa escolha deve-se ao fato de ser coerente ao material didático que utilizamos para adaptação de algumas atividades.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

riadores da Matemática, a ênfase dada aos problemas de natureza prática limitou o desenvolvimento matemático dos egípcios, no sentido de generalização, abstração e demonstração. Diz Galvão (2008):

> A matemática egípcia era fortemente fundamentada nos processos práticos relacionados às necessidades do dia a dia (...). Não há evidências de que tiveram preocupação com processos gerais ou dedutivos, e somente a prática levou aos resultados que chegaram até nós (GALVÃO, 2008, p. 91).

Todavia foi essa Matemática ñpráticaò que despertou interesse em outras civilizações. Uma das criações dos egípcios que sempre causaram interesse foi a construção das pirâmides, o que envolveu uma ousada engenharia. Entre elas, há de se mencionar a de Quéops (ou a Grande Pirâmide de Giza), a única das Sete Maravilhas do mundo antigo que chegou aos dias atuais. De acordo com o geógrafo e historiador grego Heródoto (484-425 a.C.), essa pirâmide foi construída 4 mil anos antes de Cristo e exigiu pelo menos 30 anos de trabalho.

Quanto à organização social, o Egito tinha uma sucessão de soberanos denominada dinastia e durante algum tempo não se envolveu em outras civilizações. Porém, em meados do século VII a.C., houve uma abertura comercial favorável ao intercâmbio comercial e intelectual que ligou o Egito com outros povos. Assim, comerciantes e sábios homens gregos intensificaram relações com os egípcios. Iniciou-se o intercâmbio entre a Grécia e o Egito, que não se limitou a mercadorias, alcançando pensamentos e ideias. Esse fato aproximou alguns gregos desejosos de expandir seus conhecimentos, como foi o caso de Tales, Pitágoras, Cenópides, Platão, Demócrito, Eudoxo e outros, que na época tiveram o privilégio de aprender diretamente com alguns sábios egípcios diversas ciências (CAJORI, 2007).

Por esse motivo, há pesquisadores que não consideram original a cultura grega, principalmente a Matemática e, em especial, a Geometria. Há aqueles que consideram que os gregos somente formalizaram conhecimentos existentes, atribuindo a criação e a generalidade aos egípcios e a outros povos:

> A cultura grega, portanto, não é original (...). A Grécia está em débito com o Egito, entre outras coisas, no que diz respeito à geometria elementar. Mas isto não diminui a nossa admiração pelo pensamento grego (...). Os egípcios levaram a geometria não mais além do que o absolutamente necessário para os seus desejos. Os gregos, ao contrário, possuíam uma forte tendência especulativa. Tinham um sentimento arraigado de descobrir as razões das coisas. Encontravam prazer na contemplação de relações ideais, e amavam a ciência como ciência (CAJORI, 2007, p. 43).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

emos afirmar que deram tratamento adequado ao conhecimento existente, principalmente ao conhecimento matemático, que até aquele momento era usado sem explicações rigorosas. A preocupação dos egípcios era mais utilitária do que axiomática. Nesse contexto, houve interesse em saber o que fez um desses sábios gregos e qual foi o tratamento dado a essas informações conhecidas.

2.2 Tales de Mileto, um sábio na Grécia

Há dúvidas quanto à vida e à obra do matemático grego Tales de Mileto, mas justificativas em registros elucidam suas contribuições. Por exemplo: o primeiro a anunciá-lo e a suas descobertas foi Heródoto, em obra escrita por volta de 440 a.C., mais de 100 anos após a morte de Tales. Depois disso, cronologicamente, ele foi citado por Aristóteles (384-322 a.C), nos escritos da Metafísica, e por Proclus (420-485 d.C.). Vale destacar que, neste trabalho, consideramos as obras de Fernando de Almeida e Vasconcellos (1919), Hélio Cyrino (2006), Florian Cajori (2007), Galvão (2008) e Gilberto Geraldo Garbi (2009) para sustentar as informações referentes a Tales.

Conforme explicitamos, a Matemática criada pelos egípcios era essencialmente empírica e intuitiva, adquirindo, com os gregos, um tratamento dedutivo e abstrato. E foi no cenário grego que Tales de Mileto se destacou, podendo-se afirmar que ña Matemática pôde alcançar gosto e interesse entre homens com imaginação e conhecimento científico, dentre eles, o destaque é para Tales, considerado um dos sete sábios da Grécia Arcaica, nascido em Miletoò (EVES, 2004, p. 94).

Tales foi assim avaliado porque, na Grécia, ñera considerado sábio aquele que fosse capaz de apresentar uma explicação teórica sobre o Universo, e de assumir, também, uma atitude elevada da vidaò (CYRINO, 2006, p. 32). Essas características se confirmaram em Tales.

Segundo Cajori (2007), Tales nasceu por volta do ano de 640 a.C., na cidade de Mileto, na Grécia antiga, e sua morte teria ocorrido, aproximadamente, aos 78 anos, entre 548-545 a.C. Essa data foi tomada com base no eclipse total do Sol ocorrido em 28 de maio de 585 a.C., pois, provavelmente, nesse acontecimento previsto por Tales, ele deveria ter por volta de 40 anos.

Segundo Vasconcellos (1919, p. 149), Tales foi ño primeiro matemático grego em ordem cronológicaò e suas descobertas deram início a uma Matemática mais formal e rigorosa, podendo ser consideradas como contribuições suas:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

semicírculo é retoò (GARBI, 2009, p. 23).

b) ñQuando duas rectas se cortam, os ângulos opostos pelo vértice são iguaisò (VASCONCELLOS, 1919, p. 151).

c) ñUm círculo é bissectado pelo seu diâmetroò (HARUNA, 2009, p. 20).

d) ñEm um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguaisò (GARBI, 2009, p. 23).

e) ñDois triângulos que tenham um lado e os ângulos a ele adjacentes respectivamente iguais são iguaisò (GARBI, 2009, p. 24).

f) ñUm feixe de retas paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionaisò (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2009, p. 98).

Dessas contribuições matemáticas atribuídas a Tales, a última tornou-se conhecida como Teorema de Tales, um dos teoremas fundamentais da Geometria Elementar (PEREIRA, 2005).

Segundo Howard Eves (2004), uma origem ou motivação para o Teorema de Tales foi o próprio cálculo utilizado para a medição da altura da pirâmide de Quéops. Para fazê-la, Tales observou a pirâmide e lançou mão de alguns conceitos matemáticos conhecidos, como semelhança de triângulos, razão e proporção.

Na análise de como aconteceu essa medição, considera-se que Tales recorreu à projeção da sombra da pirâmide. Provavelmente observou objetos de altura menor e foi analisando o momento em que a sombra do objeto era igual à altura do objeto em questão. Esta hipótese foi citada por Hierônimos, discípulo de Aristóteles, é a mais simples que se pode fazer. Explica Eves: ñO relato mais antigo, dado por Hierônimos, um discípulo de Aristóteles, diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual à altura da pirâmide que a projetavaò (EVES, 2004, p. 115).

Outra suposição de como Tales determinou a altura da pirâmide seria analisar a altura e a sombra projetada por um objeto de comprimento conhecido, como uma vara, um bastão ou ele próprio. Nesse caso, Tales teria escrito a razão entre as medidas do comprimento do objeto e da sombra projetada e, imediatamente, registrado o comprimento da sombra projetada pela pirâmide e relacionado com a altura desconhecida da pirâmide. Como a ideia de proporcionalidade era conhecida por Tales, podia desenvolver corretamente os cálculos necessários. Quanto a essa hipótese, tem-se uma afirmação dada por Plutarco:

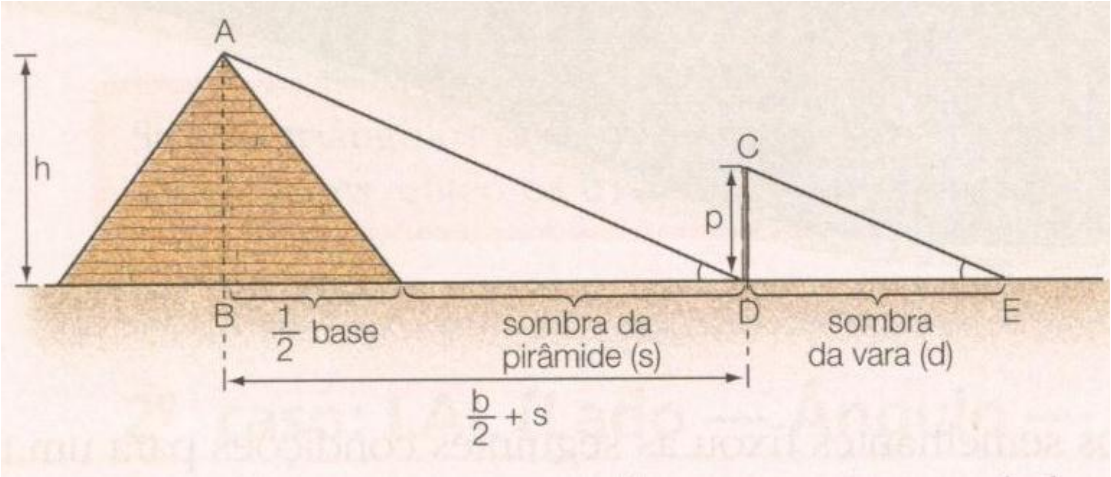
> ... gostou da tua maneira de medir a pirâmide limitando-se a colocar o bastão no limite da sombra lançada pela pirâmide, gerando o raio tangente dois triângulos, demonstraste que a relação entre a primeira sombra e a segunda

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

que entre a pirâmide e o bastão. Mas também te acusaram de não gostares de reis (SERRES, 1997, p. 167; apud HARUNA, 2000, p. 7)

Por essa hipótese, Tales também observou que uma parte da sombra se escondia no interior da base da pirâmide, pois, segundo Garbi (2009), a pirâmide de Quéops possui ñbase quadrada com aproximadamente 230 metros de ladoò (GARBI, 2009, p. 8). Realizando essas observações, Tales verificou que deveria somar o comprimento da sombra da pirâmide e a metade da medida da base da pirâmide. Considerou também que as sombras projetadas eram relativamente de medidas comuns e os raios solares paralelos. A Figura 2, a seguir, mostra como, possivelmente, essa situação foi analisada.

Figura 2 ï Análise para a medição da altura da Pirâmide de Quéops



Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2009, p. 117

Porém havia um detalhe a ser considerado: como saber que a altura da pirâmide, os raios solares e a base dessas figuras formariam triângulos semelhantes?

A resposta estava baseada no seguinte conhecimento prévio:

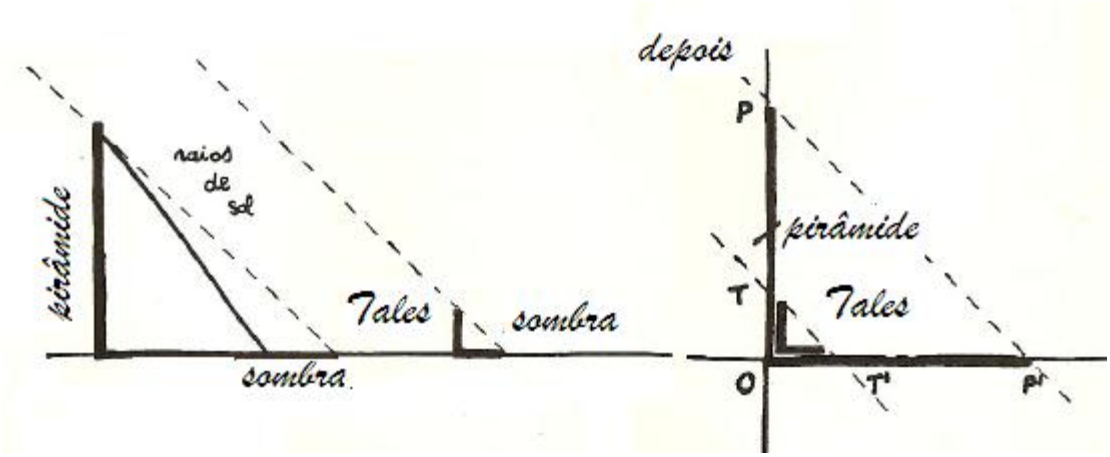
> o monumento em questão [pirâmide] fora construído de maneira que uma das faces fosse voltada para o sul. Por isso concluiu-se que a sombra seria perpendicular no momento em que o Sol estivesse em seu ponto mais ñaltoò, o qual se encontra na direção da vertical ascendente ao ponto de observação. Em outras palavras, ao meio-dia (SANTOS, 2010, p. 64).

A partir desse conhecimento, Tales conseguiu calcular a altura da pirâmide, o que, segundo Eves (2004), foi responsável para o desenvolvimento do que se conhece atualmente por Teorema de Tales.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

cálculo é apresentada na Figura 3, a seguir, conforme esquema de Guedj (1999 apud SANTOS, 2010, p. 65).

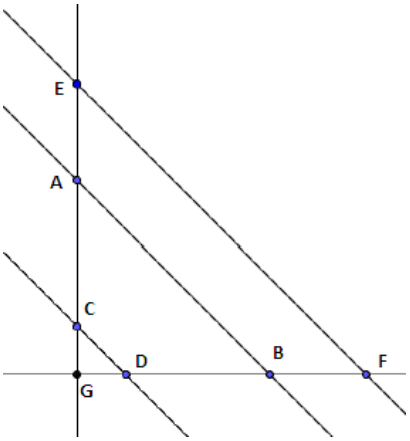
Figura 3 - Esquema para o cálculo da altura da pirâmide.



Fonte: Guedj, 1999 *apud* Santos 2010, p. 65

Refazendo o esquema somente com feixe de retas, pode-se visualizar a situação acima pela Figura 4, a seguir.

Figura 4 ï Representação dos raios solares e das sombras do objeto e da pirâmide



Fonte: Santos, 2010, p. 65

Por meio dessa observação, Tales realizou os cálculos necessários, e uma generalização pode ser compreendida pela proporção $\frac{GC}{GE}=\frac{GD}{GF}$.

Ressalta-se que o conceito de proporção, para os gregos, estava diretamente relacionado à ideia de subtração mútua. Nesse sentido, diz Boyer (1998):

> Aparentemente os gregos usaram a idéia de que quatro quantidades estão em proporção a:b = c:d, se as duas razões a:b e c:d têm a mesma subtração mútua; isto é, se em cada razão a quantidade menor cabe um igual número

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...es na menor e o novo resto no precedente o mesmo número inteiro de vezes, e assim por diante (BOYER, 1998, p. 61).

Essa ideia de proporcionalidade mostrou que, sendo a razão *a:b*, na qual a grandeza *a* é um múltiplo da grandeza *b*, por exemplo, *a = 6 e b = 3*, então *b* caberia exatamente duas vezes em *a*; e a outra razão *c:d* seria igual a *a:b*, se apresentasse a mesma propriedade, ou seja, se *d* coubesse também duas vezes em *c*. Portanto, após subtrair duas vezes *b* de *a* ou *d* de *c*, os restos, em cada caso, seriam iguais a zero. Esse era o conceito de proporção para os gregos.

O problema se revelava quando a divisão não era exata. Isso porque o trabalho dos gregos concentrava-se na razão entre dois números inteiros, ou seja, casos em que os segmentos (grandezas) eram comensuráveis[6]. Porém era inevitável o surgimento de grandezas incomensuráveis, fato que motivou a chamada ñcrise dos incomensuráveisò.

Além disso, a incomensurabilidade não impossibilitou que matemáticos gregos se empenhassem e contornassem a desagradável situação que a noção de grandezas incomensuráveis havia lançado. Esse transtorno foi satisfatoriamente solucionado com a descoberta da Teoria das Proporções de Eudoxo de Cnido (408 a.C.-355 a.C.), encontrada no Livro V de *Os Elementos*, de Euclides (PEREIRA, 2005). Diversas questões matemáticas foram retomadas e solucionadas, porque envolviam grandezas incomensuráveis, que eram desconsiderados até o momento.

Segundo Jamil Ferreira (2010), uma consequência da Teoria das Proporções foi a separação entre números e Geometria, considerando que somente esta trataria de questões de incomensurabilidade. Somente no século XIX, como parte do Movimento da Aritmetização da Análise, matemáticos, como os alemães Dedekind (1831-1916) e Cantor (1845-1918), formalizaram o conceito de número real, ressignificando a relação entre o geométrico e o numérico.

A relevância de apresentar a Teoria das Proporções reside no fato de que a primeira demonstração conhecida para o Teorema de Tales surgiu três séculos depois de Tales e foi sustentada pela Teoria das Proporções de Eudoxo (PEREIRA, 2005). Essa demonstração foi inserida na Proposição 2 do Livro VI de *Os Elementos*, de Euclides (300 a.C.). Esse assunto é tratado na subseção seguinte.

---

[6] Dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são comensuráveis se existem um segmento t e dois inteiros m e n tais que AB = m.t e CD = n.t (FERREIRA, 2010).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

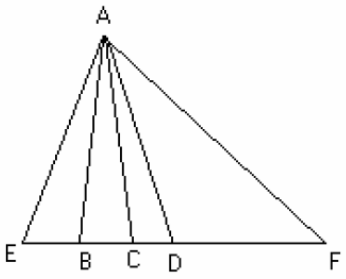
Tales segundo Euclides

O direcionamento deste capítulo leva ao suporte conceitual para a elaboração das atividades investigatórias sugeridas nesta pesquisa. Sendo assim, a escolha histórica para a demonstração do Teorema de Tales se restringiu à demonstração euclidiana[7].

Retirada do Livro VI de *Os Elementos* de Euclides, baseia-se no método das áreas e na teoria das proporções. E, segundo Pereira (2005, p. 42) a ñprimeira demonstração conhecida do Teorema de Thales surgiu três séculos depois da existência de Thales, localizada na proposição 2 do Livro VI dos ñOs Elementosò de Euclides, sustentada na teoria da proporção de Eudoxo, apresentada no Livro V de Euclidesò.

Segundo Haruna (2000), a demonstração euclidiana baseia-se em dois métodos, o das áreas e o das proporções. O que utilizamos nesta pesquisa tomou como base a importância dada pelos próprios gregos e a ênfase dada por Tales à proporcionalidade, ou seja, adotamos a Teoria das Proporções associada ao Método das Áreas, segundo a Proposição 38 do Livro I de *Os Elementos*. Portanto, antes de apresentarmos a demonstração de Euclides, é importante apresentar alguns conceitos. A Figura 5, a seguir, auxilia na compreensão.

Figura 5 - Explicação para demonstração do Teorema de Tales pelo Método das Áreas



Fonte: Pereira, 2005, p. 43

Observando a Figura 5 e utilizando a Teoria das Proporções associada ao método das áreas pela proposição 38 do Livro I de *Os Elementos* de Euclides, consideramos que a área ACE = *m a área ACB* e área ACF = *n áreas ACD*. Dessa maneira, podemos afirmar que se CE é maior que, igual a ou menor que CF, então a área do triângulo ACE é maior que, igual a ou menor que a área do triângulo de ACF. Simplificando essas ideias, temos as seguintes considerações:

m BC > *n* CD implica *m* área ACB > *n* áreas ACD

m BC = *n* CD implica *m* área ACB = *n* áreas ACD

[7] Haruna (2000) apresenta sugestões de outras demonstrações para o Teorema de Tales, além da demonstração de Euclides, como a de Arnauld, Legendre e Lacroix.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

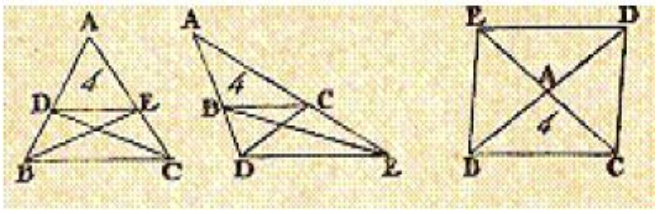
CD implica *m* área ACB < *n* áreas ACD

Concluindo, a razão de $\overline{BC}$ para $\overline{CD}$ é a mesma que a da área do triângulo de ABC no triângulo de ACD (PEREIRA, 2005). Tomando esse conhecimento, Euclides enunciou o Teorema de Tales e demonstrou-o da seguinte maneira[8]:

> Se uma linha reta é desenhada paralela a um dos lados de um triângulo, ela cortará os lados do triângulo proporcionalmente. E se os lados do triângulo forem cortados proporcionalmente, a linha que une os pontos da seção será paralela aos outros lados do triângulo (EUCLIDES, 1945, p. 315 apud SANTOS, 2010, p. 67)

De acordo com o enunciado dado por Euclides, a situação pode ser visualizada pela Figura 6 a seguir.

Figura 6 ï Representação da Proposição 2 do Livro VI de *Os Elementos*, de Euclides.



Fonte: EUCLIDES, 1945, p.315; *apud* SANTOS, 2010, p. 67

Em resposta à ênfase dada por Tales a proporções, optamos pela demonstração do Teorema de Tales pelo método apresentado por Euclides (PEREIRA, 2005), por meio da Teoria das Proporções, segundo o Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 - Demonstração do Teorema de Tales, segundo Euclides.

Demonstração:

Seja DE traçada paralela a BC, um dos lados do triangulo ABC. Eu digo que, assim como BD está para DA, então CE está para EA.

Pois sejam BE e CD unidas.

1.ª Parte:

Portanto o triângulo BDE é igual ao triângulo CDE, porque eles estão na mesma base DE e nas mesmas retas paralelas DE e BC (proposição 38 do Livro I). E o triângulo ADE possui uma outra área.

[8] A Figura 6 está de acordo com o enunciado apresentado por Euclides e a demonstração encontra-se no Quadro 4, segundo Pereira (2005).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

osição 7 do Livro V).

Portanto o triângulo BDE está para o triângulo ADE, assim como o triângulo CDE está para o triângulo ADE.

Mas, como o triângulo BDE está para ADE, então BD está para DA; pois estando sobre a mesma altura, a perpendicular traçada de E até AB, eles estão um para o outro, como suas bases (proposição 1 do Livro VI).

2.ª Parte:

Pela mesma razão, como o triângulo CDE está para ADE, então CE está para EA.

Portanto temos também, como BD está para DA, então CE está para EA (proposição 2 do Livro V)

Por outro lado, vamos cortar os lados AB e CA do triângulo ABC proporcionalmente, de forma que BD está para DA, como CE está para EA; e seja DE traçado.

Eu digo que DE é paralelo a BC.

Para, com a mesma construção, desde que BD está para DA, como CE está para EA, mas como BD está para DA, então está o triângulo BDE para o triângulo ADE, e como CE está para EA, então está o triângulo CDE para o triângulo ADE (proposição 1 do Livro VI).

Além disso, como o triângulo BDE está para o triângulo ADE, então está o triângulo CDE para o triângulo ADE (proposição 2 do Livro V).

Portanto cada um dos triângulos BDE e CDE está na mesma razão de ADE.

Então o triangulo BDE é igual ao triangulo CDE (proposição 9 do livro V);.e eles estão sobre a mesma base DE.

Mas os triângulos iguais que estão sobre a mesma base estão também na mesma paralela (proposição 39 do Livro I).

Portanto DE é paralela a BC.

Portanto ...

Q.E.D.

Fonte: Pereira, 2005, p. 44

Quanto ao Teorema de Tales e à demonstração realizada por Euclides em *Os Elementos*, na Proposição 2 no Livro VI, fizemos algumas considerações:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Em um triângulo qualquer de vértices A, B e C e um segmento DE paralelo a uma das bases, por exemplo, a base BC, então vale a proporção: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.

Consideração 2:

Toda reta paralela a um dos lados do triângulo que não passa por um dos vértices (A, B ou C) divide os outros dois lados em segmentos proporcionais, por exemplo: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC}; \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EB}; \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}; \frac{BD}{DC} = \frac{BE}{EA}; \frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB} e \frac{CD}{DB} = \frac{CE}{EA}$.

Essa é uma das demonstrações do Teorema de Tales escolhida pela importância que a proporcionalidade, também priorizada nesta pesquisa, tinha para os gregos:

> A questão da proporcionalidade era de grande importância para os gregos, principalmente na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais. Essa questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. No final do século XIX, na França, alguns autores denominaram esse resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje (BONGIOVANNI, 2007, p. 99, apud Prado, 2010, p. 42).

Segundo pesquisa realizada por Henry Plane (1995 apud Haruna, 2000), o registro do Teorema de Tales em livros é algo relativamente contemporâneo. O primeiro enunciado ñsó surgiu na França no final do século XIX e meados do século XX, e não foi encontrado nos livros mais famososò (HARUNA, 2000, p.10). Somente a partir da segunda metade do século XX ñsurgiu uma variedade de enunciados referentes ao teorema de Thales e este passa então a ser citado nos programas francesesò (HARUNA, 2000, p. 12).

Pereira (2005) mostra a variação do enunciado do Teorema de Tales em três países europeus conforme ilustra o Quadro 5, a seguir.

Quadro 5 ï Enunciado do Teorema de Tales em diferentes países

País	Enunciado do Teorema de Tales
Itália	Os segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais são diretamente proporcionais.
Alemanha	Todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo[9].
Espanha	Se cortamos duas retas quaisquer por várias retas paralelas, os segmentos correspondentes determinados em ambas são proporcionais

Fonte: Pereira, 2005, p. 29-30

[9] Na Alemanha, o Teorema de Tales é conhecido como ñTeorema dos Segmentos Proporcionaisò, fazendo menção ao triângulo inscrito numa semicircunferência (SANTOS, 2010, p. 66).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

lo Teorema de Tales com o enunciado adotado nesta pesquisa aconteceu somente na segunda metade do século XX, havendo variações quanto aos enunciados. Afirma Pereira (2005):

> o aparecimento do nome teorema de Thales relacionado ao teorema da Proporcionalidade surgiu na metade do século XX, principalmente nos livros-texto que caracterizaram o Movimento da Matemática Moderna, como o livro do autor Osvaldo Sangiorgi. A partir desse movimento começou a surgir uma variedade de enunciados referentes ao teorema de Thales (PEREIRA, 2005, p. 29).

Ainda segundo Pereira (2005), autores que antecederam essa época já haviam se referido ao Teorema de Tales, mas para associá-lo ao conteúdo de semelhança de triângulos.

2.4 Algumas considerações sobre o ensino do Teorema de Tales à luz de pesquisas sobre o tema

Iniciamos esta pesquisa com um levantamento bibliográfico constituída pela leitura de teses, dissertações, livros e artigos relacionados com História da Matemática, História da Educação Matemática e, mais especificamente, a utilização da História da Matemática como recurso de ensino. Dos autores estudados destacaram-se Miguel (1993, 1997, 2005), Mendes (2001, 2003, 2005, 2006, 2008, 2009a, 2009b), Nobre (1996), DôAmbrósio (1997, 2003, 2011), Vianna (1998), Miorim (1998), Baroni e Nobre (1999). Também de textos da coleção ñHistória da Matemática para professoresò, organizada pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (2005, 2007, 2011).

Na busca inicial de dissertações e teses referentes à História da Matemática como eixo norteador para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, realizamos um levantamento no banco de teses e dissertações da CAPES. O objetivo era conhecer produções científicas brasileiras já defendidas em cursos de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática utilizando a História da Matemática, principalmente no processo de ensino-aprendizagem de Geometria, especificamente o Teorema de Tales.

No dia 26 de março de 2010, às 16h45[10], realizamos uma busca e verificamos que no período de 1991 a 2008 foram defendidas oitenta e duas dissertações e vinte e três teses cujos temas estavam relacionados com a História da Matemática e/ou a História da Educação Matemática. Dentre elas, quatorze traziam como tema central a utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Mas para o ensino-

[10] Os termos de busca foram ñHistória da Matemática e ensino de Geometriaò, ñHistória da Matemática e recurso de ensinoò; ñHistória da Matemática e Teorema de Talesò.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

s foram localizadas, nesse levantamento, somente as de autoria de Haruna (2000), Ana Carolina Costa Pereira (2005), Marlene Aparecida do Prado (2010) e Rosana Perleto dos Santos (2010).

Nessa primeira busca não havíamos optado por atividade investigatória. Ainda pensávamos em estudar as potencialidades e contribuições da História no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Por esse motivo não utilizamos o termo ñatividade investigatóriaò para busca na CAPES.

Analisando as quatro dissertações citadas anteriormente, elaboramos o Quadro 6, a seguir, pelo motivo de serem dissertações que abordaram diretamente, sob diferentes ângulos, o Teorema de Tales:

Quadro 6 ï Autoria, título e objetivo de quatro dissertações que abordam o Teorema de Tales

Autor	Título da Dissertação	Objetivo da Dissertação
Haruna (2000)	Teorema de Thales: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem	Analisar a apreensão do conceito do Teorema de Thales por alunos da 8.ª série do Ensino Fundamental, levantar os obstáculos didáticos e epistemológicos, as variáveis de situação e verificar até que ponto o uso do computador favorece a superação dos obstáculos ou proporciona outros.
Pereira (2005)	Teorema de Thales: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática	Investigar livros didáticos de Matemática editados entre a última metade do século XIX e o século XX e observar como a Geometria foi explorada nesse material, tomando como base o Teorema de Thales, que relaciona o tratamento geométrico e algébrico por meio de medidas.
Prado (2010)	O ensino-aprendizagem-avaliação do Teorema de Tales através da resolução de problemas	Descrever e analisar uma investigação sobre o ensino de Geometria através da Resolução de Problemas, procurando analisar suas possibilidades para a aplicação em sala de aula.
Santos (2010)	As dificuldades e possibilidades de professores de Matemática ao utilizarem o software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales	Verificar quais são as dificuldades e possibilidades de professores de Matemática ao utilizarem o software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales.

Fonte: Haruna (2000), Pereira (2005), Prado (2010) e Santos (2010)

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

s dessas quatro dissertações, a que teve relevante contribuição para esta pesquisa foi a de Prado (2010) por analisar uma investigação sobre o ensino de Geometria e suas possibilidades para a aplicação em sala de aula. E, quanto à parte histórica, a de Haruna (2000) proporcionou uma importante contribuição a este trabalho.

2.5 A título de síntese

Escrevemos este capítulo para conhecer a origem do Teorema de Tales, a Matemática utilizada por Tales e o contexto sociocultural em que esteve inserido, para auxiliar na elaboração das atividades investigatórias. Os conhecimentos históricos foram transformados em informações para os alunos, com linguagem adequada às atividades a serem elaboradas.

Conforme a literatura consultada, foi com os gregos que a Matemática teve um tratamento dedutivo e abstrato, diferente do tratamento dos egípcios, mais empíricos e intuitivos. E foi no cenário grego que Tales de Mileto se destacou, tendo sido um dos sete sábios da Grécia antiga, citado primeiro por Heródoto, por volta de 440 a.C., e posteriormente por Aristóteles e Proclus.

Para alguns historiadores, a origem do Teorema de Tales foi o cálculo utilizado para medir a altura da pirâmide de Quéops. Para Plutarco, Tales determinou a altura da pirâmide analisando a altura e a sombra projetada por um objeto de comprimento conhecido, como uma vara, um bastão ou ele próprio. Tales teria escrito a razão entre as medidas do comprimento do objeto e da sombra projetada e, imediatamente, registrado o comprimento da sombra projetada pela pirâmide e relacionado com a altura desconhecida da pirâmide. Como a ideia de proporcionalidade era conhecida por Tales, podia desenvolver corretamente os cálculos necessários.

Essa foi a ideia que consideramos adequada para a elaboração das atividades a serem realizadas com os alunos e usualmente encontrada nos livro-texto de Matemática. Uma justificativa para a escolha foi também não nos afastarmos do livro que os alunos possuem, evitando confundi-los.

Julgamos que a história do Teorema pode motivar os alunos para realizarem a atividade, pois uma das características do processo de ensino-aprendizagem é ser ativo e motivador. A partir da história os alunos puderam realizar medições da altura de vários objetos, como postes ou torres de igrejas. Na sequência, em sala de aula, a atividade pôde ter

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ando semelhança de triângulos, razão e proporção, que já eram conhecidos de Tales.

As medições constituem a parte empírica herdada dos egípcios, assim como a Matemática intuitiva. Os cálculos e uso dos resultados (semelhança de triângulos, proporções e razão) constituíram a parte dedutiva e abstrata dos gregos.

A seguir, no Capítulo 3, apresentamos o caminho percorrido para a obtenção da resposta à questão de investigação, que contém também um quadro expositivo da proposta de atividades com a utilização da História da Matemática aliada às atividades investigatórias no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales. Nessas atividades os métodos estão embutidos.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CAPÍTULO 3

CAMINHOS PERCORRIDOS: ELABORAÇÃO DA PESQUISA

> O ensino de fatos e conceitos apresentados como verdades absolutas e incontestáveis, como um corpo de conhecimentos congelado ao longo de séculos, não pode responder à enorme curiosidade dos jovens e nem à própria dinâmica da elaboração do conhecimento. A aquisição desse conhecimento é falsamente verificada através de provas e testes.
>
> (D'Ambrosio, 1999, p. 102)

Neste capítulo, apresentamos o caminho seguido para a obtenção da resposta à questão de investigação, buscando situar o leitor no contexto da pesquisa, bem como a apresentação da questão de investigação, o objeto de estudo, o objetivo, as opções metodológicas, o contexto da pesquisa, o estudo-piloto e um quadro expositivo da proposta de atividades.

3.1. Questão, objeto de estudo e objetivo da pesquisa

A partir da revisão da literatura elaboramos a questão de investigação: Que contribuições podem advir no desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales?

O objeto de estudo focado foi o desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma classe do 9.º ano do Ensino Fundamental.

Visando a responder à questão proposta, o objetivo é desvendar os resultados advindos do desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma classe do 9.º ano do Ensino Fundamental.

3.2. Opções metodológicas

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, constituída por um estudo de caso com foco no processo vivenciado pelos sujeitos com pesquisador participante. E, segundo Antonio Vicente Marafioti Garnica (2004), uma pesquisa de natureza qualitativa apresenta cinco características:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> edade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86).

Ressaltamos que as características apresentadas por Ganica (2004) não devem ser vistas como regras, visto que, de forma recursiva, o próprio entendimento do que é pesquisa qualitativa está em movimento e essas noções levam a ênfases diferentes. Assim, uma pesquisa qualitativa deve ter por trás uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com certos procedimentos, como entrevistas, análises de vídeos, de diálogos, de interpretações, etc.

O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa prioriza procedimentos descritivos na medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade única.

Dentre as características da pesquisa qualitativa, a observação, como técnica de coleta de dados empíricos, é discutida por alguns autores, entre os quais Maria Cecília Minayo e Odécio Sanches (1993), Augusto Nibaldo Silva Triviños (1987), Menga Lüdke e Marli André (1986), que afirmam que a possibilidade de um contato pessoal e direto do pesquisador com o objeto de investigação é uma das vantagens da utilização dessa técnica que teve origem na Antropologia e na Sociologia.

Assim, a observação participante torna-se uma técnica científica a partir do momento em que passa por sistematização, planejamento e controle da objetividade (QUEIROZ, 2007), pois o pesquisador não está simplesmente ñolhandoò o que está acontecendo, mas observando atentamente o desenvolvimento da pesquisa.

Nesse sentido, é necessário que o pesquisador seja capaz de estabelecer uma relação de confiança com os sujeitos, de ser um bom ouvinte, de ter uma preparação teórica sobre o objeto de estudo, de ter flexibilidade para se adaptar a situações inesperadas, de não ter pressa de adquirir padrões ou atribuir significado aos fenômenos observados, de elaborar um plano sistemático e padronizado para observação e registro dos dados, além de verificar e controlar os dados observados (QUEIROZ, 2007).

Segundo Marina de Andrade Marconi e Eva Maria Lakatos (2007), na observação participante o pesquisador deve incorporar-se ao grupo, interagir com ele, de modo a

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

trabalhar de acordo com referências do próprio grupo. E, de acordo com Carlos Roberto Vianna (2003), a observação participante tem como principal aspecto a imersão do pesquisador, a observação segundo a perspectiva dos membros do grupo e a influência da participação.

Na presente pesquisa, optamos pela técnica de observação participante e a posição assumida foi de professor-pesquisador.

Outra característica da abordagem qualitativa, que foi adotada nesta pesquisa, é o estudo de caso. Segundo E. Paul Goldenberg (1997), o estudo de caso tem origem na pesquisa médica e na pesquisa psicológica, com a análise detalhada de um caso individual que explica a dinâmica e a patologia de dada doença. Essa é uma das possíveis justificativas relacionadas à sua origem. Nesta pesquisa, o estudo de caso exigiu a observação de uma turma do 9.º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de um distrito de Ouro Preto.

Segundo João Pedro da Ponte (2011), o estudo de caso é vantajoso principalmente por retratar e analisar a realidade observada de maneira mais detalhada e apresentar simplicidade nos procedimentos.

No entanto vale explicitar que há limitações quanto à escolha, como a dificuldade/impossibilidade de generalização dos resultados obtidos e a influência do pesquisador, que pode, em algum momento, interferir no andamento da pesquisa e de seus resultados. Todavia tanto a escolha da observação participante quanto o estudo de caso foram favoráveis ao desenvolvimento desta pesquisa.

3.3 Contexto da pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede municipal de ensino localizada em um distrito de Ouro Preto, cidade que é patrimônio cultural da humanidade, localizada a 95 km de Belo Horizonte, na Serra do Espinhaço, na Zona Metalúrgica de Minas Gerais, mais conhecida como Quadrilátero Ferrífero.

