Uma proposta para o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental

Produto Educacional desenvolvido a partir da pesquisa realizada no Mestrado Profissional em Educação Matemática.

Rosângela Milagres Patrono
Ana Cristina Ferreira

Caro(a) colega professor(a),

Lecionamos Matemática em turmas do Ensino Fundamental e Médio há mais de duas décadas e vimos acompanhando as dificuldades de nossos alunos na aprendizagem dos números racionais na forma fracionária. Isso despertou o interesse pelo tema. Pesquisamos e estudamos o ensino e aprendizagem das frações há quase dez anos e vimos tentando aplicar em sala de aula e em cursos de extensão os conhecimentos adquiridos.

Durante o Mestrado, desenvolvemos uma proposta de ensino junto a uma classe de vinte e seis alunos do 6° ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública de Ouro Preto.

Nesse livreto, vimos compartilhar com você, colega, as atividades realizadas, bem como outras que surgiram a partir da pesquisa. Ele está organizado da seguinte forma: começamos apresentando brevemente algumas ideias que nortearam nosso trabalho e então apresentamos as atividades. Procuramos descrever detalhadamente cada tarefa proposta, explicitando os objetivos da mesma e como os alunos lidaram com ela. Finalmente, apresentamos algumas sugestões de leitura que podem interessar a quem quiser saber mais sobre o tema.

Espero que as discussões feitas e as sugestões contribuam para a sua prática profissional. Nesse momento, estamos desenvolvendo essa proposta com nossa turma de 6° ano em Santa Rita de Ouro Preto.

Um grande abraço!

Rosângela Milagres Patrono
Ana Cristina Ferreira

1. A aprendizagem e as dificuldades de aprendizagem dos números racionais na forma fracionária

O ensino de frações é um tema desenvolvido na escola desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Segundo os PCN: "seu estudo se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico)" (BRASIL, 1998, p.103). O que muitas vezes se constata é que os alunos chegam aos anos finais e até mesmo ao Ensino Médio sem compreender o conceito de fração e como operar com frações.

Pesquisas como a de Romanatto (1997), Silva (1997), Rodrigues (2005), Oliveira (1996), Bezerra (2001) discutem as dificuldades dos estudantes na aprendizagem de números racionais representados por frações. Essas dificuldades, geralmente, permeiam todo o Ensino Fundamental e Médio. Parte delas se relaciona à construção do conceito. Isso acontece porque, dentre outras coisas, os estudantes têm dificuldade para perceber a fração como um número. Para Hiebert e Beher (apud TINOCO e LOPES, 1994, p.13): "as crianças não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A idéia de que fração é um par de números naturais persiste em muitas crianças por um período de tempo considerável, mesmo depois de terem iniciado o estudo dos números racionais".

Para começar a desenvolver uma proposta de ensino que busque superar esses obstáculos é preciso, primeiro, ter clareza do que entendemos por aprender e ensinar.

Nós entendemos que o aluno aprende ao se relacionar, ativamente, com objetos, situações e/ou pessoas. Nesse sentido, acreditamos que o papel do professor é criar ambientes de aprendizagem que favoreçam a ação do aluno, mas, que também ofereçam oportunidades de reflexão sobre os temas em estudo. Essas ideias se aproximam de uma perspectiva construtivista de ensino. A seguir, comentamos brevemente como essa perspectiva se relaciona com nosso tema.

2. A construção do conceito de número racional na forma fracionária

De acordo com a concepção construtivista, o construtivismo significa:

> a idéia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do Indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das

> relações sociais; e se constitui por força de sua ação... (BECKER, 1992, p.87).

Dentro dessa concepção, temos a teoria cognitivista de Piaget segundo a qual o conhecimento se dá por meio de estruturas ativamente construídas e a ação do sujeito sobre o meio ocorre através do processo de adaptação (TAFNER, 2008).

O processo de adaptação acontece a partir de outros dois processos: a assimilação e a acomodação. A assimilação acontece por meio de esquemas[1]. Para Becker (1997, p. 34): "todo esquema é o produto de assimilações anteriores assim como toda assimilação é a incorporação de um objeto num esquema anterior, já formado ou em construção". Tais ideias podem ser aplicadas ao nosso tema de estudo. Apresentamos aqui um exemplo relacionado à comparação de frações.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos têm contato com os números naturais e, por meio dos processos de organização e adaptação, constróem esquemas para assimilar propriedades, bem como operações com esses números. Ao se deparar com um novo estímulo, no caso a comparação de frações, o aluno precisa transformar (acomodar) os esquemas que já possui e assimilar esse novo estímulo. Assim, quando o professor propõe a seguinte questão: 'Quem é maior, $\frac{2}{5}$ ou $\frac{3}{5}$?', o esquema que o aluno tem formado para comparar números naturais é o 'tamanho' do número (3 > 2). Ao receber o novo estímulo, o aluno aciona o esquema que já possui para assimilar e, nesse caso, como são frações de mesma unidade, a comparação é feita pela quantidade de partes (3 > 2). Logo, esse estímulo pode ser incorporado e, nesse caso a assimilação é imediata.

No caso de frações de numeradores iguais (por ex., $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$), a tendência é o aluno tentar incorporar ao mesmo esquema e responder que $\frac{1}{3}$ é maior porque 3 > 2. A comparação é feita agora observando a quantidade de partes expressa pelos denominadores.

Nesse momento, a utilização de materiais manipulativos torna-se uma estratégia valiosa na medida que auxilia o aluno a refletir sobre a nova situação e encontrar formas de modificar o esquema anterior para que a assimilação aconteça.

Esse recurso cumpre seu papel quando o aluno torna-se capaz de realizar comparações, com compreensão[2], sem utilizar o material manipulativo.

---

[1] "Esquemas de ação são sistemas de movimentos e percepções coordenados entre si que constituem toda conduta elementar suscetível de se repetir e aplicar-se a situações novas" (BECKER, 1997, p.34).

[2] Realizar comparações sendo capaz de explicar o que fez e por que o fez.

Nessa perspectiva, o professor assume o papel de mediador, questionando, provocando, e instigando o aluno a observar com mais atenção as relações estabelecidas entre as frações representadas. Entendemos que é durante essa busca que acontecem as abstrações reflexivas ou reflexionantes.

Ao manipular, por exemplo, o 'Disco de Frações'[3] o aluno percebe que $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{3}$. Analisando outros exemplos envolvendo também numeradores diferentes de 1 ele poderá perceber, sem o professor falar, que $\frac{1}{2}$ é maior porque o inteiro foi dividido em menos partes, ou seja, quanto mais dividirmos o inteiro, menor será cada parte. Os desequilíbrios provocados pela constatação que $\frac{1}{2}$ é maior, a partir de manipulações, observações, análise, abstrações reflexivas são reequilibrados e o esquema anterior é modificado. Quando o aluno percebe que quanto mais dividir o denominador, menor será cada parte, a equilibração majorante é alcançada. Essa equilibração é resultante de melhoramentos das formas de equilíbrio. O equilíbrio anterior obtido através da análise de 3 > 2 (quantidade de partes), agora é obtido pela análise da quantidade de divisões e no caso mais divisões representam tamanho menor.

Para o terceiro caso, os esquemas anteriores não se aplicam imediatamente porque não temos denominadores iguais e nem numeradores iguais tornando-se necessário então a criação de um novo esquema. No processo de busca do equilíbrio entre a acomodação e assimilação (adaptação), as atividades devem levar o aluno a perceber que a comparação só será possível se as frações forem de mesma unidade (denominadores iguais). A princípio o aluno pode manipular o material concreto, fazer desenhos, dobraduras e verificar qual é a fração maior. Por exemplo, para comparar $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{7}$, através de desenhos como os abaixo o aluno verifica que $\frac{2}{3}$ é maior.

[3] Ver página 14.

Porém, o aluno precisa encontrar alternativas de resolução para dispensar o uso de desenhos ou material. Nesse momento, o professor pode propor questões que o auxiliem na comparação, levando-o a pensar na equivalência de frações como um recurso para solucionar a situação. Se a equivalência foi assimilada, os esquemas de assimilação serão acionados para obter frações de mesma unidade. Com as frações equivalentes de mesma unidade, a comparação pode ser feita através da quantidade maior de partes (1º caso). Portanto, ao assimilar a comparação de frações (qualquer um dos casos ou todos eles) o aluno coordena o novo e o antigo (BECKER, 1997), ou seja, aciona esquemas já construídos para a comparação de números naturais, modifica-os incorporando os novos estímulos.

2.1. O uso de materiais manipulativos

Defendemos o uso de materiais manipulativos no ensino e aprendizagem das frações porque vemos neles oportunidades para o aluno se interagir mais com o conteúdo. As ações de manipular, dobrar, recortar, observar, jogar... ajudam o aluno a perceber relações e descobrir propriedades que leva a construção de conceitos. Fagundes (1977, s/p) proferiu uma palestra sobre Materiais Manipulativos no Ensino de Matemática a crianças de 7 a 14 anos no Seminário Nacional sobre recursos audiovisuais no Ensino de 1° grau em Brasília. Em sua fala traz muito da teoria de Piaget associada aos materiais concretos. Para ela:

> "A utilização de materiais concretos no ensino de 1º Grau deve ser organizada de modo a propiciar a cada aluno situações de experiências físicas bem como situações de experiências lógico-matemáticas, onde ele possa realizar tanto abstrações empíricas quanto abstrações reflexivas".

Concordamos com ela, pois só a ação de manipulação, dobradura, jogo não são suficientes para o aluno compreender relações e propriedades relacionadas ao conteúdo que está sendo desenvolvido. Voltando à comparação de frações temos que manipulando o 'Disco de Frações' o aluno sobrepõe as peças e vê que $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{3}$ (experiência física). Se as ações pararem aí o aluno só será capaz de dizer qual é a fração maior se tiver o material para sobrepor e verificar. Para que o aluno desenvolva o conceito de comparação de frações de numeradores iguais (exemplo citado) é necessário que ele também vivencie experiências lógico-matemáticas. Através de desafios o aluno pode ordenar as peças e refletindo sobre a ação realizada ($\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{3}$ - $\frac{1}{2}$ dividido em duas partes iguais, $\frac{1}{3}$ dividido em três partes

iguais; $\frac{1}{3}$ maior que $\frac{1}{4}$ - $\frac{1}{3}$ dividido em três partes iguais, $\frac{1}{4}$ dividido em quatro partes iguais;... Ah! Quanto mais o inteiro for dividido menor será cada parte.) perceber que dividir em mais partes implica a obtenção de partes menores, ou seja, quanto maior for o denominador menor será cada parte.

Fagundes (1977) apresenta o esquema proposto por Gaba (1975) para a utilização de material concreto nas aulas de Matemática.

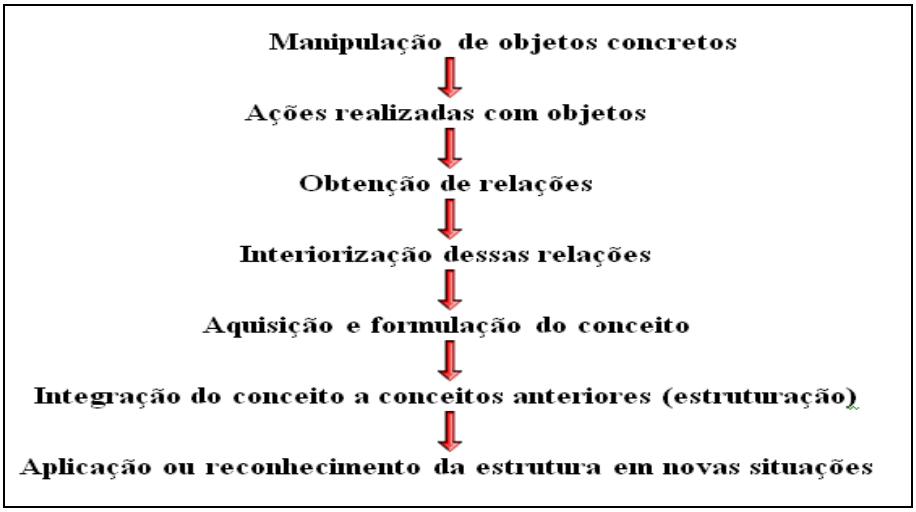


Figura 1: Esquema para utilização de material concreto – Gaba (1975) apud FAGUNDES, 1977.