O município de Ouro Preto pertence à 25.ª Superintendência Regional de Ensino. Nesse ano, havia no município 1 escola de Educação Especial (APAE), 15 creches municipais, 35 escolas municipais do Ensino Fundamental, 10 escolas estaduais de Ensino Fundamental e Ensino Médio, 2 escolas da rede privada de Ensino Fundamental e Ensino Médio, 2 escolas privadas de Ensino Técnico, profissionalizante e tecnológico, e 1 centro de treinamento do Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI). Havia no município

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Educação Ciência e Tecnologia (IFMG) e um campus da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Quanto ao distrito onde foi desenvolvida a pesquisa, está localizado a 27 km de Ouro Preto. Trata-se de um distrito rural que tem se desenvolvido no turismo, com 7 pousadas e 2 restaurantes. A população revela sitiantes, artesãos, funcionários públicos e trabalhadores dos hotéis-fazenda. A economia depende de serviços, mineração e produção de café. Nesse distrito há somente uma escola que atende aos alunos do 1.º ao 9.º ano do ensino Fundamental, fundada em 31 de maio de 1909.

3.3.1. A escola

A pesquisa foi realizada em uma escola que funciona em dois turnos e atendeu, em 2011, a um total de 371 alunos, dos quais 214 estavam matriculados nas turmas do 6.º ao 9.º ano, no horário das 7h às 11h30, e residiam nesse distrito ou em outro situado a 15 km, e 157 alunos nas séries iniciais do Ensino Fundamental no período vespertino, das 12h30 às 16h50.

A escola escolhida era o local de trabalho da pesquisadora, o que favoreceu a utilização de tempos, espaços e uma pesquisa da sua própria prática. Nesse sentido, a professora-pesquisadora abandonou a ideia que tinha de transmissora de conhecimento para orientadora do processo de ensino-aprendizagem. Afinal, segundo Paulo Freire, ñensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construçãoò (FREIRE, 1996, p. 47).

A escola é constituída de 9 salas de aula, 1 biblioteca, 1 sala de vídeo, 1 sala de professores, 1 secretaria, 1 sala da direção, 1 quadra sem cobertura, 1 cantina, 2 banheiros (feminino e masculino) para os alunos e 1 banheiro para os professores. Não há laboratório de informática, motivo pelo qual não havia possibilidade de utilizar softwares de geometria dinâmica no processo de ensino-aprendizagem da Geometria. As salas de aula são desconfortáveis, pois, desprovidas de ventiladores, durante o verão causam intenso calor aos alunos e professores e a ausência de cortinas ocasiona baixa visibilidade do quadro-verde devido aos reflexos da claridade. Além disso, algumas salas são mal iluminadas e têm as paredes mal conservadas.

Há em cada sala uma pequena mesa retangular para o professor, porém não há armário para guardar os materiais de trabalho. A organização é feita de forma frontal, com carteiras enfileiradas para aulas expositivas.

A administração fica a cargo de 1 diretora e 2 vice-diretoras, uma para cada turno. Há 1 pedagoga para atender aos 2 turnos. Para as séries finais do Ensino Fundamental são 14

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

10. A carga horária da bibliotecária é dividida entre os 2 turnos, atendidos por 2 secretárias. São 5 auxiliares de serviços gerais no período da manhã e 5 no período da tarde.

O Quadro 7, a seguir, mostra a distribuição dos 14 professores que lecionam nessa escola do 6.º ao 9.º ano, com disciplina e situação funcional.

Quadro 7 - Disciplina, número e situação funcional dos professores das séries finais do Ensino Fundamental na escola onde foi desenvolvida a pesquisa.

Disciplina	Número de professores	Situação funcional
Matemática	3	2 efetivos e 1 contratado
Português	3	2 efetivos e 1 contratado
Ciências	2	1 efetivo e 1 contratado
História	1	contratado
Geografia	1	contratado
Inglês	1	efetivo
Artes	1	efetivo
Ensino Religioso	1	efetivo
Educação Física	1	efetivo

Fonte: Quadro de funcionários da escola onde foi desenvolvida a pesquisa.

Como em muitas escolas da rede pública de ensino, esta também apresenta problemas, como falta de professores no início do ano letivo, ausência de professor para substituir uma eventual falta do profissional efetivo, dificuldades em promover atividades orientadas, precária manutenção do prédio e ausência de área exclusiva para recreação. O material didático, livros, materiais lúdicos e das aulas de Matemática, é muito restrito.

3.3.2 Os participantes da pesquisa

Os participantes desta pesquisa foram 29 alunos da turma do 9.º do Ensino Fundamental. Eles foram informados sobre a pesquisa e convidados a participar .

Conduzimos as atividades com os conteúdos do programa de Matemática do currículo, durante o mês de maio de 2011. Inicialmente, todos os alunos foram convidados de maneira informal, por meio de um convite verbal. Depois de maneira formal, por carta, com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), entregues aos pais (Apêndice C) e aos alunos (Apêndice D). Além disso, um convite explicativo foi entregue a cada um dos 29 alunos participantes (Apêndice E).

Quanto à identificação destes, foi realizada uma codificação para evitar constrangimento de qualquer natureza. O código facilitou a identificação e ilustração dos diálogos em sala de aula, além das dúvidas e observações surgidas durante a pesquisa. Assim,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

om uma numeração de P01 até P29, ou seja, o primeiro participante foi indicado por P01, o segundo por P02, até o último participante, P29. Essa escolha aconteceu por sorteio, sem qualquer alusão a nome, ordem de chamada ou outra qualquer e sem informação de sexo, pois não haveria comparação por gênero.

Dentre esses 29 participantes, 3 estudavam na Escola havia apenas dois anos, pois vieram transferidos de uma escola pública do município de Itabirito, 16 estudavam nesta escola desde o 6.º ano e os 10 restantes eram alunos desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. Apenas 1 participante era repetente do 9.º ano, pois a direção da escola decidiu evitar retenção de aluno nesta série escolar, a menos que fosse em casos extremos (aluno sequer alfabetizado), ou seja, raramente era reprovado um aluno do 9.º Ano nesta escola. Nos anos anteriores a retenção era aceita.

A faixa etária dos participantes era de 14 a 17 anos, dos quais 6 alunos tinham 14 anos; 13 alunos, 15 anos; 6 alunos, 16 anos e 4 alunos, 17 anos, ou seja, apenas 20% estavam na faixa etária ideal para o 9.º ano.

Desses participantes, pode-se afirmar que 6 eram rebeldes[11]; 12 eram desinteressados com os estudos; 5 davam motivo a muitas reclamações tanto da escola como dos colegas[12] e apenas 6 tinham rendimento satisfatório (destes 5 tinham 14 anos e 1, 15 anos). Enfim, era uma turma difícil, principalmente pela participação e interação durante as aulas, de modo que apenas 4 ou 5 faziam as atividades, sem copiar do colega as respostas, e manifestavam interesse em aprender.

Outra realidade dessa turma era o individualismo. Aqueles que realizavam as atividades não gostavam de ajudar os colegas, na verdade poucos pediam ajuda, e no máximo, pegavam o caderno para copiar a respostas. Quando os alunos considerados ñbonsò em Matemática não conseguiam realizar uma atividade, ninguém mais tentava, pois havia a cultura de que a Matemática é para poucos e que eles jamais aprenderiam essa disciplina. Consequentemente surgia o desinteresse em aprender Matemática.

Esta pesquisa contou com o consentimento da direção desde quando propusemos o estudo-piloto e os resultados foram apresentados à direção e à pedagoga da escola.

---

[11] A rebeldia a que se referiu incluiu oposição e desobediência aos pedidos de silêncio feitos pelo professor, resistência em fazer as atividades em sala de aula e em casa, recusa aos deveres de estudante, discussão vulgar e linguagem baixa e grosseira com os colegas.

[12] Essas reclamações tinham a ver com suposições quanto ao envolvimento com comércio de drogas no distrito.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

or de Educação Física, procuramos nos aproximar dos participantes antes de iniciar a pesquisa, a fim de estabelecer sentimentos de amizade, respeito e colaboração entre nós e os participantes. Isso foi necessário devido o próprio perfil deles: indisciplinados, agressivos, mal-educados e desinteressados com os estudos.

Assim, durante os primeiros meses de 2011, fizemos alguns passeios no próprio distrito, em que tivemos ajuda de pessoas da família e desse professor de Educação Física. Em cada passeio estavam presente de 6 a 9 alunos, inclusive os mais rebeldes e de difícil comportamento em sala de aula. Até maio, quando se iniciou a pesquisa, já haviam sido realizados três passeios, todos aos domingos: dois na parte da manhã e um a partir das 13 h. O pretexto era conhecer o distrito e praticar esportes, como caminhada e ciclismo. Havíamos percebido que alguns desses alunos queriam mostrar que eram terríveis, que ninguém podia suportá-los, que a ordem era dada por eles e que a autoridade eram eles. Essa foi a estratégia encontrada para desenvolver primeiramente o respeito e a amizade entre professor e alunos.

3.4. O estudo-piloto

Teve por objetivo a verificação da receptividade dos participantes diante de uma proposta de ensino diferente daquela com que eles estavam acostumados. Assim, pôde ser feita a análise do potencial de cada tipo de atividade e os dados obtidos com as respostas possibilitaram identificar algumas necessidades de modificações no instrumento de coleta de dados (questionário) e em algumas atividades.

O estudo-piloto foi realizado em novembro de 2010 (4.º bimestre letivo) em uma turma de 9.º ano do Ensino Fundamental, com 32 alunos, da mesma escola onde foi realizada a pesquisa na íntegra. Mas não houve intenção de fazer comparações entre a turma de 2010 e a de 2011. O objetivo do estudo-piloto foi testar as atividades que seriam desenvolvidas na turma do ano seguinte, permitindo, ao término das atividades propostas, concluir que a realização da pesquisa era viável e que a proposta favoreceu o ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, confirmando o interesse dos participantes pela Matemática a partir do momento em que conheceram como surgiu esse tema e o aparecimento do Teorema de Tales, bem como a motivação desse matemático.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Foram realizadas as seguintes ações metodológicas para atingir o objetivo proposto nesta pesquisa:

1. Estudo da literatura pertinente ao tema para elaborar a proposta de atividades;
2. Elaboração de um questionário para investigar o que os participantes conheciam de Geometria, História da Matemática e atividades investigatórias;
3. Aplicação do questionário para, de acordo com os resultados, elaborar as atividades adequadas aos conhecimentos prévios dos participantes;
4. Elaboração das atividades a serem realizadas pelos participantes;
5. Identificação das principais estratégias que os participantes utilizaram para a solução das atividades propostas;
6. Análise dos registros produzidos pelos participantes durante a realização das atividades propostas;
7. Organização das informações obtidas;
8. Análise das informações obtidas;
9. Conclusões ou considerações finais.

3.6. Instrumentos utilizados

Nesta pesquisa foi utilizado o Questionário (Apêndice A), com a finalidade de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Geometria, como posições relativas de retas, e verificar o conhecimento que tinham sobre a História da Matemática e sobre atividades investigatórias nas aulas de Matemática.

Escolheu-se o Questionário porque é um instrumento que alcança maior número dos pesquisados, pois as respostas são obtidas de maneira que não os constrange, porque, como não é obrigatório se identificar, eles se sentem mais à vontade para responder e há poucos gastos com a aplicação. Todavia se perde muito da possibilidade de observar a expressão de sentimentos e gestos (PRADO, 2010).

Esse instrumento também serviu como base para a elaboração de algumas das atividades propostas. Na verdade, foram as respostas dos participantes que motivaram a realização das cinco primeiras atividades. Principalmente quando foi perguntado aos participantes sobre o uso da História da Matemática por seus professores e o conhecimento que tinham sobre conceitos básicos de Geometria, como retas paralelas e transversais.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

o foi o nosso caderno de campo, no qual anotamos observações diárias sobre o desenvolvimento das atividades, com a data das aulas, os temas, as impressões, diálogos, reflexões, dificuldades, erros, acertos, ações, orientações e reações dos participantes diante cada atividade proposta.

Essas anotações foram feitas durante e após as atividades, na sala de aula, no pátio, ou em outro lugar onde estavam ocorrendo as atividades. Quando ficava difícil registrar no momento em que a atividade acontecia, isso era feito quando a aula terminava. Nesse caso, pedíamos à vice-diretora que nos substituísse na turma seguinte. Assim, íamos para a biblioteca, para a sala de vídeo ou para a sala dos professores e registrávamos o que havia ocorrido naquele encontro, com a preocupação de não nos esquecermos dos detalhes.

A falta de recursos de gravação não nos impediu de registrar todos os momentos mais relevantes da pesquisa, pois os participantes da pesquisa também elaboraram relatórios escritos contendo o desenvolvimento de algumas atividades. Além disso, esses relatórios (protocolos) serviram para a análise acerca da organização das ideias durante as resoluções das atividades. Uma ferramenta utilizada na coleta de dados foi o celular dos participantes, muito útil para a gravação dos encontros. Na sala de aula, ficava em cima da carteira de cada grupo (dupla ou trio) um celular ligado. Durante as atividades, solicitávamos que um participante do grupo utilizasse o celular, ativando e usando ñgravação de vozò.

Quando a atividade era realizada fora da sala de aula, ficou combinado que os participantes deveriam se imaginar repórteres, ou seja, tudo o que eles falassem deveria ser com o celular em mãos, para que a fala fosse gravada. Por interferência de ruídos, nem todas as gravações ficaram audíveis.

Apesar desses contratempos, eles acharam interessante, pois estavam se sentindo muito importantes e faziam questão de falar com o celular na mão gravando tudo, como foi o caso dos participantes P04, P09, P20, P22, P25 e P29.

A utilização dessa ferramenta foi muito trabalhosa para nós, porque, após cada encontro, era preciso recolher os celulares utilizados pelos participantes e enviar as gravações para o nosso celular, via *Bluetooth*. As gravações eram salvas com o nome do dono do celular para depois reconhecer as falas e os grupos correspondentes.

Após recolher e salvar as gravações dos celulares dos participantes, nós ouvíamos, selecionávamos e transcrevíamos trechos que deveriam fazer parte do relatório. Nove gravações foram recolhidas quando as atividades eram realizadas em trios e treze, quando os participantes se organizavam em duplas (mas nem sempre eles ficavam em duplas, pois alguns insistiam em permanecer em trios).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

e celular dos participantes para a gravação dos diálogos foi decorrente da falta de recursos para essas gravações. Além disso, apesar de os participantes serem provenientes de famílias de baixa renda, praticamente todos possuíam um celular e de boa qualidade. Os participantes foram conscientizados sobre a importância dessa pesquisa e atribuímos a eles a responsabilidade de fazer as gravações.

Uma questão preocupante eram os problemas que a escola estava vivenciando quanto ao mau uso dos telefones celulares pelos alunos durante as aulas, principalmente essa classe de 9.º ano. Eles utilizavam o celular durante as aulas para enviar mensagens, músicas e até para gravar momentos de nervosismo e punições feitas pelos professores quando os alunos aprontavam, com a finalidade de expor na internet e prejudicar os professores.

Portanto, para que o uso do telefone celular se tornasse uma ferramenta auxiliar na pesquisa, foi necessário haver uma conversa com a direção da escola e nós nos responsabilizarmos pela turma. Realizamos um trabalho de conscientização com os participantes e nenhum inconveniente surgiu durante a pesquisa.

Havia pequenos desentendimentos nos encontros para decidir quem iria utilizar o celular. Era quase uma exibição de quem tinha o melhor celular, mas isso foi favorável para a pesquisa. Afinal, sem esse recurso não havia como gravar os diálogos.

Ao findar essa etapa da pesquisa, os alunos queriam continuar utilizando o celular durante as aulas de Matemática, mas a situação foi contornada por meio do diálogo. Daí para frente o celular foi menos utilizado, porém a prática investigatória permeou todo o ano letivo. Essa conscientização foi satisfatória tanto para a pesquisa quanto para a escola. A direção e os outros professores parabenizaram a turma pela mudança de comportamento.

3.7 Atividades propostas

Reconhecidas as potencialidades da História da Matemática em sala de aula e a importância da construção do conhecimento matemático pelo aluno por meio de atividades investigatórias (MENDES, 2009a), foi possível elaborar a proposta de atividades que seriam desenvolvidas com os alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental.

Procuramos dinâmicas que favorecessem o desenvolvimento de trabalhos individuais e em pequenos grupos, a fim de beneficiar o desenvolvimento de habilidades de leitura e interpretação das atividades, comunicação, socialização, entrosamento entre os alunos e o hábito de registrar as resoluções. As atividades propostas aconteceram dentro e fora da sala de

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

independentemente da organização entre os participantes, cada um deveria nos entregar o registro de sua atividade.

A proposta elaborada foi composta de 11 atividades, desenvolvidas em 11 encontros, no horário normal das aulas de Matemática, no período de 4 a 31 de maio, um total de 18 aulas de 50 minutos cada, com a seguinte distribuição: 2 aulas na segunda-feira, 2 na terça-feira e 1 na quarta-feira.

A correção das atividades acontecia após os alunos entregarem as soluções. Em algumas atividades eram os próprios participantes que apresentavam as correções aos demais colegas. Os participantes opinavam e expunham as ideias utilizadas para a realização da atividade.

As atividades desenvolvidas durante a pesquisa estão descritas no Quadro 8, a seguir, e detalhadas no Capítulo 4.

Quadro 8 - Encontros, número de aulas, atividade, objetivos e descrição das 11 atividades propostas.

Encontro	**Número de aulas**	**Atividade**	**Objetivo(s)**	**Descrição**
1.º Encontro (4 de maio)	1 aula	Preenchimento do questionário	Conhecer o que os participantes pensam sobre Matemática. Verificar se conhecem História da Matemática e o que entendem por atividades investigatórias. Identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre posições relativas de retas.	Questionário com 10 questões: 2 fechadas, 3 semifechadas e 5 abertas.
2.º Encontro (10 de maio)	2 aulas	Atividade 1 Atividade investigatória	Falar sobre investigação e atividades investigatórias. Escolher um assunto para ser investigado e elaborar estratégias capazes de solucionar o assunto escolhido.	Um bom investigador após expor o assunto a ser investigado, procura solucioná-lo ou apontar caminhos.
3.º Encontro (11 de maio)	1 aulas	Atividade 2 Investigação histórica para aprendizagem em Matemática.	Elaborar investigação histórica para explicar alguns porquês da criação de determinados conteúdos matemáticos pré-estabelecidos.	Organização da turma em trio para a separação dos temas para serem apresentados pelos trios no 7.º Encontro (23/05). Exposição de informações históricas que envolveram determinados conteúdos matemáticos.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

4.º Encontro (16 de maio)	2 aulas	Atividade 3 Investigação sobre a altura de objetos utilizando a sombra.	Conhecer Tales de Mileto e o método usado no cálculo da altura da pirâmide de Quéops. Estimar a altura de objetos de difícil acesso por meio de proporção e semelhança de triângulos nos cálculos.	Participantes organizados em duplas para a medição e registros das alturas utilizando sombra.
5.º Encontro (17 de maio)	2 aulas	Atividades 4 e 5 Atividades com sombras	Resolver atividades que envolvem o cálculo de altura utilizando razão e semelhança de triângulos (uso do comprimento da sombra). Fazer interação entre História da Matemática e Tales de Mileto.	Atividade realizada com as mesmas duplas formadas no 4.º Encontro.
6.º Encontro (18 de maio)	1 aula	Atividade 6 Investigação de outras possibilidades de medir a altura de objetos de difícil acesso sem o uso de sombras.	Verificar se há outras possibilidades de calcular a altura de objetos de difícil acesso. Comparar os resultados obtidos pelos diferentes métodos, se houver.	Participantes organizados em trios para investigar e realizar o cálculo das alturas sem o uso da projeção das sombras.
7.º Encontro (23 de maio)	2 aulas	Apresentação dos trabalhos realizados pelos trios sobre investigação histórica para a aprendizagem de Matemática.	Avaliar a apresentação, analisar a leitura e interpretação histórica dos conteúdos pré-selecionados pelos participantes da pesquisa.	Apresentações realizadas na sala de vídeo.
8.º Encontro (24 de maio)	2 aulas	Atividade 7 Generalização e demonstração do Teorema de Tales	Identificar retas transversais em um feixe de retas paralelas. Reconhecer segmentos proporcionais como segmentos que formam uma proporção. Verificar a validade do Teorema de Tales com mais rigor matemático, por meio de construções.	Construção de retas paralelas cortadas por transversais por meio de malha quadriculada. Identificação do Teorema de Tales
9.º Encontro (25 de maio)	2 aulas	Atividades 8, 9 Investigando situações de aplicação do Teorema de Tales.	Utilizar o Teorema de Tales em aplicações diretas, em plantas baixas, pontes, etc.	Resolver situações que envolvem o Teorema de Tales.
10.º Encontro (30 de maio)	2 aulas	Atividades 10 e 11	Reconhecer o Teorema de Tales em triângulos e em quadriláteros.	Identificar outras possibilidades de aplicar o Teorema de Tales.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

11.º Encontro (31 de maio)	1 aula	Avaliação da proposta	Verificar se houve aprendizagem do Teorema de Tales e se ele é reconhecido em situações diversas.	Atividades de revisão.

Fonte: Caderno de campo da professora-pesquisadora

Como Mendes (2009b), não tivemos como propósito classificar cada atividade como fácil ou difícil, mas ñdesenvolver nos estudantes um espírito explorador, indagador e ao mesmo tempo de análise e síntese, pois é dessa maneira que eles alcançarão um crescimento intelectual mais significativoò (MENDES, 2009b, p.98). Desse modo, houve empenho em criar um ambiente favorável ao desenvolvimento das atividades investigatórias, detalhadas no Capítulo 4, a seguir, direcionadas para o favorecimento de trabalhos individuais e em pequenos grupos, a fim proporcionar o desenvolvimento de habilidades de leitura e interpretação de textos, registro de resoluções, comunicação, socialização, interação e cooperação. Isso para que essas atividades investigatórias pudessem apresentar as características do processo de ensino-aprendizagem da forma como as compreendemos.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

> [...] somos os únicos em que aprender é uma aventura criadora, algo por isso mesmo, muito mais rico do que meramente repetir a lição dada. Aprender para nós é construir, reconstruir, constatar para mudar, o que não se faz sem abertura ao risco e aventura do espírito.
>
> (Paulo Freire, 1999, p. 77)

Neste capítulo apresentamos a descrição das atividades propostas, direcionadas pelas orientações de Mendes (2009b). Cada atividade proposta possui um título que evidencia o objetivo pretendido e a sua descrição era entregue por escrito a cada participante no momento da sua realização. Ao término da realização de cada atividade, recebíamos as propostas de resolução para análise, que eram devolvidas aos participantes depois serem analisadas.

Durante os encontros, os participantes se organizaram em pequenos grupos, de dois, de três e até de quatro componentes, exceto na Atividade 1, para a qual foi solicitada realização individual. Nos encontros nós nos preocupávamos em promover um ambiente favorável à participação, interação, cooperação e compreensão dos assuntos abordados.

4.1 Primeiro encontro: preenchimento do Questionário

Elaboramos o Questionário com o fim de saber que conhecimentos básicos sobre Geometria e História da Matemática tinham os participantes. Isso para que elaborássemos atividades que tivessem sentido para eles. Assim, a primeira atividade realizada pelos participantes foi o preenchimento do Questionário. Foi respondido no quarto horário (após o recreio), das 9h50 às 10h40, e, como de costume, a turma estava muito agitada.

Durante o recreio, as salas de aula ficavam fechadas e, aproximadamente 2min antes de finalizar esse intervalo, as portas das salas eram abertas pelos próprios professores, que aguardavam o retorno dos alunos. Essa turma sempre retornava agitada e era necessário aguardar alguns minutos para conseguir organizá-la nos devidos lugares, em fileiras, como era o costume.

Naquele dia, iniciamos a conversa com um convite. Ao ser pronunciada a palavra convite, surgiu o tumulto. E conversas de brincadeira foram manifestas pelos participantes:

P08: ñOh! a Nunes vai nos levar para um passeio, tô dentroò.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

mais brincalhões da turma): ñAh, fessora, muito obrigado, mas dessa vez eu não posso, já viu né, são muitos compromissos!ò.

P29 (meio nervoso): ñJá chega, nessa turma não dá para ouvir nada. Daqui a pouco a Nunes para com o que ela queria, e olhem vocês devem agradecer, pois é a única professora que nunca deixou de dar aula por causa das suas bobeiras, parece que já até esqueceram do torre que tomamos hoje cedo. E de novo foi por causa dessas brincadeiras em sala.ò

P12 (calmamente): ñEsquenta não, bebê, o pessoal já ta é cansado de nós, minha vontade é soltar uma bomba nessa escola, mas eu acho que nem isso adianta. Fica na paz, Nunes, eu te avisaria antes, falô? A gente deixa a senhora fora da explosão. Foi mal, fala ai. Já paramos morô mas é Matemática e agora o papo é outro...ò

O participante P12 era considerado o líder da turma, por isso os demais participantes respeitavam e acatavam a sua decisão. Nesse sentido, querer aproximação com a turma significou tentar se aproximar primeiro dele. Isso foi possível devido aos passeios[13], pois ele esteve sempre presente. Inicialmente com indiferença, mas depois se interessou e até incentivou os colegas a participar.

Assim, após a fala de P12, os participantes retornaram ao silêncio, sendo possível concluir o convite e avisá-los sobre o Questionário que seria entregue naquele momento e a que eles deveriam responder. Foi pedido que cada participante lesse com calma cada pergunta e tentasse responder. Para aumentar o interesse e ñobrigá-losò a ler e responder com atenção, foi necessário falar que tudo estava valendo nota para o bimestre.

Por meio do Questionário foi possível compreender o que a maioria dos participantes considerava por atividades matemáticas interessantes. Percebemos que para eles a palavra ñatividadeò não era comum durante as aulas de Matemática, em geral era usual utilizar a palavra ñexercícioò. Quanto aos exemplos apresentados pelos participantes, como atividades interessantes, demonstraram pouca criatividade e baixo grau de dificuldade, principalmente por se tratar de alunos de 9.º ano.

Esta é a pergunta número 3:

Em relação à aprendizagem em Matemática, de forma geral, você considera que:

a) ( ) Tem bastante facilidade em aprender Matemática.

b) ( ) Apresenta dificuldades em aprender alguns assuntos de Matemática.

c) ( ) Possui muita dificuldade para aprender Matemática.

Por que você acha que é assim?

Dos participantes, 62% afirmaram ter dificuldades e as justificativas estavam relacionadas com o desinteresse em relação à Matemática.

[13] Passeios realizados antes das atividades referentes à pesquisa (p. 69).

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ensino de Geometria, os participantes responderam que se tratava de um assunto pouco trabalhado nas séries anteriores e percebemos que, além de ter sido pouco explorado, os participantes desconheciam ou haviam esquecido os conceitos básicos.

Sobre a História da Matemática, embora a maioria tivesse respondido que seus professores raramente a utilizavam, a verdade é que eles desconheciam por completo que a Matemática tem história e que é possível conhecê- la.

Quanto ao termo investigação, que também apresentamos no Questionário, todos os participantes responderam que entendiam como sendo uma atividade desenvolvida apenas por agentes da polícia. Portanto a expressão ñinvestigação matemáticaò ou ñatividade investigatóriaò não fazia sentido para os participantes naquele momento.

Organizamos e analisamos as respostas apresentadas e, de acordo com o referencial teórico adotado e o perfil dos participantes, adaptamos e elaboramos 11 atividades investigatórias que lhes proporcionassem a construção, a formalização e a compreensão do Teorema de Tales.

Pelas respostas dadas pelos participantes percebemos também que seria interessante preparar uma aula que contemplasse conceitos básicos de Geometria, como posição relativa de retas e ideias de proporcionalidade. Essa aula aconteceu no encontro seguinte, isto é, no dia 4 de maio de 2011.

A descrição de cada uma das atividades está nas seções seguintes e a análise de algumas atividades foi realizada no Capítulo 5. Para mais detalhes sobre o Questionário, basta consultar o Apêndice B.

4.2 Atividade 1: Investigando... O detetive sou eu

Descrição:

> Você deverá criar uma situação que precisa ser investigada urgentemente. O assunto é do seu interesse, por exemplo, moda, cultura e costumes de algum lugar, violência etc. Ao decidir sobre o que você deseja investigar, justifique o motivo de esse assunto ser investigado, elabore estratégias ou sugira possibilidades para solucionar o que você criou como suspeito ou que necessita de investigação.

Justificamos essa atividade pela concepção que os participantes tinham a respeito das aulas de Matemática, ou seja, bastava entender um exemplo e repetir, de modo idêntico, os demais exercícios. Tratava-se de uma classe em que quase não se ouviam perguntas deste

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

u por quem isso foi criado?ò, ñeu encontrei outra maneira de resolver, está correta?ò. Enfim, percebemos que por algum motivo eles perderam, ou nunca tiveram, interesse ou curiosidade nas aulas de Matemática. Foi esta a primeira inquietação: como ajudá-los a se interessar por assuntos matemáticos?

A primeira necessidade observada foi promover envolvimento entre os participantes e estimular a escrita de um registro com descrição dos fatos. Assim, o encontro foi iniciado com a seguinte questão: ño que é investigação para você?ò.

Nesta atividade a turma se organizou de maneira habitual, em filas. Entregamos uma folha A4 com a descrição da atividade ñInvestigando... O detetive sou eu.ò. Todos leram o enunciado. Orientamos sobre o que seria realizado e respondemos aos comentários dos participantes.

Foi solicitado que cada participante criasse uma situação-problema para ser investigada. Depois ele deveria elaborar estratégias para solucioná-la ou indicar possibilidades para encerrar o caso escolhido.

4.2.1 Detalhamento da Atividade 1

O objetivo desta atividade foi favorecer a interação entre os participantes. O foco foi desenvolver neles a habilidade de questionar, socializar ideias, investigar e interagir com os colegas.

Assim, cada um elaborou um relatório sobre uma pretensa investigação e a apresentou aos colegas.

A atividade foi realizada individualmente, em 50min. Os primeiros 10min foram destinados à escolha dos temas a serem investigados e os 40min restantes para os registros. Nesse dia faltaram três participantes e seis não entregaram o registro, portanto foram recebidas 20 investigações. Alguns participantes comentaram sobre o que gostariam de investigar, mas não fizeram o registro escrito.

Os participantes estavam acostumados somente com aulas expositivas de Matemática, com indicação de capítulos do livro, exemplos e exercícios. A reação deles durante a realização da atividade foi registrada por meio do seguinte diálogo[14]:

[14] O diálogo foi anotado no Caderno de Campo enquanto a turma pensava no assunto que seria investigado.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...ou entendendo o que isso tem a ver. Cadê a matéria? Eu não ...ero ser policial. Essa história de investigação não tem nada a ver com Matemática. Eu quero saber quantos pontos está valendo isso.ò
> **P22:** ñDeixa de ser mal humorado, P13. É claro que isso deve ter a ver com a matéria! A Nunes cria umas coisas engraçadas para a gente aprender Matemática e eu tô (sic) gostando. É claro que eu decoro, mas decoro sabendo. E olha; não tá (sic) tão fácil assim porque você não escreveu nem uma linha do que ela pediu. E você só arrumou tema porque vai fazer igual ao que eu escolhi...ò

Durante o registro da investigação, quase não houve brincadeiras e conversas que atrapalhavam o rendimento da turma. A atenção foi bem maior do que as brincadeiras, sendo isso positivo para o desenvolvimento da pesquisa.

4.2.2 Situações apresentadas pelos participantes

Os casos investigados não eram muito variados. E das 20 investigações realizadas, 6 investigações foram sobre tráfico de drogas (P01, P07, P08, P09, P12, P20), 3 sobre assassinatos (P04, P16, P18), 2 sobre traição entre marido e esposa (P28, P14), 2 sobre roubo (P04, P10), 1 sobre estupro (P11) e 1 sobre as tendências da moda primavera-verão 2012 (P29). Um participante escreveu sobre o uso do dinheiro arrecadado por eventos beneficentes, citando o Programa ñCriança Esperançaò (P03). Havia exemplos hipotéticos, como o desaparecimento da cartola do mágico holandês (P15), o roubo da Torre de Eiffel (P02), causas do desemprego (P26) e um sequestro realizado por um extraterrestre (P02). Resumindo, 15 registros, isto é, 51,72%, estavam relacionados com violência.

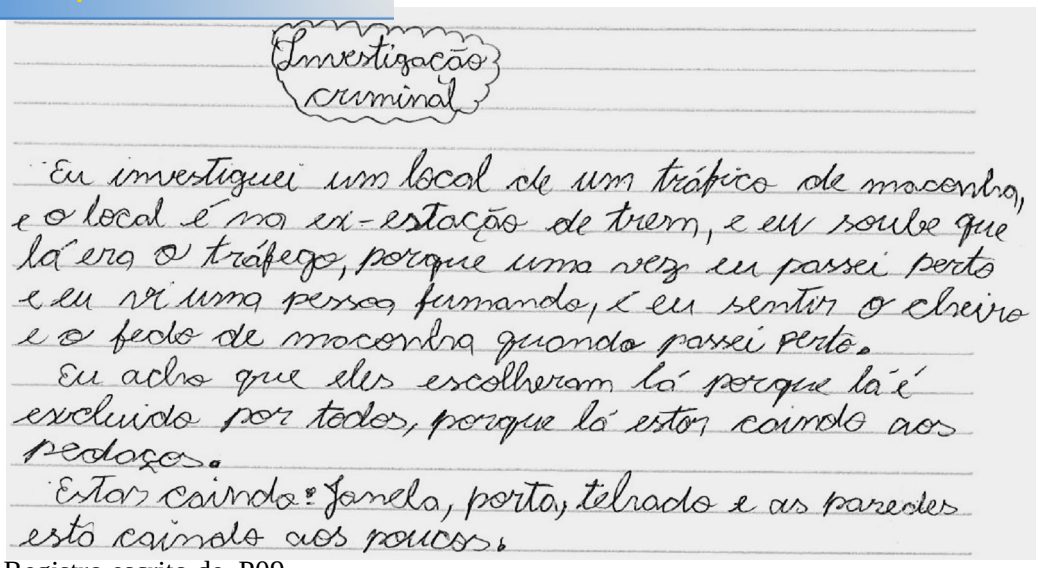
A maioria dessas escolhas estava relacionada à realidade em que os participantes estavam inseridos. Observamos isso porque, segundo informações dos funcionários da Escola que lá residiam, nos últimos dois anos foi crescente o tráfico de drogas. Também havia casos de violência doméstica.

Selecionamos dois registros de investigação elaborados pelos participantes. Ambos sobre o tráfico de drogas. A motivação da escolha foi a seguinte: os dois participantes, P07 e P09, diferem entre si pelo comportamento na sala de aula, um totalmente tímido e o outro bastante agitado. Um muito organizado e o outro totalmente desorganizado: um é o oposto do outro. Porém, nesta atividade, ambos demonstraram opiniões e situações parecidas, talvez mais no debate na sala de aula do que no que eles registraram. Portanto a investigação permitiu que conhecêssemos um pouco mais do contexto desses dois jovens.

Os registros das investigações vêm a seguir, ilustrados nas Figuras 7 e 8.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Investigação elaborada por P09



Investigação criminal

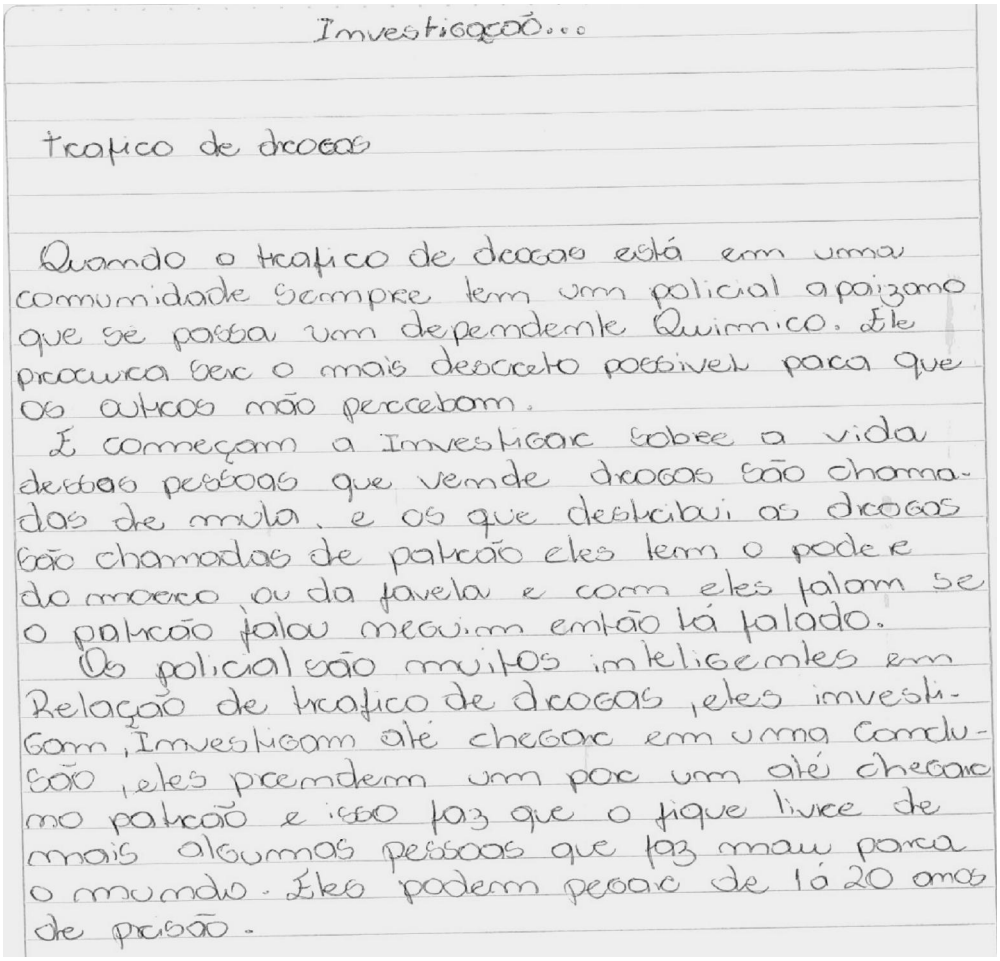
Eu investiguei um local de um tráfico de maconha, e o local é na ex-estação de trem, e eu soube que lá era o tráfego, porque uma vez eu passei perto e eu vi uma pessoa fumando, e eu sentir o cheiro e o fedo de maconha quando passei perto.