Esse esquema parece-nos apropriado para o uso adequado do material concreto ou manipulativo nas aulas de Matemática, e em particular, no ensino e aprendizagem das frações. Em um primeiro momento o aluno vai manipular o material e de acordo com as intervenções do professor vai realizar ações sobre o material e obter relações. Realizando outras atividades as ações serão interiorizadas e o conceito será formulado. Esse conceito é integrado a conceitos anteriores e depois aplicado em outras situações.

É importante que o professor planeje suas aulas e saiba usar os materiais com propósitos bem definidos. Nacarato (2005) chama a atenção para o uso desse tipo de material. Segundo ela: "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2005, p.4).

A partir das leituras e das experiências vivenciadas com professores e alunos, construímos e implementamos uma proposta para o ensino de números racionais na forma

fracionária. Tal proposta de ensino se fundamentou na teoria cognitivista de Piaget e no uso de materiais manipulativos. A seguir apresentamos as atividades desenvolvidas.

3. Desenvolvendo os conceitos de número racional na forma fracionária: uma proposta de ensino

A presente proposta foi desenvolvida com uma turma de 6° ano (26 alunos) em seu ambiente natural: escola pública, durante o horário de aulas de Matemática, com todos os alunos, seguindo regras pré-estabelecidas.

Partindo do pressuposto que grande parte das dificuldades dos alunos está na construção do conceito e na forma como o mesmo é abordado em sala de aula o nosso desejo foi construir uma proposta com atividades voltadas para o desenvolvimento do conceito de número racional representado por frações e das operações elementares com frações.

Durante quase dois meses desenvolvemos com os alunos a representação, leitura, equivalência, comparação e operações com frações. A seguir, discutimos cada um desses itens trazendo atividades e comentários.

3.1. Representação e leitura de números racionais na forma fracionária

Antes de iniciar o desenvolvimento das atividades, aplicamos um teste diagnóstico (ver teste completo no Apêndice A) com o objetivo de verificar que conhecimentos possuíam os participantes sobre frações.

O teste diagnóstico

Nesse teste, as questões 1 e 8 envolveram a representação e a maioria dos alunos não soube resolver corretamente. Os poucos acertos se concentraram mais na representação com desenho. Os erros mais comuns foram: representação da fração com apenas um número, enumeração da parte pedida, falta de relação da parte com o todo e troca do denominador com o numerador como mostram as imagens abaixo.

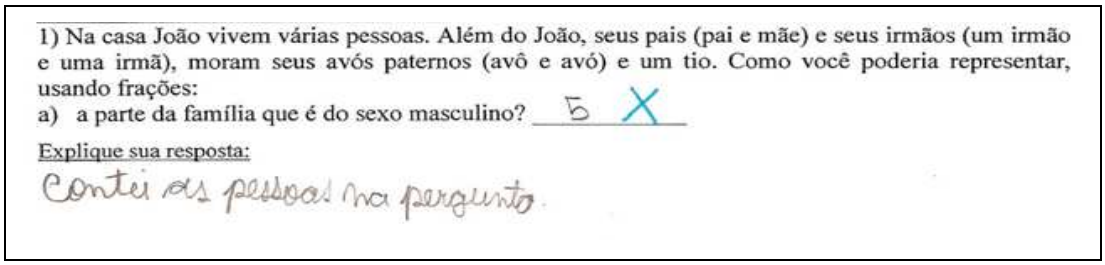

1) Na casa João vivem várias pessoas. Além do João, seus pais (pai e mãe) e seus irmãos (um irmão e uma irmã), moram seus avós paternos (avô e avó) e um tio. Como você poderia representar, usando frações:
a) a parte da família que é do sexo masculino? 5 X
Explique sua resposta:
Contei as pessoas na pergunta.

Figura 2: Questão 1 – letra a – Instrumento inicial – aluno 7

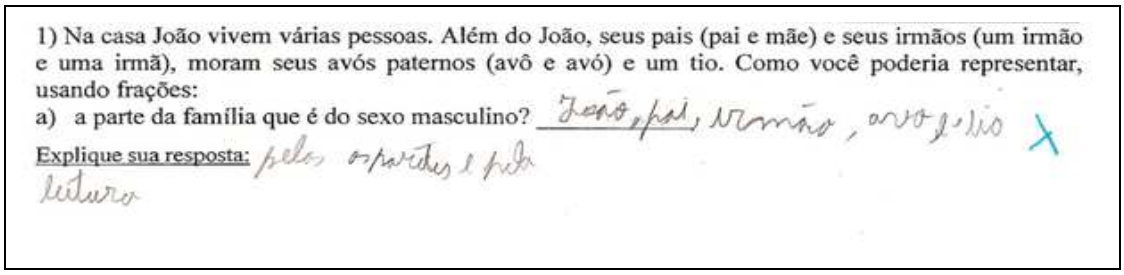

1) Na casa João vivem várias pessoas. Além do João, seus pais (pai e mãe) e seus irmãos (um irmão e uma irmã), moram seus avós paternos (avô e avó) e um tio. Como você poderia representar, usando frações:
a) a parte da família que é do sexo masculino? João, pai, irmão, avo, tio X
Explique sua resposta: pelo espirito e pela leitura

Figura 3: Questão 1 – letra a – Instrumento inicial – aluno 19

A referência que ao aluno tem é o conjunto dos números naturais e, a princípio, é muito comum a utilização desses números para representar as frações. Na figura 2, o aluno usou o número 5 para representar a fração e na figura 3 o aluno enumerou a parte da família que é do sexo masculino (pedido na questão). A contagem da parte pedida foi feita corretamente. O que faltou para esses alunos foi relacionar com o todo (a família).

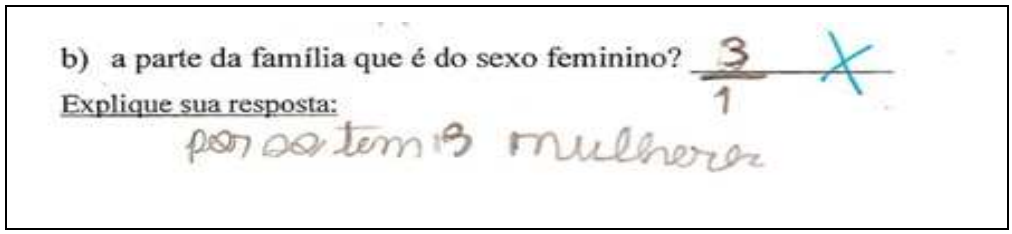

b) a parte da família que é do sexo feminino? 3/1 X
Explique sua resposta:
pois ela tem 3 mulheres

Figura 4: Questão 1 – letra b – Instrumento inicial – aluno 4

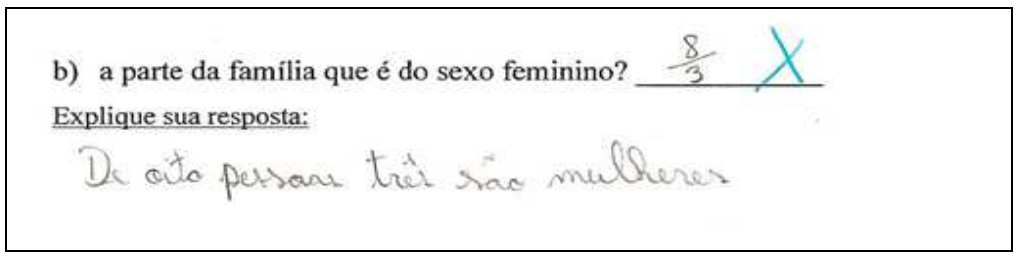

b) a parte da família que é do sexo feminino? 8/3 X
Explique sua resposta:
De oito pessoas três são mulheres

Figura 5: Questão 1 – letra b – Instrumento inicial – aluno 16

As figuras 4 e 5 mostram que esses alunos já possuem a noção de como se representa a fração (representação numérica). Na figura 4 faltou a relação da parte com o todo (é 8 ao invés de 1) e na 5 o aluno trocou os termos da fração.

A questão que envolveu representação com desenho foi, a nosso ver, simples e mesmo assim muitos alunos erraram (16 dos 25 que resolveram o instrumento). As imagens abaixo mostram resolução certa e resolução errada.

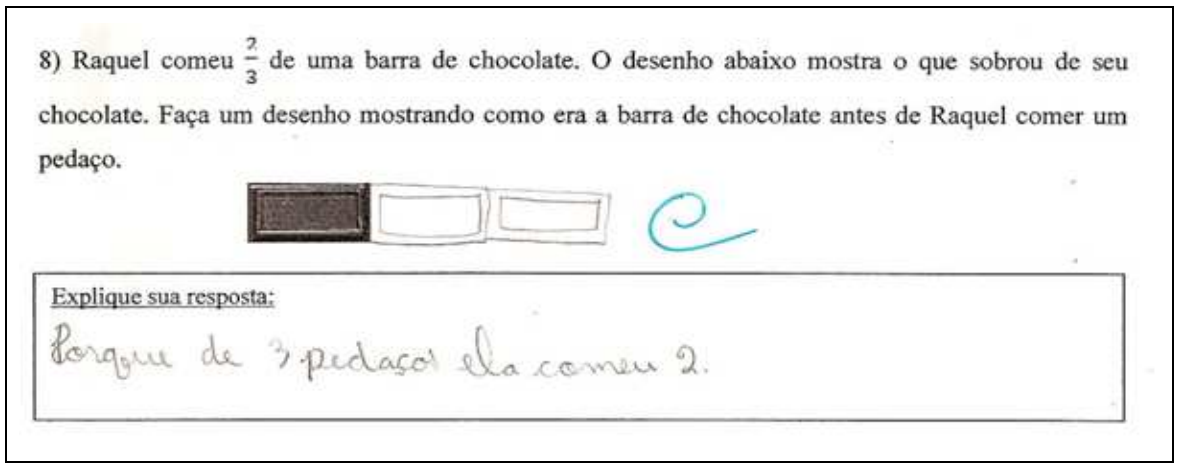


Figura 6: Questão 8 – Instrumento inicial – aluno 16

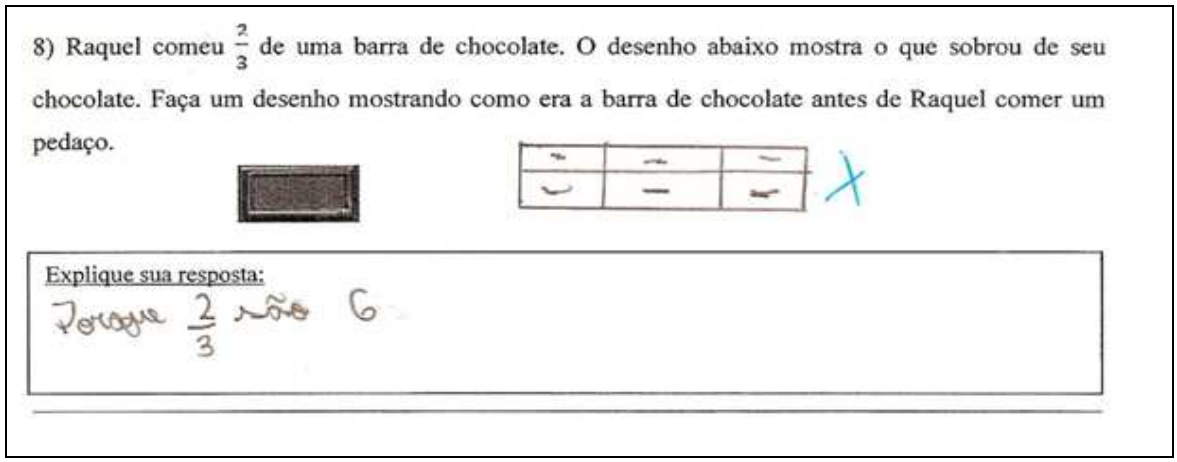


Figura 7: Questão 8 – Instrumento inicial – aluno 25

Essas duas questões envolvem as frações no contínuo (ex: barra de chocolate) e no discreto (ex: nº de pessoas da família do João). O contexto ou significado da fração é a relação parte/todo. Contexto ou significado da fração pode ser traduzido como atividades, exemplos ou situações problemas em que o número racional está inserido. Vários autores como Romanatto (1997), Ferreira (2001), Valera (2003), Rodrigues (2005) discutem esses contextos. Romanatto (1997) denomina 'Medida' – relação parte/todo como se faz na escola

usando grandezas discretas e contínuas. A idéia presente é de comparação. Ex: $\frac{2}{3}$ de uma pizza (unidade/todo: 1 pizza). A unidade/todo é dividida em partes iguais e é tomado um determinado número delas. No exemplo dado a unidade/todo é dividida em três partes iguais e são tomadas duas delas.

Esse contexto é, geralmente, o mais trabalhado nas escolas porque, a nosso ver, é mais simples de ser interpretado. Contudo, é importante explorar outros contextos ampliando a visão do aluno sobre o tema.

Outras duas questões (4 e 6) envolveram a representação da fração no contexto quociente (divisão) e o operador multiplicativo e apenas um aluno resolveu corretamente. Esse aluno não mostrou domínio dos algoritmos, mas a explicação mostra que entendeu o problema. Os alunos que erraram novamente representaram a fração com um número.

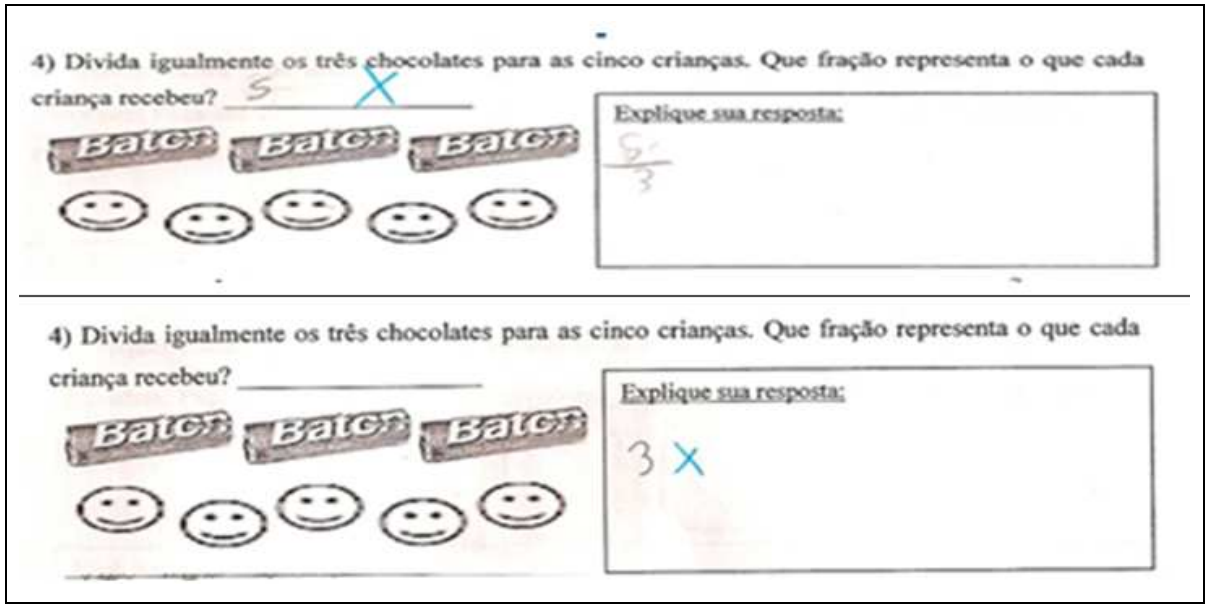


Figura 8: Questões 4– Instrumento inicial – aluno 3 e aluno 22

O aluno 3 usou o numeral cinco para responder à questão 4 e, em sua explicação, tentou escrevê-lo na forma de fração usando $\frac{5}{3}$ (cinco crianças e três batons). Parece-nos que ele já tinha ideias formadas (sabe que a fração é representada escrevendo um número sob o outro e um traço horizontal para separá-los), usou números da questão, embora trocando a ordem, mas desconhecia o significado ou contexto da fração. O aluno 22 usou o número três como resposta, o que faz sentido uma vez que são três chocolates para serem divididos, mas não relacionou os chocolates com as cinco crianças.

Para Ferreira (2001) o número racional como um 'quociente' – representa uma divisão, mas, para compreender é necessário saber que, embora tenha a mesma representação $\frac{a}{b}$, agora provavelmente **a** e **b** representam coisas distintas. Por exemplo: repartir 2 bolos para 3 pessoas (**a** refere-se aos 2 bolos e **b** às 3 pessoas).

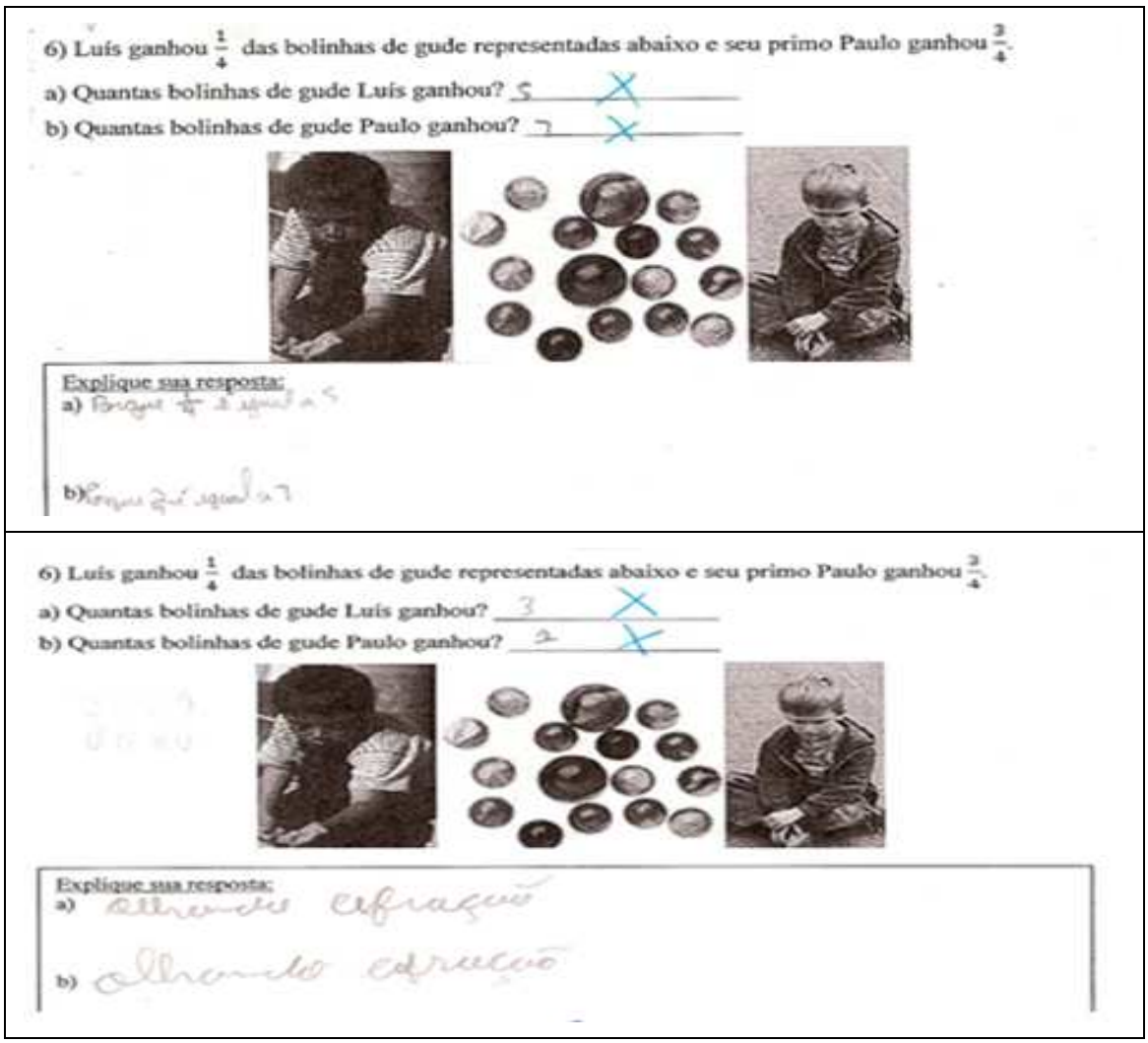


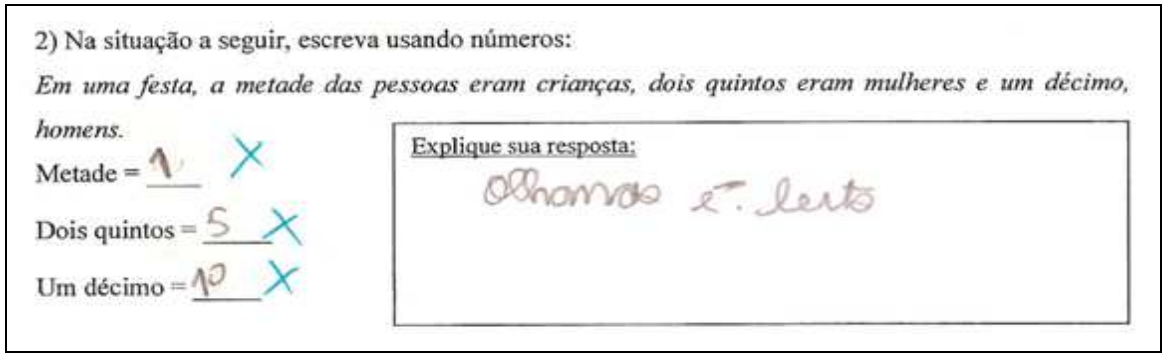
Figura 9: Questões 6 – Instrumento inicial – aluno 3 e aluno 22

Na questão 6, os numerais cinco e sete usados na questão 6 pelo aluno 3 não tem relação nem com as frações da questão, nem com a quantidade de bolinhas de gude (16). O aluno 22 respondeu observando o numerador, mas inverteu a ordem (Luís ganhou1 e Paulo ganhou 3). Tudo indica que os dois desconhecem o contexto operador multiplicativo.

Para Kieren (1976) (apud SILVA, AGUIAR e LIMA, 2000), os operadores multiplicativos transformam as quantidades pela ação de operações aritméticas e algébricas (1/2 de 1/4; 2/3 de 1/2), sendo as estruturas cognitivas básicas necessárias à interpretação desse subconstruto, a noção de proporção, composição e identidade. Já Valera (2003) afirma

que essa situação é diferente das outras (parte/todo, quociente, reta numérica...). A fração é usada como operador e "ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica" (VALERA, 2003, p.142). De acordo com a questão, a fração $\frac{3}{4}$ atua sobre as dezesseis bolinhas de gude e a modifica, ou seja, para calcular $\frac{3}{4}$ de 16, divide-se 16 em quartos e depois se toma três deles. Assim $\frac{3}{4}$ de 16 = 16 : 4 x 3 = 12 bolinhas de gude.

A questão 2 envolveu a leitura. As frações foram simples (denominadores 2, 5 e 10) e apenas cinco alunos acertaram a questão. A maioria que errou representou a fração usando os números dos denominadores ou outros números aleatórios.


2) Na situação a seguir, escreva usando números:

Em uma festa, a metade das pessoas eram crianças, dois quintos eram mulheres e um décimo, homens.

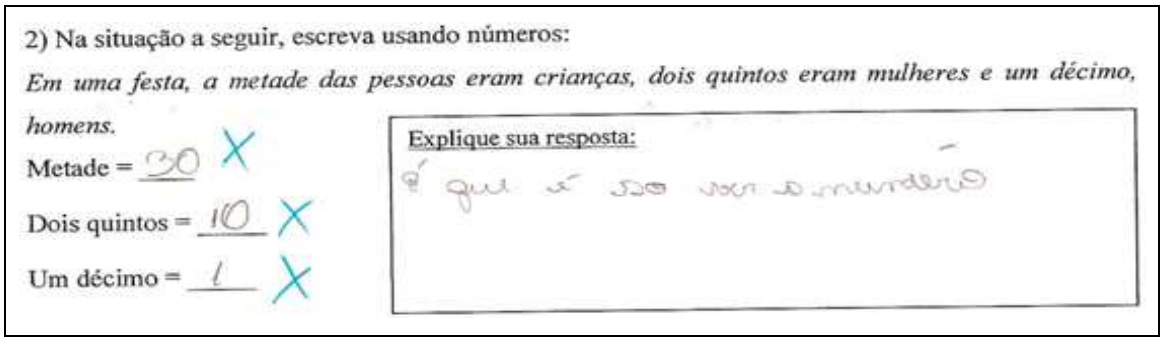
Metade = 1 X

Dois quintos = 5 X

Um décimo = 10 X

Explique sua resposta:

Figura 10: Questão 2 – Instrumento inicial – aluno 4


2) Na situação a seguir, escreva usando números:

Em uma festa, a metade das pessoas eram crianças, dois quintos eram mulheres e um décimo, homens.