Eu acho que eles escolheram lá porque lá é excluido por todos, porque lá estão caindo aos pedaços.

Estão caindo: Janela, porta, telhado e as paredes está caindo aos poucos.

Fonte: Registro escrito de P09

Figura 8 - Investigação elaborada por P07



Investigação...

Trafico de drogas

Quando o trafico de drogas está em uma comunidade sempre tem um policial a paizano que se passa um dependente Quimico. Ele procura ser o mais descreto possivel para que os outros não percebam.

E começam a Investigar sobre a vida dessas pessoas que vende drogas são chamadas de nula, e os que distribui as drogas são chamadas de patrão eles tem o pode re do morro, ou da favela e com eles falam se o patrão falou mexeu então tá falado.

Os policial são muitos inteligentes em Relação de trafico de drogas, eles investigam, Investigam até chegar em uma conclusão, eles prendem um por um até chegar no patrão e isso faz que o fique livre de mais algumas pessoas que faz mau para o mundo. Eles podem pegar de 1 á 20 anos de prisão.

Fonte: Registro escrito por P07

P09 citou um local que fica próximo à sua casa e uma realidade conhecida pelos moradores da região, mas nada foi feito para mudar aquela situação.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

dos seus dois irmãos, de 19 e 13 anos, que foram apreendidos por policiais paisanos que investigavam o envolvimento desses rapazes nas drogas.

Embora as investigações tivessem sido simples, foi trabalhoso fazer com que os participantes escrevessem sobre algum assunto, mesmo sendo do interesse deles.

Consideramos que o objetivo da atividade foi atingido, ou seja, ela promoveu envolvimento entre os participantes e estimulou a escrita de um registro com descrição dos fatos. Alguns até opinaram sobre as sugestões dos colegas, mas sem agressões verbais. A natureza da atividade foi questionada, pois alguns dos participantes não entenderam essa proposta em uma aula de Matemática.

A proposta desta atividade não explicitou um conteúdo matemático nem histórico. O tema era livre. Mas as fases se voltaram para a comunicação oral e para o registro escrito, envolvendo um pouco da história de vida de alguns participantes. Por exemplo: o registro de P09 mostrou uma realidade observada por ele. P14 escreveu sobre a separação dos próprios pais, que, de acordo com o relato, não foi amigável. A investigação de P18 foi sobre o assassinato do irmão, que aconteceu em fevereiro de 2011, decorrente do envolvimento no tráfico de drogas. Dessa forma questionaram, socializaram ideias, investigaram e interagiram com os colegas.

4.3 Atividade 2: Investigando... O matemático sou eu.

Descrição:

> ñO que você gostaria de aprender com a História da Matemática?ò Você irá escolher um assunto matemático, conhecer a sua história e preparar uma investigação, com base na História da Matemática, e apresentar aos seus colegas em sala de aula. Nessa investigação você deverá explicitar as necessidades e o contexto sociocultural que influenciou a criação do assunto escolhido. Seja curioso e investigue o máximo o que puder!

Esta atividade foi elaborada com base nesta pergunta do Questionário: ñO que você gostaria de aprender com a História da Matemática?ò O objetivo foi mostrar aos participantes que alguns conteúdos matemáticos já conhecidos por eles têm história, pois eles sequer sabiam que existem livros sobre a História da Matemática ou que a Matemática tem história.

Foram selecionados nove conteúdos matemáticos e os participantes se organizaram em trios, para realizar uma investigação histórica. Eles deveriam ler sobre a história do

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

s necessidades e o contexto sociocultural associados, se possível.

Dos assuntos selecionados, três foram sugestões dos próprios participantes: a invenção dos números, a criação dos números negativos e criação das frações. Os demais assuntos nós selecionamos, priorizando conteúdos matemáticos já estudados por eles. Os materiais utilizados nesta atividade foram: *Para que serve a matemática?* (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992a, 1992b, 1992c, 1992d, 1992e, 1993) e *Contando a Historia da Matemática* (GUELLI, 2004a, 2004b, 2004c).

Para a realização desta atividade, solicitamos aos participantes que elaborassem uma pesquisa histórica relacionada a um conteúdo matemático, com dois momentos: parte escrita (entregue a nós) e parte oral (apresentada para a turma em uma data a ser definida).

O material, três exemplares de cada título, foi distribuído na sala de aula e os participantes folhearam todos eles. Selecionaram os que lhes agradaram e os levaram para casa com o objetivo de lê-los para as apresentações previamente agendadas.

Detalhamento da Atividade 2

Participaram desta atividade 27 alunos, em 9 trios. P12 e P18 estavam suspensos das aulas durante uma semana por terem se envolvido em briga no final do horário do dia anterior. Foi a primeira vez que a turma teve contato com livros que abordavam conteúdos matemáticos e História da Matemática.

Ao folhear ñA invenção dos númerosò da coleção *Contando a História da Matemática*, P22 reagiu da seguinte maneira:

> **P22:** Olha só! É com a História da Matemática mesmo. Eu pensava que era outra coisa, sei lá.
> **Pesquisadora:** Outra coisa como? Eu mesma havia comentado sobre a importância de entender a Matemática a partir da sua história!
> **P22:** Sim, Nunes. Mas... é porque eu achava que era uma coisa meio que criação sua. Afinal, você cria cada coisa e eu bem falei isso com o P13 quando a gente estava fazendo a outra investigação de assunto normal.
> **Pesquisadora:** Olhe P22, a História da Matemática existe para nos mostrar que a Matemática é uma criação humana. Inventada por pessoas que ficaram curiosas com alguma coisa ou porque foi necessário criar certo conteúdo em determinada época. Então devemos parar de achar que não daremos conta de aprender Matemática. Por mais que a Matemática pareça difícil ela não é impossível e nem uma matéria do outro mundo.
> **P02:** Na verdade só os melhores conseguem né?

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> que eu nunca vou aprender. E na verdade fessora, foi um bando de desocupado) que criaram a Matemática, né. E veja como eles só ficavam nos lombos dos burros.

Nesse momento P09 estava com ñEquação: o idioma da Álgebraò, da coleção *Contando a história da Matemática* (GUELLI, 2000) aberto na página 25.

> **P25:** Cara, você é burro mesmo. Desde quando isso é burro, seu jumento? Isso são camelos. Essa história que está com você deve ser lá dos Egitos ou próximo. Burro! Não sabe nem diferenciar os animais da sua família... Você é muito mais do que burro mesmo, rsrsrsrs. (Riso geral na sala).

Acalmamos a turma e escrevemos no quadro os nove temas para os participantes escolherem. Eles tiveram a liberdade para se organizarem em trios, de acordo com as preferências. Os assuntos eram de séries anteriores, portanto supostamente conhecidos pelos participantes. As apresentações foram agendadas para a semana seguinte.

Foi reservada a sala de vídeo para as apresentações, por ser um lugar mais amplo. Foram necessárias duas aulas, de 50min cada. Esse tempo incluiu o deslocamento dos participantes e a organização na sala. Cada trio teve aproximadamente 10min para a apresentação.

A atividade foi avaliada em duas partes: registro escrito e apresentação. A parte escrita devia conter época, civilização envolvida na criação e curiosidades que envolveram o tema. Seriam avaliados os detalhes históricos ressaltados pelos participantes, a participação e a interação entre eles. A nota da parte escrita era a mesma para o grupo. A apresentação foi avaliada pelos próprios colegas de sala.

A descrição das nove apresentações vem a seguir.

a) Grupo 1: ñA Invenção dos Númerosò (GUELLI, 2004)
Componentes: P07, P10 e P24

Os participantes levaram para a sala de aula uma corda com nós e britas para ilustrar a origem da ideia de contagem. Eles disseram que a descoberta do número não aconteceu de repente e que os povos antigos recorriam aos dedos, às pedras, aos nós em cordas e às marcas em osso para contar.

Utilizando as pedras e os nós em cordas, os participantes fizeram uma simulação em sala de aula. Entregaram 5 pedras (britas) para outros 5 participantes que não faziam parte do grupo. P24 pediu que os 5 colegas saíssem da sala de vídeo. Em seguida, 4 deles retornaram para a sala e entregaram a pedra que havia recebido. Cada pedra devolvida correspondia a um

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ava fora da sala então havia sobrado um nó na corda sem correspondência, então podia deduzir que estava faltando uma pessoa ou um animal.

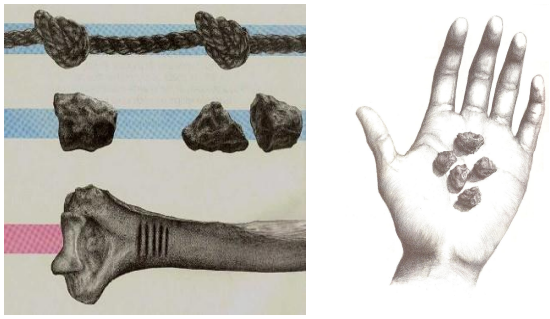
Os participantes finalizaram a apresentação afirmando que era assim que os pastores tinham controle da quantidade de ovelhas que possuíam.

A seguir foram transcritas algumas explicações dadas pelos participantes do grupo.

> **P07:** Desde quando o homem morava nas cavernas ele inventava matemática. Rabiscava nas pedras pensando que estava fazendo contas.
> **P24:** É! Mas depois ele passou a viver em comunidades... e surgiu o nome cálculus.
> **Pesquisadora:** E o que significava esse nome para eles?
> (Silêncio na turma...)
> **P10:** Nunes! Veja bem... eu acho que era por isso aqui.
> Nesse momento o participante P10 pegou algumas britas que eles haviam levado e mostrou para turma.
> **Pesquisadora:** Sim P10, você está correto. Como vocês sabem o jeito que os pastores encontraram para controlar os rebanhos era associar cada ovelha com uma pedra. Portanto, o que hoje chamamos de Cálculo um ramo da Matemática, do latim quer dizer ócontar com pedrasô. Quantos de vocês já ouviram sobre a doença ócálculo renalô?
> **P15:** A minha mãe já fez cirurgia disso. São pedras, um monte de pedrinhas nos rins.
> **Pesquisadora:** Viram só! Cálculo - > Pedra (essa foi a associação criada!)

O cartaz apresentado pelo grupo usou gravuras do livro paradidático (GUELLI, 2004, p.6; 11), conforme a Figura 9, a seguir.

Figura 9 - Ideia de contagem utilizando nós em corda, marcas em osso, pedras e os dedos da mão.



Fonte: Guelli, 2004, p.6; 11

A atuação de P24 foi importante, porque ele raramente participava das aulas de Matemática e durante a apresentação demonstrou ter estudado e tinha convicção do que estava dizendo. Ao final da apresentação ele afirmou o seguinte:

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> uma coisa Nunes? Se a gente sabe a história, ou os pedaços dela, parece que a gente começa a viver o que aqueles povos viveram e então, dá para imaginar que a Matemática não é do vento, que surgiu do nada. Ela tem uma explicação. Mas esse é o problema, a gente nem sabia que a Matemática tinha história. Eu nunca imaginaria que para inventar número era preciso pensar. Eu achava que esses símbolos tinham aparecido e pronto. Na verdade, eu nunca nem quis saber de onde eles vieram.

De acordo com a fala desse participante, ficou confirmada a potencialidade motivadora da História da Matemática para a aprendizagem de Matemática, sendo possível fazer dela uma fonte para a seleção de problemas que devem ser incorporados às aulas, com as adaptações necessárias ao entendimento dos alunos. Além disso, foi despertada a curiosidade e o interesse em conhecer a História da Matemática por alguns participantes.

b) Grupo 2: ñHistória de potências e raízesò (GUELLI, 2004)

Componentes: P01, P19 e P26

Este grupo explicou apenas o porquê da regra: *todo número elevado a zero é igual a 1*. Porém apenas P26 havia estudado e preparado a apresentação. O nervosismo e o demasiado uso de gírias prejudicaram a explicação.

Três participantes responderam corretamente por que todo número elevado a zero tem como resultado 1, o que mostrou que a maior parte memorizou a regra sem compreensão. P01 durante toda a apresentação não deu uma palavra sequer. E a apresentação não durou mais do que 5min. Eles não levaram curiosidades históricas e atividades para a turma e demonstraram não ter estudado nem lido o que foi solicitado.

Ao término da apresentação, retomamos a pergunta levada pelo grupo e explicamos por que aquela frase era verdadeira.

c) Grupo 3: ñNúmeros negativosò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992a)

Componentes: P16, P17 e P21

Foi outro grupo que não fez a apresentação, apenas entregando a parte escrita. Somente P21 estava presente nesse dia. Permitimos que o grupo se apresentasse em outro dia, mas depois esses alunos preferiram não se apresentar e afirmaram que não queriam fazer a pesquisa.

d) Grupo 4: ñÂngulosò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992b)

Componentes: P14, P23 e P27

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

da apresentação, sem explicar o motivo. P27 iniciou a apresentação definindo ângulo. Classificou-os em agudo, reto, obtuso e raso. Durante a apresentação ele foi interrompido, ironicamente, por P29 ñQue chatice! Não acredito que foi isso que vocês pesquisaram. Vocês estão dando aula sobre ângulos e não apresentando a história e nem curiosidades sobre eles...ò

Nesse momento P29 e P27, que não eram muito amigos, iniciaram uma discussão. A turma ficou bastante agitada, incentivando a discórdia entre os dois.

Com uma posição enérgica nossa, a discussão foi finalizada e a apresentação prosseguiu com a leitura do texto ñLocalização do Tesouroò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992b, p. 13).

O grupo realmente não havia preparado a apresentação. Se não tivesse ocorrido a interrupção, certamente P27 continuaria listando no quadro os nomes dos ângulos. Como foi interrompido, prosseguiu com a leitura do texto, mas sem fazer comentários. E assim foi finalizada a apresentação.

e) Grupo 5: ñÁlgebraò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992c)

Componentes: P05, P09 e P25

O grupo apresentou duas curiosidades que estavam no próprio livro paradidático da seguinte maneira.

Primeira Curiosidade: Como saber o número do sapato de uma pessoa se é conhecido o comprimento do pé dela? Ou, vice-versa, como descobrir o comprimento do pé de uma pessoa a partir do número do sapato?

Exemplo proposto: *Uma pessoa cujo pé mede 24 cm irá calçar um sapato com numeração 24?*

O problema foi escrito no quadro da sala de vídeo, e eles apresentaram a fórmula capaz de responder à pergunta: $S = \frac{5p + 28}{4}$. Onde: *S* representa o número do sapato e *p*,o comprimento do pé da pessoa, em cm.

P05: Então, substituindo os valores e fazendo os cálculos, a gente encontra o seguinte:

$$S = \frac{5p + 28}{4} = \frac{5 \times 24 + 28}{4} = \frac{120 + 28}{4} \rightarrow S = \frac{148}{4} \rightarrow \underline{S = 37}.$$

P25: Viram só! O número do sapato não é o número do tamanho do seu pé, seu bobo. Pé de tamanho 24 vai calçar 37.

P04: Que Mané! Imagina então se fosse o mesmo número, então o pé do P04 seria pra lá de 50 ,rsrsrsrs!

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...o viu que é diferente? E maior do que o meu pé só sua língua de 1 metro!
> (Risos na turma).

Prosseguindo, os participantes do grupo perguntaram se poderiam fazer a experiência com alguém da turma. Autorizados a fazer a experimentação daquela expressão matemática, P22 manifestou interesse.

> **Pesquisadora:** Mas não diga quanto você calça, porque perde a graça e a gente precisa verificar se essa fórmula é realmente válida.
> **P09:** Ah! É mesmo, fessora, você sabe bem!
> **P29:** Lógico, né, seu idiota. Nossa é muito bobo mesmo!

A fim de evitar a continuação daquela conversa, solicitamos que o grupo desse continuidade à apresentação. O grupo mediu o pé, encontrou aproximadamente 22 cm. Os alunos realizaram os cálculos e encontraram a numeração 35, que de fato era a numeração do participante P22.

Segunda Curiosidade: Os alunos simularam uma consulta à cigana ñDona Algebronaò (nome escolhido pelo grupo). Colocaram uma carteira no centro da sala, pegaram uma bola de futebol e a colocaram no meio da carteira, simulando uma bola de cristal. A cigana ñDona Algebronaò era P25, e os demais, P05 e P09, eram os que pagaram pela consulta à cigana.

A encenação foi encontrada em um texto do livro escolhido pelo grupo (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992c, p.34) e seguiu os seguintes passos:

> **(P25): (**interpretou Dona Algebrona)
> - Pense um número!
> - Só não pode ser zero.
> - Some 1.
> - Pegue o resultado e eleve ao quadrado.
> - Fez? Então subtraia 1.
> - Divida o resultado pelo número que você pensou no começo.
> - Desse resultado tire o número que você pensou no começo.
> - Então eu já sei quanto deu.
> - Foi 2.

O grupo repetiu a adivinhação com outro colega da turma. E o resultado continuou dando 2. Então P05 explicou a lógica da adivinhação.

> **Pesquisadora**: Por que a exigência de que o número não pode ser zero?
> **P14:** E não? Por quê?
> **P22:** Ô cabeção! Essa foi a pergunta da Nunes, ouviu não?
> **P05:** Eu li, mas não entendi também!

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

a se estendeu ao restante da turma, mas ninguém soube responder, nem mesmo com a expressão algébrica colocada no quadro por P05.

Com a sequência que estava no quadro, explicamos o motivo: *não é possível a divisão por zero.*

$$x^2+2x+1-1 \rightarrow x^2+2x \rightarrow \frac{x^2+2x}{x} \rightarrow \frac{x(x+2)}{x} \rightarrow x+2 \rightarrow x+2-x=\underline{\underline{2}}$$

Não é possível a divisão por 0. Por isso, x não pode ser nulo!

Este grupo, como o 1.º grupo, foi muito aplaudido e fez uma apresentação próxima ao que foi solicitado, demonstrando ter lido realmente o material.

f) Grupo 6: ñFrações e decimaisò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1993)

Participantes: P04, P08 e P20

O grupo apresentou somente três situações, da obra paradidática ñ*Para que serve a matemática?*ò, (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1993, p.8), que envolvem algumas leituras de frações.

> **P04:** Quando alguém pergunta as horas costumamos responder: ñSão cinco e meia da tardeò.
> **P20:** Os motoristas de caminhão brincam com tudo: ñVivo rezando 1/3, para achar ½, de te levar para ¼ò, rsrsrsrsr.
> **P08:** Desculpas esfarrapadas de motorista embriagado: ñSeu guarda, tudo aconteceu numa fração de segundo!ò

Essas piadinhas foram engraçadas pela maneira como foram interpretadas pelos participantes.

Curiosamente, a resposta desses três participantes na terceira questão do Questionário, quanto à dificuldade em aprender Matemática, foi a seguinte: ñ*porque bagunço demais nas aulas***ò** (P04, P08 e P20).

Uma característica relevante é que esses três participantes são, entre todos dessa classe, os que mantêm uma forte amizade, estão sempre juntos, durante o recreio, na rua e até ouvindo punições da direção da escola.

g) Grupo 7: ñProporçõesò (IMENES,; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992d)

Participantes: P15, P22 e P29

Este grupo levou uma fotografia 3 por 4 de P29 e um pôster desta fotografia. Levaram também mapas geográficos do Brasil e de Minas Gerais em tamanhos diferentes,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

strar a proporcionalidade. A explicação dada foi somente em relação ao tamanho dos objetos levados.

Após breve explicação, interferimos, fazendo algumas observações sobre proporções. Aproveitamos a oportunidade para recordar o conceito, estudado no bimestre anterior.

A apresentação do grupo foi finalizada sem comentários dos demais participantes, sinal de que havia pouco interesse.

h) Grupo 8: ñSemelhançaò (IMENES; JAKUBOVIC; LELLIS, 1992e)

Participantes: P03, P05 e P28

Apenas P05 fez a apresentação, dizendo que ñparecido não é o mesmo que ser semelhanteò. E mostrou os seguintes objetos:

- duas latinhas de refrigerante: de 335 ml e de 250 ml;
- duas bolas: de vôlei e de futebol.

Aproveitamos a apresentação para comentar sobre semelhança:

> **Pesquisadora:** Analisando a quantidade de refrigerante que cabe em cada uma das latinhas (ml) e o preço de venda de cada uma, compensa comprar a de 335ml ou a de 250ml?
> (Depois de algumas tentativas para responder, sugerimos que ao invés de inventarem respostas, os participantes deveriam fazer cálculos e descobrir qual sairia mais barato. Nesse momento P08 respondeu o seguinte):
> P**08:** É claro que a latinha menor é mais barata...
> **Pesquisadora**: Sim, mas vou mudar a minha pergunta: o que compensa mais, comprar a latinha pequena ou a grande? Qual é mais vantajosa?
> **P08:** Ah, sim, é claro, agora entendi!
> **P09:** É, mas e se eu não tiver dinheiro para comprar a latinha grande eu vou ficar sem tomar porque a pequena não compensa? Eu não economizo fessora, gasto tudo em frações de segundo, como disse o P08 na apresentação dele.
> **P29:** É isso mesmo. Compre e dê para os colegas, você não está podendo comer e beber essas coisas, afinal já passou da forma faz tempo, rsrsrs. Pense nisso hein?

Para não haver mudança de foco, retornamos a questão, com os valores sugeridos por alguns participantes sobre o preço da latinha maior, e eles verificaram que a latinha de 250 ml vendida a R$1,00 sai mais barata do que a de 335 ml vendida a R$1,90 (preços observados no bar localizado em frente à escola). Eles perceberam também que, para manter a proporção, o preço da latinha de refrigerante de 250 ml deveria ser R$1,42.

Após essa observação, ainda perguntamos se aquelas duas latinhas de refrigerante de capacidades diferentes eram semelhantes. P13, P15 e P29 responderam juntos que não. Então

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

melhantes. P29 no mesmo instante recordou que essa questão havia sido comentada nas aulas de semelhança e fez o seguinte comentário:

> **P29:** Como você mesma já ensinou, se as latinhas fossem semelhantes o lacre da latinha maior deveria ser maior do que o lacre da menor. E o mesmo das tampinhas das garrafas, ou mesmo nas fotografias ampliadas, que é um exemplo que: ser parecida não significa ser semelhante. Viu, fessora, eu guardo o que você diz. Na verdade, assim eu aprendo Matemática.
> **P09:** Ah isso é verdade.
> **Pesquisadora:** Fico feliz P09 por você estar ligado nas aulas.
> **P09:** (Piadinha) Tudo bem, fessora. Qualquer dúvida é só me perguntar, não precisa ficar tímida, rsrsrsrs.

As conversas estavam aumentando e nesse momento foi necessário chamar a atenção da turma com mais severidade. Após essa chamada de atenção, foi finalizada mais uma apresentação.

i) Grupo 9: ñJogando com a Matemáticaò

Participantes: P02, P11 e P13

Este foi mais um grupo que não preparou a apresentação conforme as orientações dadas. E nele estavam dois alunos considerados os mais inteligentes da turma (P11 e P13).

P13 leu um texto referente ao ñHotel de Hilbertò. A leitura foi rápida e incompreensível, somente a entendeu quem já conhecia o texto, ou seja, a professora-pesquisadora. E o resultado foi muita conversa na turma.

Aproveitando a riqueza do texto, que foi pouco explorado, perguntamos a P02, P11 e P13 se conheciam aquela história do hotel infinito. A resposta foi negativa e afirmaram ter encontrado o texto digitando ñproblemas interessantes na Matemáticaò no site Google. Falamos sobre o texto que o grupo havia pesquisado. Eles disseram que leram o livro e entenderam, mas não tiveram ideia do que apresentar, pois nunca haviam realizado esse tipo de trabalho nas aulas de Matemática.

A atividade, segundo os participantes, foi muito interessante. Para eles, não existia pesquisa de Matemática que poderia ser apresentada por alunos. Somente o professor é que deveria explicar o que estava no livro (opinião de P02 e P29). A pesquisa despertou em alguns o interesse de saber a origem de outros conteúdos matemáticos. Chegaram a sugerir que contássemos a história de cada conteúdo antes de iniciar a ñmatériaò propriamente dita, afirmando: ñÉ mais interessante quando a gente sabe quem fez e para que fez aquele assunto, parece que a matéria faz mais sentidoò (P29).

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

s alunos e essa afirmação de P29 mostraram a diferença que uma proposta de atividades podia fazer para aqueles jovens que, até então, viam a Matemática como algo distante e desconheciam a História da Matemática.

Esta atividade realçou o que havíamos apresentado como potencialidades da História da Matemática em sala de aula e despertou algumas características do processo de ensino-aprendizagem como caráter ativo, consciente, motivante. Além da interação ocorrida em alguns grupos.

4.4 Atividade 3: Medindo o que não se alcança

Descrição:

> Como poderia ser medida a altura de uma árvore ou de um poste ou qualquer objeto de difícil acesso, utilizando apenas lápis, papel, calculadora e fita métrica como recursos disponíveis? Não seria permitido escalar o objeto.

A atividade foi adaptada da própria situação vivenciada pelo matemático Tales de Mileto. Teve como objetivo contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos (razão, proporção e semelhança de triângulo) por meio do cálculo da altura de objetos.

Detalhamento da Atividade 3

A realização da atividade aconteceu da seguinte maneira:

Pesquisadora: Como vocês fariam para medir a altura de um poste?
P20: Ora, fessora, basta olhar o registro da CEMIG, eu acho que vem escrito nele.
P25: Sobe! Manda o macaco do P16 subir, rsrsrsrs.
P16: Seu...
Pesquisadora: Oh, meninos...
P16: Desculpe Nunes! Só não mostro para o P25 quem é macaco porque eu respeito você. Mas...
Pesquisadora: Vamos turma, não iremos desviar o foco. Retornemos à pergunta: como vocês fariam para medir a altura de um poste?
P05: Manda uma corda até o alto e depois meça a corda.
P25: É muito idiota mesmo. E a corda vai agarrar aonde?
P05: Na lâmpada né, espertinha.
P25: Nossa, Nunes... eu me recuso a ouvir esses meninos!
P19: Derruba! É mais fácil e depois é só medir.
P25: Eu tô falando!!! Só tem Mané nessa sala. Você vai derrubar um poste, medir e depois levantar?

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

sua curiosidade é saber quanto mede um poste, então liga para onde faz ou vende, sei lá, liga e pergunta quanto mede um poste. E pra que a gente tem que saber isso agora?

Pesquisadora: Vocês vão entender daqui a pouco, porque eu vou propor a seguinte situação: descobrir a altura de um poste ou de uma árvore ou até mesmo da torre da Igreja lá da praça. Porém não há nenhum desses recursos que vocês disseram: não há marcação no poste, não tem corda e nem telefone para ligar para os lugares responsáveis, e mais, não é possível escalar nenhum desses objetos. Então? Como descobrir a altura?

P04: Eu só não estou entendendo para que tanta vontade em querer saber a altura de árvore e desses trem alto! Para quê? O que isso tem a ver? Primeiro a ideia foi investigar e agora medir? Tá é todo mundo doido ...

(Risadas na sala de aula).

Pesquisadora: Calminha, pessoal! Que ótimo, P04, estou feliz em ver que você está atento ao que está acontecendo nas aulas de Matemática. E você chegou onde eu queria. Vejam bem: agora que entendemos que investigar é pesquisar, é procurar respostas, e que podemos pesquisar qualquer assunto, inclusive assuntos matemáticos, e que a História da Matemática pode nos ajudar a entender diversos conteúdos, ao invés de decorá-los, então nesse momento investigaremos algo realizado há muitos e muitos anos...

P09: Lá vem a Matemática e as coisas antigas...

Pesquisadora: Espera um pouco, P09. O nosso passeio realmente é no passado, mas irá nos ajudar a entender a matéria que será estudada agora. Iremos ao Egito e tentaremos fazer algo que um matemático nascido antes de Cristo já havia feito.

P25: Por acaso foi a arca de Noé, rsrsrsrs?

Pesquisadora: Não, P25, ele foi antes de Cristo, mas depois de Noé, rsrsrs... O nome desse matemático foi Tales. Ele nasceu na Ásia em uma cidade chamada Mileto, por isso ficou conhecido como Tales de Mileto. Ele foi filósofo, astrônomo, um grande pensador, homem de negócios e o primeiro matemático grego. Agora vejam só, ele foi considerado um dos sete sábios da antiguidade e o fundador da mais antiga escola filosófica que se conhece: a Escola Jônica. Entendam isso! Ele foi o 1.º matemático e fundador de uma escola dedicada à investigação da origem do universo. Portanto merece ou não ser estudado alguma de suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática?

P19: Ele foi mesmo um desocupado e bobo. O que deu na cabeça desse cara inaugurar uma escola? E quem ensinou tudo pro cara?

P02: Ó besta! Você não ouviu não? A Nunes não acabou de dizer que o gênio foi o 1.º matemático. Uau! Agora que eu percebi uma coisa, ele foi o 1.º!

[suspiros de admiração].

P17: E ainda chama os outros de besta, para depois ficar todo cheio de admiração e suspirando: foi o 1.º, foi o 1.º... Viu só Nunes? Agora o P02 ficou todo empolgadinho com o tal do Tales igual a você, hein, rsrsrs?

P02: Que ignorância hein, P17? Se liga! Eu tô falando que se ele foi o ., então tudo que ele sabe saiu dele, ele criou e ensinou, isso é demais. Que louco, veja só, esse é o Tales!

Pesquisadora: Mas existe um detalhe na história P02. O fato de Tales ter sido comerciante lhe proporcionou possibilidades de viajar e conhecer o Egito, uma civilização considerada muito desenvolvida. Essas viagens renderam a Tales alguns conhecimentos. Como ele não era bobo, aproveitou ao máximo todos os conhecimentos adquiridos, conheceu a cultura egípcia e se interessou sobremaneira pela Matemática.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> ...tendendo é mais nada. É história de Tales, de escola, de 1.º matemático...
> **P25**: Ah! Que ótimo, né, P09, eu ficaria assustado se você dissesse que estava entendendo tudo. Fique esperto porque é muito papo para sua cabecinha, vai dormir e não atrapalha.
> **Pesquisadora:** Meninos! Turma, o que realmente aumentou a popularidade de Tales foi quando em uma das suas viagens ao Egito, o faraó, que já tinha ouvido falar das suas habilidades matemáticas, pediu que ele medisse a altura de uma das maiores pirâmides: a pirâmide de Quéops. Vocês já ouviram falar em pirâmides ou não?
> **P13:** Eu já, né, Nunes, mas esses ignorantes não devem nem ter ideia.
> **P17:** É um convencido mesmo, só porque tá fazendo cursinho para ir estudar na Escola Técnica em Ouro Preto[15], acha que é muita coisa, que é uma biblioteca ambulante.
> **P04:** Já está é com cara de ambulante mesmo ... rsrsrs.
> **P13:** Então vai, expliquem para a Nunes tudo sobre as pirâmides, se vocês pensam que sabem. Nem sabem onde fica o Egito, seus ignorantes.
> **P25:** Ó babaca, ela nem pediu para explicar, ela apenas perguntou se já havíamos ouvido falar sobre as pirâmides. Fica esperto hein, senão sobra para você no final da aula...

Acalmamos o tumulto gerado em sala de aula e retomamos o assunto de medir objetos de difícil acesso. Nesse momento apresentamos aos participantes um fato ocorrido há muitos anos no Egito: determinar a altura de uma pirâmide sem recursos para realizar essa medição.

Informamos aos participantes que esse desafio foi proposto a um matemático grego chamado Tales de Mileto e, nesse instante, criamos em sala de aula um ambiente de curiosidade e impulsionamos o interesse em descobrir como esse cálculo foi realizado. Essa foi a condição favorável para a introdução histórica de Tales e o método encontrado para medir a altura da pirâmide de Quéops. Assim, com os participantes todos envolvidos na história (que foi resumida), mantivemos a essência histórica, motivadora, e entregamos a cada participante um texto (Apêndice F), que foi lido em conjunto dentro da sala de aula.

Quando os participantes compreenderam e simularam em sala de aula a ideia de Tales, fomos para a quadra da escola onde a descrição da atividade 3 foi lida novamente. Essa descrição e o conhecimento que tiveram sobre Tales geraram dúvidas, curiosidades e interesses em alguns participantes.

> **P22**: E o que faremos?
> **Pesquisadora:** Nós escolheremos um objeto para medir a altura utilizando uma ideia semelhante à de Tales.

[15] P17 estava se referindo ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais ï Campus Ouro Preto, que já teve o nome de Escola Técnica Federal de Ouro Preto-ETFOP e de Centro Federal de Educação Tecnológica-CEFET.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

cando que essa será mais uma investigação e que você tá querendo mesmo nos fazer entrar na história, certo?

Pesquisadora: Que ótimo, P04. Tem parado com as brincadeiras e está atento às aulas. Agora eu quero ver se você terá uma ideia semelhante à que Tales teve há mais de 2000 anos.

P19: Eu já estou até desanimado, viu? Esse cara deve ter pensado em algo do outro mundo. Imagine só medir uma pirâmide sem subir nela, sem usar aparelhos...

Pesquisadora: Olhem, pessoal, todos ouçam! Não deve ter sido fácil, é como P19 disse, não havia recursos e ele não estava acompanhado de nenhum outro matemático, pelo menos a história não afirmou isso. Mas uma coisa é certa: não foi nada do outro mundo, pode ter sido difícil, mas não impossível.

Fora da sala de aula, os participantes foram separados em duplas e logo surgiu a dúvida:

P20: Ah, mas como Tales mediu a estaca e a sombra dessa estaca? O que ele tinha para medir?

Pesquisadora: Possivelmente Tales adotou alguma medida padrão. Mas, nós utilizaremos a fita métrica.

P02: E essa estaca será o quê? Temos que pegar algum pedaço de pau e medir?

Pesquisadora: Não! A estaca será substituída por um participante de cada dupla.

P29: Mas eu ainda não entendi por que será usada uma estaca. O que isso tem a ver? Tales mediu a pirâmide com a estaca? Aposto que não, então o que foi?

Pesquisadora: Ótimo... se nós continuarmos com essas perguntas, encontraremos o caminho e as estratégias utilizadas por Tales de Mileto. Então turma... todos juntos... prestem atenção! Temos um poste para calcular a altura e temos três informações: a altura de uma pessoa ao lado desse poste, o tamanho da sombra dessa pessoa e o tamanho da sombra do poste escolhido. Então, as perguntas são:

- Por que é importante que essa pessoa esteja próxima (ao lado) do poste?
- Qual o motivo de medir e conhecer o comprimento das sombras?
- A partir disso, como é possível estimar a altura do objeto? Quem me responderá?

Sem resposta para essas perguntas, foi pedido que cada participante desenhasse em seu caderno um poste e a sua sombra. Em seguida, desenhasse uma pessoa próxima ao poste e fizesse também a sombra dessa pessoa. Depois, que desenhasse um sol, afinal havia sombra.

P08: Com esse sol, agora desenhem os seus raios, rsrsrs... Nada a ver!

Pesquisadora: Engano o seu, P08, a sua brincadeira desta vez tem tudo a ver. Se vocês desenharem esses raios solares então...

P09: Então continuo sem ver nada.

P19: O raio nos dois desenhos?

P15: Fessora, fessora, eram os triângulos que você gostaria que víssemos? É isso mesmo, não é? Você quer dizer que eles são semelhantes? Já entendi tudo. Veja só! Cara esse Tales percebeu logo o lance.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Nesse momento, P15 ficou muito emocionado, eufórico, quase sem fala. Aquela reação inesperada demonstrou que ele havia compreendido a ideia de Tales. Não tivemos tempo de afirmar nada, pois P15 logo começou a explicar para a classe (do jeito dele) o que deveria ser feito. Todos o acompanharam:

> **P15:** Então, vejam todos, se temos dois triângulos semelhantes e temos três medidas, eu acho que dá para achar o que está faltando. É isso ou não, fessora? É só usar a regra de três, se ligou?
> **Pesquisadora:** Então, turma? São vocês que ajudarão P15 a encontrar a resposta. Vejam o desenho que fizeram no caderno. Há lógica no que P15 está dizendo?
> **P25:** Claro, né! Se P15 estiver errado nós nem precisamos pensar...