Metade = 30 X

Dois quintos = 10 X

Um décimo = 1 X

Explique sua resposta:

Figura 11: Questão 2 – Instrumento inicial – aluno 23

Para desenvolver a representação trabalhamos algumas atividades e as descrevemos a seguir.

Objetivos: - modelar frações dobrando papel;

- diferenciar uma divisão qualquer de uma divisão fracionária;

- conhecer e analisar as divisões fracionárias apresentadas pelo "Disco de Frações";

- representar frações no discreto (quantidades);

- desenvolver a leitura de frações com denominadores menores que dez, maiores que dez e potências de dez;

- através do jogo "Mico das Frações" fixarem a representação com desenho e com números no discreto e no contínuo.

Material: retângulos de papel, Disco de Frações, palitos, régua, lápis de cor, jogo: Mico das Frações.

Atividade 1 – Modelando frações

a) Entregamos a cada aluno dois retângulos de papel ofício e perguntamos:

- O que temos? Qual é o formato das folhas? Peguem uma delas e dobrem ao meio. Percebemos que todos estavam dobrando da mesma maneira (dobrando ao meio o lado maior do retângulo), então perguntamos se era só aquela forma ou se existia outras. Alguns responderam que podiam usar também o outro lado. Não se lembraram da diagonal. Quando falamos que a diagonal seria outra forma de dobrar ao meio, nos disseram que não sabiam o que era diagonal. Explicamos que para aquela atividade dobraríamos ao meio o lado maior ou o menor. Continuamos: o que representa cada parte? E se dobrarmos ao meio novamente quantas partes teremos? O que representa cada parte? Se tomarmos duas partes, que fração teremos? E três? E as quatro? Com o segundo pedaço de papel pedimos que criassem outra fração (diferente) usando a dobradura. Ao final pedimos que apresentassem aos colegas a fração criada.

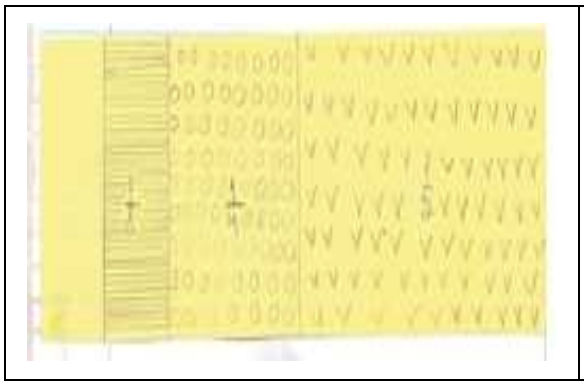


Figura 12: 1ª fração modelada – aluno 24

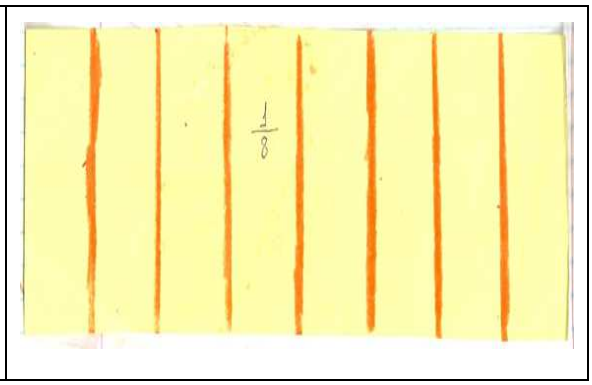


Figura 13: fração construída pelo aluno 26

b) Dando continuidade ao trabalho anterior pedimos aos alunos que formassem grupos de quatro ou cinco componentes e distribuímos aos grupos retângulos de papel ofício. Pedimos:

- Peguem um dos pedaços de papel. Vamos dividi-lo em duas partes iguais. Que fração representa cada uma das partes. E se tomarmos as duas? (modelamos as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$). Em

um dado momento, pegamos um pedaço de papel, rasgamos em três partes irregulares, tomamos uma delas e perguntamos:

- Esse pedaço representa um terço do inteiro? Por quê? (discutimos a divisão em partes iguais – um terço representa uma parte de três partes do mesmo tamanho, ou mesma área).

Pedimos que fizessem uma dobradura que não representasse fração. Nessa atividade houve várias dobraduras diferentes.

Figura 14: não representa $\frac{1}{8}$ - aluno 2

Figura 15: não representa $\frac{1}{4}$ - aluno 9

Atividade 2. Trabalhando com o disco de frações

Procurando proporcionar aos alunos a oportunidade de manipular outros materiais, distribuímos a cada grupo (de, no máximo, quatro alunos) o material "Disco de Frações".

Figura 16: Disco de Frações

Pedimos que manuseassem e explorassem o material. Depois de um tempo, discutimos com os alunos cada divisão do material, como por exemplo, a cor verde escuro é usada no disco dividido em seis partes. Perguntamos:

- O disco verde escuro foi dividido em quantas partes? Que fração representa uma das partes? E se tomarmos três das partes, que fração teremos? E cinco partes? E seis partes? Pedimos que contornassem no caderno uma de cada divisão do disco de frações, colorissem e escrevessem a fração correspondente usando números e palavras.

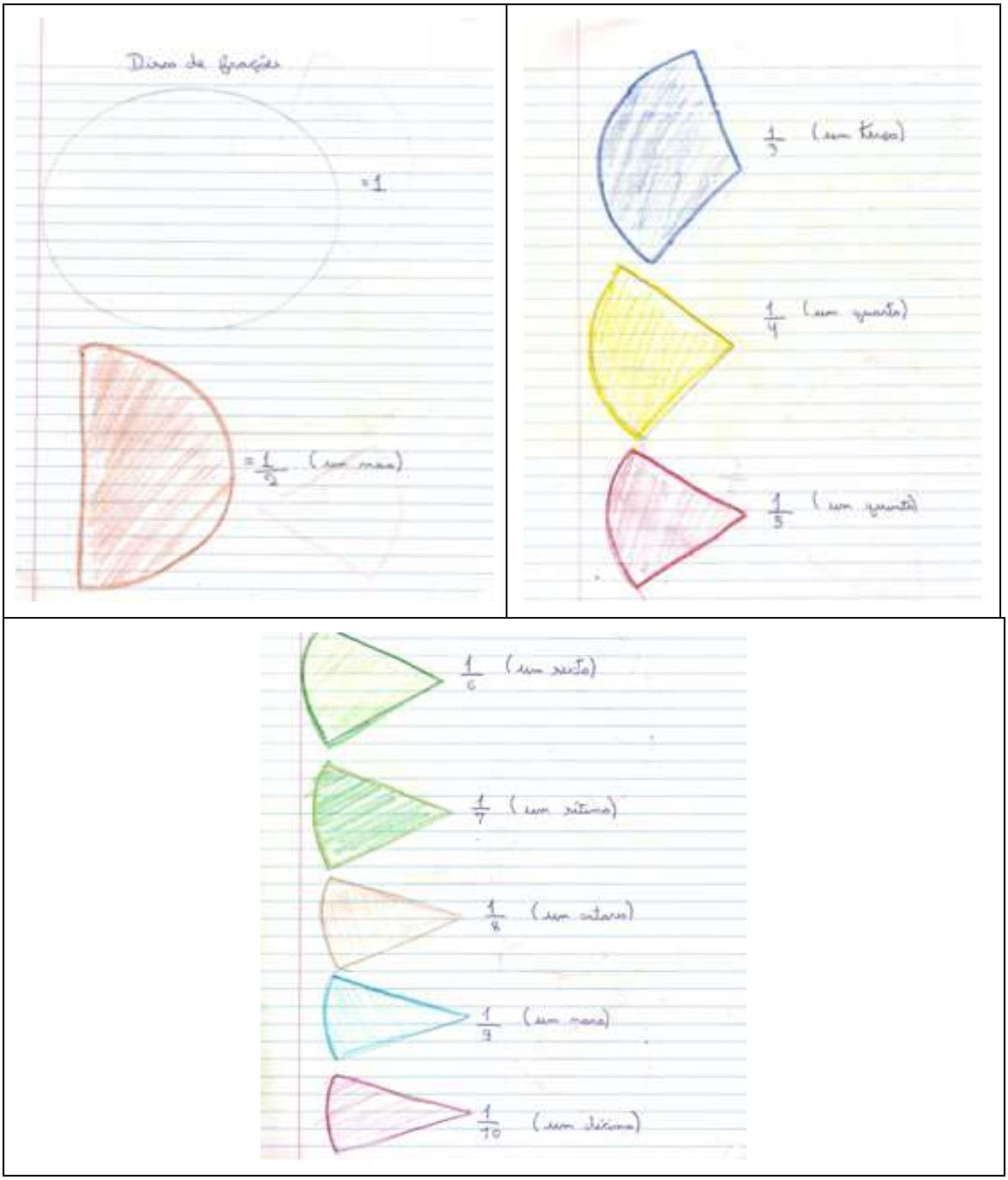


Figura 17: contorno de cada uma das partes do Disco de Frações – aluno 16

Atividade 3. Lendo frações

Recordamos com os alunos as frações encontradas no Disco de Frações dando ênfase à leitura (meios, terços, quartos, quintos sextos, oitavos, nonos, décimos). Perguntamos:

- Podemos dividir em cem partes iguais? Uma parte representará que fração? Como leremos? E em mil partes? E dez mil? Fizemos algumas perguntas para fixar a leitura décimos, centésimos, milésimos, décimos de milésimos, etc. e os alunos anotaram alguns exemplos no caderno. Discutimos também a leitura dos outros denominadores: 11(onze avos), 12(doze avos), 13(treze avos) e assim por diante. Explicamos que **Avos** é um substantivo masculino usado na leitura das frações e designa cada uma das partes iguais em que foi dividida a unidade cujo denominador é maior do que dez.

Figura18: Leitura de frações – aluno12

Atividade 4. Frações e palitos de fósforo

Para trabalhar a fração no discreto, distribuímos para cada aluno doze palitos de fósforos (sem a caixa para evitar acidentes) e contamos a seguinte estória:

> *O pai do Zezinho é um pequeno sitiante. Ele resolveu comprar doze vaquinhas leiteiras (representadas pelos palitos). Como o pasto do sítio está muito seco, seu Zezinho precisa levar a metade ($\frac{1}{2}$) das vaquinhas para o pasto que alugou.*

- Como representamos um meio usando os palitos? E quanto vale um meio de doze?

Seu Zezinho precisou vender a terça parte das vaquinhas. Como representamos a terça parte usando os palitos? E quanto dá $\frac{1}{3}$ de doze?

- Os três quartos das vaquinhas são brancas. Como representamos os três quartos usando os palitos? E quanto dá $\frac{3}{4}$ de doze?

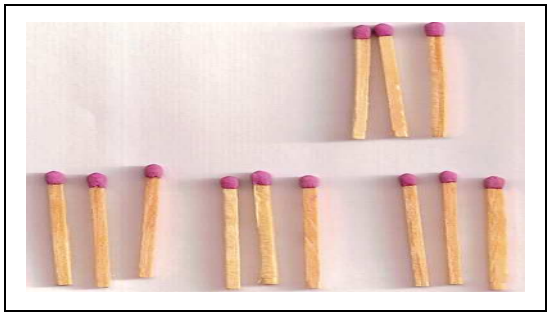


Figura19: fração de quantidades

$\frac{3}{4}$ de 12 = 9, portanto 9 vaquinhas são brancas.

Atividade 4. Mico das fraco[es

Para fixar a representação da fração (tanto no discreto quanto no contínuo) trabalhamos com o jogo Mico das Frações (ver modelo em Anexo 1).

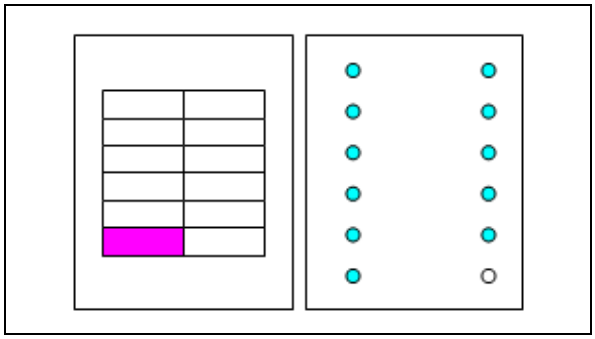


Figura 20: Cartas do baralho: Mico das Frações

Essa atividade pode ser realizada em grupos de dois, três, quatro ou mais alunos (trabalhei com grupos de quatro). Organizado os grupos, distribuímos, explicamos as regras do jogo e os grupos começaram a jogar. Encontraram dificuldades em formar os pares no início porque não estavam associando corretamente a relação parte/todo (número de partes pintadas e total de partes envolvendo discreto e contínuo) - ao invés de associar número de parte coloridas e total de partes, estavam associando número de partes sem colorir e total de partes. Tiradas as dúvidas, o jogo fluiu normalmente.

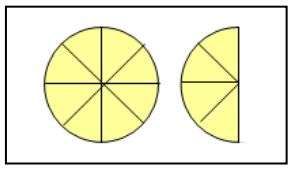
As atividades desenvolvidas na nossa proposta envolveram mais as frações menores que a unidade. Faltou de nossa parte trabalhar as frações maiores que a unidade.

Apresentamos a seguir, algumas sugestões de atividades que podem complementar o trabalho.

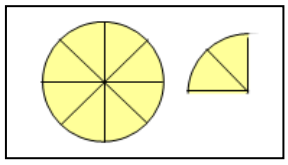
Atividade 5. Trabalhando com frações maiores que a unidade

1. Coloca-se no quadro a frase '**Inteiro + parte**' e sua representação é feita utilizando-se uma pizza mais uma parte de outra, acrescentando as seguintes representações fracionárias, por exemplo:

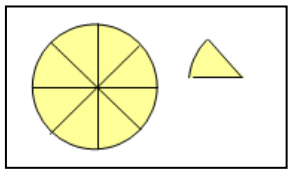
Um inteiro $(\frac{8}{8})$ e $\frac{4}{8} = \frac{12}{8}$



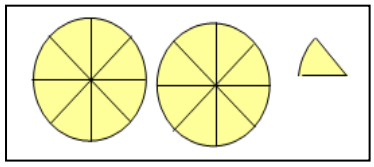
Um inteiro $(\frac{8}{8})$ e $\frac{2}{8} = \frac{10}{8}$



Um inteiro $(\frac{8}{8})$ e $\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$

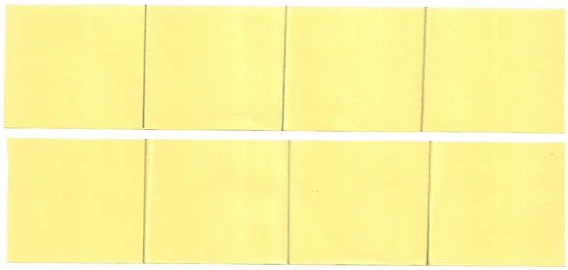


Dois inteiros $(\frac{16}{8})$ e $\frac{1}{8} = \frac{19}{8}$



Pode-se variar trabalhando também com dobraduras, como por exemplo:

- Distribuem-se aos alunos dois retângulos de papel e pede-se: vamos dividi-los em quatro partes iguais.



Que fração representa um retângulo de papel inteiro e uma das partes do outro?

Logo temos: 1 e $\frac{1}{4}$ ou $\frac{4}{4}$ e $\frac{1}{4}$ = $\frac{5}{4}$.

Outros exemplos podem ser explorados utilizando-se também desenhos ou diagramas.

Atividade 6. Jogo de Dominó (Contínuo, quantidade e fração mista)

Objetivo: Associar a representação gráfica com sua respectiva forma fracionária.

Material: Peças do dominó, que contém uma representação gráfica da fração de uma coleção de objetos e sua representação simbólica.

Número de jogadores: De 3 a 5.

Tempo previsto: 1 aula.

Desenvolvimento:

As regras são idênticas à do jogo de dominó 2.1 (discreto), onde cada jogador deve combinar uma representação simbólica com sua respectiva representação gráfica.

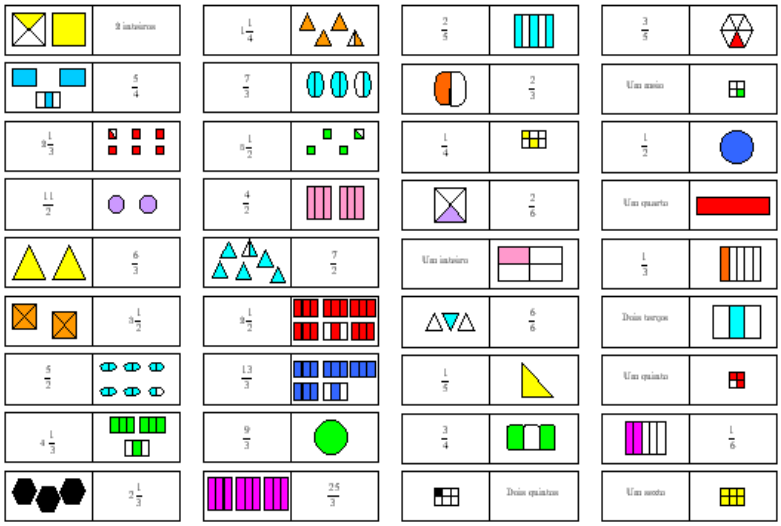
1. Repartir as fichas igualmente entre os jogadores.
2. Sorteia-se quem deve colocar a primeira ficha. Segue-se o jogo no sentido anti-horário.

3. Cada jogador a partir do segundo deve colocar uma ficha combinando a representação gráfica com a representação simbólica de fração.

4. Caso um jogador não possa colocar ficha, ele deve passar a vez.

5. Ganha o jogo o aluno que conseguir acabar primeiro com as fichas de sua mão. No caso de não haver mais possibilidades para nenhum dos jogadores, ganha aquele que tiver menor quantidade de fichas na mão.

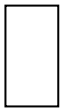
6. Peças do Jogo de Dominó

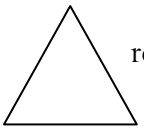


Atividade 7. Compondo unidades

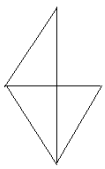
Outro item importante de ser trabalhado com os alunos é a reconstrução da unidade. Pode-se iniciar as atividades com a reconstrução de frações unitárias e depois com quaisquer frações.

1. Qual é a unidade se:

a)  representa $\frac{1}{3}$ da figura?

b)  representa $\frac{1}{4}$ da figura?

2. A figura abaixo representa $\frac{3}{4}$ da unidade (todo). Descubra a unidade:

a) 

b)

Outros exemplos podem ser criados aumentando o grau de dificuldade.

3.2 – Equivalência de frações

O teste diagnóstico

Nenhuma questão desse texto envolveu apenas a equivalência. Ela apareceu em três questões: representação (associar fração numérica à representação com desenho), comparação de frações com denominadores diferentes e operações. As imagens abaixo mostram dois tipos de resolução na questão de representação.

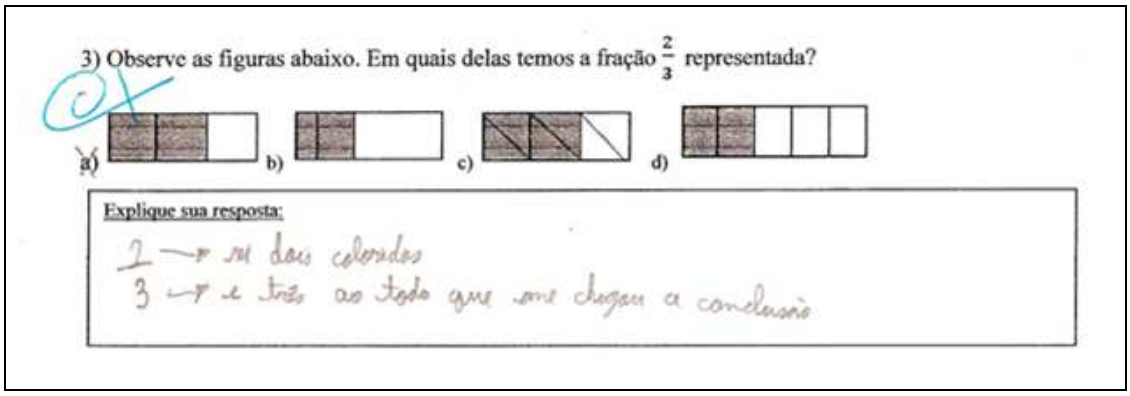


Figura 21: Questão 3 – Instrumento inicial – aluno 1

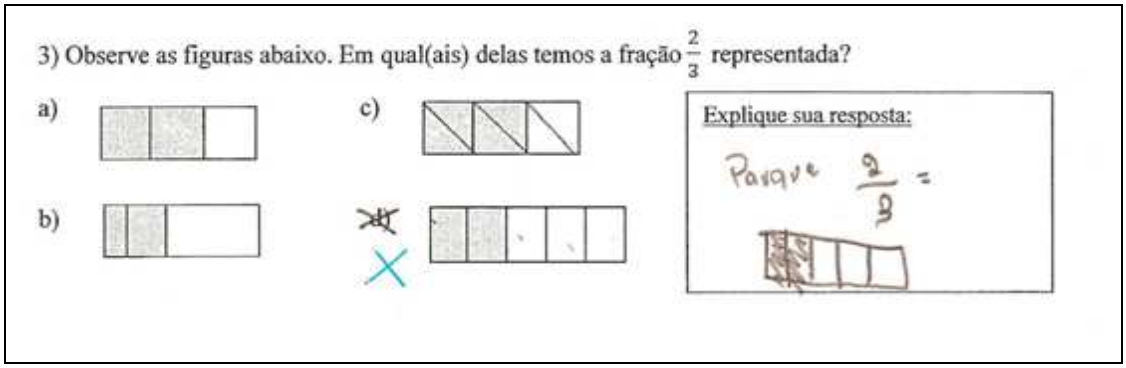


Figura 22: Questão 3 – Instrumento Inicial – aluno 15

Nas duas resoluções a equivalência não foi identificada. Na primeira o aluno estabeleceu corretamente a relação parte/todo e na segunda, parte/parte (tudo indica que relacionou números de partes coloridas com número de partes sem colorir). Silva (1997) apresenta como obstáculo no ensino e aprendizagem das frações, a dupla contagem das partes. O ensino baseado só na dupla contagem, sem uma análise de partes de mesmo tamanho (mesma área), sem associar a equivalência, levam os alunos a efetuar somente a contagem do total de partes e número de partes sombreadas. Portanto não percebem que $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

As outras duas questões que envolveram a equivalência serão comentadas à frente.

Desenvolvemos a equivalência usando os materiais: retângulos de papel, "Disco de Frações", régua, lápis de cor. Os objetivos foram:

- entender o que são frações equivalentes;
- encontrar as frações equivalentes presentes no disco de frações;
- modelar frações equivalentes dobrando papel;
- encontrar frações equivalentes em situações formais.

Atividade 1: Frações equivalentes encontradas no Disco de Frações

Reunimos os alunos em grupos e distribuímos o "disco de frações". Pedimos que pegassem partes de mesmo tamanho que juntas formassem a fração $\frac{1}{2}$. A princípio, tiveram dificuldades, mas assim que conseguiram encontrar uma, as outras ficaram fáceis.

Frações equivalentes encontradas no disco de frações: $\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6} \equiv \frac{4}{8} \equiv \frac{5}{10}$.

- O que essas frações têm em comum?

Ouvíamos as respostas dadas pelos alunos e formalizávamos: chamamos de 'frações equivalentes' às frações que representam a mesma parte do inteiro.

Pedimos que procurassem no material as frações equivalentes à $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$. (O disco de frações tem divisões até dez partes).

Escrevemos no quadro todas as frações equivalentes encontradas no material e pedimos que observassem.

$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6} \equiv \frac{4}{8} \equiv \frac{5}{10}$ $\quad \frac{1}{3} \equiv \frac{2}{6} \equiv \frac{3}{9}$ $\quad \frac{1}{4} \equiv \frac{2}{8}$ $\quad \frac{1}{5} \equiv \frac{2}{10}$

Essas são as frações equivalentes encontradas no disco de frações, mas se quiséssemos escrever outras, o que fazer?

Uma aluna rapidamente percebeu que na fração $\frac{1}{2}$, os numeradores estavam aumentando de um em um e os denominadores de dois em dois. Pedimos, então que citasse quais eram as duas próximas frações seguindo esse raciocínio. Ela, acompanhada de outros alunos, responderam corretamente. Pedimos que dessem exemplos também das outras.