P02, P14, P15 e P29 eram considerados os mais inteligentes da turma. Eles demonstraram bem mais insegurança durante o início da pesquisa do que os demais, isso porque estavam acostumados a ser chamados de mais inteligentes, os primeiros a terminar as atividades e os que sempre têm razão. Contudo esta pesquisa mudou a maneira de ver a Matemática e P15 e P29 se envolveram de maneira mais intensa.

Após desenhar no caderno a situação sugerida, muitos perceberam a formação de dois triângulos, que eram semelhantes.

> **P11:** Eu até agora não entendi porque P15 disse que esses triângulos são semelhantes e nem por que a Nunes confirmou. Afinal eles nem são iguais, olhe só para o tamanho deles, a menos que o rapaz que eu desenhei seja do tamanho de um poste.
> **P15:** P11, é aí que está a diferença. Eu não disse que esses dois triângulos eram iguais, mas semelhantes. Foi isso que eu disse e ser semelhante não é ser igual, esqueceu?

P15 deu as explicações necessárias e os demais participantes concordaram que foram formados dois triângulos semelhantes. A partir disso, foi perguntado como seria feito o cálculo para obter a altura do poste. Logo surgiram mais dúvidas:

> **P09:** Mas quais são os valores? Passa-me os números porque eu não tenho nenhum. Calma aí, Nunes, o que é para apertar na calculadora? Que conta é para fazer?
> **Pesquisadora:** Calma, P09. Até agora nós não temos valor nenhum. Por isso cada dupla tem uma fita métrica. O que vocês irão medir?
> **P17**: A altura e as sombras?

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> **:** Muito bem, P17, está ligado na aula. Portanto um participante da dupla vai medir a altura do outro. Escreva no caderno o seguinte: ñAtividade 3: Medindo o que não se alcançaò.

Infelizmente P03, P10, P12, P23 e P24 não participaram da atividade no sentido de contribuir para a discussão. Mediram as alturas e as sombras, mas era como se fosse algo mecânico, sem se preocuparem com o que estava realmente acontecendo na aula de Matemática. Mediram, mas não entenderam o objetivo daquela atividade.

Em contrapartida, P16, P17, P22, P25, P28 e P03, que raramente realizavam as atividades de Matemática, estavam bastante interessados em realizar aquelas medições. Sem falar de P02, P14, P15 e P29.

> **P05:** Tales fez foi isso mesmo, Nunes? Então é bem provável que ele estava sozinho e por isso tenha escolhido utilizar uma estaca, pois quem mediria a altura dele?
> **Pesquisadora**: Ouçam com atenção! Na História da Matemática há algumas versões referentes a esse fato. A primeira foi que Tales mediu da maneira que estamos fazendo agora. Outra versão foi que Tales tenha contado com a sorte e esperado a sombra da estaca ficar igual ao tamanho dela. Assim, ele concluiu que naquele instante a sombra projetada pela pirâmide tinha exatamente o seu comprimento. Em qual acreditar é uma escolha, pois não há registros do próprio Tales, mas é algo que estamos tendo a oportunidade de verificar que é possível.
> **P20:** Possível pode até ser, mas não hoje, porque eu não estou vendo a minha sombra. E aí, Nunes?

Realmente, a atividade não foi concluída nesse dia devido à ausência do sol. Os participantes apenas a iniciaram medindo a altura do colega da dupla. A seguir são apresentadas algumas fotografias[16], autorizadas pelos participantes, que registraram esse momento durante a medição da altura do componente da dupla. As datas nas fotografias não são reais, pois a máquina utilizada estava desconfigurada. As duas fotografias de cima foram tiradas na quadra pela pesquisadora, e as duas fotografias debaixo foram tiradas do lado de fora do portão, no mesmo dia. O motivo de estarem do lado de fora do portão da escola foi que alguns pensaram que na rua conseguiriam ter maior visibilidade da sombra e também um pretexto para mostrar que estavam fazendo atividades extracurriculares.

[16] As fotografias foram expostas nesta pesquisa com a autorização dos participantes. O mesmo aconteceu como a gravação dos diálogos realizada pelos celulares dos participantes.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

dos participantes durante a realização da atividade 3.

Fonte: Fotografias tomadas pela professora-pesquisadora

A atividade foi concluída na aula seguinte. O caderno dos participantes deveria conter o registro da altura de um integrante da dupla e a sombra projetada pelo participante e pelo objeto escolhido.

As estratégias utilizadas por Tales foram apresentadas aos participantes, ressaltando as dificuldades e o êxito desse matemático perante o desafio que lhe foi apresentado. Quanto aos resultados, Iezzi, Dolce e Machado (2009) explicam:

> o valor encontrado por Tales corresponde, em nosso sistema de numeração, a, aproximadamente, 140 metros ï 6 metros a menos que o valor real na ocasião, que era de 146 metros. Hoje, devido a desgaste, a altura da pirâmide é 137 metrosò (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2009, p. 65).

No encontro seguinte, com a presença do sol, iniciamos a conversa relembrando a Atividade 3: ñMedindo o que não se alcançaò. Nesse dia, os participantes saíram da sala para terminar as medições e registrá-las no caderno. Após a anotação desses dados, eles retornaram para a sala de aula. Em seguida ocorreu o seguinte diálogo:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

: Portanto, observando e lembrando tudo o que fizemos ontem e hoje ficou claro para vocês que conhecimentos Tales de Mileto utilizou no Egito para a medição da pirâmide?
(silêncio na sala)
Pesquisadora: Então? O que vocês têm a dizer sobre essa atividade?
P22: A verdade é que eu nunca iria pensar nisso! Semelhança de triângulo!!! Não iria pensar nisso mesmo. Mas agora, ao olhar para o desenho, faz todo sentido. Esse é o problema: depois que está pronto fica bem mais fácil.
P20: Por isso eu espero para copiar de alguém.
P02: É, mas não tem a menor graça. Eu achei muito interessante Nunes. E eu concordo com P22. Eu nunca iria pensar nisso!
Pesquisadora: Então eu farei outra pergunta para vocês: Tales não teve o mesmo problema que nós tivemos ontem, certo? Mas, se o sol continuasse dificultando essa atividade, o que poderíamos fazer para contornar essa situação? Sem sol, conseguiríamos descobrir a altura do poste, de uma árvore ou de qualquer outro objeto?
P09: Essa resposta eu sei. É claro que não, porque ontem não conseguimos. Então só é possível se tiver sol, e se tiver sombra. Acertei?
Pesquisadora: Não necessariamente.
P25: Como assim? É possível medir sem sombra? Ah, mais essa. Você vai fazer com que a gente pense como isso seria possível. Aposto com qualquer um que é isso o que a Márcia vai fazer com a gente.
P29: É mesmo, Nunes? Então é possível? Pela sua cara é exatamente isso que P25 falou. E o pior é que sem sombra eu não tenho a menor ideia mesmo. E quem foi dessa vez que inventou medir sem sombra?
P02: É, mas se dá para fazer a gente só precisa pensar um pouco, mas como? Dá pelo menos uma dica. Igual àquela que você deu e P15 adivinhou...
Pesquisadora: Então essa dúvida será esclarecida na próxima aula por meio da ñAtividade 6ò, e eu quero sugestões de vocês.
P07: Vale ponto?
P25: Mesmo se tivesse valendo mil pontos você não faria. Nunca faz nada mesmo. Não sei como chegou ao 9.º ano.
P12: Assim como quase todo mundo: empurrado!
Pesquisadora: Mudando de assunto e voltando ao que interessa. Neste momento vamos colocar em prática um pouco do que aprendemos nessas duas aulas, ontem e hoje. São apenas dois exercícios. Podem permanecer em duplas, mas todos devem entregar. E dessa vez não será preciso sairmos de sala, são duas situações hipotéticas, mas parecidas com o que vocês fizeram anteriormente.

Durante a Atividade 3, observamos que houve melhor compreensão em relação aos conteúdos de semelhança de triângulos e proporcionalidade. Além da participação contínua de P04, P09 e P25. Especialmente P04, que por motivos familiares estava abandonando a Escola e cujo comportamento estava se tornando violento. Mas, nessa atividade ele se envolveu positivamente na aula de Matemática e inspirou outros colegas.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

rendeu com Tales

Descrição:

De acordo com a figura abaixo foram registradas algumas medidas como o comprimento da sombra da árvore, 10 metros, a altura do jovem próximo a essa árvore, 1,50m, e a projeção da sombra dele, 2,50m. Com essas informações e lembrando-se da ideia do cálculo feito por Tales para medição da altura da pirâmide de Quéops é possível determinar a áltura dessa árvore? Investigue essa situação e, se possível for, determine a altura dessa árvore.

As Atividades 4 e 5 foram desenvolvidas em uma aula de 50min, na sala de aula. Os participantes ficaram organizados em duplas (as mesmas que realizaram a Atividade 3). P12 e P18 estavam presentes nessa aula.

A atividade apresentou uma situação similar à ideia de Tales de Mileto usada entre os séculos VII e VI a. C, para a medição da pirâmide de Quéops, envolvendo razão, proporção e semelhança de triângulos. Quando a descrição da atividade foi entregue aos participantes, P02, P09, P13, P25 riram da gravura identificando a situação vivida por eles na atividade realizada anteriormente e se interessaram por fazer o que estava sendo solicitado. Outros, P04, P09, P10, P18 e P19, perguntaram o que era para fazer, afinal sempre perguntavam o que era para ser feito sem ao menos ler o que estava sendo proposto. Bastante intolerante com os comentários de alguns colegas, P02 reagiu da seguinte maneira ñSabe ler não? É para colar de enfeite na geladeira quando você chegar em casaò (P02). Comentários um pouco agressivos eram frequentes na turma, principalmente quando se referiam à impaciência de alguns participantes diante de perguntas desnecessárias.

Algumas soluções apresentadas pelos participantes

Embora a situação apresentada nesta atividade fosse semelhante à da Atividade 3, a dúvida permaneceu quanto à escrita da proporção. Observamos um diálogo entre P17 e P28:

> **P17:** Coloca a altura debaixo de altura, e a sombra debaixo de sombra, ou altura misturada com sombra? Eu nem lembro mais!

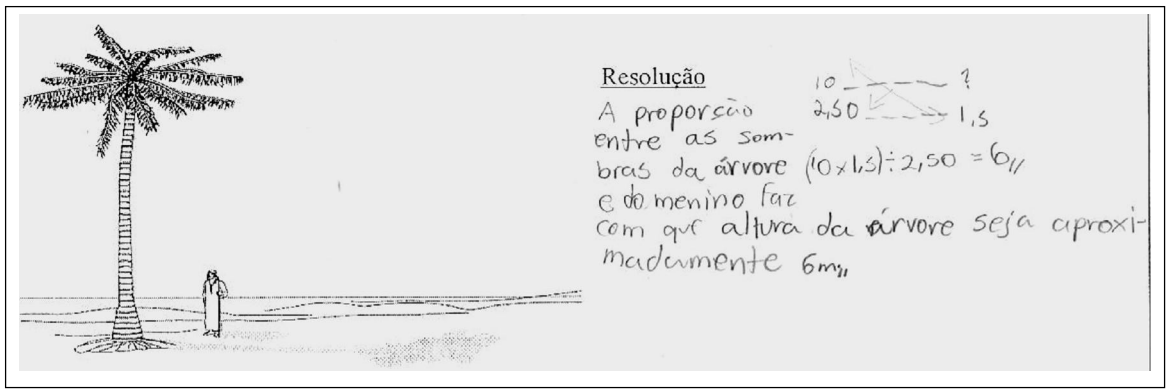
PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

em primeiro? Tamanho da árvore e a sombra da árvore ou são as informações do menino? Na verdade eu acho que não faz problema, não é, Nunes?

Um erro comum foi confundir a medida da altura da árvore com a medida da sombra do homem, remetendo à necessidade de leitura e compreensão dos participantes.

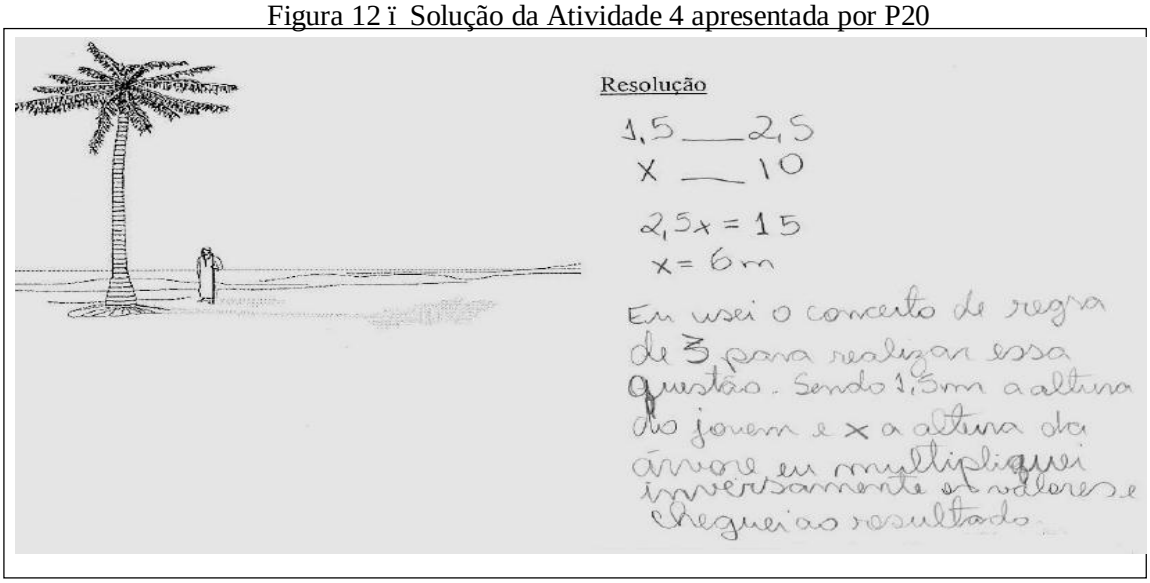
A seguir, são apresentados dois exemplos de solução, de P15 e P20, ilustradas nas Figuras 11 e 12, respectivamente. Foram escolhidos propositalmente, pois foram as primeiras justificativas desses participantes, exatamente aqueles que anteriormente haviam dito que em Matemática não era preciso justificar, bastava fazer contas.

Figura 11 ï Solução da Atividade 4 apresentada por P15



Fonte: Protocolo de P15

Figura 12 ï Solução da Atividade 4 apresentada por P20



Fonte: Protocolo de P20

O que chamou a atenção foi o fato de que a turma não tinha o costume de justificar as resoluções em Matemática. Contudo, nesse momento, alguns participantes começaram a explicar o cálculo e a estratégia que estava sendo adotada, a exemplo do que fizeram P15 e P20. Esses dois participantes desenvolveram, de maneira semelhante, a componente intuitiva,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ra utilizada na justificativa. P15 se justificou utilizando proporção, enquanto P20 se justificou utilizando regra de três.

Em geral os participantes não apresentaram muitas dúvidas na atividade. A principal questão levantada era como justificar, pois muitos ainda defendiam a ideia de que em Matemática só se faz conta, sendo desnecessárias explicações.

4.6 Atividade 5: Medindo altura utilizando sombras

Descrição:

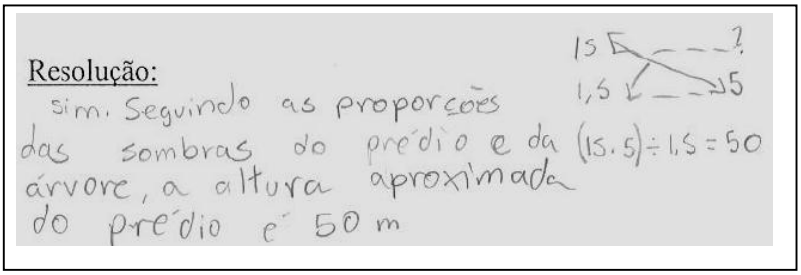
Lílian deseja calcular a medida da altura do prédio em que a sua avó mora. Para obter essa altura, ela anotou em um papel a medida do comprimento da sombra do prédio, que foi igual a 15m. Nesse mesmo instante ela observou uma árvore ao lado do prédio e verificou que a medida do comprimento da sombra dela era de 1,5m e que a altura era de 5m.Com esses dados, explique como Lílian conseguiria determinar a altura do prédio. Calcule também a altura desse prédio.

A similaridade com as atividades anteriores seria mostrar aos participantes a importância dos conceitos de razão e proporção e consolidar estratégias para os cálculos envolvendo proporcionalidade.

Os participantes foram organizados grupos de 2 ou 3 e foi observada a interação, a cooperação e a comunicação entre eles, valorizando constantemente a imaginação e os argumentos utilizados durante a solução da atividade.

Utilizando raciocínio análogo ao necessário para a atividade anterior, P15 e P20 solucionaram essa atividade da seguinte maneira, apresentada nas Figuras 12 e 13, a seguir.

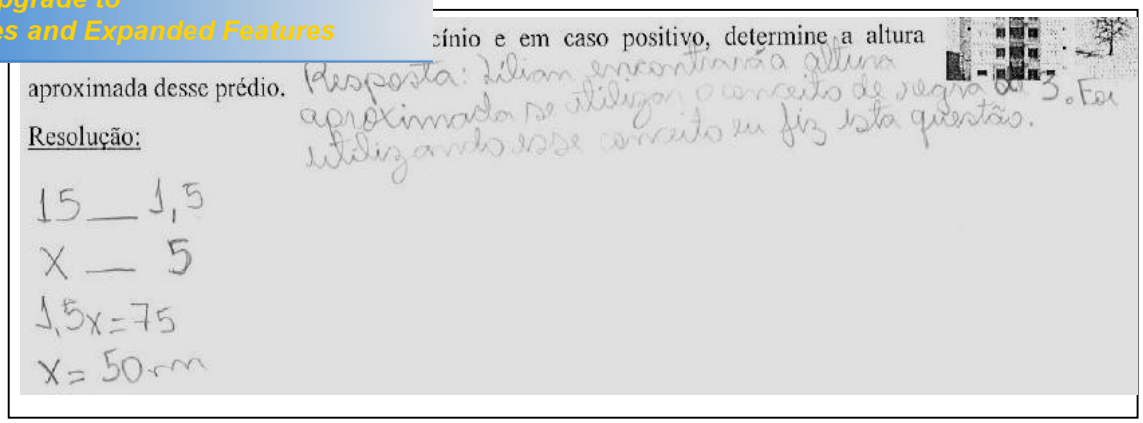
Figura 13 ï Solução da Atividade 5 apresentada por P15



Fonte: Protocolo de P15

Figura 14 - Solução da Atividade 5 apresentada por P20

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features


cínio e em caso positivo, determine a altura aproximada desse prédio.
Resposta: Lilian encontrou a altura aproximada se utilizou o conceito de regra de 3. Eu utilizando esse conceito eu fiz esta questão.
Resolução:
15 — 1,5
X — 5
1,5X = 75
X = 50 m

Fonte: Protocolo de P20

Decidimos acompanhar e expor o desenvolvimento das resoluções apresentadas por esses dois participantes, a fim de ilustrar as dificuldades de registrar as soluções e como as estavam superando durante a realização da pesquisa.

4.7 Atividade 6: Investigando... Medindo altura sem a utilização de sombras

Descrição:

Considerando a ideia de medir a altura de objetos de difícil acesso, Diego perguntou qual seria a altura de uma árvore próxima à sua escola. Porém, no dia em que ele iria fazer a medição utilizando sombras não havia sol. Então ele levou esta dúvida para a sala de aula: Qual será a maneira de realizar a medição da altura desse objeto em um dia nublado?

Como não havia sol, Larissa respondeu, na mesma hora, que não seria possível realizar a medição, pois não haveria as sombras necessárias. Porém Gabriel exclamou que tinha uma idéia e fez o seguinte:

a) Ele, com a licença da professora, saiu da sala para avistar uma árvore.

b) Tomou uma distância da árvore escolhida, esticando o braço e fechando um olho, até conseguir mirar a ponta da caneta na ponta superior da árvore e a ponta do polegar na base da árvore.

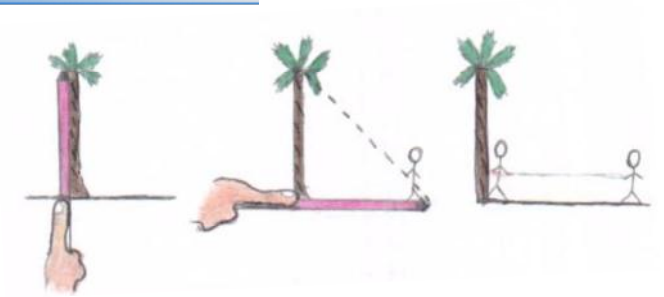
c) Pediu que Larissa ficasse perto da árvore e aguardasse um sinal.

d) Com a mão esticada, girou a caneta e pediu a Larissa que ficasse no local onde a ponta da caneta indicava. Ainda com um olho fechado, ele manteve a ponta do polegar na direção da base da árvore.

Depois de tudo isso, foi fácil! Eles mediram a distância da árvore ao local onde Larissa ficou parada e então descobriram a altura da árvore, mesmo não tendo sol. A Figura 15, a seguir, mostra a situação explicada.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

5 - Situação sugerida por Gabriel



Fonte: Desenho feito por Marciliane de Fátima (irmã da pesquisadora)

Agora, responda às seguintes questões:

a) O que você achou do método sugerido por Gabriel?

_____

b) Você indica outro procedimento para calcular altura de objetos de difícil acesso?

_____

A atividade foi elaborada com base na possibilidade da não ocorrência de sol para a realização da atividade 3, ou seja: *Será possível fazer a medição da altura de um objeto de difícil acesso sem a sombra? Em um dia nublado, por exemplo? Sim, ou não? O que você acha? Qual é a sua sugestão?*

Os participantes levaram para casa essas perguntas, mas apenas P05 trouxe uma sugestão para a sala de aula. A sugestão apresentada foi a seguinte: ñMeu pai disse que quando vai derrubar uma árvore, ele se posiciona da seguinte maneira: agacha e olha por entre as pernas e vai se afastando até conseguir ver a ponta da árvore. Essa distância tomada por ele, até avistar a ponta da árvore é, mais ou menos, o comprimento da árvoreò (P05).

Quando percebemos que não haveria outras sugestões para responder à questão exposta, entregamos a descrição da Atividade 6 aos participantes, que se surpreenderam com a simplicidade da solução ao ponto de P11 afirmar ñter ideias é mais difícil do que saber calcularò (P11).

Os participantes foram organizados em trios, porque um ficaria responsável por mirar a árvore (ou o poste) com a caneta, o outro ficaria próximo ao objeto aguardando o comando do primeiro e o terceiro mediria a distância deslocada pelo segundo.

Fora da sala de aula, percebemos que os participantes estavam interessados em concluir essa atividade. Alguns ouviam e seguiam as direções dadas por integrantes de outros

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

a auxiliar uns aos outros. Anteriormente às atividades da pesquisa, esse tipo de interação era pouco observado na turma.

Outro detalhe relevante foi que, após medir a distância, alguns queriam saber qual era a proporção que ainda deveriam escrever, e eles mesmos deram a resposta para essa dúvida:

> **P08:** E agora, Nunes, a gente já mediu e qual é a regra que a gente monta mesmo? Nossa eu sou muito ruim em Matemática mesmo, viu só? Já me esqueci do que a gente fez. Nem sei como montar a proporção, logo agora que eu já medi a distância. Eu vou é desistir desse troço.
> **P15:** Claro que não, P08! Isso que você mediu no chão já é exatamente a altura do poste. Você não lembra que o poste ficou do tamanho da caneta? Depois disso o P20 foi andando até que você mandou que ele parasse. Então, nesse instante a altura do poste ficou no chão. Não é mesmo, fessora?
> **Pesquisadora:** Muito bem, P15. E aí, P08, agora eu te pergunto: compreendeu?
> **P08:** Eu entendi, mas só não entendo por que depois vocês complicam a Matemática. Porque assim tá fácil e gostoso de fazer as contas, se é que tem conta!
> **Pesquisadora**: Essa é a questão! Antes das contas você deve investigar a situação proposta para ter ideia de como resolver a atividade e então criar e estabelecer algumas estratégias. Conta por conta não significa que aprendeu...
> **P15:** Principalmente quando não se entende nada.
> **Pesquisadora:** É isso mesmo!!!

Não foi somente P08 que teve essa dúvida: o que fazer agora com esse resultado, com esse número obtido com a medição? P24 e P17, pertencentes a outros dois trios, fizeram essa mesma pergunta.

As fotografias contidas na Figura 16, a seguir, mostram dois momentos da atividade. A da esquerda, o instante em que eles se posicionaram ao lado do objeto do qual seria estimada a altura (o poste), aguardando o sinal do outro integrante do trio a fim de que eles mudassem de posição. A fotografia da direita mostra o momento em que o terceiro integrante do trio estava medindo a distância.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

participantes durante a realização da Atividade 6

Fonte: Fotografia tomada pela professora-pesquisadora

Após as medições, os participantes retornaram para a sala de aula, onde foi construída uma tabela, no quadro de giz, com as alturas encontradas pelos trios. Os comentários indicavam que esse método era muito fácil, mas P07 e P09 disseram que não haviam entendido por que aquela era a medida da altura da árvore.

Nesse momento, P12 foi rude na resposta dada aos colegas que estavam com dúvidas, o que causou um clima tenso por alguns segundos. Mas a situação foi rapidamente contornada, pois novamente apresentamos a ideia que havia sido proposta e como foi criada. Em seguida, solicitamos comentários sobre as duas maneiras de obter a altura de objetos de difícil acesso (Atividades 3 e 6).

Esta foi a atividade na qual os participantes mais se divertiram e interagiram. Na comparação dos dois cálculos para a altura, a maior parte dos 19 participantes considerou o método de calcular a altura sem medir a sombra o mais fácil, mas P15 e P22 afirmaram que o primeiro, utilizando a sombra, era ñmais matemáticoò.

Diante dessa comparação, a pesquisadora decidiu perguntar por que tinham considerado o método de calcular a altura sem medir a sombra como sendo o mais fácil.

> **P29**: Ué! Foi mais fácil porque não precisou de fazer contas, foi só medir direito a distância que foi encontrada. Se tiver ficado no lugar certo, é óbvio. Enquanto que o primeiro que a gente fez precisou de medir um monte de coisas, usar a calculadora...
> **P17**: E isso já ajudou porque nem a calculadora a gente usava. Era uma bobagem porque a calculadora está em todo lugar.
> **P29**: Deixe eu terminar de falar! Então, Nunes, é claro que sem a sombra foi mais fácil.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> : Então, P15, porque você acha que o cálculo com a sombra foi finais matemáticoò?
> **P15:** Foi pelo mesmo motivo que P29 disse. Na segunda atividade a gente não fez conta, foi por isso. E eu nem pensei nessa ideia, eu também gostei, gostei das duas maneiras mesmo.
> **Pesquisadora:** Você também pensou assim, P22? A atividade sem a sombra é ñmenos matemáticaò porque não usou contas?
> **P22**: É, fessora! E desde quando a gente não faz conta em Matemática? Eu sei que você já disse que o mais difícil é ter ideia e eu concordo, porque às vezes eu nem mexo na atividade, nem sei para que lado devo começar, mas quando não tem a contaiada eu fico sem saber se eu acertei ou não. Fica difícil ver Matemática sem conta.

Portanto, segundo esses participantes, Matemática é sinônimo de contas. E o mais difícil durante todas as atividades foi mostrar a esses alunos que isso não é verdade.

Esta atividade não teve fundo histórico, mas uma exploração intuitiva dos participantes, em que eles se posicionavam diante de uma situação-problema que não apresentava muitos cálculos, para confrontar com a ideia equivocada que eles tinham de Matemática. Assim, estimar e verificar a distância com uma fita métrica não significava que não existia Matemática.

Pelos diálogos percebemos que a motivação esteve presente durante toda a atividade, bem como a desmistificação da Matemática como matéria difícil e desinteressante. Outra análise positiva foi a organização da turma em trios, em que cada participante desempenhava um papel de importância para realização da atividade. Portanto todos participaram. Para alguns, a surpresa foi saber que, ao girar a caneta, o comprimento alcançaria uma distância que corresponderia ao comprimento do objeto do qual se desejava descobrir a altura.

Os participantes realizaram a atividade e retornaram para a sala de aula cheios de expectativas e querendo saber qual seria a próxima atividade a ser realizada. Tanto é que P09 fez o seguinte comentário após a análise desta atividade com a turma:

> **P09:** É Nunes, a senhora tá mais espertinha do que o Tales! Aposto que ele ficou torrando no sol do Egito para medir a pirâmide, enquanto a senhora pegou uma caneta, tampou o olho, deu uma giradinha e pronto! Já jogou a altura do poste no chão. Por que será que Tales não teve essa ideia? Muito mais simples e eu gostei. Isso é o que as pessoas chama de ilusão de ótica? Parece mas não é? Afinal é claro que o poste não mede uma caneta, mas se fechar um olho e tomar uma boa distância, o poste fica exatamente do tamanho da caneta. Isso é muito doido! Maneiro mesmo!

A turma riu da maneira com que o participante expôs sua conclusão, afinal P09 era considerado o menos inteligente e o mais engraçado. Seu interesse era passar o tempo brincando em sala e parecia que não se preocupava com a questão de ser ou não ser aprovado

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

a ele passou a ser um dos participantes mais ativo e participativo, observando o que estava acontecendo nas aulas de Matemática. Esse comentário mostrou exatamente isso. Ele compreendeu o que foi realizado na Atividade 3, o que foi apresentado sobre Tales de Mileto e comparou com a Atividade 6.

O comentário do participante P09 desencadeou outras observações e essa conversa se estendeu até o término da aula.

Um acontecimento neste encontro...

P02 ainda estava inquieto, pouco participativo, atitude diferente da que tinha durante as aulas de Matemática. Era um dos participantes que sempre fazia todas as atividades, mas, desde a primeira atividade desta pesquisa, esteve pouco ativo. Diante disso, decidimos procurá-lo no horário do recreio para uma pequena conversa e a resposta pela sua pouca participação nas atividades foi interessante, conforme mostra o diálogo[17] a seguir.

Pesquisadora: P02! Estou percebendo que você tem participado menos durante as aulas de Matemática, qual tem sido o motivo?

P02: Nada não Nunes!

Pesquisadora: Como assim, ñnada nãoò? Tenho certeza que há algo de diferente, e eu desejo saber o que está acontecendo com um dos alunos mais inteligentes que eu tenho na turma.

P02: É porque eu não estou entendendo nada! Não é essa Matemática que eu sei. Eu sei fazer ócontasô rapidinho. Em ósistemas de equaçõesô no ano passado eu não errava nada e fazia tudo primeiro e em outras matérias de Matemática também. Porém, agora eu não estou entendendo e nem consigo fazer nada certo. Isso para mim é mais difícil.

Pesquisadora: Responda-me uma coisa: o que realmente tem deixado a matéria difícil é por que você não está gostando?

P02: Não! É pelo contrário, gostando eu estou, estou achando legal, porque a gente nunca estudou dessa maneira, medindo, construindo, pensando em como os antigos matemáticos fizeram. O motivo é porque eu só estava acostumada a fazer direitinho e agora eu to errando todas as contas que eu faço. Sei lá o porquê! Na verdade eu queria que você já desse as respostas, nem título da matéria eu tenho ainda no caderno. Sei sim que a gente está investigando, e gostei porque eu achava que em Matemática não tinha nada para ser investigado. Quem seria eu para investigar alguma coisa em Matemática? Outra coisa é que eu agora até meço, eu não encontro o resultado de primeira, mas isso é problema meu, porque

[17] Esse diálogo não foi gravado, mas escrito, assim que a conversa terminou, e pedimos autorização de P02, que, além de concordar, acrescentou outros detalhes que haviam sido esquecidos.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Nunes, me desculpa, preciso parar de querer ser sempre a primeira em tudo, você está de certa forma me ajudando, mas sei que preciso mudar. Obrigada e não liga, estou curtindo a aula. E olha só, até o mais burrinhos estão participando, eu acho que até mesmo mais do que eu, viu?

Pesquisadora: P02, o que eu não quero é que você desista. Na verdade eu desejo que todos vocês entendam que a Matemática não é uma disciplina que existe para ser decorada, mas compreendida na medida do possível, e que isso é possível! Eu acredito que se a gente conhecer um pouco da História da Matemática, sobre as dificuldades que os matemáticos encontraram e que superaram então poderemos pensar que também somos capazes de tentar, ainda que erremos, podemos acertar também. Conhecer um pouco da História da Matemática é ter a oportunidade de conhecer alguns porquês que geraram a construção das teorias que estudamos hoje. Então o que você acha de estudar a Matemática conhecendo um pouco da sua história?

P02: Nunes, a verdade é que eu nunca havia parado para pensar que a Matemática tivesse uma história. Para mim, a Matemática tinha saído da cabeça de algum gênio ou sei lá de quem. Mas que estava nos livros e que a gente precisava somente decorar e repetir. Na verdade é dessa maneira que eu sempre estudei Matemática. Nunca conheci de onde veio e para que servia estudar tudo isso. Ou melhor, servia para passar de ano, ter uma profissão e blábláblá...rsrsrs. Engraçado não é mesmo? Nunes, obrigada pela conversa, você é mesmo demais!

Pesquisadora: Que isso P02, eu apenas queria saber o que estava acontecendo. Afinal eu já conheço você um pouco e por isso percebi que algo diferente estava acontecendo. Agora aproveite o recreio e descanse um pouco.

Essa conversa foi de fundamental importância para o desenvolvimento das atividades seguintes. A dificuldade para alguns daqueles participantes, principalmente para P02, era ver a Matemática de uma maneira até o momento desconhecida. Na verdade, esse diálogo fez com que nos lembrássemos da maneira com que aprendemos Matemática e o que nos motivou a fazer um curso de Licenciatura em Matemática: entender o que era a Matemática, de onde e como surgiram os números, resposta que não foi encontrada durante os quatro anos de licenciatura, nem durante o curso de Especialização em Educação Matemática, mas com leituras oriundas da História da Matemática e o desejo de conhecer a Matemática, suas construções e as dificuldades daqueles que entraram nessa História.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

das demais atividades, foi ainda maior a atenção dada à maneira com que os participantes organizavam as ideias e às estratégias utilizadas, observando a participação deles durante a execução e as reações manifestadas.

4.8 Atividade 7: Construindo um teorema

Descrição:

1.ª Etapa: Construção no papel milimetrado:

- Desenhar três retas paralelas entre si e escolher distâncias diferentes entre elas, duas a duas.
- Nomear essas retas por r, s e t.
- Traçar duas retas transversais e nomeá-las por m e n.
- Nomear os pontos de intersecção pertencentes a m por A, B e C e os pontos de intersecção pertencentes a n por D, E e F;
- Medir os segmentos AB, BC, DE e EF;
- Registrar essas medidas em uma tabela semelhante à seguinte:

Segmento	Medida

- Calcular as razões AB/BC e DE/EF (Pode utilizar a calculadora).
- Anotar os valores encontrados.

Responda:

Comparando os resultados que você obteve, qual é a relação entre essas medidas?

_____

2.ª Etapa

- Alterar as distâncias entre as retas paralelas r, s e t.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

s AB, BC, DE e EF e registrar em uma nova tabela semelhante à construída anteriormente.

- Calcular as razões AB/BC e DE/EF, utilizando a calculadora, e anotar os resultados.

Responda:

O que podemos afirmar sobre os segmentos de reta paralelas quando são cortados por retas transversais?_____

3.ª Etapa

- Marcar um ponto e nomear por A.
- Traçar duas retas r e s concorrentes em A.
- Marcar um ponto sobre cada reta, diferentes de A.
- Nomear esses pontos por B e C.
- Traçar uma reta que passe pelos pontos B e C.
- Nomear a reta que contém os pontos B e C de t.
- Traçar uma reta paralela ao lado BC do triângulo tal que passe pelo ponto A.
- Nomear essa reta por u.
- Marcar outros dois pontos sobre as retas r e s ñacimaò do ponto A.
- Nomear esses pontos por D e E.
- Traçar uma reta paralela às retas t e u passando por D e F.
- Nomear essa reta por v.

Responda:

a) Qual é a relação de posição entre as retas t, u e v da maneira com que foram traçadas? (paralelas, concorrentes ou transversais) _____

b) Utilizando a régua, meça o comprimento dos segmentos AD, AB, AE, AC e anote-os.

_____

c) Quais são os segmentos de reta formados pelos pontos A, B, C, D e E que estão sobre a reta r?_____

d) Quais são os segmentos de reta formados pelos pontos A, B, C, D e E que estão sobre as retas?_____

e) Calcule as razões DA/AC e EA/AB (pode utilizar a calculadora) e anote os valores encontrados._____

f) O que se pode concluir sobre as razões DA/AC e EA/AB?_____

g) O que se pode afirmar quando as retas transversais se interceptam entre o feixe de retas paralelas?_____

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ram em um grande círculo na sala para facilitar as nossas orientações durante as construções solicitadas e usaram régua e folha milimetrada.

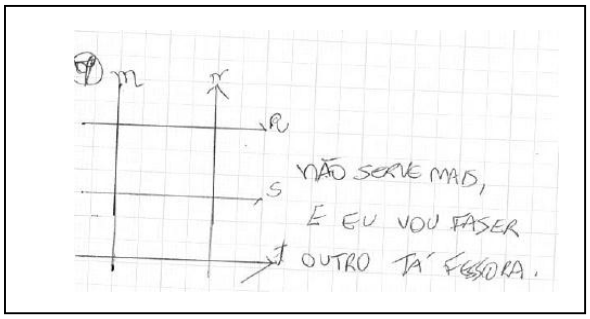
Nesse dia estavam ausentes P01, P11, P12, P18 e P28, portanto realizaram essas atividades somente 24 participantes.

A seguir, apresentamos algumas sugestões dos participantes durante as etapas da Atividade 7.

1.ª Etapa:

Todos os participantes construíram as três retas paralelas na horizontal. Quando foi solicitado que traçassem as retas transversais, ninguém desenhou com intercepção entre as paralelas. P20 perguntou se poderia fazer igual ao ñjogo da velhaò e P20 disse: ñse for tudo reto então não haverá transversalò. A representação sugerida por P20 foi registrada na Figura 17, a seguir:

Figura 17 ï Representação sugerida por P20 na 1.ª Etapa da Atividade 7

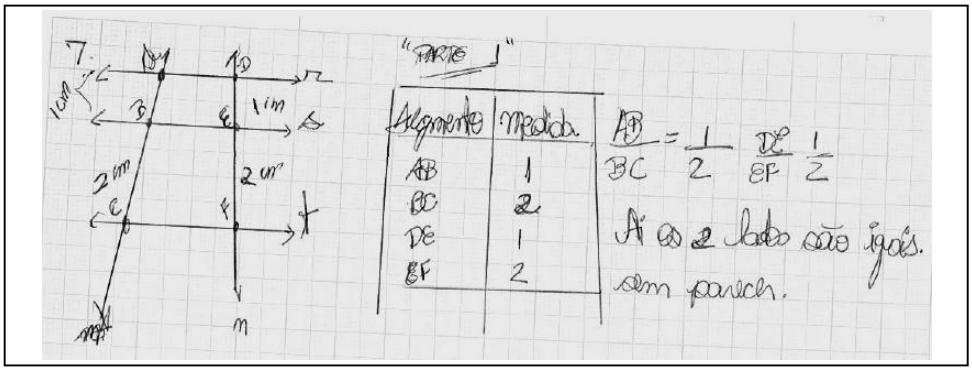


Fonte: Protocolo de P20 no papel milimetrado.

Quando P20 reconheceu que essa construção estava incorreta, escreveu na mesma folha: ñnão serve mais, e eu vou fazer outro, ta fessoraò (P20). E fez uma construção correta.

Quanto à localização dos pontos e à medição dos segmentos, os participantes não tiveram dúvidas e as anotações na tabela apresentada foram corretas. Nesta primeira etapa o modelo mais desenhado foi o apresentado por P09, conforme a Figura 18.

Figura 18: Representação sugerida por P09 na 1.ª Etapa da Atividade 7



Fonte: Protocolo de P09 no papel milimetrado

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ovidade para esses participantes. Os valores obtidos e os comentários que faziam confirmaram que a escolha do material para o desenvolvimento da atividade foi válido, conforme afirmou P09: ñVeja isso, eu entortei a reta [transversal] e o tamanho foi o mesmo da linha do papel que está em pé [na vertical]. E se eu entortar ainda mais isso continua dando certo. Credo! Isso parece trem de doidoò.

Provavelmente, pouca contribuição haveria para o desenvolvimento cognitivo dos participantes caso tivesse feito a escolha pela exposição da demonstração apresentada na seção 2.2.1. No entanto, com essa proposta, todos os 24 participantes fizeram a construção solicitada e tiraram as conclusões esperadas.

2.ª Etapa

As respostas mais frequentes nos registros dos participantes estão apresentadas no Quadro 9, a seguir.

Quadro 9 ï Respostas dos participantes na 2ª Etapa da Atividade 7

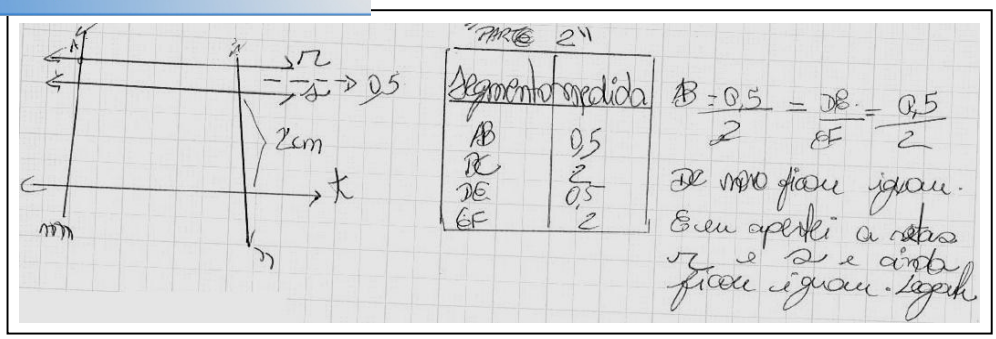
Respostas mais frequentes	Participantes
A distância entre r e s aumentou, enquanto a distância entre s e t diminuiu.	P03, P15, P19, P25, P26
A distância entre r e s diminuiu, enquanto a distância entre s e t aumentou.	P05, P06, P24
A distância de rs para st dobrou (ou triplicou).	P08, P14, P20
A quantidade que aumentou ou diminuiu parece que é no mesmo tanto.	P10, P15, P29
Aumentou e diminuiu na mesma quantidade.	P02, P16, P22
Não respondeu ou explicou de maneira a ser desconsiderada.	P04, P07, P09, P13, P21, P23, P27

Fonte: Anotações no Caderno de Campo.

Além dessas respostas, pedimos que os participantes registrassem o que acharam interessante de acordo com os resultados encontrados. Essa observação deveria ser feita no próprio papel milimetrado, mas apenas P04, P15 e P08 fizeram esse registro, conforme apresentado nas Figuras 19, 20 e 21, a seguir:

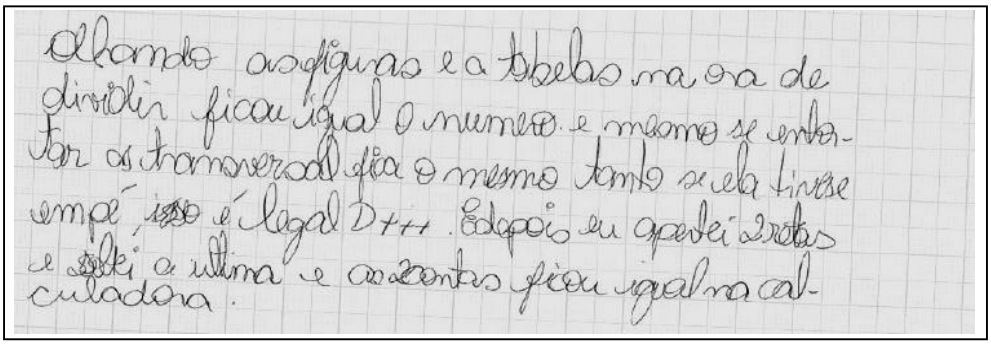
PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

registrada por P04 na 2.ª Etapa da Atividade 7



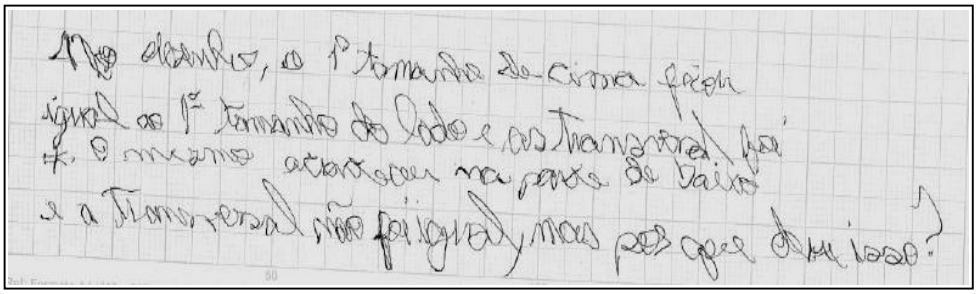
Fonte: Protocolo de P04

Figura 20: Observação registrada por P15 na 2.ª Etapa da Atividade 7



Fonte: Protocolo de P15

Figura 21: Observação registrada por P08 na 2.ª Etapa da Atividade 7



Fonte: Protocolo de P08
Obs.Para esses participantes apertar significava aproximar as retas.

P04 estranhou por que na 2.ª Etapa ele reduziu a distância entre as retas r e s, mas as proporções se mantiveram em ambas as transversais. Esse resultado para ele foi ñlegalò, ou seja, foi um resultado que ele, certamente, não esperava.

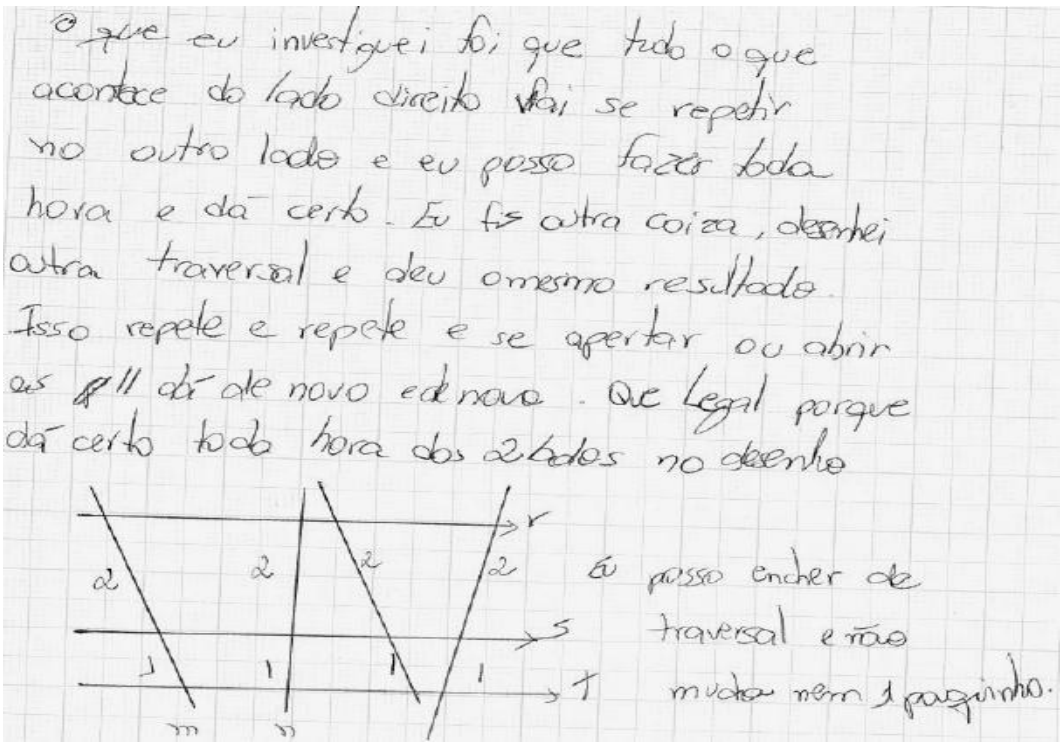
A reação de P15 foi análoga à de P04 e de outros, no sentido de estranhar que a razão formada pelos segmentos das retas paralelas cortadas pelas transversais permanecesse constante, ainda que desenhadas com inclinações diferentes, como afirmou P08[18].

[18] Tem-se observado que a dificuldade desses participantes estava no registro das estratégias usadas em atividades matemáticas e não nas ideias. Os comentários deles durante essa atividade já demonstravam ter

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ais e começou a traçar mais de duas transversais para ver se a conclusão era válida ou não. O comentário dele foi apresentado na Figura 22, a seguir:

Figura 22: Observação registrada por P22 na 2.ª Etapa da Atividade 7



Fonte: Protocolo de P22.

3.ª Etapa

Foi necessário orientar os participantes um pouco mais nesta etapa e as maiores dúvidas foram quanto aos itens c e d. Alguns afirmaram que DA e AB pertenciam à mesma reta e, consequentemente, EA e AC pertenciam a outra reta. Nesse caso, eles desconsideraram a interseção das retas transversais entre as retas paralelas.

Explicamos que a atividade era geradora do que passaria a ser chamado de Teorema de Tales, cujo enunciado considerado foi o seguinte: ñUm feixe de retas paralelas determina sobre duas retas transversais segmentos proporcionaisò (IEZZI; DOLC; MACHADO, 2009, p. 98.).

Durante a 2.ª Etapa alguns participantes conseguiram enunciá-lo, mas da sua própria maneira e, após essa atividade, o enunciado do Teorema não pareceu difícil, nem estranho.

Após a realização desta atividade, P20 fez uma interessante observação:

compreendido o Teorema de Tales, mas tinham muita dificuldade em registrá-lo. Além disso, as letras eram quase irreconhecíveis e os erros ortográficos eram frequentes.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

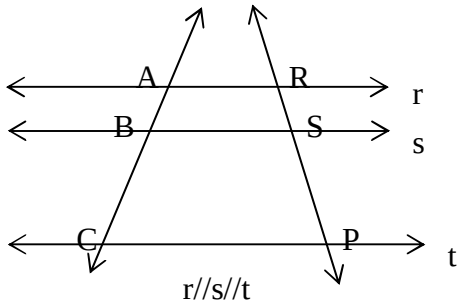
Sabe do que eu gostei? Que cada folha entregue tem um nome que é exatamente a atividade que iremos resolver.
P09: É mesmo! Eu nem tinha prestado atenção nisso! Se a gente ficar esperto, vamos descobrir o que é para ser feito. Tudo vai ser assim agora, Nunes?
P20: Tudo, talvez não, mas as atividades dessa matéria serão?
P02: Então essa história foi para nos mostrar como surgiu o Teorema de Tales? Esse é o título?
Pesquisadora: Isso mesmo, P02...(interrupção pelo P29)
P29: Eu tinha certeza que você Nunes já tinha começado a matéria e que não iria nos dar a fórmula, mas iria fazer a gente construir. Nossa, isso é muito melhor.
P22: Pensando bem, eu também gostei. Se tivesse passado: ñtítulo... agora faz isso... depois faz assim... e agora divide... e soma...e isso... e aquilo... muda de lado... muda de sinal...ò eu nunca entendi nada disso, ensina a gente Nunes a história dos sinais eu não sei nada, só decorei, ensina a gente a história, porque nenhum grupo das apresentações falou algo que prestasse, [risos].

Esse diálogo confirmou que alguns participantes estavam compreendendo o trabalho desenvolvido e estavam mudando a própria concepção que tinham sobre a Matemática. Além de estarem alcançando a participação, o respeito mútuo e o interesse nas aulas de Matemática.

4.9 Atividade 8: Afirmações sobre o Teorema de Tales

Descrição:

Observando o seguinte feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais é possível escrever algumas proporções. Dentre as que foram registradas abaixo, assinale com C aquelas que estiverem corretas e com E aquelas que estiverem erradas. Fique atento a cada caso e tente justificar as proporções que estiverem incorretas:



r//s//t

a ( ) $\frac{AB}{BC} = \frac{RS}{SP}$

b ( ) $\frac{BC}{SP} = \frac{AB}{RS}$

c ( ) $\frac{AB}{SP} = \frac{AB}{RS}$

d ( ) $\frac{AB}{RS} = \frac{SP}{BC}$

e ( ) $\frac{RP}{RS} = \frac{AC}{AB}$

f ( ) $\frac{AC}{BC} = \frac{RP}{SP}$

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

lvida em pequenos grupos e foi finalizada com alguns grupos apresentando as soluções. O propósito era fazer com que os participantes reconhecessem e justificassem as afirmativas falsas nas atividades de Matemática. Além de mostrar aos participantes a existência de uma variedade de posições de retas paralelas cortadas por transversais.

Para alguns participantes, o difícil foi aceitar que não havia números na atividade, conforme afirmou P02: ñsem números parece que nem é Matemática, fica muito mais difícil de pensar e não dá nem para saber se errou ou nãoò (P02). Essa atividade auxiliou diversos participantes a compreenderem melhor as proporções no Teorema de Tales.

Os participantes solucionaram a atividade tomando como verdade a razão do primeiro membro da igualdade e acompanharam a sequência construída no segundo membro. Assim, mantida a mesma ordem, a igualdade estaria correta; em caso contrário, a igualdade estaria errada. Essa consideração foi inicialmente observada por P05, P13 e P29. Quando eles perguntaram se assim estava correto, eles mesmos explicaram como a atividade deveria ser solucionada.

A maior dificuldade foi tentar justificar as afirmações incorretas, porque não era uma prática comum para esses participantes justificar em Matemática: para eles bastava marcar correto ou errado, sem fazer comentários. Portanto foi necessário intervir na atividade, orientando os participantes: eles precisavam apenas apresentar uma razão correta no segundo membro da igualdade.

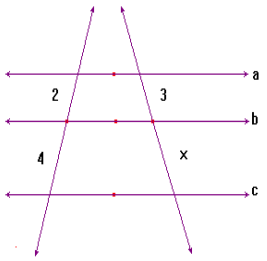
4.10 Atividade 9: Investigando o Teorema de Tales em feixe de retas

Descrição:

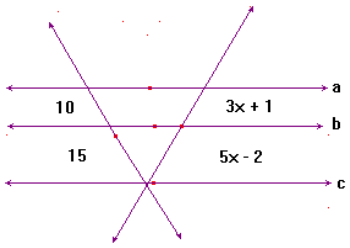
PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

...e de retas paralelas (a//b//c) cortadas por transversais, determine o valor da incógnita x, sabendo-se que as medidas estão na mesma unidade.

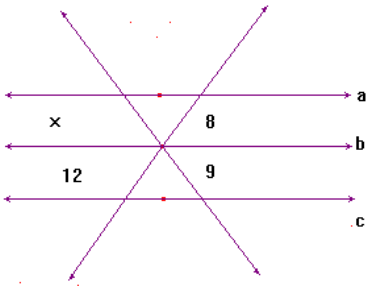
a)



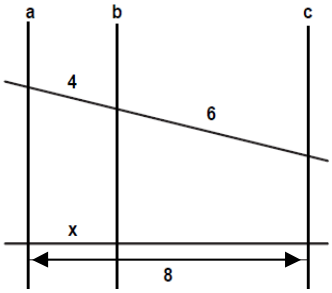
b)



c)



d)



Esta atividade teve reação imediata dos participantes no item a, porque reconheceram semelhança com a figura da atividade anterior e obtiveram, sem problemas, o valor da incógnita x.

As dúvidas aumentaram no item b. Os participantes perguntaram se o encontro das transversais na reta c interferiria alguma coisa na montagem da proporção. Nesse momento sugerimos que os participantes separassem as retas que se interceptavam e observassem as semelhanças com a figura do item a. Então eles mesmos concluíram que não havia problemas naquela figura.

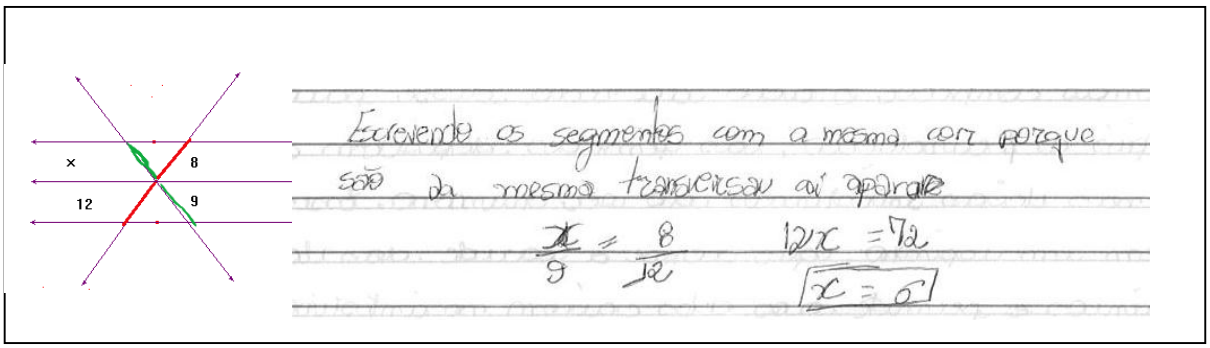
Quanto ao item c, todos os participantes continuaram escrevendo a proporção no sentido dos itens anteriores, salvo P02, P14 e P29, que questionaram como fariam com aquele ñXò entre as paralelas. Diante dessa dúvida, apresentamos a seguinte orientação: ñFaçam o desenho da Atividade 9c no caderno de maneira que ocupem mais da metade da folha. Em seguida vão colorir de cores diferentes as transversais diferentes e escrever a proporção de acordo com os segmentos de mesma cor. Depois comparem se essa sugestão faz sentido. Qual deve ser a proporção correta?ò

Com essa orientação, alguns participantes compreenderam que haviam escrito a proporção de maneira incorreta, ou seja, todos tinham registraram $\frac{x}{12}=\frac{8}{9}$. Essa estratégia de colorir cada transversal de cor diferente auxiliou na escrita da proporção, visto que todos eles

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

o, rapidamente P02 apresentou a sua solução e não tardou em auxiliar os colegas. Essa solução esta apresentada na Figura 23, a seguir.

Figura 23 ï Solução apresentada por P02



Fonte: Protocolo de P02

Mas essa orientação não impediu que os erros surgissem devido à escrita incorreta como $\frac{x}{9}=\frac{8}{9}$ (P16, P17, P21), $\frac{x}{12}=\frac{x}{9}$ (P18, P28), $\frac{12}{9}=\frac{x}{9}$ (P07, P09 e P11). Além disso, houve também três erros na divisão de 72 por 12.

Antes de avançar para a Atividade 9d, P13 fez o seguinte comentário:

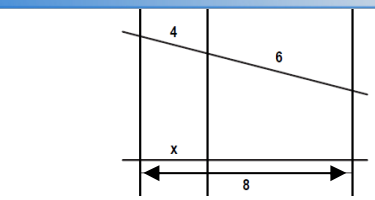
> **P13:** Então Nunes, nós estamos fazendo o contrário da História? Tales sabia resolver essas atividades e foi por isso que mediu a pirâmide. Ele só usou o exercício 9c com triângulo retângulo. Foi por isso que ele precisou do sol, senão quem faria o papel dos lados do triângulo?Mas, eles não devem ter entendido, porque como enxergar os raios do sol se é (sic) invisíveis? Essas histórias são boas mesmas e ninguém nunca conta para a gente como esses gênios inventaram, mas ele também inventou isso? Essa atividade que você trouxe hoje é também do livro de Tales?

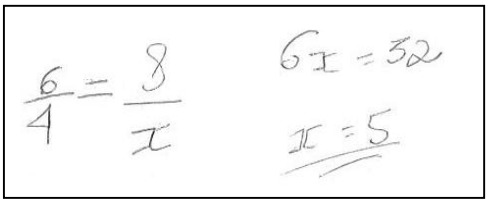
O comentário feito por P13 indicou que a Matemática começava a fazer sentido para ele no instante em que começou a associá-la à história. O difícil foi explicar que Tales não havia deixado registros, ou pelo menos não foram localizados. Mas não houve dúvida de ter sido Tales o autor do teorema que envolve um feixe de retas paralelas cortadas por transversais.

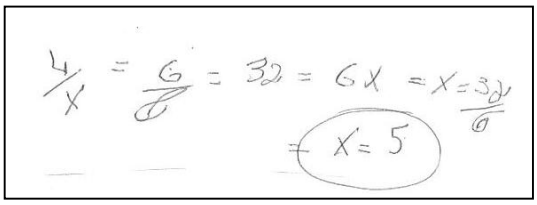
A Atividade 9d também gerou dúvidas. A primeira pergunta feita pelos participantes foi se poderiam girar a figura de modo que ela ficasse parecida com a figura do item a, com as paralelas na horizontal. As resoluções mais comuns foram de P10, P17 e P20 respectivamente e estão apresentados a seguir, na Figura 24.

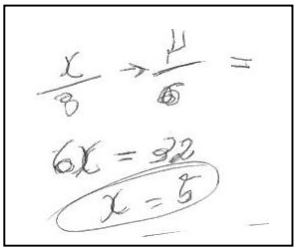
Figura 24 ï Registros mais frequentes na solução da Atividade 9 item d.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features




(1)


(2)


(3)

Fonte: Protocolos de P10, P20 e P17, respectivamente.

Outras proporções surgiram após a pergunta feita por P29.

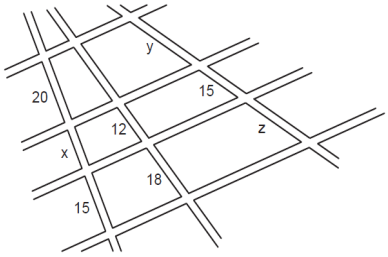
> **P29:** Nunes, esse 8 é só esse pedaço aqui ou tem que ser tudo?
> **Pesquisadora:** Acompanhe a seta P29. O que você acha?
> **P29:** É tudo, não é? É isso mesmo. Então é tudo.
> **Pesquisadora:** Sim, é tudo! Então como faremos para encontrar somente esse pedaço?
> **P29:** Pera aí. É 8x?

Nesse momento, nós nos dirigimos à carteira de P29 e o orientamos até que entendesse que aquele segmento cuja medida deveria ser calculada não media 8x, conforme havia respondido, mas (8-x). Após essa orientação, o grupo composto por P29, P02, P15 e P22 compreendeu e efetuou corretamente os cálculos e ainda auxiliou outros participantes.

4.11 Atividade 10: Retas paralelas e transversais no mapa

Descrição:

A figura a seguir mostra um mapa com quatro estradas paralelas que são cortadas por três vias transversais. Algumas das distâncias estão indicadas no mapa, em quilômetros, mas existem algumas que precisam ser calculadas. Portanto, calcule as distâncias que foram indicadas por x, y e z:



PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

dúvidas que a Atividade 9. A figura foi desenhada no quadro-negro e a pesquisadora solicitou sugestões para obter os valores de x, y e z.

A primeira sugestão foi a dada por P29:

> **P29**: Vamos encontrar esse x, porque ele ta mais na cara.
> **Pesquisadora:** Então como iremos obtê-lo?
> **P29:** Na verdade eu acho que está. Sei lá, acho que já mudei de opinião, [risos]! Na verdade sei sim, é o seguinte: $\frac{x}{15} = \frac{12}{18}$.

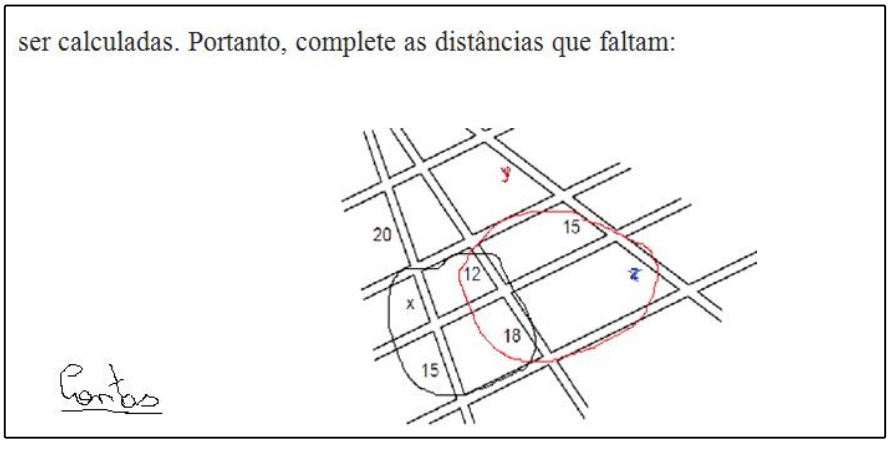
Depois que P29 deu essa sugestão, P09 perguntou se não poderia ser de outro modo e falou o que havia pensado: ñEu pensei que podia pegar assim: $\frac{20}{x} = \frac{12}{18}$ ò. Essa afirmação de P09 foi discutida e esclarecida.

Depois disso, P02 exclamou bastante eufórico que tinha descoberto como seria o cálculo de z: ñSe P29 está certo, então agora é só fazer a mesma coisa com zò. Mas ninguém deu sugestões para a obtenção do valor de y. Portanto foi necessário intervirmos na solução apresentada por meio de alguns questionamentos:

> **Pesquisadora:** Quantas incógnitas há nessa figura? Então, iremos destacar cada uma utilizando lápis de cor ou canetas de cores diferentes. Iremos analisar uma de cada vez, observando a ñvizinhançaò. E então veremos se isso facilita ou não para elaborarmos estratégias para obter z, certo?

Em seguida P13 fez a seguinte afirmação: ñDeixa eu ver! Se eu cercar bem perto, então eu consigo ver quem eu pego para montar a proporção. Não é isso Nunes?ò. E a solução apresentada por P13 após essa estratégia foi registrada na Figura 25, a seguir:

Figura 25 ï Estratégia utilizada por P13 na Atividade 10.



Fonte: Protocolo de P13.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

as incógnitas de cores distintas, P05 fez a seguinte afirmação: ñQual é o número que estava perto do ñ20ò? Está faltando aqui, Nunes!ò

Foi afirmado que não estava faltando nenhuma informação e que eles deveriam fazer o cálculo das incógnitas mais simples e pensar com calma na situação que considerassem mais complicadas. E, se fosse necessário, deveriam determinar o valor daquele segmento também.

Na determinação do valor de *x*, observamos que todos eles escreveram a mesma proporção, isto é, $\frac{x}{15}=\frac{12}{18}$, salvo a observação feita por P13: $\frac{20}{x}=\frac{12}{18}$. Diante desses comentários, solicitamos que os participantes analisassem novamente a figura e sugerissem outras possibilidades para o cálculo de *x*. As novas sugestões foram: $\frac{12}{x}=\frac{18}{15}$; $\frac{x}{15}=\frac{15}{z}$ e $\frac{x}{12}=\frac{18}{15}$, que somente surgiram depois que insistimos, pois eles somente conseguiam observar a proporção $\frac{x}{15}=\frac{12}{18}$. Dessas sugestões, a 2.ª poderia ser utilizada somente após o cálculo de *z* e a 3.ª sugestão foi descartada imediatamente por P02 e P24, que alteraram a proporção para $\frac{x}{12}=\frac{15}{18}$.

O cálculo do valor da incógnita *z* não causou problemas, pois eles utilizaram um raciocínio análogo ao cálculo do valor de *x*.

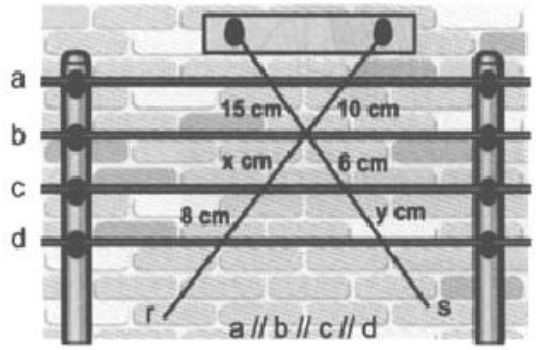
Porém as dúvidas foram realçadas durante a determinação da incógnita *y*. Alguns participantes deram sugestões, mas foram todas sem sucesso: $\frac{12}{18}=\frac{y}{15}$ (P13); $\frac{20}{x}=\frac{y}{15}$ (P29) e $\frac{y}{20}=\frac{15}{12}$ (P05).

4.12 Atividade 11: Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica

Descrição:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

eletricista Daniel fez um esquema indicando dois fios transversais, r e s, aos fios paralelos da rede central a, b, c e d. Com base nessa informação e observando o esquema abaixo, quais são os valores dos comprimentos indicados por x e y?



Nessa turma era comum ouvir perguntas do tipo ño que é para fazer?ò, ñestá muito difícilò, ñnão estou entendendo nadaò, e outras questões semelhantes sempre que eles deveriam solucionar alguma atividade. Porém a reação de alguns participantes foi diferente quando a atividade foi entregue, conforme ilustram os comentários a seguir:

> **P02:** Esse é fácil, está igual ao que a gente tinha feito.
> **P29:** É mesmo! É daqueles que fazem umòXò no meio.
> **P09:** É o desenho de uma porteira?
> **Pesquisadora:** Acho que não se trata de uma porteira P09, leia novamente o enunciado. Observem a quantidade de incógnitas e como elas estão localizadas no feixe de retas paralelas.
> **P20:** Verdade. Agora tem letra em cima e embaixo.

Assim como P09, alguns participantes observaram somente a figura e pensaram ser uma porteira, pois não leram o enunciado, como de praxe. E dessa vez os participantes solicitaram que lêssemos em voz alta o enunciado e foi a partir dessa leitura que eles acharam interessante o contexto em que o Teorema de Tales se inseriu.

Durante a realização da atividade, evitamos opinar quanto às respostas que os participantes estavam apresentando. Esse fato causou um pequeno tumulto dentro de sala de aula, afinal eles têm o hábito de perguntar para o professor como deve ser feita a questão antes mesmo de pensar na atividade.

Dos 25 participantes presentes nesse dia, nove não fizeram a atividade, alguns se justificaram com problemas familiares, outros apenas afirmaram que não estavam muito bem naquele dia, mas não atrapalharam os demais participantes. Dos demais, quatro resolveram da seguinte maneira $\frac{15}{x} = \frac{10}{6}$, ao passo que doze acertaram a proporção, isto é, aprenderam com

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

er feita a proporção no caso em que as retas transversais se interceptam entre o feixe de retas paralelas. Era um resultado surpreendente considerando o perfil desses participantes e o desinteresse dos mesmos.

Durante a realização desta atividade, P20 fez a seguinte observação:

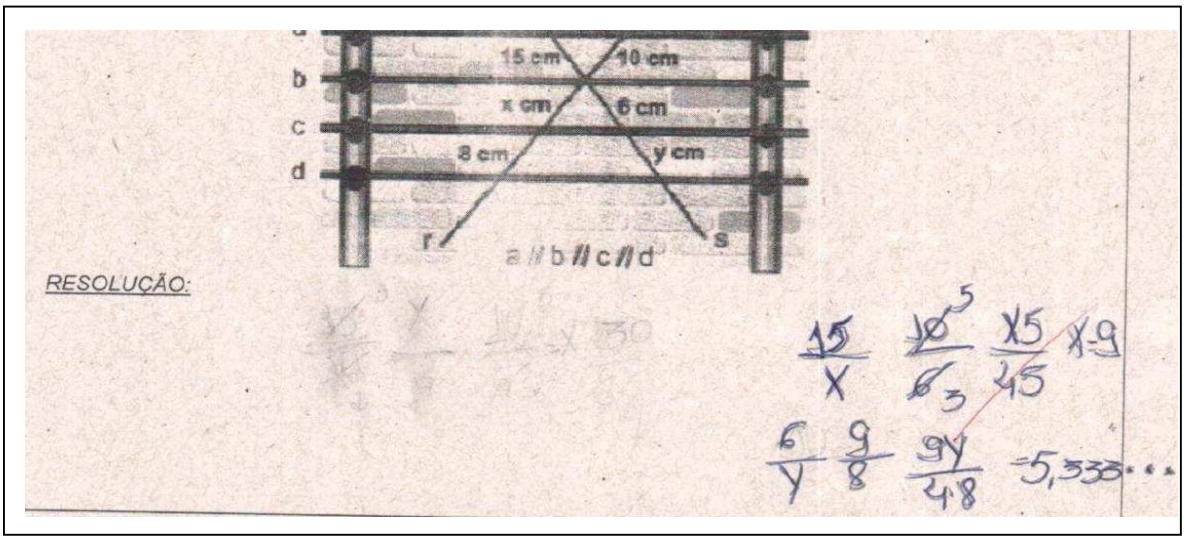
> **P20:** Eu só entendo o seguinte, para mim os tamanhos de 15cm, 10cm e 6cm são todos do mesmo tamanho. Parece que além de burro em Matemática eu tô ficando meio ruim de vista. Mas fala sério Nunes, isso está ou não do mesmo tamanho?
> **P15:** Olha só P20, o que você deve olhar é o seguinte: se de 15cm virou 6cm, então de 10cm vai passar para? Isso para manter a proporção. Agora está muito fácil, pois tem um ñXò no meio.

Também trabalhamos nessa turma a questão do respeito mútuo. Ficou combinado que no momento em que um dos participantes iniciava a explicação os demais deveriam manter silêncio para comentar depois, independentemente de estar correta ou não a explicação dada.

Quanto ao cálculo de y, eles não tiveram dificuldades, pois haviam determinado juntos o valor de x, e P13 afirmou o seguinte: ñEu já sei como fazer para y, será $\frac{x}{8}=\frac{6}{y}$, só que nessa hora a gente já poderá substituir x pelo valor calculado antesò.