Perguntamos:

- O que fazer para obter frações equivalentes sem ter material para manipular? Fomos questionando-os até perceberem que bastava multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número natural diferente de zero e um.

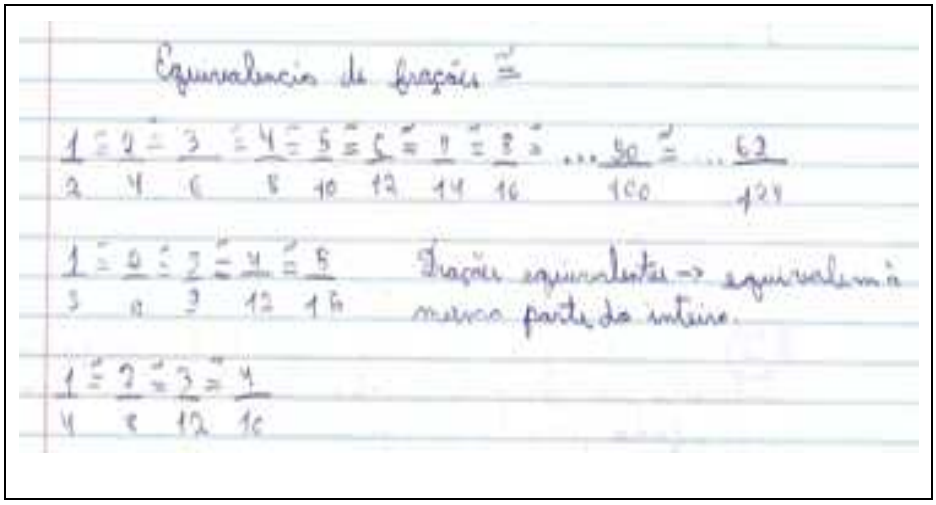


Figura 23: Frações equivalentes encontradas no Disco de Frações aluno 6

Atividade 2 – Modelando frações equivalentes

Distribuímos a cada aluno dois pedaços de folha de papel ofício retangulares. Além do papel usamos também régua e giz de cera. Pedimos que pegassem uma das folhas:

- Vamos dobrar em duas partes iguais. Usem a régua e o lápis para marcar a dobra. Pinte de amarelo uma das partes. Que fração representa?

- Vamos dividir ao meio a parte sem colorir. Marque com o lápis a dobra e pinte de azul uma das partes. Que fração representa?

- Vamos dividir ao meio novamente a parte sem colorir. Marque a dobra com o lápis e pinte de verde uma das partes. Que fração representa?

- Vamos dividir mais uma vez ao meio a parte sem colorir. Marque a dobra com o lápis e pinte de vermelho uma das partes. Que fração representa?

- Sem dobrar a parte sem colorir novamente, quem sabe me dizer qual é a próxima fração?

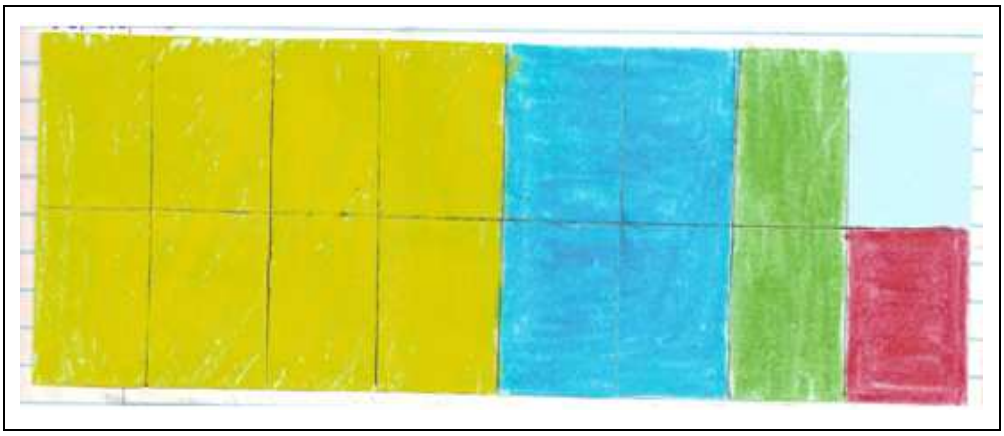


Figura 24: Equivalência de frações - aluno 3

Questões: - *Quantas partes azuis são necessárias para obter uma amarela?*

- *Quantas partes verdes são necessárias para obter uma amarela? E uma azul?*

- *Quantas partes vermelhas são necessárias para obter uma amarela? E uma azul? E uma verde?*

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$ $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$

Pedimos que usassem a segunda folha para obter pelo menos uma fração equivalente a $\frac{1}{3}$.

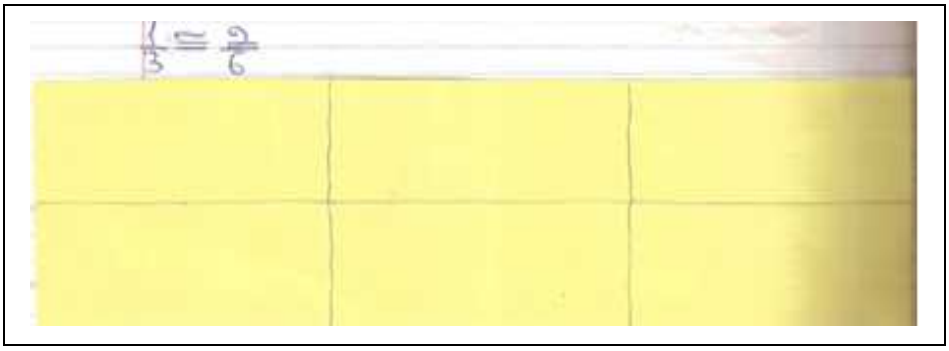


Figura 25: $\frac{1}{3} \equiv \frac{2}{6}$ - aluno 24

Atividade 3 – Obtendo frações equivalentes através da simplificação

Questionamos: - *O que são frações equivalentes? Como obtê-las? Será que só obtemos frações equivalentes multiplicando?*

Colocamos no quadro a fração $\frac{24}{36}$. Fomos questionando os alunos até eles perceberem que, quando é possível, também podemos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número natural diferente de zero e um.

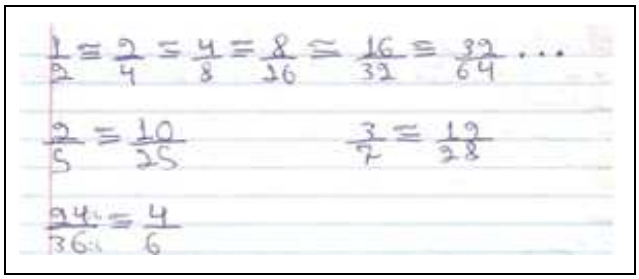


Figura 26: Frações equvalentes - aluno 24

Atividade 4 – Frações equivalentes contidas nas tiras de frações

Distribuímos a cada aluno uma folha contendo tiras de frações (em anexo) e um esquadro. Pedimos: Ajuste o esquadro na primeira linha vertical e observe. *Que fração temos? Existe mais alguma? Qual(is)?* Agora ajuste o esquadro na segunda linha vertical e observe. *Que fração temos? Existe mais alguma? Qual(is)?* Continuamos até analisar todas as frações contidas nas tiras de papel. Anotamos no quadro as equivalências encontradas:

$\frac{1}{4} \equiv \frac{2}{8}$ $\frac{1}{3} \equiv \frac{2}{6}$ $\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{4}{8} \equiv \frac{3}{6}$

Também podemos escrever $\frac{2}{8} \equiv \frac{1}{4}$ $\frac{2}{6} \equiv \frac{1}{3}$ $\frac{4}{8} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{1}{2}$.

Como chegar de $\frac{2}{8}$ *a* $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{6}$ *a* $\frac{1}{3}$ *e* $\frac{4}{8}$ *a* $\frac{1}{2}$ *sem usar material manipulativo?*

$\frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$ $\frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$ $\frac{4:2}{8:2} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ é a fração simplificada de $\frac{2}{8}$. $\frac{1}{3}$ é a fração simplificada de $\frac{2}{6}$. $\frac{1}{2}$ é a fração simplificada de $\frac{4}{8}$.

As frações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ são chamadas de frações simplificadas ou irredutíveis.

Formalizamos: Para simplificar frações, dividimos o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de zero ou um até obter uma fração que não pode mais ser simplificada.

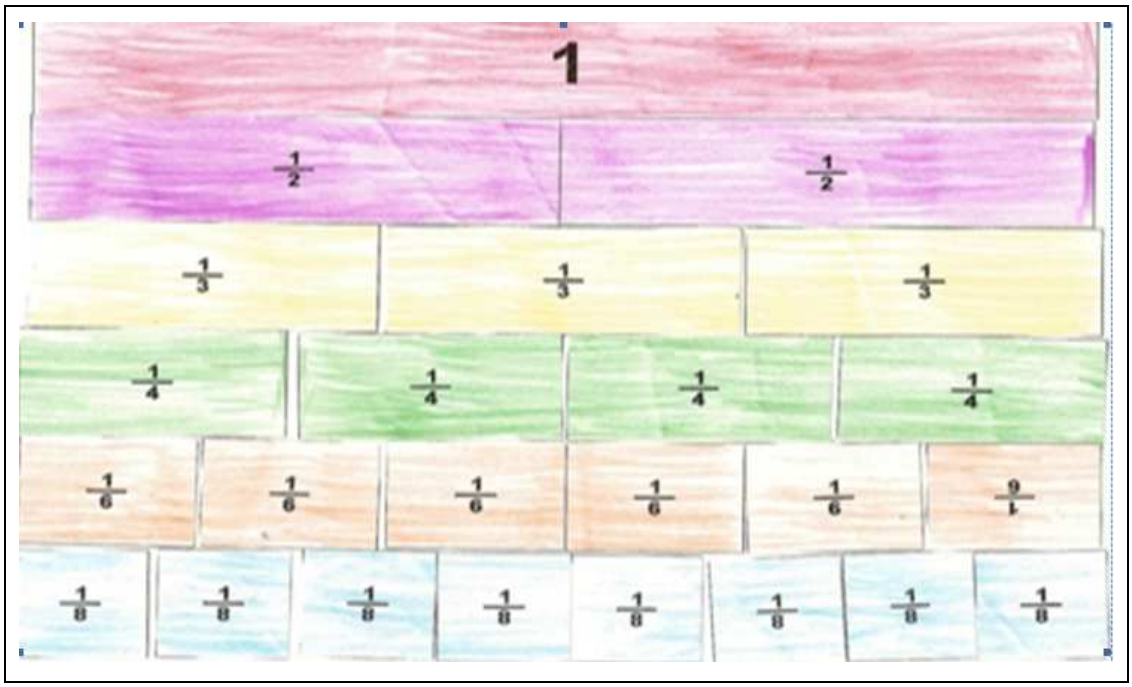


Figura 27: Tiras de coloridas e recortadas pelo aluno 18

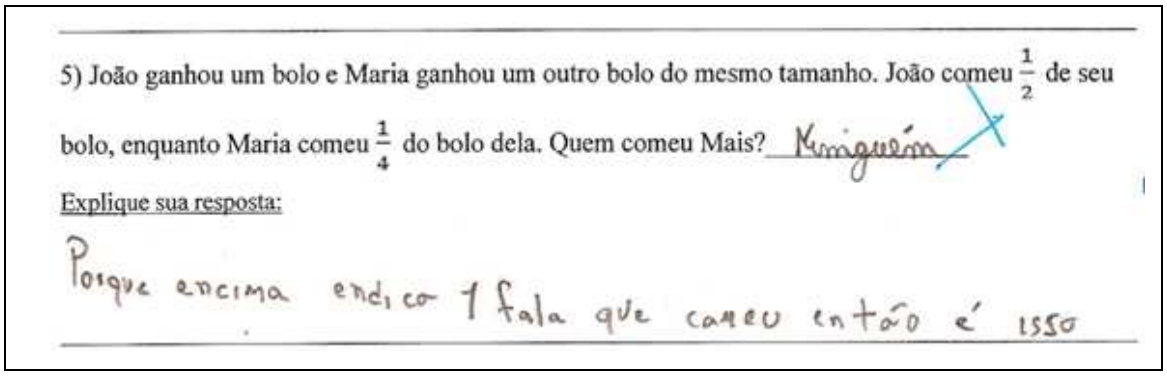
Terminada a atividade os alunos podem colorir, recortar e construir um envelope para guardar as tiras de frações que poderão ser usadas em outras atividades.

3.3 – Comparação de frações

O teste diagnóstico

Duas questões envolveram a comparação: comparação de frações com numeradores iguais e comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes.

No item de comparação de frações com numeradores iguais os erros variaram em comparação feita observando apenas os numeradores ou os denominadores. As imagens abaixo ilustram esses erros.


5) João ganhou um bolo e Maria ganhou um outro bolo do mesmo tamanho. João comeu $\frac{1}{2}$ de seu bolo, enquanto Maria comeu $\frac{1}{4}$ do bolo dela. Quem comeu Mais? Ninguém

Explique sua resposta:

Porque encima ondi co 1 fala que comeu então é 1550

Figura 28: Questão 5 – Instrumento Inicial – aluno 15

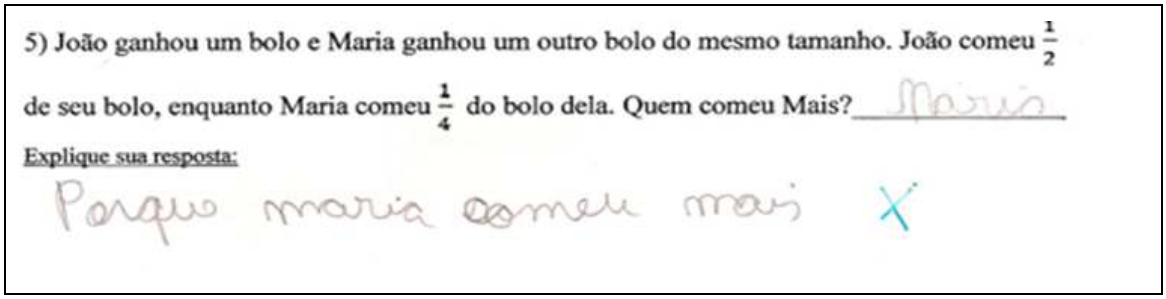


Figura 29: Questão 5 - Instrumentos Inicial – aluno 10

A referência dos alunos são os números naturais. A comparação de frações com denominadores iguais é feita pela quantidade de partes e, nesse caso, o esquema que os alunos têm formado para comparar os naturais (como, por exemplo, 5 > 3) se aplica. Quando são apresentadas a eles a comparação de frações, a tendência é transferir as regras dos naturais para as frações. Esse é um dos obstáculos apresentados pelos PCN (1998): "acostumados com relações como 3 > 2, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$" (BRASIL, 1998, p.101).

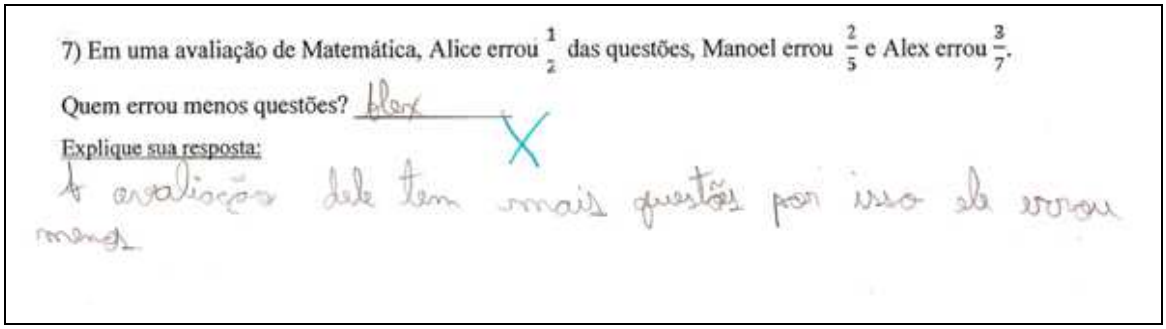


Figura 30: Questão 7– Instrumento Inicial – aluno 24

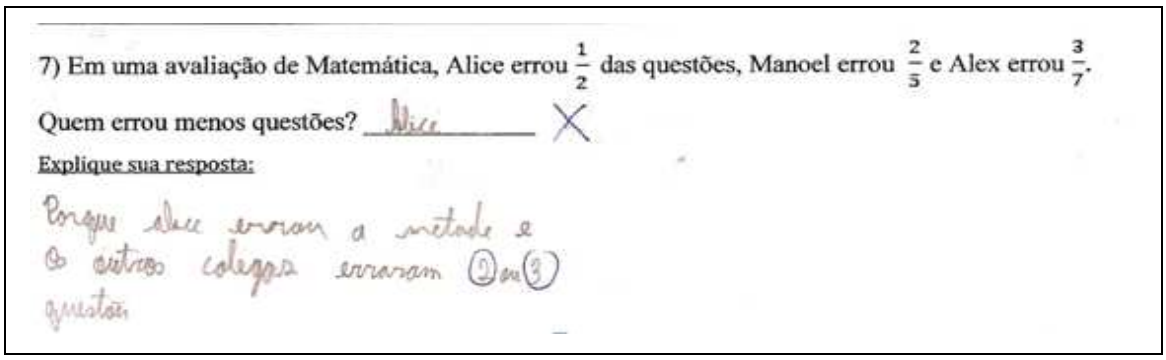


Figura 31: Questão 7 – Instrumento Final – aluno 1

Novamente os alunos comparam as frações, agora com numeradores e denominadores diferentes, analisando os numeradores ou os denominadores e transferindo

'regras' dos naturais para as frações. Caraça (2005) ressalta que os racionais são uma generalização dos naturais e as propriedades formais das operações são conservadas. De acordo como a Proposta Curricular de Minas Gerais "para o cálculo com frações, existem várias regras e estas são mais complicadas que aquelas usadas com os números naturais" (MINAS GERAIS, 1995, p.59). As complicações das regras advêm da natureza do 'novo número'. Operar com números inteiros é mais simples do que operar com frações (números quebrados).

Desenvolvemos a comparação com os seguintes objetivos:

- Comparar frações de denominadores iguais utilizando material manipulativo e em situações formais;
- Comparar frações de numeradores iguais utilizando material manipulativo e em situações formais;
- Comparar frações de denominadores diferentes utilizando material manipulativo e em situações formais.

Usamos os materiais: Disco de Frações, retângulos de papel.

Atividade 1: Comparando frações de denominadores iguais

Organizamos os alunos em grupos e distribuímos o Disco de Frações. Pedimos que pegassem as frações correspondentes a $\frac{2}{10}$ e $\frac{4}{10}$ e perguntamos:

- *O que acontecem com as partes nas duas frações?*
- *Quantos décimos temos na primeira fração? E na segunda?*
- *Qual é a fração maior,* $\frac{2}{10}$ *ou* $\frac{4}{10}$*? Por quê?* (usamos outros exemplos)

Formalizamos com os alunos – Se os denominadores são iguais – partes do mesmo tamanho - é maior a fração que tiver o maior numerador - mais partes.

Atividade 2: Comparando frações de numeradores iguais

Organizamos os alunos em grupos e perguntamos: a) *Quem é maior* $\frac{1}{3}$ *ou* $\frac{1}{5}$*? Por quê?* Alguns alunos responderam aleatoriamente e outros responderam $\frac{1}{5}$ (pelo fato do 5 ser maior que 3). Distribuímos o Disco de Frações e pedimos que pegassem as frações correspondentes

e comparassem. Percebemos que alguns se surpreenderam ao perceber que $\frac{1}{3}$ era maior. Trabalhamos outros exemplos como $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{18}$ e $\frac{1}{23}$ (sem o Disco de Frações).

Mudamos a quantidade de partes. Perguntamos: b) *Quem é maior* $\frac{3}{7}$ *ou* $\frac{3}{9}$*? Por quê? O que essas frações têm em comum? O que podemos afirmar sobre a comparação desses tipos de frações?*

Trabalhamos outros exemplos.

Formalizamos com os alunos – Se os numeradores são iguais, é maior a fração que tiver o menor denominador (divisão em menos partes).

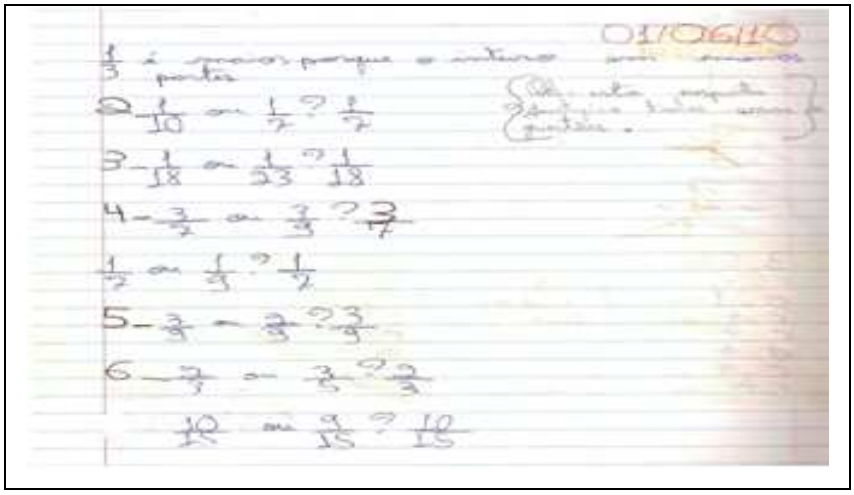


Figura 32: Comparação de frações com numeradores iguais - aluno 24

Atividade 2: Comparando frações de denominadores diferentes

Organizamos os alunos em grupos e perguntamos: *Entre as frações* $\frac{3}{8}$ *e* $\frac{1}{2}$*, qual é a maior? Os denominadores são iguais? Os numeradores são iguais? O que podemos fazer então para comparar essas frações?*

Distribuímos aos alunos um retângulo de papel. Vamos modelar as duas frações no mesmo papel. Usaremos o lado maior para o denominador maior. Dobrem então, o lado menor do retângulo em duas partes iguais e o maior em oito partes iguais.

- Em quantos retângulos menores o papel ficou dividido? Quantos retângulos têm $\frac{3}{8}$*? Quantos retângulos têm* $\frac{3}{8}$*?* Então $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ e $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$, logo $\frac{1}{2}$ é maior.

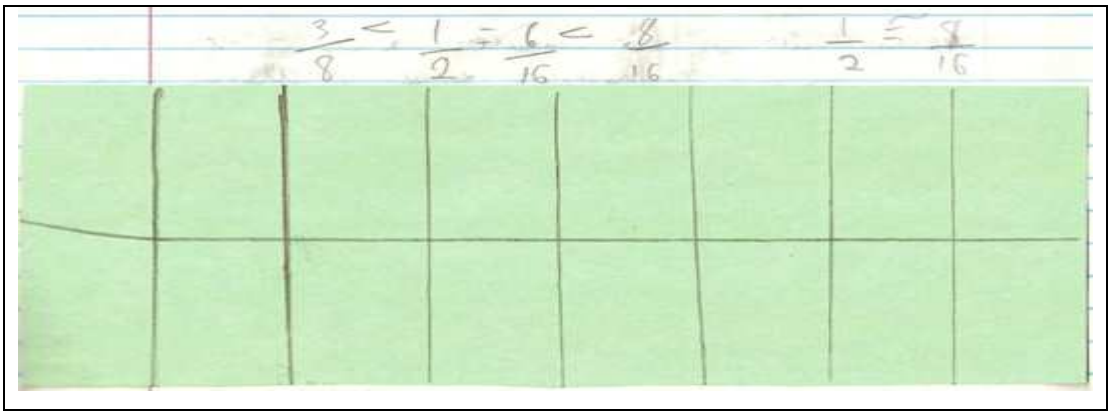


Figura 33: Comparação de frações com denominadores diferentes - aluno 22

Outros exemplos podem ser trabalhados e explorados com o intuito de levar os alunos a perceber como comparar frações de denominadores diferentes sem dobrar papel.