Também P29, considerado pela turma um dos melhores alunos em Matemática. Ele apresentou soluções incoerentes e não conseguiu justificar os próprios cálculos, conforme a solução apresentada na Figura 26, a seguir:

Figura 26: Solução apresentada por P29 na atividade 11



Fonte: Protocolo de P29.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

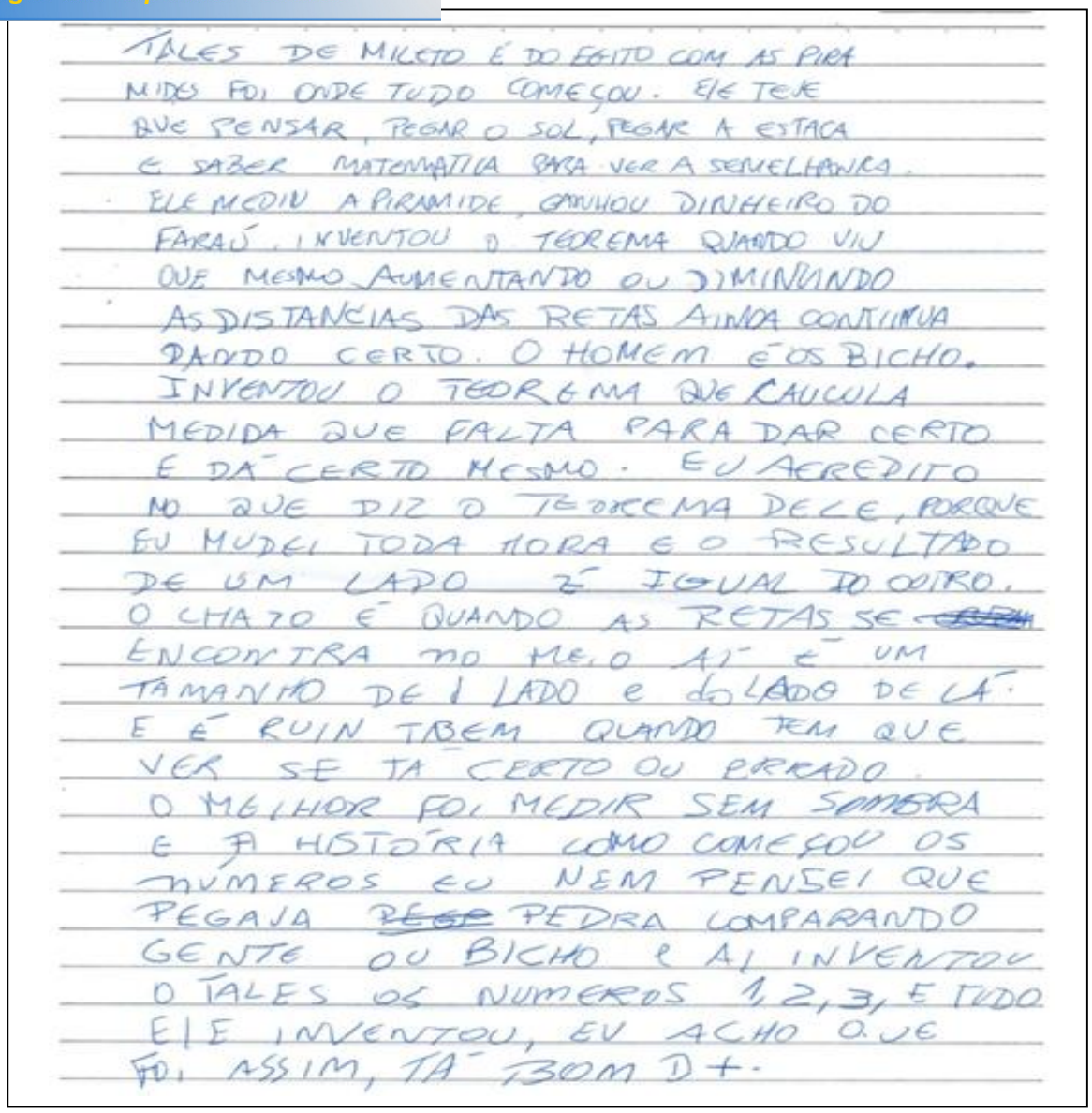
n aluno em Matemática, no entanto considerou difíceis as atividades que estavam sendo propostas pelo fato de não haver modelos para seguir. Isso porque era categórica a existência de um exemplo feito no livro ou pelo professor, para servir de modelo na solução das demais atividades propostas.

Ao final da pesquisa solicitamos aos participantes que escrevessem o que acharam de mais interessante durante o assunto Teorema de Tales, ou aquilo de não gostaram, enfim que registrassem suas impressões. Mas antes proporcionamos uma conversa informal, que foi mais produtiva que os registros entregues. Alguns afirmaram que aprenderam sem a necessidade de decorar (P02, P04, P11, P17, P22, P29), que foi uma experiência interessante e diferente (P09, P12, P29) e todos indagaram se seria sempre assim nas aulas de Matemática.

Quanto aos relatos escritos apresentados, percebemos ainda a dificuldade que eles têm em registrar, pois as anotações foram bastante mal escritas, o que implica na necessidade de continuar a alfabetização. Para exemplificar, seguem as anotações de P09 e P15 registrados nas Figuras 27 e 28 respectivamente.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

a 27 ï Relato escrito por P09

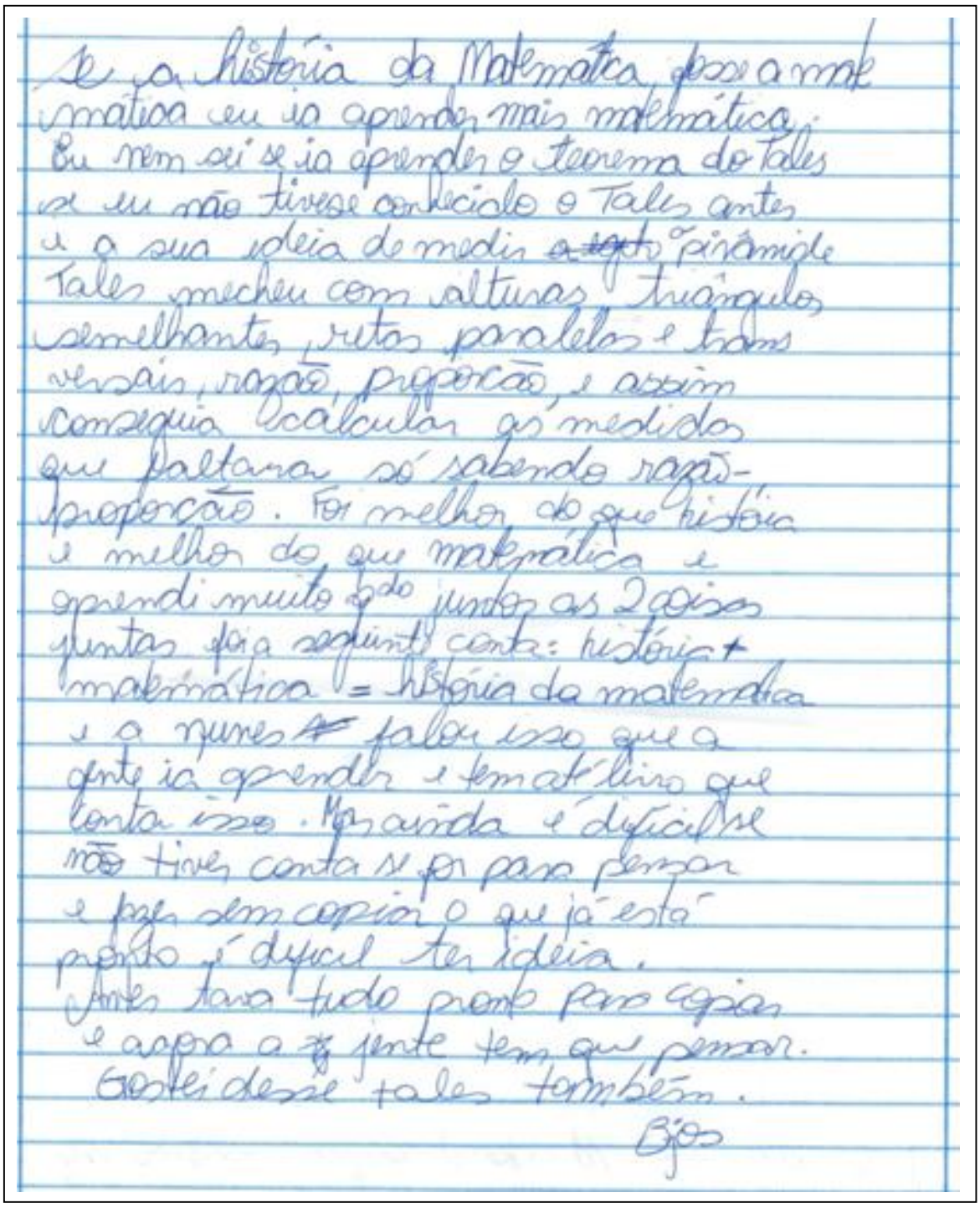


TALES DE MILETO É DO EGITO COM AS PIRÂ
MIDES FOI ONDE TUDO COMEÇOU. ELE TEVE
QUE PENSAR, PEGAR O SOL, PEGAR A ESTACA
E SABER MATEMÁTICA PARA VER A SEMELHANÇA.
ELE MEDIU A PIRÂMIDE, GANHOU DINHEIRO DO
FARAÓ. INVENTOU O TEOREMA QUANDO VIU
QUE MESMO AUMENTANDO OU DIMINUINDO
AS DISTÂNCIAS DAS RETAS AINDA CONTINUA
DANDO CERTO. O HOMEM É OS BICHO.
INVENTOU O TEOREMA QUE CALCULA
MEDIDA QUE FALTA PARA DAR CERTO
E DÁ CERTO MESMO. EU ACREDITO
NO QUE DIZ O TEOREMA DELE, PORQUE
EU MUDEI TODA HORA E O RESULTADO
DE UM LADO É IGUAL DO OUTRO.
O CHATO É QUANDO AS RETAS SE ~~[illegible]~~
ENCONTRA NO MEIO AÍ É UM
TAMANHO DE 1 LADO E do LADO DE LÁ.
E É RUIM TBEM QUANDO TEM QUE
VER SE TA CERTO OU ERRADO.
O MELHOR FOI MEDIR SEM SOMBRA
E A HISTÓRIA COMO COMEÇOU OS
NUMEROS EU NEM PENSEI QUE
PEGAVA ~~PEGO~~ PEDRA COMPARANDO
GENTE OU BICHO E AÍ INVENTOU
O TALES OS NUMEROS 1, 2, 3, E TUDO
E FOI INVENTOU, EU ACHO QUE
FOI ASSIM, TÁ BOM D+.

Fonte: Protocolo de P09.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

a 28 ï Relato escrito por P15



Fonte: Protocolo de P15

4.13 A título de síntese

Neste capítulo, além de apresentar as 11 Atividades, relatamos o preenchimento do questionário pelos participantes. Das respostas obtidas foi possível perceber o

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

que a Matemática tinha uma história e a necessidade de revisão dos conceitos básicos de Geometria, o que foi feito no decorrer das atividades.

No início da pesquisa, os participantes não estavam acostumados a trabalhar em grupos, isto é, não sabiam dialogar: ouvir o outro para dividir tarefas, expor opiniões, trocar ideias, criticar construtivamente, argumentar e verificar resultados. Muitos esperavam que lêssemos o enunciado, explicássemos o que deveria ser feito e até mesmo resolvêssemos tudo no quadro para simplesmente copiarem. Para esses participantes a Matemática se resumia em fazer contas, por isso não registravam e nem justificavam suas soluções. Em alguns casos, tinham até indisposição para a leitura.

No decorrer das atividades a situação foi se modificando. O trabalho em grupo foi sendo bem aceito e com isso o diálogo e o respeito para com o outro, passando a considerar o colega como um parceiro para a realização as atividades. Alguns se interessaram em conhecer a História da Matemática, e foram, a seu tempo, desenvolvendo a autonomia, ou seja, procurando solucionar sozinhos aquilo que lhes era solicitado, sem pedir constantemente o auxílio do professor. Alguns começaram até a ir ao quadro para expor à classe a estratégia que haviam utilizado na situação solicitada.

O desenvolvimento dessa autonomia, provavelmente motivada pelas Atividades 1, 2 e 3, auxiliou os participantes na realização dos primeiros registros e possibilitou uma amigável organização em pequenos grupos.

Os participantes conseguiram associar à experiência realizada fora da sala de aula as Atividades 4 e 5. A realização de tais atividades possibilitou a construção de conceitos matemáticos e o desenvolvimento de habilidades que foram resultado de um processo construtivo contínuo e interativo, conforme pontuado por Mendes (2009a). Isso ocorreu principalmente entre aqueles participantes que tinham comportamento menos participativo nas aulas e eram mais violentos, que se envolveram com as atividades de maneira inesperada e passaram até a incentivar os demais colegas.

A Atividade 6 realizada fora da sala de aula consolidou a realização do trabalho em grupo pelos participantes. Todos interagiram e sentiram a importância do outro. Apesar de ter sido considerada por alguns participantes ñmenos matemáticaò, foi a que mais chamou a atenção deles devido à estratégia utilizada, por meio da experimentação.

Mesmo se tendo alcançado o objetivo da Atividade 7, a Atividade 8 ainda gerou dúvidas entre alguns participantes, o que foi favorável para a consolidação da compreensão do Teorema de Tales, pois foi necessário revisar algumas proporcionalidades.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

oram responsáveis pela consolidação do entendimento do Teorema de Tales e também pela cooperação entre os participantes. Nessas atividades, ficaram concentrados em realizar o que lhes era solicitado, o que no princípio era difícil, devido ao perfil dos participantes. O interesse, o compromisso e a vontade de aprender tornaram-se uma realidade na aula de Matemática.

Durante a realização das atividades observamos que o trabalho em pequenos grupos possibilitou o desenvolvimento da comunicação e da interação entre os participantes.

Ao término das onze atividades podemos afirmar que os participantes avançaram em seus conhecimentos matemáticos: proporcionalidade e o Teorema de Tales. Também desenvolveram a habilidade de observar, participar, investigar a situação exposta e justificar alguns dos cálculos realizados. Em alguns caso, s passaram pela componente intuitiva com mais facilidade do que pela componente algorítmica. Pela simplicidade das atividades, as componentes algorítmica e formal foram de organização e sistematização das ideias intuitivas.

A interação entre os participantes foi valorizada no desenvolvimento de cada atividade, assim como as dúvidas apresentadas. Os erros observados eram expostos aos participantes, porém sem citar os nomes, evitando constrangimentos e estimulando discussões para que eles mesmos percebessem o que estava incorreto e que sugestão poderia ser apresentada. No geral, as atividades foram aceitas pelos participantes de uma maneira que superou todas as nossas expectativas, principalmente na aprendizagem que tiveram quanto ao Teorema de Tales.

O Capítulo seguinte apresenta, à luz do referencial teórico construído, a análise de seis das onze atividades realizadas. Elas possibilitaram a realização do processo de ensino-aprendizagem conforme nossa compreensão, verificando suas características.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CAPÍTULO 5

ANÁLISE E RESULTADOS DE ALGUMAS DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

> O conhecimento exige uma presença curiosa do sujeito em face do mundo. Requer uma ação transformadora sobre a realidade. Demanda uma busca constante. Implica em invenção e em reinvenção (FREIRE, 1992, p. 27).

Neste capítulo apresentamos a análise de algumas das atividades propostas para o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales.

Das onze atividades realizadas pelos participantes da pesquisa, foram selecionadas seis para análise, as de número 2, 4, 7, 9, 10 e 11. A escolha recaiu sobre aquelas que apresentaram episódios considerados relevantes para a construção, formalização e compreensão do Teorema de Tales por meio de atividades investigatórias que utilizaram a História da Matemática como motivadora do processo.

Para a análise dessas atividades foram considerados os registros produzidos pelos participantes, tanto gravados como escritos, e os nossos registros, que se referiam às observações escritas no Caderno de Campo, ou seja, ações, interações e procedimentos realizados pelos participantes. Por meio desses registros analisamos, segundo Viana (2002), quais foram as características do processo de ensino-aprendizagem que surgiram e como aconteceu a transição entre as componentes intuitiva e algorítmica, de acordo com as definições apresentadas por Mendes (2009a).

Ressaltamos que as atividades foram consideradas investigatórias de acordo com o que compreendemos a partir das considerações de Mendes (2006, 2009a, 2009b) e que nem todas apresentaram a História da Matemática explicitamente. Utilizamos a história segundo potencialidades que proporcionaram o desencadeamento do processo de ensino-aprendizagem sobre o Teorema de Tales.

5.1. **Atividade 2:** Investigando... O matemático sou eu

Para a realização desta atividade foram disponibilizados livros paradidáticos para escolha dos conteúdos a serem estudados e apresentados em sala de aula. As sugestões foram: invenção dos números, história de potências e raízes, números negativos, ângulos, álgebra, frações e decimais, proporções, semelhança e jogando com a matemática (curiosidades

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

disponibilizamos aparelhos de televisão e DVD, cartolina e pincéis coloridos. Nós propusemos auxiliar os grupos no que precisassem. A apresentação de cada um dos 9 trios ocorreu na sala de vídeo da escola, estando a classe organizada em círculo.

Desejávamos apresentar aos participantes a história de alguns conteúdos matemáticos, pois, conforme foi respondido no Questionário, eles sequer sabiam que a Matemática tem história.

As dificuldades estavam associadas às atitudes de alguns participantes, como falta de hábito de leitura e de pesquisa, timidez na apresentação, pouco comprometimento e dificuldades de trabalhar em grupo. Mas esperávamos promover algumas características do processo de ensino-aprendizagem: caráter ativo, motivador, significativo, comunicativo, interativo, cooperativo, social e individual.

Análise da atividade

O nervosismo estava presente em todos os participantes, pois foi a primeira vez que eles apresentaram uma pesquisa na aula de Matemática. A intenção era que eles percebessem que a Matemática tem história, que não se trata de invenção da professora, conforme alguns já haviam declarado, que, ao ler os livros paradidáticos, tivessem curiosidade e interesse pela História da Matemática e que conseguissem apresentar aos colegas aquilo que acharam mais curioso.

Apesar de as apresentações não terem sido bem preparadas pelos participantes, os objetivos propostos foram alcançados, o que pode ser demonstrado por comentários feitos durante e após algumas apresentações.

Por exemplo, o comentário de P20 foi: ñEntão foi assim que surgiu a ideia de número. Contando primeiro as coisas mais simples e óbviasò. O comentário de P18 foi: ñEssas letras que nunca serviram de nada em Matemática agora serve para ver a medida do sapato. Pela primeira vez eu vejo a matemática tendo uma lógicaò. P02 afirmou: ñentão a história explica que as culpadas são as pedras e por isso toda hora as professoras de Matemática ficavam falando: calcule, calcule, calcule... para que tanto cálculo? Era por causa das pedras que os antigos usavam e a origem é *calculus*!ò. E o comentário de P15 foi: ñOs livros foram os mais engraçados e as figuras. Eu achava que essa história da matemática era apenas história da Nunes, mas quando a gente sabe a história parece que a gente gosta mais de querer aprenderò. Esses comentários mostram algumas características do processo de ensino-aprendizagem, principalmente o motivante.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

am: ñEu não gosto de apresentar nada mesmo, e nem de matemática e nem de história. Parece que conhecer a história da matéria mostra que ela não é do outro mundo, mesmo continuando sendo difícil e eu continuando não gostando de Matemáticaò.

No primeiro contato que os participantes tiveram com a História da Matemática, houve curiosidade, motivação e interação, o que era favorável para o desenvolvimento da pesquisa e confirmava o que foi dito por Mendes (2006), Gerdes (1991) e Balestri (2008).

Utilizada de maneira explícita, a história se mostrou um recurso capaz de promover compreensão e ressignificação do conhecimento matemático, conforme Gaspar (2003), Machado (2000) e Mendes (2006).

A ideia taxativa de que a Matemática é para poucos, está pronta e acabada começou a ser repensada a partir desta atividade, quando foi apresentado um pouco da História da Matemática. Como os participantes não conheciam textos que envolviam a História da Matemática e curiosidades matemáticas, observamos que o uso dos livros paradidáticos despertou neles o interesse em aprender mais a História da Matemática que a própria Matemática. Portanto esta atividade foi satisfatória e de relevância para dar prosseguimento às demais da proposta, apresentando-se durante a sua realização as seguintes características do processo de ensino-aprendizagem: caráter ativo, social, motivante, cooperativo e comunicativo.

5.2 Atividade 4: Praticando o que aprendeu com Tales

A Atividade 4 foi inserida nesta pesquisa com o objetivo de promover a autonomia dos participantes na solução de questões, levando-os a fazer a passagem de uma situação concreta vivida por eles (efetuando as medidas das sombras) a uma situação provável, na qual deviam interpretar os dados e usar a imaginação. Os participantes deveriam escrever proporções, determinar a altura da árvore e justificar a estratégia usada para o desenvolvimento dos cálculos. Portanto se caracterizava uma atividade investigatória.

Uma das dificuldades esperadas era a compreensão do enunciado da questão, pois os participantes tinham dificuldades de interpretar textos contendo mais de uma informação. Outra dificuldade poderia advir da escrita das proporções, pois, durante a realização da Atividade 3, quando os participantes estavam efetuando os cálculos das proporções, houve comentários deste tipo: ñtem nada a ver se começo com sombra ou com altura, dá na mesma

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

eles não se importavam com a ordem da proporção que deveria ser mantida nos dois membros.

Análise da atividade

Durante a realização desta atividade foi observado um diálogo entre P15 e P17. A explicação de P15 foi: ñA altura da árvore fica em cima e a sua sombra debaixo e do outro lado, a mesma coisa, mas agora a gente pega o Talezinho[19]ò. A solução dada por P15 está registrada na Figura 11 do Capítulo 4.

O diálogo ocorrido entre P15 e P17 indicou que P15 avançou da componente intuitiva para a componente algorítmica ao passar da interpretação visual (observação da figura) para a escrita da proporção. Esse foi apenas um dos diálogos observados durante a atividade.

Os registros das soluções dadas pelos participantes, observações e anotações feitas por nós possibilitaram organizar o Quadro 10, a seguir.

Quadro 10 ï Tipos de solução dadas pelos participantes à atividade 4.

	Tipo de solução	Participantes	Frequência	%
1	Correta e sem dificuldade	P02, P05, P13, P15 e P20	5	17,24
2	Correta, mas com dificuldade em montar as proporções	P04, P06, P08, P11, P17, P21 e P28	7	24,14
3	Errada (proporções erradas, operações aritméticas incorretas, etc.)	P09, P10, P19, P23, P26 e P29	6	20,69
4	Cópia de respostas dos colegas.	P01, P07, P12, P14, P22 e P24	6	20,69
5	Sem solução	P03, P16, P18, P25 e P27	5	17,24

Fonte: Protocolos dos participantes e o Caderno de Campo.

Consideramos satisfatórios os resultados apresentados no Quadro 10, pois levamos em consideração o comportamento dos participantes anterior à realização desta pesquisa (a

[19] Nome que alguns participantes deram ao jovem da figura que está próxima à árvore.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

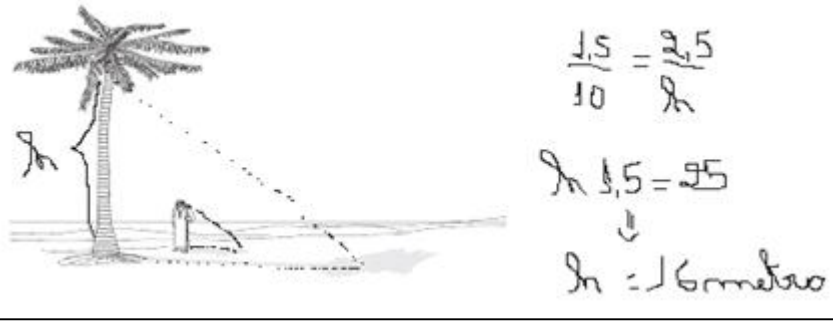
ções do professor não realizando coisa alguma a não ser desordem).

Durante a realização desta atividade, alguns participantes afirmaram ter utilizado ñregra de trêsò e pensaram ser diferente de escrever proporção, conforme afirmou P20: ñEu sei montar assim, dá certo, mas a senhora escreve de outro jeito, na forma de fração. Aí eu me confundo todo.ò

Um exemplo que se inclui no tipo 1 de solução foi a apresentada por P15 e no tipo 2, por P17. A solução de P26 está inserida no tipo 3, conforme a Figura 29, a seguir. Mas P26 não associou o fato de que o jovem (da figura) tinha a sombra maior que a altura e que a sombra da árvore deveria guardar a mesma proporção, ou seja, a sombra da árvore deveria manter-se maior que a altura. Portanto não poderia aceitar a altura que encontrou (16m), pois a sombra da árvore (dada) deveria ser maior que a altura. Assim somente a componente intuitiva foi verificada (podendo ser observada na própria indicação realizada na Figura 29, a seguir).

Figura 29 ï Cálculo desenvolvido por P26 na Atividade 4

Pelo cálculo feito por Tales para medição da altura da pirâmide de Quéops é possível determinar a áltura dessa árvore? Investigue essa situação e, se possível for, determine a altura dessa árvore.



Fonte: Protocolo de P26.

A suposta dificuldade de interpretação de textos contendo mais de uma informação se concretizou com as soluções dadas por P09, P10 e P26, ao entenderem que 10m era a altura da árvore. Também P07, P14 e P19 entenderam que a altura do jovem era 2,50m e a sombra projetada era de 1,50m. Lembramos que P07 e P14 copiaram as respostas de P19 (observação feita por nós durante a realização da atividade e registrada no Caderno de Campo).

Portanto a Atividade 4 ofereceu uma situação provável que favoreceu a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento. Ao mesmo tempo ofereceu aos participantes situações que estimularam a autonomia e o interesse em alcançar um resultado,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

do foram observadas todas as características citadas do processo de ensino-aprendizagem.

Os participantes desenvolveram habilidades de organizar e apresentar os resultados obtidos, em vez de solicitar respostas ao professor (autonomia). Também houve a consolidação dos conceitos de razão e proporção em um processo construtivo contínuo e interativo, em que os participantes conseguiram avançar da componente intuitiva para a componente algorítmica, recordando o que havia sido desenvolvido na Atividade 3. Concluímos que a Atividade 4 culminou com a aprendizagem.

5.3 Atividade 7: Construindo um teorema

Esta atividade foi considerada investigatória, pois, segundo Mendes Mendes (2009a) teve o intuito de conduzir os participantes na construção do Teorema de Tales, podendo-se observar as três fases: a experiência, a comunicação oral dessas ideias apreendidas e a formalização do teorema.

A atividade foi organizada em três momentos e a sua descrição foi entregue aos participantes, juntamente com papel milimetrado e régua para a realização das construções previstas.

O objetivo era construir com os participantes a ideia do Teorema de Tales, mostrando que, quando se constroem retas paralelas que são interceptadas por retas transversais, os segmentos formados são proporcionais. Essa conclusão deveria ser observada pelos próprios participantes, para que não houvesse dúvidas quando lhes fosse apresentado o enunciado do Teorema de Tales.

Uma das dificuldades previstas era a não observação dessa conclusão.

Análise da atividade

Nesta atividade os alunos foram organizados em círculo na sala de aula. Foi realizada a análise de cada uma das três etapas, apresentadas a seguir.

Apesar de já ter sido revista a definição de feixe de retas paralelas e de retas transversais e outras noções básicas de Geometria, na 1.ª etapa, os participantes construíram somente retas paralelas na horizontal sem encontro das transversais entre as paralelas. A partir dessa observação, apresentamos aos participantes outras representações envolvendo feixe de retas paralelas cortadas por transversais. Nesta etapa os participantes conseguiram fazer as medições e justificar qual era a relação entre essas medidas.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

pantes conseguiram enunciar o Teorema de Tales, o que foi surpreendente. Por exemplo, P02 afirmou: ñquando nós medimos os tamanhos, mesmo se aumentarmos ou diminuirmos, os dois lados das transversais continuam com a mesma medida, as mesmas razõesò. E P11 afirmou: ñno primeiro desenho [1ª etapa] quando dividia o primeiro pelo segundo os tamanhos nos dois lados ficaram iguais. E agora que eu apertei as duas primeiras retas e ficou maior a distância das duas últimas retas, os dois resultados ainda continuaram iguais, parece que isso é uma regraò.

Na 3.ª etapa foram poucos participantes (P02, P05, P10, P15, P19, P21 e P23) que conseguiram observar o que acontecia quando as retas transversais se interceptavam entre o feixe de retas paralelas. P02, P10 e P19 conseguiram formalizar rápida e corretamente uma explicação para os demais colegas. Eles avançaram da componente intuitiva para a componente algorítmica com certa facilidade.

Por meio desta atividade, os participantes conheceram o enunciado do Teorema de Tales e, depois de concluir a ideia, conferiram com o próprio livro didático a fim de que tivessem mais confiança no que havia sido proposto. Afinal, o livro didático era o único material de Matemática a que tinham acesso e que foram acostumados a utilizar. Ao assimilar o que havia sido feito, as conclusões a que eles mesmos chegaram e o que estava registrado no livro, a reação de muitos foi de satisfação e orgulho em perceber que é possível construir e aprender os conceitos matemáticos.

Esta atividade superou as expectativas, pois pensávamos que os participantes não se interessariam em construir o Teorema de Tales seguindo as etapas propostas, até mesmo por desconhecerem atividades dessa natureza.

De acordo como o que compreendemos sobre processo de ensino-aprendizagem, esta atividade evidenciou as nove características, segundo Viana (2004), ou seja, fez com que ocorresse um processo motivante, cooperativo, social, ativo, consciente, significativo, individual, interativo, e comunicativo, em todos os momentos da execução da atividade.

5.4 Atividade 9: Investigando o Teorema de Tales em feixe de retas

Apesar de parecer uma simples atividade rotineira, comum em livros didáticos, ela foi considerada investigatória de acordo com a maneira como foi proposta, sem exemplos, mas investigando as proporções identificadas em feixe de retas paralelas cortadas por transversais.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

oi conduzir os participantes a utilizar o Teorema de Tales para montagens de proporções em situações descontextualizadas, saindo de atividades concretas para a abstração do Teorema.

Uma dificuldade prevista seria os participantes considerarem o feixe mostrado na Atividade 9a como modelo a ser seguido, como se todos os casos pudessem ser reduzidos ao primeiro.

Análise da atividade

As soluções para os quatro itens que compõem a Atividade 9 foram analisadas individualmente a fim de compreender o raciocínio e a estratégia desenvolvida pelos participantes e a contribuição para o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales. Esses itens foram identificados por 9a, 9b, 9c e 9d.

Os participantes não tiveram dúvidas para obter a solução do item 9a porque associaram com facilidade o que havia sido apresentado na Atividade 8, descrita no Capítulo 4, e souberam escrever corretamente a proporção. No entanto 3 participantes cometeram enganos, P01 e P18 erraram na multiplicação de 3 por 4. E P13, na divisão de 12 por 2.

O item 9b, segundo eles, também estava fácil porque era semelhante ao item a. P02, P08 e P21 perceberam o encontro das transversais na reta c, mas os demais calcularam de modo semelhante ao cálculo do item anterior, sem se preocuparem com a pequena movimentação da posição das transversais, não sendo mais idêntica ao item a.

Uma dificuldade ocorreu na multiplicação de 5x-2 por 10 e 3x+1 por 15. Os participantes interagiram, ajudando uns aos outros, e discutiram os resultados encontrados sem solicitar que resolvêssemos, um avanço, já que anteriormente às atividades desta pesquisa os participantes não interagiam e aguardavam a solução do professor para copiarem no caderno. Novamente todos os participantes acertaram a montagem da proporção, mas 8 deles erraram operações aritméticas.

Quanto ao item 9c, houve mais dúvidas e a maioria não conseguiu escrever corretamente a proporção. Sugerimos caminhos para obter a solução (detalhados no Capítulo 4), mas foram interessante as dúvidas porque eles compreenderam melhor o uso do Teorema de Tales. Segundo Mendes (2006a), ño aluno aprende a pensar por si mesmo, levantando hipóteses, testando-as, tirando conclusões e até discutindo com os colegasò (MENDES, 2006a, p.40).

Na Atividade 9d, os participantes escreveram a proporção como se as transversais estivessem na mesma situação dos itens 9a e 9b. Para isso giraram a figura da Atividade 9d.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

er a medida do segmento à direita do segmento *x*: em vez de escrever *8-x* escreveram apenas *8*.

Concluindo, a Atividade 9 envolveu totalmente os participantes, que, interagindo, deixaram de buscar a resposta com o professor como era o costume. Era o início da autonomia para alguns nas aulas de Matemática. As dificuldades observadas foram operações aritméticas (tabuada) e algébricas, mas eles começaram a superar o paradigma de que Matemática é para poucos e que deve ser memorizada. Assim, o objetivo desta atividade foi alcançado, pois os participantes conseguiram observar diferentes situações e escrever proporções corretamente, embora alguns tivessem auxílio do colega.

A atenção e o comprometimento dos participantes com a realização desta atividade foram surpreendentes e todas as características do processo de ensino-aprendizagem foram observadas, persistindo a confiança em si e o interesse em obter resultados corretos. A associação que os participante fizeram entre a Atividade 7 e esta atividade favoreceu o exercício de organização e a sistematização das ideias intuitivas com o raciocínio matemático para a explicação, utilizando em cada item uma proporção adequada.

5.5 Atividade 10: Retas paralelas e transversais no mapa

Esta atividade contribuiu para os participantes desenvolverem competências e habilidades de construção autônoma da sua aprendizagem e exercitaram a disciplina investigatória de compreensão sólida sobre o Teorema de Tales. Sendo esta também uma atividade investigatória.

Ela foi descrita em um texto contendo um mapa com destaque para quatro estradas paralelas cortadas por três vias transversais. Os participantes deveriam obter o comprimento das ruas indicadas por x e y no mapa apresentado na Figura18, do Capítulo 4. O objetivo era utilizar o Teorema de Tales numa situação provável, hipotética. Uma dificuldade prevista estava no cálculo da incógnita *y*.

Análise da atividade

Ao receberem o enunciado desta atividade, os participantes comentaram rapidamente sobre o agrado de ver mapas em atividades de Matemática. Outra novidade foi a presença de três incógnitas em um único feixe de paralelas cortadas por transversais.

P13 e P02 determinaram rapidamente os valores de x e de z e foram chamados pelos colegas para auxiliá-los, em vez de solicitarem a nossa ajuda. Isso demonstrou confiança nos

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

nteresse em realizar com êxito a atividade, aumentando a motivação e interesse deles.

Contudo todos eles tiveram dúvidas na obtenção do valor de *y*, conforme era previsto. Após as orientações para determinação do valor de *y* (último cálculo realizado nesta atividade), percebemos a evidência da ajuda mútua entre os participantes e a compreensão do Teorema de Tales. Os erros eram menos frequentes, mudança que vem acontecendo desde o início da pesquisa, assim como o interesse, a participação, o respeito de uns com os outros e a dedicação em solucionar as atividades propostas, avanços nitidamente observados.

Nesta atividade, a capacidade de organizar e de sistematizar as ideias intuitivas foram observadas na maioria dos alunos e somente a característica de processo individual não foi observado, porque os alunos a realizaram juntos.

5.6 Atividade 11: Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica

Nesta atividade os participantes deveriam compreender as duas situações apresentadas para a determinação dos valores de x e y. Primeiro deveriam calcular o valor da incógnita x (observando que as retas transversais se interceptavam entre as paralelas *a*, *b* e *c*) e depois utilizar esse resultado para o cálculo da incógnita y. A atividade envolveu os casos contemplados na anterior.

O objetivo era mostrar como o Teorema de Tales poderia ser utilizado em uma situação prevista na qual os participantes deveriam escrever corretamente as proporções e determinar os valores indicados por *x* e *y*.

Consideramos que a dificuldade estaria novamente na disposição das transversais e que poucos se lembrariam da maneira com que haviam sido construídas na Atividade 7 e da solução apresentada no item c da Atividade 9.

Análise da atividade

Embora houvesse participantes que decidiram não fazer a atividade (sem motivos), o número de acertos foi considerável, o que realça a importância e a necessidade de manter os participantes ativos, motivados, interagindo e questionando.

Os registros para o cálculo de *x* estão expostos no Quadro 11, a seguir:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ções pelos participantes para determinar o valor de x.

Escrita	Participantes	Proporções registradas
Correta (12 participantes)	P02, P05, P08, P11, P13, P14, P15, P20, P23, P25, P26 e P28.	$\frac{15}{6}=\frac{10}{x}$; $\frac{x}{8}=\frac{6}{4}$
Incorreta (8 participantes)	P01, P04, P09, P17, P19, P21, P27 e P29.	$\frac{15}{x}=\frac{10}{6}$; $\frac{15}{6}=\frac{x}{10}$; $\frac{15}{10}=\frac{x}{6}$; $\frac{15}{8}=\frac{10}{4}$; $\frac{15}{6}=\frac{x}{8}$; $\frac{15}{10}=\frac{x}{6}$
Em branco (5 participantes)	P03, P07, P16, P22 e P24	_____

Fonte: Protocolos dos participantes.

Ao término da atividade, retomamos os conceitos de razão e proporção e suas relações com o Teorema de Tales. Percebemos que os participantes adquiriram certa autonomia e solicitavam cada vez menos nossa presença junto a eles. Embora ainda cometessem erros relativos às operações aritméticas (tabuada), compreenderam os conceitos de razão, de proporção e o Teorema de Tales, podendo ser observadas todas as características do processo de ensino-aprendizagem.

5.7 Síntese da análise das seis atividades propostas

A seguir, apresentamos, nos Quadros de 12 a 18, o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas em cada uma das atividades analisadas.

Quadro 12 - Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 2

Característica Ser:	Justificativa
Motivante	A fala de P24. (p. 85)
Cooperativo	Os participantes levaram para a sala de aula uma corda com nós e britas para ilustrar a origem da ideia de contagem. Eles disseram que a descoberta do número não aconteceu de repente e que os povos antigos recorriam aos dedos, às pedras, aos nós em cordas e às marcas em osso para contar. (p. 84)
Social	Apenas o grupo 3 não trabalhou conjuntamente para realizar a atividade.
Ativo	Simularam uma consulta à cigana ñDona Algebronaò (nome escolhido pelo grupo). Colocaram uma carteira no centro da sala, pegaram uma bola de futebol e a colocaram no meio da carteira, simulando uma bola de cristal. A cigana ñDona Algebronaò era P25, e os demais, P05 e P09, eram os que pagaram pela consulta à cigana. (p. 88)
	A atividade, segundo os participantes, foi muito interessante. Para eles, não

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Consciente	e Matemática que poderia ser apresentada por alunos. Somente o professor é que deveria explicar o que estava no livro (opinião de P02 e P29). A pesquisa despertou em alguns o interesse de saber a origem de outros conteúdos matemáticos. Chegaram a sugerir que contássemos a história de cada conteúdo antes de iniciar a ñmatériaò propriamente dita, afirmando: ñÉ mais interessante quando a gente sabe quem fez e para que fez aquele assunto, parece que a matéria faz mais sentidoò (P29) (p. 91).
Significativo	Apenas P05 fez a apresentação, dizendo que ñparecido não é o mesmo que ser semelhanteò. E mostrou os seguintes objetos (...) (p. 90)
Individual	P24: ñSabe de uma coisa Nunes? Se a gente sabe a história, ou os pedaços dela, parece que a gente começa a viver o que aqueles povos viveram e então, dá para imaginar que a Matemática não é do vento, que surgiu do nada. Ela tem uma explicação. Mas esse é o problema, a gente nem sabia que a Matemática tinha história. Eu nunca imaginaria que para inventar número era preciso pensar. Eu achava que esses símbolos tinham aparecido e pronto. Na verdade, eu nunca nem quis saber de onde eles vieram.ò (p. 85)
Interativo	O grupo mediu o pé, encontrou aproximadamente 22 cm. Eles realizaram os cálculos e encontraram a numeração 35, que de fato era a numeração do participante P22. (p. 87)
Comunicativo	Utilizando as pedras e os nós em cordas, os participantes fizeram uma simulação em sala de aula. Entregaram 5 pedras (britas) para outros 5 participantes que não faziam parte do grupo. P24 pediu que os 5 colegas saíssem da sala de vídeo. Em seguida, 4 deles retornaram para a sala e entregaram a pedra que havia recebido. Cada pedra devolvida correspondia a um nó feito na corda. Como 1 colega estava fora da sala então havia sobrado um nó na corda sem correspondência, então podia deduzir que estava faltando uma pessoa, ou um animal.Os participantes finalizaram a apresentação afirmando que era assim que os pastores tinham controle da quantidade de ovelhas que possuíam. (p. 85)

Fonte: Caderno de Campo

A seguir, apresentamos no Quadro 13 o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 4.

Quadro 13- Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 4

Característica Ser:	Justificativa
Motivante	P02, P09, P13 e P25 riram da gravura identificando a situação vivida por eles na atividade realizada anteriormente e se interessaram por fazer o que estava sendo solicitado. (p. 100)
Cooperativo	Diálogo entre P17 e P28. (p. 100)
Social	Alguns participantes começaram a explicar o cálculo e a estratégia que estava sendo adotada, a exemplo do que fizeram P15 e P20. (p. 101)
Ativo	Todos realizaram a atividade.
Consciente	Nem todos estavam conscientes do que significava a atividade para eles.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Individual	P15 se justificou utilizando proporção, enquanto P20 se justificou utilizando regra de três.
Interativo	Diálogo entre P17 e P 28. (p. 100)
Comunicativo	Alguns participantes começaram a explicar o cálculo e a estratégia que estava sendo adotada, a exemplo do que fizeram P15 e P20. (p. 101)

Fonte: Caderno de Campo

A seguir, apresentamos, no Quadro 14, o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 7.

Quadro 14 - Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 7

Característica Ser:	Justificativas
Motivante	Diálogo entre P20, P9, P2, P29 e P22. (p. 116)
Cooperativo	Nesta atividade cada um dos participantes estava mais preocupado em realizar individualmente a atividade.
Social	Os participantes se organizaram em um grande círculo na sala para facilitar as nossas orientações durante as construções solicitadas, usando régua e papel milimetrado. (p.112)
Ativo	Todos realizaram a atividade.
Consciente	Figura 22: Observação registrada por P22 na 2.ª Etapa da Atividade 7. (p. 115)
Significativo	Os participantes foram capazes de associar os resultados de atividades já realizadas e construíram o enunciado do Teorema de Tales.
Individual	P4 estranhou por que na 2.ª Etapa ele reduziu a distância entre as retas r e s, mas as proporções se mantiveram em ambas as transversais. (p 112)
Interativo	Diálogo entre P20, P9, P2, P29 e P22. (p. 116)
Comunicativo	Os participantes se organizaram em um grande círculo na sala para facilitar as nossas orientações durante as construções, usando régua e papel milimetrado. (p. 112)

Fonte: Caderno de Campo

A seguir, apresentamos, no Quadro 15, o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 9.

Quadro 15 - Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 9

Característica Ser:	Justificativa
Motivante	A fala de P13. (p.119)
Cooperativo	Após uma observação, rapidamente P02 apresentou a sua solução para a pesquisadora e não tardou em auxiliar os colegas. (p. 119)

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Social	ação, rapidamente o P02 apresentou a sua solução para a pesquisadora e não tardou em auxiliar os colegas. (p. 119)
Ativo	Todos realizaram a atividade.
Consciente	O comentário feito por P13 indicou que a Matemática começava a fazer sentido para ele no instante em que começou a associá-la à história. (p. 119)
Significativo	Faltaram conexões com as experiências anteriores, assim muitos se enganaram na realização da atividade solicitada.
Individual	Talvez houvesse faltado a atividade intrapsiquíca, pois todos queriam interagir com o colega sem internalizar o que deveria ser feito.
Interativo	Diálogo entre P29 e a professora-pesquisadora. (p.120)
Comunicativo	Houve muita troca de ideias, porém sem resultados satisfatórios, para o item c.

Fonte: Caderno de Campo

A seguir, apresentamos, no Quadro 16, o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 10.

Quadro 16 - Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 10

Característica Ser:	Justificativa
Motivante	A motivação parece que foi despertada pela novidade de aparecer um mapa na aula de Matemática.
Cooperativo	Depois que P29 deu essa sugestão, P09 perguntou se não poderia ser de outro modo e falou o que havia pensado: ñEu pensei que podia pegar assim: $\frac{20}{x} = \frac{12}{18}$.ò Essa afirmação de P09 foi discutida e esclarecida. (p. 121)
Social	Esta característica foi consequência da comunicação, interação e cooperação.
Ativo	Todos realizaram a atividade proposta.
Consciente	Todos estavam conscientes do que fazer, embora faltasse algum elo para conectar com o cálculo do valor de y.
Significativo	Em geral, foi possível associar as experiências anteriores para realizar a atividade. Falhou o cálculo do valor de y.
Individual	Em seguida P13 fez a seguinte afirmação: ñDeixa eu ver! Se eu cercar bem perto, então eu consigo ver quem eu pego para montar a proporção. Não é isso Nunes?ò. (p. 121)
Interativo	Comentário realizado por P29. (p. 121)
Comunicativo	P02 exclamou bastante eufórico que tinha descoberto como seria o cálculo de z: ñSe P29 está certo, então agora é só fazer a mesma coisa com zò. Porém ninguém deu sugestões para a obtenção do valor de y. (p. 121)

Fonte: Caderno de Campo

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Quadro 17, o resumo das características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 11.

Quadro 17 - Características do processo de ensino-aprendizagem observadas na Atividade 11

Característica Ser:	Justificativa
Motivante	A motivação e o interesse em solucionar a atividade surgiram quando os participantes associaram a figura presente na descrição da atividade com uma porteira e se recordaram dos cálculos que haviam desenvolvido no item c da Atividade 9.
Cooperativo	Embora os participantes tivessem solicitado que lêssemos a descrição da atividade, durante a sua realização a interação entre eles foi intensa. Esse fato também justificou a presença do caráter cooperativo nessa atividade.
Social	Assim como na atividade anterior, esta característica foi consequência da comunicação, interação e cooperação entre os participantes.
Ativo	Apesar de apenas 16 participantes terem realizaram esta atividade, eles se monstraram comprometidos e envolvidos com a proposta.
Consciente	Doze acertaram a proporção, isto é, aprenderam com as atividades anteriores como deve ser feita a proporção no caso em que as retas transversais se interceptam entre o feixe de retas paralelas. Além disso, é um resultado surpreendente considerando o perfil e o desinteresse desses participantes. (p. 123)
Significativo	Diálogo entre P02 e P29. (p. 123)
Individual	P29 afirmou o seguinte: ñEu já sei como fazer para y, será $\frac{x}{8}=\frac{6}{y}$, só que nessa hora a gente já poderá substituir x pelo valor calculado antesò. (p. 124)
Interativo	Diálogo entre P20 e P15. (p. 124)
Comunicativo	A comunicação entre os participantes, durante toda a realização da atividade, proporcionou êxito na obtenção da solução.

Fonte: Caderno de Campo

Em seguida, apresentamos, no Quadro 18, o resumo do conteúdo dos seis quadros apresentados (de 12 a 17), referentes às características do processo de ensino-aprendizagem, observadas em cada uma das atividades analisadas.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

as características do processo de ensino-aprendizagem

Atividades / Características do processo de ensino-aprendizagem Ser:	**2** Investigando... O matemático sou eu	**4** Explorando o que aprendeu com Tales	**7** Construindo um teorema	**9** Investigando o teorema de Tales em feixe de retas	**10** Paralelas e transversais no mapa	**11** Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica
Motivante	X	X	X	X	X	X
Cooperativo	X	X	___	X	X	X
Social	X	X	X	X	X	X
Ativo	X	X	X	X	X	X
Consciente	X	___	X	X	X	X
Significativo	X	X	X	X	X	X
Individual	X	X	X	___	X	X
Interativo	X	X	X	X	X	X
Comunicativo	X	X	X	X	X	X

Fonte: Caderno de Campo

De acordo com o referencial teórico apresentado no Capítulo1, apresentamos algumas justificativas que comprovam, ou não, a presença das componentes especificadas por Mendes (2009a), observadas durante a realização das atividades propostas e analisadas neste Capítulo. Lembramos que a componente intuitiva está associada à da imaginação, à criatividade, à interpretação visual, à explicação material de um fato matemático observado, vivenciado ou imaginado por quem aprende. Segundo Mendes (2009a), através da intuição. os alunos conseguem interpretar conceitos matemáticos e falar de diversas situações matemáticas. A componente algorítmica refere-se diretamente ao uso de algoritmos pelo aluno na representação simbólica do seu raciocínio matemático. E a componente formal diz respeito ao uso de uma linguagem formal, que torna as ideias matemáticas acessíveis apenas aos indivíduos que a dominam. Para Mendes (2009a), essa componente é tida como uma forma superior de expressão da Matemática, bem como uma forma avançada de conhecimento. Contudo observamos que a componente algorítmica e a componente formal se fundiram em uma única etapa, que consistiu na organização e sistematização das ideias intuitivas.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

o comparecimento dessas componentes nas atividades analisadas.

Quadro 19 - Componentes observadas nas atividades analisadas

Atividade	Componente intuitiva	Componente algorítmica/formal
Atividade 2: Investigando... O matemático sou eu	Experiências manipulativas e visuais: ñOs participantes levaram para a sala de aula uma corda com nós e britas para ilustrar a origem da ideia de contagem.ò (p.88)	Não foi observada essa componente devido à natureza da atividade: resgate histórico de conteúdos matemáticos.
Atividade 4: Praticando o que aprendeu com Tales	Elaboração de estratégias para configurar e solucionar a atividade: diálogo entre P17 e P28. (p. 101)	Apresentação de possíveis caminhos e soluções de acordo com as estratégias imaginadas: oluções apresentadas por P15 e P20 nas Figuras 11 e 12, respectivamente. (p. 101)
Atividade 7: Construindo um teorema	Imaginação na elaboração das estratégias possíveis para solucionar a atividade: Figura 17 com a representação sugerida por P20 na 1.ª Etapa (p. 112) e Figura 18 com a representação sugerida por P09 na 1.ª Etapa (p. 113).	Organização das ideias intuitivas estabelecidas: Quadro 9 com as respostas dos participantes na 2.ª Etapa (p. 113) e Figura 22 com a observação registrada por P22 na 2.ª Etapa. p. 115
Atividade 9: Investigando o teorema de Tales em feixe de retas	Elaboração de estratégias para solucionar a atividade: diálogo entre P29 e a professora-pesquisadora. (p. 120)	Figura 24 com registros mais frequentes na solução da atividade 9 item d. p. 120
Atividade 10: Retas paralelas e transversais no mapa	Elaboração de estratégias para solucionar a atividade: Afirmação feita por P13 e a Figura 25, que apresenta a estratégia utilizada por ele para solucionar a atividade. (p. 122)	Cálculos sugeridos por alguns participantes (p. 123).
Atividade 11: Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica	Os participantes conseguiram interpretar o conceito matemático envolvido na atividade: diálogo entre P02, P29, P09 e a professora-pesquisadora. (p. 124)	Foi considerável o número de soluções corretas o que justifica que os participantes haviam compreendido satisfatoriamente o conceito do Teorema de Tales. p. 124

Fonte: Caderno de Campo

Com o desenvolvimento das atividades investigatórias, os participantes interagiram uns com os outros e foram capazes de organizar, analisar, questionar, compreender, justificar e registrar os resultados obtidos de cada questão apresentada. Isso confirma que ño aluno passa de mero espectador a um criador ativo, não numa perspectiva de ser um cientista, mas que participe, compreenda e questione o próprio conhecimentoò (MENDES, 2009a, p. 58).

Diz o autor:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

> devem participar da construção do seu próprio conhecimento de forma mais ativa, reflexiva e crítica possível, relacionando cada saber construído com as necessidades históricas, sociais e culturais existentes nele. Nesse processo efetivo, é necessário que o professor assuma a posição de orientador das atividades, de modo a viabilizar uma interação dialogal na qual os estudantes construam seu conhecimento investigando os processos matemáticos presentes no desenvolvimento histórico da Matemática (MENDES, 2009a, p. 88).

As atividades investigatórias propostas contribuíram para o processo de ensino-aprendizagem dos participantes da pesquisa com relação ao Teorema de Tales. E a História da Matemática proporcionou uma motivação que perdurou durante todo o processo, contribuindo para manter o interesse dos participantes em desenvolver as atividades.

5.8 A título de síntese

Analisamos seis das onze atividades propostas, considerando interesse dos participantes em solucionar a situação apresentada, dificuldades encontradas por eles e resultados obtidos de acordo com o objetivo proposto em cada uma.

A História da Matemática, aliada às atividades investigatórias, despertou nos participantes o interesse em saber a origem dos conteúdos matemáticos, pois eles chegaram a dizer que a história de cada conteúdo devia ser contada antes do seu estudo e que, quando eles conheciam quem criou e para que criou aquele assunto, então este faria sentido (SCHUBRING, 2002).

As atividades também contribuíram para promover a desmistificação da Matemática como matéria difícil e desinteressante (MENDES, 2006), pois ocorreu mudança no julgamento dos participantes do que seria uma aula de Matemática, isto é, eles pensavam que a obrigação do professor seria explicar o que estava no livro, sem a participação dos alunos.

Além disso, a realização das atividades contribuiu para o desenvolvimento da comunicação oral e do registro escrito**,** pois os participantes não tinham o costume de justificar as soluções obtidas, mas começaram a explicar o cálculo e a estratégia que estava sendo adotada. Com isso, as dificuldades de registrar as soluções foram sendo superadas no decorrer das atividades. Verificamos também que às vezes os participantes perguntavam algo e obtinham a resposta por si mesmos e que alguns desenvolveram a componente intuitiva e a algorítmica, utilizando proporção e regra de três.

Observamos que a interação, a cooperação e a comunicação entre os participantes durante as atividades favoreceram a compreensão dos conteúdos matemáticos (MACHADO,

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

, 2006), no caso, a semelhança de triângulos e a proporcionalidade.

Um dos fatores que podem ter colaborado para a obtenção dos resultados satisfatórios foi a organização dos participantes em pequenos grupos (de 2 ou 3), pois, em algumas atividades, essa organização levou os participantes a distribuir entre si as tarefas que deveriam realizar.

A elaboração das atividades investigatórias teve por objetivo conduzir os participantes à construção e formalização do Teorema de Tales e isso foi feito utilizando papel milimetrado e régua numa construção geométrica. A maneira com que as atividades foram sendo conduzidas fez com que esse objetivo fosse alcançado e os participantes, à maneira deles, conseguiram generalizar a ideia de que retas paralelas cortadas por transversais geram segmentos proporcionais. A partir disso, para esses participantes, o enunciado do Teorema não pareceu difícil e nem estranho.

Esses resultados foram observados também porque nós modificamos a maneira de apresentar um conteúdo matemático em sala de aula. A satisfação obtida tanto pelos participantes quanto por nós foi decorrente do desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizaram a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Nesse caso tivemos a experiência de averiguar tais resultados com o tema Teorema de Tales.

Os participantes foram mudando a concepção que tinham sobre a Matemática (BRITO et al., 2009; GASPAR, 2003), desenvolvendo também atitudes como respeitar o outro, participar do grupo e se interessar pelas aulas de Matemática.

Sobre as dificuldades observadas durante a realização das atividades, estas ocorreram na generalização de situações em que não havia cálculos a serem realizados. Os participantes chegaram a afirmar que sem números a atividade parecia não ser de Matemática. De acordo com eles era difícil ponderar se acertaram ou erraram.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ONSIDERAÇÕES FINAIS

> O grande desafio para a educação é pôr em prática o que vai servir para o amanhã. Pôr em prática significa levar pressuposto teórico, isto é, um saber/fazer articulado ao longo de tempos passados, ao presente. Os efeitos da prática de hoje vão se manifestar no futuro. Se essa prática foi correta ou equivocada só será notado após o processo e servirá como subsídio para uma reflexão sobre os pressupostos teóricos que ajudarão a rever, reformular, aprimorar o saber/fazer que orienta essa prática (DôAMBROSIO, 2007, p. 80).

A experiência de cinco anos de educadora de Matemática, das séries finais do Ensino Fundamental ao Ensino Superior, evidenciou algumas deficiências de conceitos geométricos, principalmente em alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental, algo preocupante por se tratar do último ano desse ciclo de ensino. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a Geometria ainda tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática. Assim, os alunos, talvez por desconhecimento, não se sentem à vontade para estudar esse tema, chegando até mesmo a sentir aversão por ele.

Diante disso, refletindo sobre a importância de fazer com que a Geometria seja um assunto interessante e compreensível, principalmente para alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental, decidimos buscar um meio de fazer com que o processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos acontecesse em sua plenitude. Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, estes possibilitam que o aluno ñdesenvolva um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que viveò (BRASIL, 1997, p. 39).

Retomamos a questão de investigação: *Que contribuições podem advir no desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales?*

Visando, pois, a responder a essa questão, utilizou-se, de forma explícita, a História da Matemática em algumas das 11 atividades investigatórias elaboradas e adaptadas. Esta foi apresentada aos participantes por meio de leituras e de atividades investigatórias em que conheceram problemas históricos pedagogicamente adaptados em textos paradidáticos. Essa escolha estava de acordo com Mendes (2009a, p. 88), favorável a que ñas informações históricas da Matemática sejam utilizadas sob o desempenho de atividades investigatórias, voltadas à aprendizagem da matemática escolarò.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

as dificuldades na realização desta pesquisa. Uma delas foi a indisciplina dos participantes, seguida da falta de conhecimentos prévios e do hábito de registrar por escrito as estratégias e soluções obtidas, mas foi possível contorná-las. A primeira, por exemplo, foi vencida por meio de uma estratégia elaborada por nós: pequenas excursões, em finais de semana, no distrito em que eles residiam, para conquistar-lhes a confiança, amizade e respeito. Dessa forma, nós e esses alunos (participantes) entramos em sintonia, o que possibilitou a realização das atividades, principalmente aquelas ao ar livre, fora da sala de aula.

Por outro lado, julgamos que a interpretação de textos fosse dificuldade irrelevante, mas foi preciso vencê-la, pois era oriunda da falta de hábito de leitura dos participantes. Também essa dificuldade foi vencida pouco a pouco. Os participantes também tinham dificuldade em fazer os registros das atividades realizadas, o que foi sendo superado a partir da primeira atividade proposta, que deveriam descrever por escrito, o mesmo acontecendo nas atividades seguintes.

Anteriormente à realização das atividades investigatórias, os participantes estavam acostumados à passividade diante das exposições de conteúdo, com cópia do que estava escrito no quadro-negro. Durante e após a realização delas, passaram a participar como sujeitos ativos, uma das características do processo de ensino-aprendizagem, na construção de conceitos matemáticos.

Durante todos os encontros realizados, os participantes interagiram, trocaram idéias, cooperando entre si, na busca de soluções para as questões apresentadas. Assim, a interação ocorrida durante a realização das atividades praticamente aboliu a agressividade verbal e o desinteresse anteriormente existente entre eles. Percebemos também que os participantes se sentiram interessados e motivados em consequência da utilização da História da Matemática. À medida que os participantes se envolviam com as atividades, foram se tornando questionadores, adquirindo, gradativamente, certa autonomia nas aulas de Matemática.

Essas atitudes confirmaram ser a escolha da investigação uma estratégia de ação para a construção de conceitos matemáticos e para o desenvolvimento de habilidades no processo de ensino-aprendizagem, como um processo construtivo contínuo e interativo (MENDES, 2009a; VIANA, 2002).

Assumindo as considerações sobre atividades investigatórias, percebemos que a componente intuitiva se destacou em comparação com as componentes algorítmica e formal. Pela simplicidade das atividades, a componente algorítmica e a componente formal fundiram-se em uma única etapa: organização e sistematização das ideias intuitivas. Isso possivelmente

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

naginativa e a interpretação visual da situação proposta, a fim de promover entre os participantes a capacidade de socializar e de cooperar. Esse resultado foi um ganho importante, levando-se em consideração as conturbadas relações entre os participantes antes da pesquisa.

Vale destacar que as atividades realizadas nesta pesquisa foram aquelas que o perfil dos alunos possibilitou. Partimos de experiências concretas (componente intuitiva) e avançamos para experiências semiconcretas e formalizações (componente algorítmica). O mais difícil foi alcançar a capacidade de representações formais ou abstrações, em vista das limitações que enumeramos desde o início da pesquisa. Com isso, reconhecemos que atividades mais aprofundadas podem e devem ser elaboradas e realizadas, dependendo do perfil dos alunos (participantes).

Salientamos que esta pesquisa significou um desafio, pois não estávamos habituados a promover atividades investigatórias e nem a propor a História da Matemática como motivadora do processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Os resultados obtidos evidenciaram que o uso explícito da História da Matemática na promoção das atividades investigatórias possibilitou levar grande parte dos participantes à construção gradativa de seus conhecimentos matemáticos. Ainda mais: além da aprendizagem do Teorema de Tales houve mudança de comportamento dos alunos nas aulas de Matemática. Agressividade verbal e física, falta de respeito, desinteresse, falta de compromisso e falta de confiança em si foram aos poucos transformados em atitudes favoráveis ao processo de ensino-aprendizagem.

Como sugestão para pesquisas futuras, ressaltamos a possibilidade de associar atividades investigatórias à História da Matemática também para outros conteúdos matemáticos, seguindo sugestões de leituras apresentadas por Mendes (2006, 2009a).

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

REFERÊNCIAS

ALBERTI, V. *Manual de história oral*. 3.ª ed. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2005. 236 p.

ANDRINI, A. VASCONCELLOS, M. J. *Praticando matemática, 9º ano*. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ARAMAN, E. M. O; BATISTA I. L. *O Uso da História da Matemática com Finalidades Didáticas: o que está sendo investigado pela área 46 da Capes.* XIV EBRAPEM, ISSN: 2175-8301, Campo Grande, 2010.

BACHELARD, G. *Epistemologia: trechos escolhidos*. Org. Dominique Lecourt. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1983.

BALESTRI, R. D. *A participação da História da Matemática na formação inicial de Professor de Matemática na ótica de professores e pesquisadores*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade estadual de Londrina-Centro de ciências Exatas, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e educação matemática, Londrina, PR, 2008. 104 f.

BARONI, R. L. S; NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A.(org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.p. 129-136.

BARONI, R. L. S. Pesquisa em História da Matemática: Questões metodológicas. *In: Seminário Nacional de História da Matemática, 3*, 1999, Vitória. Anais. Vitória: 1999, p.166 ï 177.

BARONI, R. L.S; BIANCHI, M. I. A História da Matemática como recurso didático. In*: PACHECO, E. R. e VALENTE, W. R. (orgs). Coleção História da Matemática para professores*. Guarapuava: UNICENTRO, 2007, pp. 25 ï 36.

BEZERRA, 0. M. *Investigação histórica nas aulas de matemática: avaliação de duas experiências*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RN, 2008, 123f.

BONGIOVANNI, V. O teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. *REVEMAT Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 2, p. 94-106, 2007.

BOYER, C. *História da Matemática.* 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

e de Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática, terceiro e quarto ciclo. Brasília, 1998.

BRITO, A. J. [et al.] *História da Matemática em atividades didáticas*. Natal: EDUFRN - Editora da UFRN, 2005.

_____. A história da Matemática e a educação matemática na formação de professores. *Educação Matemática em Revista*. N. 22. Recife: 2007, p. 11 a 15.

BRITO, A. J.; SANTOS, K. E.S. S.;TEIXEIRA, M.R.G. A história nos planos de ensino de futuros professores de matemática. *Horizontes*, v.27,n.1, p.115-120, jan /jun 2009.

BROLEZZI, A. C. *A Arte de Contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática.* Dissertação de Mestrado do Programa de Pós- graduação em educação ï PPEG, Universidade de São Paulo. São Paulo: USP, 1991.

CAJORI, F. *Uma história da matemática*. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

CAMPOS, M. Carta ao autor da História das Matemáticas na Antiguidade. In: *História das Matemáticas na Antiguidade,* Fernand de Almeida e Vasconcellos: Livrarias Aillaud e Berthand. Paris-Lisboa. 1919.

CENTURIÓN, M. R; JAKUBOVIC, J. *Matemática na medida certa: 9º Ano*. São Paulo: Scipione. Coleção Matemática na Medida Certa, 2009.

CHACÓN, I. M. G. *Matemática Emocional: Os Afetos na Aprendizagem Matemática.* Porto Alegre: Artmed, 2003.

CYRINO, H. F. F. *Matemática e gregos*. Campinas, SP. Editora Átomo, 2006.

DôAMBROSIO, U. *Educação Matemática: da Teoria à Prática*, 2 ed. Campinas: Papirus, 1997.

_____. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

_____. *Educação Matemática: Da Teoria à Prática*. 10ª ed. Campinas/SP: Editora Papirus, 2003.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

e o que é Matemática? Disponível em: < http://velho.sites.uol.com.br/interface.htm>. Acesso em 12 de novembro de 2010.

_____.*Uma síntese sociocultural da história da matemática.* 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DANTE, L. R. *Tudo é matemática ï 9º* ano. 3 ed. São Paulo: Àtica, 2009.

DAVIS, P. J. ; HERSH, R. *A experiência Matemática: a história de uma ciência em tudo e por tudo fascinante*. 4. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DIEUDONNÉ, J. *A Formação da Matemática Contemporânea*. Trad. J. H. von Hafe Perez, Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1990

DYNNIKOV, C. M. S. S. Apresentação. *In: Seminário Nacional de História da Matemática, 3.* Vitória. Anais. 1999, p. 10 ï 12.

ELBHM. *Histórico dos Encontros.* Disponível em:<http://www.ufsj.edu.br/elbhm/historico.php>. Acesso em 12 de fevereiro de 2011.

EUCLIDES, *Elementos de Geometria*. Trad. Frederico Commandino. Edições Cultura, 1945.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2004.

FERREIRA, E. S. et al. O uso da história da matemática na formalização de conceitos. In: *Bolema* ï Especial nº 2 ï pp. 26-41, 1992, Rio Claro, SP.

FERREIRA, J. *A construção dos números.* 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, (Coleção Textos Universitários), 2010 .

FOSSA, J. A. A História da Matemática Como Fonte de Atividades Matemáticas. IN: *Anais do I Seminário Nacional História da Matemática*, Recife: UFRPE, 1995.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia.* 37 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Matemática: dos números à geometria. Osasco: Edifieo, 2008.

GARBI, G. G. *A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática*. 3. ed ver. e ampl. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GASKELL, G. Entrevistas individuais e grupais. In: BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: Um manual prático*. 2 ed. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 64-89.

GASPAR, M. T. J. *Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores*. 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) ï Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

GOLDENBERG, E. P. *Quatro funções da investigação na aula de Matemática*. Education Development Center, EUA, 1999. Disponível em:

http://www.educ.fc.ul.pt/didmat/20042005h/txapoio/goldenberg99.pdf. Acesso em 02 de setembro de 2010.

GONÇALVES, C.H.B.; SAD, L. A. (org.). Usos da história da matemática no Ensino Fundamental. In: *Coleção História da Matemática para professores*. Rio Claro: SBHMat, 2005.

GUELLI, O. *Contando a Historia da Matemática*: a invenção dos números. 9 ed, 7ª impressão. São Paulo: Editora Ática, 2004a.

_____. *Contando a Historia da Matemática*: história de potências e raízes. São Paulo: Editora Ática, 2004b.

_____. *Contando a Historia da Matemática*: a invenção dos números. 9 ed, 7ª impressão. São Paulo: Editora Ática, 2004c.

HARUNA, N. C. A. *Teorema de Thales: uma abordagem do processo de ensino-aprendizagem*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUC/SP, 2000. 200 f.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

el em:http://www.gente.eti.br/htem5/apresentacao.html. Acesso em 3 de maio de 2010.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. *Matemática e Realidade: 9º Ano*. São Paulo. 6ª edição: Atual. Coleção Matemática e Realidade, 2009.

IMENES, L. M. P.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C. *Para que serve a matemática?* Números negativos. 17ª ed. São Paulo: Atual, 1992a.

_____. *Para que serve a matemática?* Ângulos. 8 ed. São Paulo: Atual, 1992b.

_____. *Para que serve a matemática?* Álgebra. 11 ed. São Paulo: Atual, 1992c.

_____. *Para que serve a matemática?* Proporção. 9 ed. São Paulo: Atual, 1992d.

_____. *Para que serve a matemática?* Semelhança. 9 ed. São Paulo: Atual, 1992e.

_____. *Para que serve a matemática?* Frações e decimais. 10 ed. São Paulo: Atual, 1993.

JUNIOR, J. R. G; CASTRUCCI, B. A conquista da matemática, 9º ano. Editora renovada. São Paulo: FTD, 2009.

KILPATRICK, J. Historia de la investigación em Educación Matemática. In: KILPATRICK, J. et alli *Educación Matemática e Investigación*. Madrid (Espana), editorial Sínteses, 1992, pp. 15-96.

KATZ, V. J. *Using history to teach mathematics: an international perspective*. The Mathematical Association of America, USA, 2000.

LAKATOS, I. *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. Trad.: Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

LORENZATO, S.; VILA, M. C., Século XXI: qual Matemática é recomendável? *Revista Zetetiké* , UNICAMP, Campinas, nº l , 1993.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? *A Educação Matemática em Revista*. Blumenau: SBEM, Ano III, v. 4, p. 3-13, 1995.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, N. J. *Educação: Projetos e Valores.* São Paulo: Escrituras Editora, 2000.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. Fundamentos da metodologia científica. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MATEMÁTICAS EN EGIPTO. Cultura egípcia. Disponível em: <http://www.personal.us.es/cmaza/egipto/index.htm>. Acesso em 14 de outubro de 2010.

MENDES, I. A. *O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências.* Belém: EDUEPA, 2001.

_____. História da matemática: um enfoque transdisciplinar. In: *XI CIAEM.* FURB. Blumenau: FURB. 2003, CD-CARD.

_____. Atividades históricas para o ensino de trigonometria. *In*: BRITO, A. J. et al. *História da Matemática em atividades didáticas.* Natal: EDUFRN ï Editora da UFRN, 2005.

_____. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. *In*: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. *A história como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006.

_____. A história como um agente de cognição na Educação Matemática. In: *Matemática e Ciência* ***ï*** *conhecimento, construção e criatividade: revista eletrônica do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da PUC Minas.* Ano 1, n. 2, p. 7-18 (julho, 2008). Belo Horizonte. 2008.

_____. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009(a).

_____. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. 2. ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009(b).

MIGUEL, A. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese de doutorado. Faculdade de Educação - UNICAMP, 1993.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

gicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. In: *ZETETIKË*-CEMPEM,-FE/UNICAMP, - V. 5- N. 8- Ju.l/Dez. de 1997, p. 73-103.

MIGUEL, A., MIORIM, M.A. *História na Educação Matemática:* propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MINAYO, M.C.S., SANCHES,O. Quantitativo-Qualitativo: Oposição ou Complementaridade? *Cad. Saúde Públ.*, Rio de Janeiro, 9 (3): 239-262, jul/set, 1993.

MINAYO, M.C.S. *O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde.* 3. ed. São Paulo: Hcitec/Abrasco, 1994.

MIORIM, M. A. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

NCTM. *National Council of Teachers of Mathematics: Professional Standards.* Tradução: Associação de Professores de Matemática, Portugal. 1998.

NOBRE, S. Alguns ñporquêsò na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. In: Cadernos CEDES 40. *História e Educação Matemática.* Campinas, SP: Papirus. 1996. p.29-35.

_____. A Investigação científica em História da Matemática em Portugal e no Brasil: A caminho para sua consolidação como Área acadêmica. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2,* 1997, Águas de São Pedro. Anais. Rio Claro: Cruzeiro, 1997, p. 1 - 7.

NUNES, J. M. V. *História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino-aprendizagem*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará. Belém, 2007, 109 f.

PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP ï SP. Faculdade de Educação. 1989.

_____. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. *Revista Zetetiké*. Campinas: UNICAMP, Ano 1, n. 1, 1993.

_____. A pesquisa na formação de professores de matemática para a escola básica. In: *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA*, SBEM, ano 10, n. 15, p. 08-13, 2003.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ler geometria? In: VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais eletrônicos*... São Paulo, 2004**.** Disponível em: <http:// www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc>>. Acesso em: 31/08/11.

PEREIRA, A. C. C. *Teorema de Thales: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Unesp - Rio Claro/SP, 2005. 123 f.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações Matemáticas em Portugal. In: *Revista Investigar em Educação*, Edição SPCE, vol. 2, Gráfica 2000, Lisboa, 2003

PONTE, J. P. *O Estudo de Caso na Investigação em Educação Matemática*. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Quadrante(Estudo%20caso).doc Acesso em 28/05/2011.

PRADO, M. A. *O ensino-aprendizagem-avaliação do teorema de Tales através da resolução de problemas*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010. 185 f.

QUEIROZ, D. T, et al. Observação participante na Pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde. *R Enferm UERJ*, Rio de Janeiro. abr/jun; p. 276-83, 2007.

RODRIGUES, M. S. O *ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Ferederal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2007, 146 f.

ROQUE, A. C. C.; GOMES, M. L. M. *História da Matemática na sala de aula: análise de uma atividade envolvendo aspectos referentes aos números negativos*. XIII CIAEM ï IACME, Recife, Brasil, 2011.

SANTOS, S. R. *Métodos qualitativos e quantitativos na pesquisa biomédica*. J Ped. 1999; 75(6):401 ï 6.

SANTOS, C. A. *A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUC/SP, 2007. 94p.

SANTOS, R. P. *As dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o Software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales.* Dissertação (Mestrado

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ica). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. PUC/SP, 2010. 143 f.

SBHC. *Histórico*. Disponível em:<http://www.sbhc.org.br/index.php>. Acesso em 12 de agosto de 2011.

SCHUBRING, G. History of mathematics for trainee teachers. In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. History in Mathematics Education: the ICMI Study. Kluwer Academic Publishers, 2000.

SCHUBRING, G., A Noção de Multiplicação: Um ñobstáculoò desenvolvido na História da Matemática. *Bolema*, ano15, n.8, 2002, p.26-52.

SERRES, M. *As origens da Geometria.* Trad. Ana Simoes e Maria da Graça Pinhão. Lisboa: Terramar, 1997.

SILVA, M. O. S. *Refletindo a pesquisa participante.* 2 ed. rev. ampl. São Paulo: Cortez, 1991.

SILVA, C. M. S. da. O Livro Didático de Matemática do Brasil no século XIX. *In:* FOSSA, J. A. (Org.). *Facetas do diamante: Ensaios sobre educação Matemática e história da Matemática.* Rio Claro, SP: SBHMat, 2000, p. 109-162.

SNHM. *Relatório técnico do VIII Seminário Nacional de História da Matemática*. Belém, 2009.

SOUTO, R. M. A. História na Educação Matemática ï um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. In: *Bolema*, v. 23, nº 35B, p. 515 a 536, abril de 2010. Rio Claro, SP.

STRUIK, D. J. Por Que Estudar História da Matemática? Trad. de Célia Regina A. Machado e Ubiratan DôAmbrosio. In: *História da técnica e da tecnologia: textos básicos*. Ruy Gama (org.). São Paulo: T. A. Queiroz e EDUSP, 1985. p.191-215.

_____, História Concisa da Matemática. Trad. João Cosme Santos Guerreiro.Lisboa: Gradiva, 1989.

TRIVINOS, A. N. S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.* São Paulo: Atlas, 1987.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ria das Matemáticas na Antiguidade. Livrarias Aillaud e Bertrand. Paris-Lisboa. 1919.

VENTURA, M. M. O Estudo de Caso como Modalidade de Pesquisa. Rev SOCERJ. 2007;20(5):383-386 setembro/outubro.

VIANA, M. C. V. *Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matemática en la UFOP*. La Habana, Cuba: ICCP, 2002. p.165. Tese (Doctorado en Ciencias Pedagógicas). Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.

_____.*O processo de ensino/aprendizagem de Matemática sob diferentes olhares.* Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

VIANNA, C. R. *Matemática e história: algumas relações e implicações pedagógicas.* Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: FE-USP, 1995a. 228p.

_____. Usos disáticos para a História da Matemática. In: *Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática.* (Ed.) Fernando Raul Neto. Recife-PE, 1995b. pp.65-79.

_____. História da Matemática na Educação Matemática. In: *Anais VI Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Londrina: Editora da UEL, 2000. pp. 15-19.

VIGOTSKI, L. S., LURIA, A. R. & LEONTIEV. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 1988.

VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 1993.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

APÊNDICES

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

NDICE A ï Questionário

Caro (a) aluno (a),
Sou estudante do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto e estou desenvolvendo uma pesquisa sobre o ensino de Geometria. Gostaria de saber como você pensa sobre o assunto para que eu possa direcionar minha pesquisa no sentido de construir uma proposta de ensino mais efetiva. Assim, sua participação é fundamental! Não é necessário assinar, apenas responder com sinceridade às questões abaixo.

Muito Obrigada! Márcia Nunes dos Santos

1) Em Matemática nem todas as atividades são fáceis e interessantes.
Para você o que são atividades interessantes?
a) ( ) São aquelas que apresentam assunto de fácil compreensão e que provocam a minha criatividade.
b) ( ) São aquelas desafiantes, mas não me interesso porque elas são muito difíceis de resolver.
c) ( ) São aquelas que apresentam mais dificuldades, exigem mais tempo para pensar.

2) Tente inventar algum tipo de atividade que você considera interessante. Escreva também como você faria para resolvê-la. Não se preocupe se não encontrar uma resposta agora! Use o verso se for necessário.

_____

_____

3) Em relação à aprendizagem em Matemática, de forma geral, você considera que:
a) ( ) Tem bastante facilidade em aprender Matemática.
b) ( ) Apresenta dificuldades em aprender alguns assuntos de Matemática.
c) ( ) Possui muita dificuldade para aprender Matemática.
Por que você acha que é assim?

_____

_____

4- Com relação ao ensino de Geometria, você considera que:
a) ( ) Foi um assunto **bastante** trabalhado em todas as séries que já estudou.
b) ( ) Foi um assunto **pouco** trabalhado nas séries em que você já estudou.
Como você explicaria o que é Geometria. E qual é a importância de ter que estudar Geometria?

_____

_____

5- Quanto ao ensino da Matemática, seus professores utilizavam a História da Matemática:
a) ( ) Como motivação e curiosidade.
b) ( ) Raramente utilizavam a História da Matemática.
c) ( ) Nunca ouviu falar de História da Matemática na escola.
O que você gostaria de aprender com a História da Matemática?

_____

_____

6. Você já ouviu falar em detetives ou investigadores?

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

na investigação:

_____

_____

b) O que você imagina que seria uma investigação matemática:

_____

_____

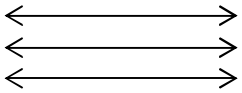
7) Vamos conversar um pouco sobre Geometria! Responda com palavras **e** com desenhos a seguinte pergunta:

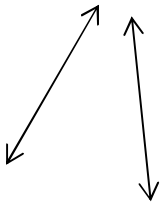
a) O que é um segmento de reta?

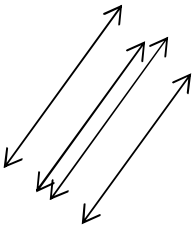
_____

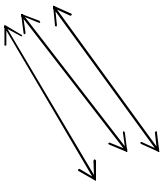
_____

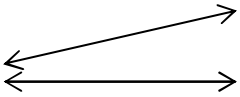
8) Marque com um **x** a opção que representa feixes de retas paralelas e circule a que representa feixes de retas transversais.

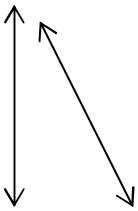
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

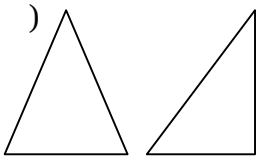
f) 

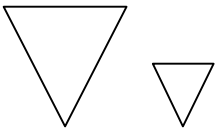
9) Como você explicaria o fato de que duas figuras são semelhantes?

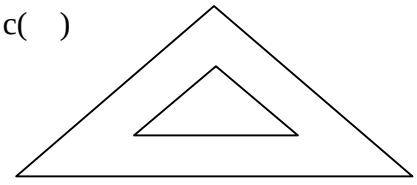
_____

_____

Agora, identifique quais dos pares de triângulos abaixo são semelhantes.

a ( ) 

b ( ) 

c( ) 

10- Gostaria de desenvolver aulas que envolvesse investigações históricas para que os alunos aprendessem mais sobre Geometria. Que sugestão você daria para esse meu trabalho? (Use o verso da folha se precisar.)

_____

_____

_____

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

E B ï Análise do questionário

Em uma primeira análise das respostas, ficou evidente que a Matemática não era do interesse da maioria. Que a Geometria foi pouco ensinada nos últimos anos e que investigação matemática e História da Matemática eram termos desconhecidos para praticamente todos os participantes.

Os 29 participantes responderam ao Questionário e foi observado que na primeira questão apenas 4 alunos (13,79%) responderam que atividades interessantes são aqueles que apresentam assunto de fácil compreensão e que provocam criatividade. Nenhum participante afirmou que atividades interessantes são desafiantes, mas não se interessam pelo fato de serem difíceis de resolver. E a maioria, 25 participantes (86,21%) afirmaram serem aqueles que apresentam mais dificuldades e exigem mais tempo para pensar.

De maneira meio contraditória ao que foi respondido na 1ª questão, os participantes elaboraram atividades pouco interessantes, sem maiores dificuldades e não exigiam muito tempo para responder.

Os exemplos de atividades apresentadas foram, grande parte, problemas no nível de séries iniciais do ensino básico, envolvendo as quatro operações fundamentais, por exemplo, o participante P16 apresentou o seguinte problema: ñMaria comprou 30 balas de R$0,20 e Henrique comprou 40 pirulitos de R$0,30. Quanto Maria gastou e quanto Henrique gastou?ò Analogamente, fez P27 ñJoão foi ao shopping com R$1000,00 e comprou 5 calças de R$50,00, 3 blusas de R$100,00. Quanto sobrou e troco?ò.

O participante P32 escreveu: ñFabiano vendeu sorvetes de sabores diferentes. No total de 50 de abacaxi, 30 de morango e 10 de jabuticaba. Cada um custa R$ 1,50. Quanto ele recebeu?ò, novamente presente a ideia das operações de adição e subtração, que esteve presente também no exemplo dado pelo participante P35: ñMaria comprou 20 bombons a R$2,00 cada, e mais 39 balas de R$1,00. Quanto de dinheiro ela gastou?ò P54 escreveu: ñMaria foi à feira com R$78,00 e gastou R$15,00. Quanto ela deve receber de troco?ò

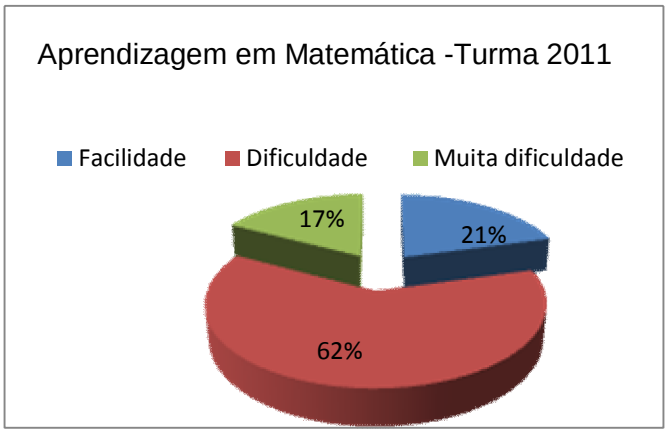
Mesmo sendo predominante a presença de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, houve exemplos mais interessantes como o do participante : ñNuma partida de futebol André marcou 4 gols, Marcos marcou 3 e o time adversário marcou 4 gols até o fim do 1º tempo. Sabendo que o placar ficou de 8 a 5, quantos gols foram marcados no 2º tempo?ò. O participante P53 registrou: ñJoão quer saber como 19 litros de água encherão copos de água. Resposta: 4 copos são 1 litro, então eu faria 4 vezes 19 e daí eu saberia o resultado.ò

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

emplos sobre proporcionalidade e semelhança, pois foi o último conteúdo estudado e doze participantes não responderam essa questão.

Em relação à terceira pergunta, desejava-se saber o que os participantes pensavam sobre sua aprendizagem em Matemática, o resultado foi registrado pelo seguinte gráfico 1 a seguir:

Gráfico 1: Aprendizagem em Matemática segundo os 29 participantes da pesquisa



Fonte: Questionário preenchido pelos participantes da pesquisa

Ainda nessa pergunta, cada participante deveria justificar o porquê de haver respondido ter facilidade, dificuldade ou muita dificuldade em Matemática. De acordo com essas justificativas, os participantes foram organizados de acordo com o quadro 14 a seguir:

Quadro 14: Justificativas de aprendizagem em Matemática segundo os 29 participantes da pesquisa.

Facilidade em aprender Matemática (6 participantes)	Dificuldade em aprender Matemática (18 participantes)	Muita dificuldade em aprender Matemática (5 participantes)
Participo e tenho atenção nas aulas (P02, P06 e P15)	Não tenho atenção nas aulas (P05, P10, P11, P16, P17, P19, P27, P23 e P28)	Matemática é muito difícil (P01, P25 e P26)
Gosto da professora (P13, P22 e P29)	A bagunça dos colegas me atrapalha (P21 e P24)	Não tenho atenção (P03)
	Bagunço demais nas aulas (P04, P08 e P20)	Não gosto de Matemática (P18)
	Não gosto de Matemática (P12 e P14)	
	Não faço nada nas aulas (P07 e P09)	

Fonte: Questionário preenchido pelos participantes

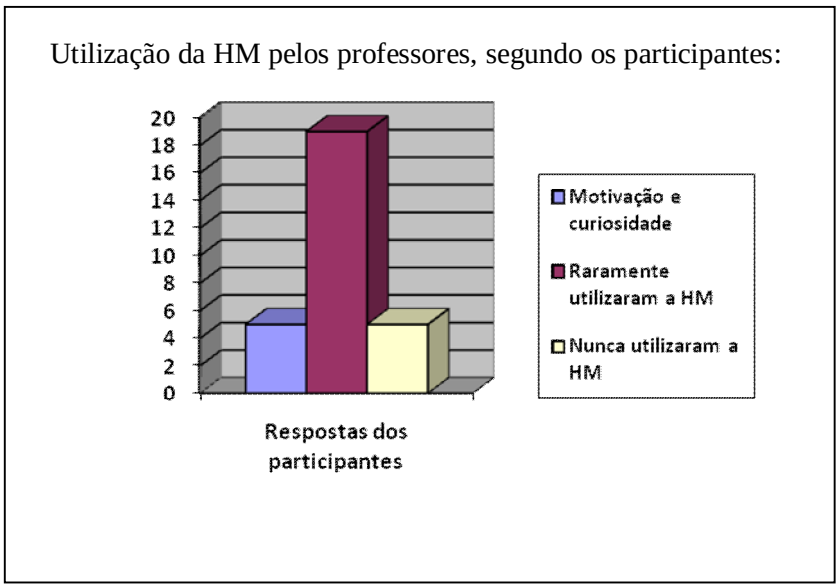
Quanto ao ensino de Geometria, 17 participantes (quase 60%) reconheceram que Geometria foi um assunto pouco estudado nas séries anteriores. Essa afirmação foi observada

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

vidente nas questões de conhecimentos básicos de termos usados na geometria, conforme indicaram as questões 7, 8 e 9 deste Questionário.

No que diz respeito à utilização da História da Matemática em sala de aula, verificou-se que muitos participantes sequer imaginavam que a Matemática tinha uma história a ser estudada, pesquisada. Provavelmente a aversão era tão grande que isso nunca foi do interesse deles e talvez nem dos seus professores em comentar sobre a História da Matemática. Mesmo assim, foi perguntado aos participantes como a História da Matemática era utilizada pelos seus professores. Dezenove participantes (quase 70%) afirmaram que os professores raramente utilizavam a História da Matemática (HM) em sala de aula. As 29 respostas foram apresentadas no gráfico 2 a seguir.

Gráfico2: Utilização da História da Matemática pelos professores, segundo os participantes



Fonte: Questionário respondido pelos participantes

O que se percebeu durante a pesquisa foi que o uso da História da Matemática acontecia de maneira bastante superficial. Por exemplo, foi perguntado sobre o que eles gostariam de aprender com a História da Matemática e alguns comentários foram: ñsaber quem inventou essa disciplina (P02, P12, P16)ò, ñpara que serve a Matemática (P11)ò, ñcomo surgiu a Matemática (P04, P17)ò, ñonde surgiu (P09, P10)ò, e ñpor que os números foram inventados e como aprenderam a fazer contas com eles (P06, P23, P29)ò. Dúvidas como essas foram responsáveis pela confirmação da necessidade de sugerir a realização da atividade 2 no 3º Encontro.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

bre o que cada participante entendia por investigação e depois, por investigação matemática. Sobre investigação, as respostas mais comuns foram: investigar é ñpesquisarò, ñquerer saber alguma coisa proibidaò, ñquerer saber o que não sabeò. Responderam também que investigar é ñser intrometidoò, é ñsaber o que não é da sua contaò. Mas, quanto à investigação matemática, apenas seis participantes deram opinião. Eles responderam que ñé saber como as coisas aconteceram (P13, P15, P29)ò, ñé investigar o surgimento da Matemática (P25, P08)ò e ñé saber quem inventou a Matemática (P22)ò.

As questões 7, 8 e 9 do Questionário abordaram três conceitos de Geometria: segmento de reta, feixe de retas paralelas e transversais e triângulos semelhantes. No início, considerou-se que tratava de conceitos simples para alunos de 9º Ano. Contudo, eles tiveram muitas dúvidas em responder as três questões. Por esse motivo, foi necessário usar mais uma aula para rever tais assuntos.

Sobre segmento de reta, surgiram respostas que realmente não faziam sentido, por exemplo, o participante P01 respondeu que segmento de reta ñé onde você pode ir e vir na mesma linha.ò; o participante P09 escreveu que ñsegue reto de um ponto ao outro sem fim.ò; enquanto que o participante P25 respondeu ñé quando segue uma reta sem fazer curvaò.

Por esse motivo, acreditou-se que a Geometria foi, de fato, pouco estudada nas séries anteriores.

Na Questão 8 foi solicitado a identificação com um **x** nos feixes de retas paralelas e com um círculo os feixe de retas transversais. Essa pergunta tinha por objetivo verificar se os participantes diferenciavam e compreendiam o fato de retas serem ou não paralelas. Se essa ideia estivesse esclarecida, mesmo que eles não soubessem ou nunca tivessem ouvido falar de retas transversais não haveria problema. Afinal eram apenas duas opções, se não fossem paralelas então seriam transversais.

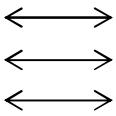
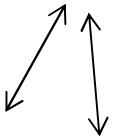
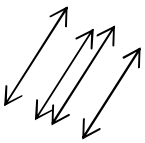
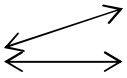
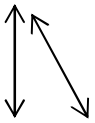
Foi interessante a pergunta do participante P12: ñfeixe significa muito, certo Nunes? É como feixe de lenha? E transversais é como esse meu brinco que foi colocado em transversal? Se for, então o que não for inclinado é paraleloò.

Observe que a ideia do participante ficou um pouco equivocada, e foi esse um dos motivos que fizeram com que muitos errassem o 3º feixe, afinal as retas estavam inclinadas, mas eram paralelas. Esse também foi um conteúdo visto na aula seguinte, assim como segmento de reta e semelhança, embora eles tivessem visto nas últimas aulas.

As respostas dos participantes foram registradas no quadro 15 a seguir, distribuindo os acertos e os erros dos alunos de cada turma:

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

de acertos e de erros da questão 8 do questionário

FIGURAS						
Acertaram	28	20	19	09	18	18
Erraram	01	09	10	20	11	11

Fonte: Questionário respondido pelos participantes da pesquisa

A similaridade entre o 3º e o 4º feixe de retas confundiu bastante os participantes e provocou muitos erros. Um dos possíveis motivos foi a impaciência de fazer leitura de imagem, e falta de atenção para analisar as figuras. Algo que repetiu entre dois participantes foi a má interpretação do enunciado. Os participantes P10 e P24 acertaram todas as questões, mas assinalaram errado e, portanto, elas foram contabilizadas como erros.

As duas últimas figuras também causaram dúvidas. E foi interessante que exatamente os mesmos participantes que erraram o 5º feixe erraram também o último.

O último item questionado foi sobre figuras semelhantes. Mesmo sendo semelhança de figuras ter sido o último conteúdo estudado, sete participantes ainda responderam que duas figuras são semelhantes quando são parecidas.

Por fim, os participantes não conseguiram se expressar muito bem quanto à gestão solicitada para o desenvolvimento de aulas que envolvessem investigações históricas para a aprendizagem de Geometria. Alguns solicitaram jogos, passeios, aulas fora da sala, enfim, ideias que segundo eles mesmos, durante o preenchimento do Questionário, seriam pretextos para não haver aulas de Matemática.

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

APÊNDICE C:

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

ICEB

Projeto de Pesquisa: A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais

Prezados Pais

Seu (sua) filho (a) está convidado (a) a participar da pesquisa ñ**A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)ò**

Esta pesquisa tem os objetivos:

1.Planejar, implementar e avaliar atividades para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Euclidiana Plana com a utilização de História da Matemática.
2.Investigar as contribuições da utilização dos meios de ensino e a realização das atividades propostas para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Euclidiana Plana. A participação na pesquisa ocorrerá por meio da realização das atividades do projeto e de respostas a um questionário, aplicado no início da pesquisa. A colaboração para o desenvolvimento desta pesquisa é totalmente voluntária. O (A) aluno (a) pode escolher não responder a qualquer uma das perguntas apresentadas no questionário e poderá, a qualquer momento, desistir de participar da mesma. O (A) aluno (a) terá seu anonimato garantido, pois serão utilizados códigos no lugar dos nomes e assim, as informações que fornecer não serão associadas ao seu nome em nenhum documento, relatório e/ou artigo que resulte desta pesquisa. Vocês terão em mãos uma cópia deste termo e poderão tirar dúvidas, quando necessário, juntamente à pesquisadora responsável.

_____
Profª. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana
Departamento de Matemática ï ICEB / UFOP
Fones: (31) 3559-1700 ou 3559-1724 / e-mail: margerv@terra.com.br

Para ser preenchido por um dos pais do (a) aluno(a)

Eu, _____, autorizo meu (minha) filho(a) a participar da pesquisa.

_____ , ___ de _____ de 2010.

_____
Assinatura do (a) responsável

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

APÊNDICE D:

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Projeto de Pesquisa: A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os alunos

Prezado aluno,

Você está convidado (a) a participar da pesquisa ñ**A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)**ò.

Objetivos:
1.Planejar, implementar e avaliar atividades para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria Euclidiana Plana com a utilização da História da Matemática.
2.Investigar as contribuições da utilização dos meios de ensino e a realização das atividades propostas para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Euclidiana Plana.

A sua participação na pesquisa ocorrerá através da participação nas atividades propostas e de respostas a um questionário, aplicado no início da pesquisa. A colaboração para o desenvolvimento desta pesquisa é totalmente voluntária. Você pode escolher não responder a qualquer uma das perguntas apresentadas no questionário e poderá, a qualquer momento, desistir de participar da mesma. Você terá seu anonimato garantido pois serão usados códigos e assim, as informações não serão associadas ao seu nome em nenhum documento, relatório e/ou artigo que resulte desta pesquisa. Você terá em mãos uma cópia deste termo e poderá tirar dúvidas, quando necessário, juntamente à pesquisadora responsável.

_____
Profª. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana
Departamento de Matemática ï ICEB / UFOP
Fones: (31) 3559-1700 ou 3559-1724 / e-mail: margerv@terra.com.br

Para ser preenchido pelo(a) aluno(a)

Eu, _____, declaro que entendi os objetivos e os termos de minha colaboração para o desenvolvimento da pesquisa e concordo em participar da mesma.

_____ , ___ de _____ de 2010.

_____
Assinatura do (a) participante

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

APÊNDICE E:

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Pesquisa: A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)

CONVITE

Aos alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental da
E.M. Dr. Pedrosa

Convidamos você a participar da pesquisa acima relacionada. Esta é parte integrante da Dissertação de Mestrado da professora Márcia Nunes dos Santos, aluna do Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

As atividades serão práticas e teóricas e farão parte da rotina da sala de aula, não sendo necessários horários extras, isto é, fora do horário normal da escola. Para a realização das atividades serão utilizados recursos da História da Matemática elaboradas e selecionadas pela pesquisadora e orientadora destinadas ao estudo do Teorema de Tales.

Tais atividades serão realizadas no 2º bimestre, no horário normal das aulas, conforme quadro a seguir.

Datas a serem marcadas de acordo com o calendário escolar do 1º semestre de 2011	Segunda - feira	Terça- feira	Quarta- feira
	Semana 1	Semana 1	Semana 1
	Semana 2	Semana 2	Semana 2
	Semana 3	Semana 3	Semana 3
	Semana 4	Semana 4	Semana 4

Agradecemos e esperamos contar com a sua participação.

Contatos: Márcia Nunes dos Santos (Pesquisadora) ***ï*** *(31) 9889-4793*

marcimatica@yahoo.com.br

Marger da Conceição Ventura Viana (Orientadora) ***ï*** *(31) 3559 -1458 ou 3559 -1700*

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Contexto Histórico: Tales de Mileto

Foram as contribuições matemáticas do grego Tales de Mileto e a viagem realizada por ele ao Egito, no século VI a.C., que marcaram o início do desenvolvimento rigoroso e axiomático da Geometria.

A História da Matemática conta que Tales era filósofo, geômetra, astrônomo, físico, político e comerciante, e acredita-se que tenha nascido no ano 625 a.C, mas não se sabe ao certo em que ano morreu.

Durante essa viagem de Tales ao Egito, ele foi abordado pelos escribas egípcios (estudiosos da época) para que, em nome do Faraó, calculasse a altura da pirâmide de Quéops, que havia sido construída por volta de 2.650 a.C. Tales não recusou o desafio e utilizou seus conhecimentos geométricos para determinar a altura dessa pirâmide, que hoje sabemos ser de aproximadamente 146 metros.

Para a medição da altura dessa pirâmide Tales fincou sobre a areia, verticalmente, uma estaca, cujo comprimento ele conhecia, e mediu a sombra projetada. Após mediu a sombra da pirâmide, e em seguida concluiu que as sombras (da estaca e da pirâmide) e as alturas (da estaca e da pirâmide), quaisquer que sejam seus tamanhos, são proporcionais.

O que Tales provavelmente tenha feito está apresentado na figura 5 a seguir, que pressupõe o desenvolvimento prático dessa ideia.

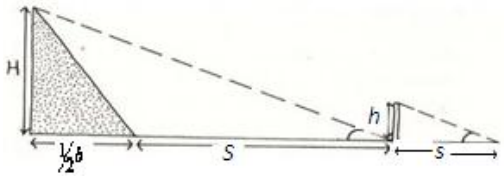
Figura 30: Ideia prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto

Fonte: Mendes (2009a, p.26)

Um detalhe observado por Tales foi a necessidade de acrescentar à medida da sombra projetada pela pirâmide a metade da medida do comprimento da base, porque a pirâmide era muito extensa e escondia uma parte da sombra da pirâmide.

De acordo com a figura 5 é possível interpretarmos essa ideia por meio de um esquema semelhante ao apresentado na figura 6 a seguir:

Figura 31: Esquema para a prática de medição da altura da pirâmide apresentada por Tales de Mileto



Fonte: Mendes (2009a, p.26)

Neste momento, fazendo uso do conhecimento geométrico sobre semelhança dos triângulos, razão e proporção, Tales mostrou que a altura da pirâmide (H) está para a metade da base da pirâmide ($1/2b$), mais a medida da sombra da pirâmide (S); assim como, a altura da vara (h) está para a medida da sombra da vara (s). Assim, temos que: $\frac{H}{\frac{1}{2}b+S}=\frac{h}{s}$.

Dessa maneira, Tales conseguiu responder ao desafio que lhe havia sido proposto pelo Faraó, ou seja, determinou a altura da pirâmide de Quéops.

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

Atividades investigatórias propostas

ATIVIDADE 1:

INVESTIGANDO... O DETETIVE SOU EU

Você deverá criar uma situação que precisa ser investigada urgentemente. O assunto é do seu interesse, por exemplo, moda, cultura e costumes de algum lugar, violência etc. Ao decidir sobre o que você deseja investigar, justifique o motivo desse assunto ser investigado, elabore estratégias ou sugira possibilidades para solucionar o que você criou como suspeito ou que necessitava de investigação.

ATIVIDADE 2:

INVESTIGANDO... O MATEMÁTICO SOU EU

ñO que você gostaria de aprender com a História da Matemática?ò Você irá escolher um assunto matemático, conhecer a sua história e preparar uma investigação, com base na História da Matemática, e apresentar aos seus colegas em sala de aula. Nessa investigação você deverá explicitar as necessidades e o contexto sócio-cultural que influenciou a criação do assunto escolhido. Seja curioso e investigue o máximo o que puder!

ATIVIDADE 3:

MEDINDO O QUE NÃO SE ALCANÇA

Como poderia ser medida a altura de uma árvore, ou de um poste, ou qualquer objeto de difícil acesso, utilizando apenas lápis, papel, calculadora e fita métrica como recursos disponíveis? Não é permitido escalar o objeto.
Acrescentar: Contexto Histórico (Apêndice 6)

ATIVIDADE 4: (Adaptado: ANDRINI, VASCONCELLOS; 2002)

PRATICANDO O QUE APRENDEU COM TALES

De acordo com a figura abaixo foram registradas algumas medidas como o comprimento da sombra da árvore, 10 metros, a altura do jovem próximo a essa árvore, 1,50m e a projeção da

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

formações e lembrando-se da ideia do cálculo feito por Tales para medição da altura da pirâmide de Quéops é possível determinar a áltura dessa árvore? Investigue essa situação e se possível for, determine a altura dessa árvore.

ATIVIDADE 5: (Adaptado: ANDRINI, VASCONCELLOS; 2002)

MEDINDO ALTURA UTILIZANDO SOMBRAS

Lílian deseja calcular a medida da altura do prédio que a sua avó mora. Para obter essa altura ela anotou em um papel a medida do comprimento da sombra do prédio que foi igual a 15m. Nesse mesmo instante ela observou uma árvore ao lado do prédio e verificou que a medida do comprimento da sombra dela era de 1,5m e que a altura dessa árvore era de 5m.Com esses dados, explique como Lílian conseguiria determinar a altura do prédio. Calcule você também a altura desse prédio..

ATIVIDADE 6:

INVESTIGANDO... MEDINDO ALTURA SEM A UTILIZAÇÃO DE SOMBRAS

Levando-se em consideração a ideia de medir a altura de objetos de difícil acesso, Diego perguntou qual seria a altura de uma árvore próxima à sua escola. Porém, no dia em que ele iria fazer a medição utilizando sombras não havia sol. Então ele levou esta dúvida para a sala de aula: Qual será a maneira de realizar a medição da altura desse objeto em um dia nublado?

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

ndeu, na mesma hora, que não seria possível realizar a medição, pois não haveria as sombras necessárias. Porém Gabriel exclamou que tinha uma idéia e fez o seguinte:

a) Ele, com a licença da professora, saiu da sala para avistar uma árvore.

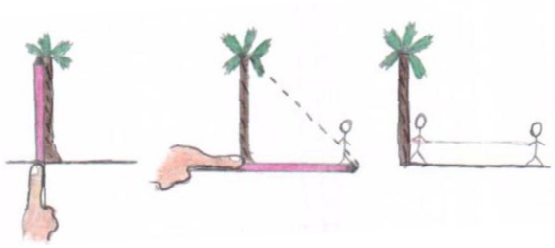
b) Gabriel tomou uma distância da árvore escolhida, esticou o braço, fechou um olho e mirou a ponta da caneta na ponta superior da árvore e a ponta do polegar na base da árvore.

c) Depois, pediu para que Larissa ficasse perto da árvore e esperasse um pouco.

d) Ainda com um olho fechado e com o braços esticado, Gabriel manteve a ponta do polegar na direção da base da árvore e girou a caneta.

e) Depois ele pediu para Larissa caminhar até o local onde a ponta da caneta apontou, pois esse seria o tamanho aproximado da árvore.

Assim foi fácil! Eles mediram a distância da árvore ao local onde Larissa ficou parada, e então descobriram a altura aproximada da árvore, mesmo não tendo sol. A figura a seguir mostra a situação explicada:



Você compreendeu como foi prática a idéia de Gabriel? Faça o mesmo, medindo a altura de uma árvore qualquer.

Depois das medições responda as seguintes questões:

a) O que você achou do método sugerido por Gabriel?

_____

b) Você encontraria outro procedimento para calcular alturas de difícil acesso?

_____

c) Compare essa ideia de Gabriel com a de Tales e tire as suas conclusões.

_____

Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

CONSTRUINDO UM TEOREMA

1ª Etapa: Construção no papel milimetrado:

- Desenhar três retas paralelas entre si e escolher distâncias diferentes entre elas, duas a duas.
- Nomear essas retas por r, s e t.
- Traçar duas retas transversais e nomeá-las por m e n.
- Nomear os pontos de intersecção pertencentes a m por A, B e C e os pontos de intersecção pertencentes a n por D, E e F;
- Medir os segmentos AB, BC, DE e EF;
- Registrar essas medidas em uma tabela semelhante à seguinte:

Segmento	Medida

- Calcular as razões AB/BC e DE/EF (Pode utilizar a calculadora).
- Anotar os valores encontrados.

Responda:

a) Compare os resultados que você obteve. Qual é a relação entre essas medidas? _____

2ª Etapa

- Alterar as distâncias entre as retas paralelas r, s e t.
- Novamente, medir os segmentos AB, BC, DE e EF e registrar em uma nova tabela semelhante à construída anteriormente.
- Calcular as razões AB/BC e DE/EF, utilizando a calculadora, e anotar os resultados.

Responda:

a) O que se pode afirmar sobre os segmentos de reta paralelas quando são cortados por retas transversais?_____

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

- Marcar um ponto e nomear por A.
- Traçar duas retas r e s concorrentes em A.
- Marcar um ponto sobre cada reta, diferentes de A.
- Nomear esses pontos por B e C.
- Traçar uma reta que passe pelos pontos B e C.
- Nomear a reta que contém os pontos B e C de t.
- Traçar uma reta paralela ao lado BC do triângulo tal que passe pelo ponto A.
- Nomear essa reta por u.
- Marcar outros dois pontos sobre as retas r e s ñacimaò do ponto A.
- Nomear esses pontos por D e E.
- Traçar uma reta paralela às retas t e u passando por D e F.
- Nomear essa reta por v.

Responda:

a) Qual é a relação de posição entre as retas t, u e v da maneira que foram traçadas? (Paralelas, concorrentes ou transversais?) _____

b) Utilizando a régua, meça o comprimento dos segmentos AD, AB, AE, AC e anote-os.

_____

c) Quais são os segmentos de reta formados pelos pontos A, B, C, D e E que estão sobre a reta r?_____

d) Quais são os segmentos de reta formados pelos pontos A, B, C, D e E que estão sobre a retas?_____

e) Calcule as razões DA/AC e EA/AB (pode utilizar a calculadora) e anote os valores encontrados._____

f) O que se pode concluir sobre as razões DA/AC e EA/AB?

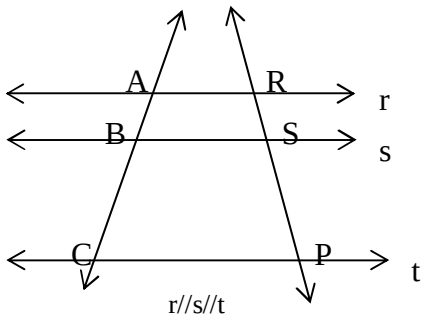
_____

g) O que se pode afirmar quando as retas transversais se interceptam entre o feixe de retas paralelas?_____

PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

AFIRMAÇÕES SOBRE O TEOREMA DE TALES

Observando o seguinte feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais é possível escrevermos algumas proporções. Dentre as que foram registradas abaixo, assinale com C aquelas que estiverem corretas e com E aquelas que estiverem erradas. Fique atento a cada caso e tente justificar as proporções que estiverem incorretas:



r//s//t

a ( ) $\frac{AB}{BC} = \frac{RS}{SP}$ b ( ) $\frac{BC}{SP} = \frac{AB}{RS}$ c ( ) $\frac{AB}{SP} = \frac{AB}{RS}$

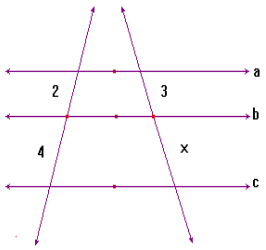
d ( ) $\frac{AB}{RS} = \frac{SP}{BC}$ e ( ) $\frac{RP}{RS} = \frac{AC}{AB}$ f ( ) $\frac{AC}{BC} = \frac{RP}{SP}$

ATIVIDADE 9: (Adaptado: DANTE; 2009)

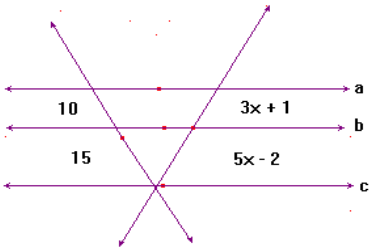
INVESTIGANDO O TEOREMA DE TALES EM FEIXE DE RETAS

Observando cada situação de feixe de retas paralelas (a//b//c) cortadas por transversais,determine o valor da incógnita x, sabendo-se que as medidas estão na mesma unidade.

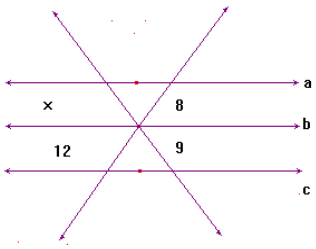
a)



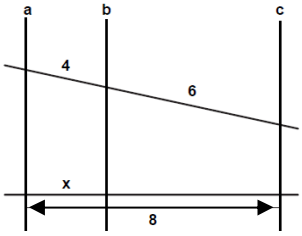
b)



c)



d)

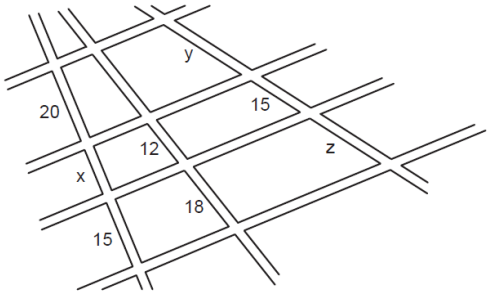


PDF Complete
Your complimentary use period has ended. Thank you for using PDF Complete.
Click Here to upgrade to Unlimited Pages and Expanded Features

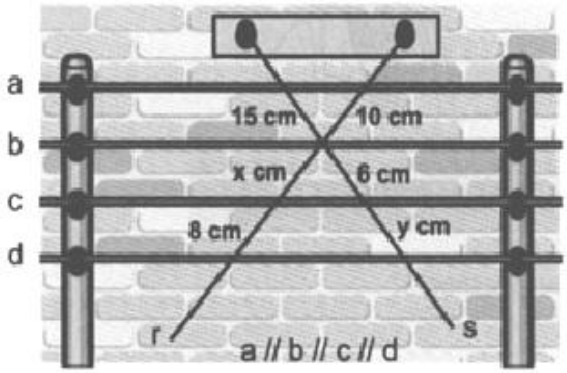
RINI, VASCONCELLOS; 2002)

RETAS PARALELAS E TRANSVERSAIS NO MAPA

A figura a seguir mostra um mapa com quatro estradas paralelas que são cortadas por três vias transversais. Algumas das distâncias estão indicadas no mapa, em quilômetros, mas existem algumas que precisam ser calculadas. Portanto, calcule as distâncias que foram indicadas por x, y e z:



ATIVIDADE 11: (Adaptado: ANDRINI, VASCONCELLOS; 2002)

RETAS PARALELAS E RETAS TRANSVERSAIS NA INSTALAÇÃO ELÉTRICA

Ao realizar uma instalação elétrica, o eletricista Daniel fez um esquema indicando dois fios transversais, r e s, aos fios paralelos da rede central a, b, c e d. Com base nessa informação e observando o esquema abaixo, quais são os valores dos comprimentos indicados por x e y?