Entre $\frac{3}{4}$ *e* $\frac{5}{6}$*, qual é a maior?* Vamos modelar as duas frações no mesmo papel. Como fazemos? (Lembrar os procedimentos com os alunos)

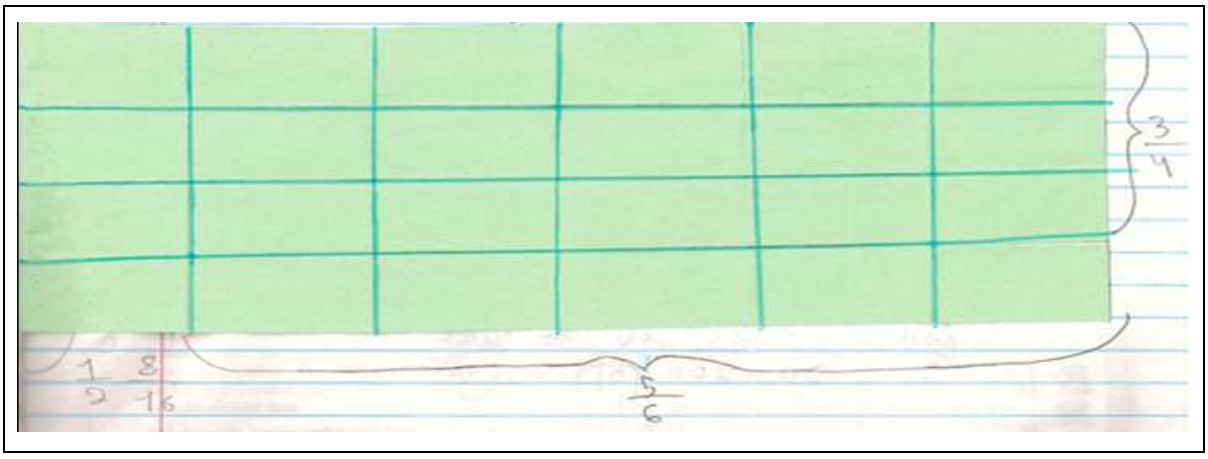


Figura 34: Comparação de frações com denominadores diferentes aluno 16

Logo temos que $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ e $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$, e, portanto, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ ou $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.

Se o mmc (mínimo múltiplo comum) já foi trabalhado, o professor pode discutir com os alunos as frações equivalentes de denominadores iguais obtidas dobrando papel e as obtidas com o uso do mmc. No caso de $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$ ficaria $\frac{9}{12}$ e $\frac{10}{12}$, logo $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ pois $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ (mmc de 4 e 6 é 12).

3.4 - Operações com frações

O teste diagnóstico

Duas questões envolveram as operações com frações: 9 (adição, subtração e multiplicação) e 10 (divisão). As imagens abaixo ilustram resolução da maioria dos alunos.

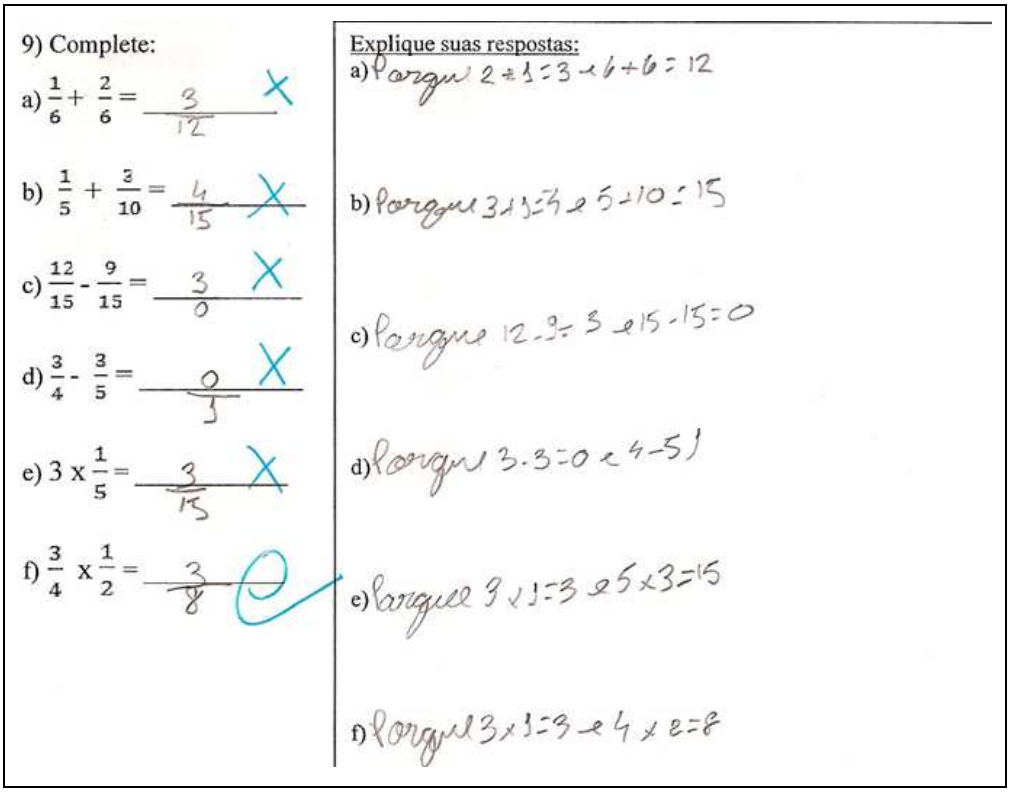


Figura 35: Questão 9 - Instrumento inicial – aluno 12

Esse aluno, como a maioria, usou as regras válidas para os naturais e somou, subtraiu e multiplicou as frações. Em 'explique suas respostas' deixa claro o que fez: somou, subtraiu ou multiplicou os numeradores e os denominadores. Ele aplicou os esquemas que já tem construído para essas operações com números naturais. Esse erro é muito comum entre os alunos, inclusive de séries mais avançadas. Patrono (2004) verificou esse tipo de erro entre alunos da 4ª série à 8ª série (hoje 5º ao 9º ano). Conjecturamos que isso acontece porque o conceito de fração ainda não foi construído pelos alunos. A fração ainda não é percebida como um número e sim, como um par de números naturais isolados. Os materiais manipulativos podem se constituir em um recurso valioso à medida que propicia ao aluno oportunidades de interagir com o conteúdo e, através de suas ações e reflexões, seja capaz de construir os conceitos.

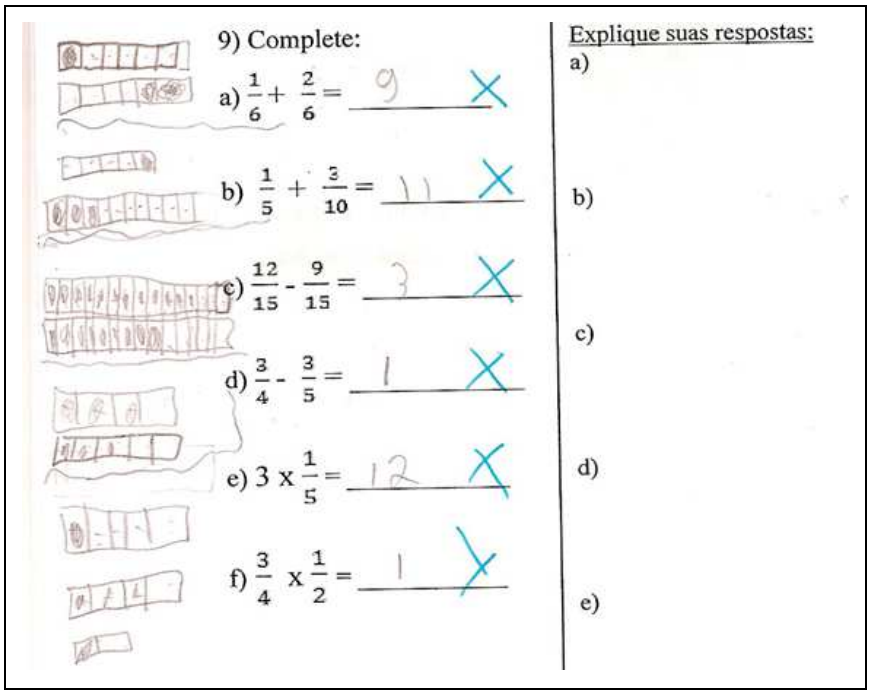


Figura 36: Questão 9 - Instrumento inicial – aluno 8

Esse aluno 'tentou' resolver as operações através de desenhos. Percebe-se que possui noções de frações só por desenhos porque em suas respostas usou números naturais. Na letra a, ao invés de somar as partes sombreadas, somou as em branco. Já na letra c, subtraiu as partes sombreadas, mas não relacionou com o todo (denominador).

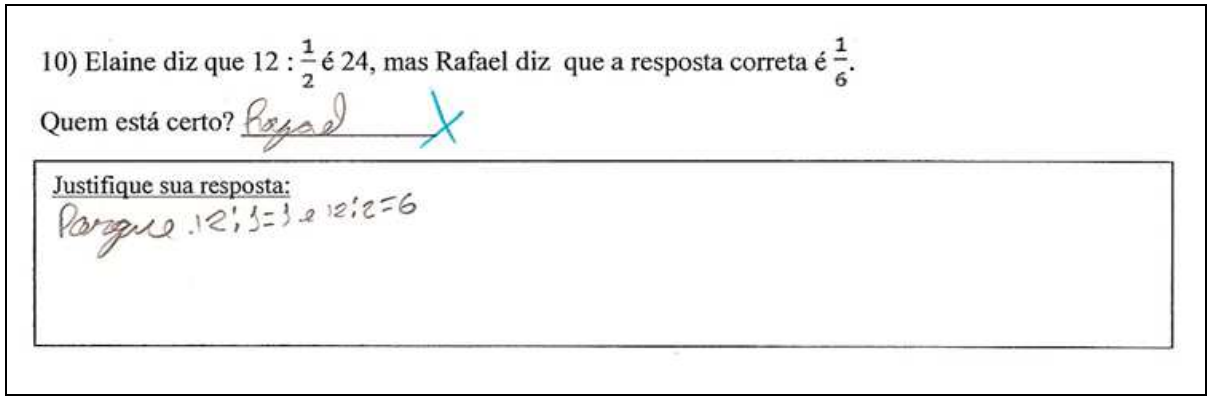


Figura 37: Questão 9 - Instrumento inicial – aluno 12

O aluno 12 usou na divisão, um processo semelhante ao usado nas outras operações. Nesse caso, como a divisão envolvia um número inteiro por uma fração, ele dividiu o número inteiro pelo numerador e depois pelo denominador.

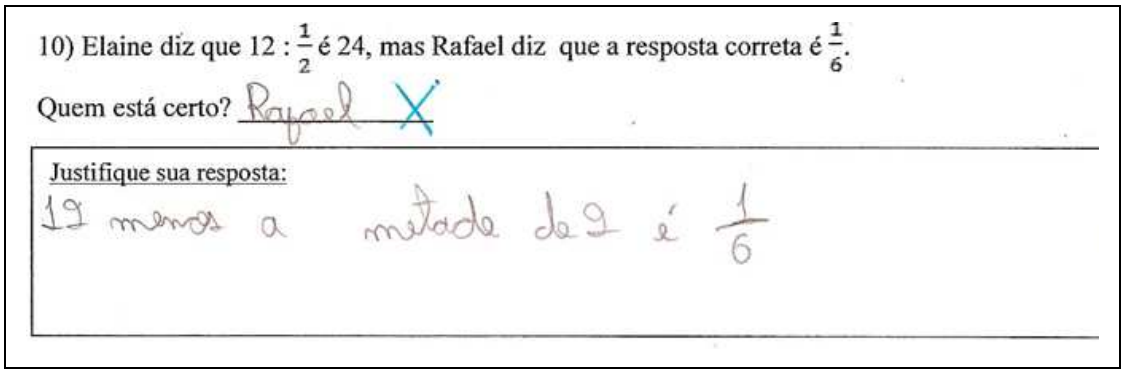


Figura 38: Questão 9 - Instrumento inicial – aluno 24

A explicação do aluno 24 foi confusa. Pareceu-nos que quis associar a divisão de 12 por $\frac{1}{2}$ com 12 menos a metade de doze (e não 2). Usou o resultado para o denominador e manteve o 1 no numerador.

As operações foram desenvolvidas de acordo com os objetivos:

- somar e ou subtrair frações de denominadores iguais, utilizando material manipulativo e em situações formais;
- somar e ou subtrair frações de denominadores diferentes, utilizando material manipulativo e em situações formais;
- multiplicar frações e dividir frações, utilizando material manipulativo e em situações formais.

Os materiais utilizados foram: Disco de Frações, Tiras de Frações, retângulos de papel, Cartinhas Hachuradas, lápis de cor.

Atividade 1: Somando e subtraindo frações com denominadores iguais usando tiras de frações

Utilizamos as tiras de frações da atividade 4 referente a equivalência de frações.

Pedimos aos alunos que pegassem nas tiras de frações as frações correspondentes a $\frac{1}{4}$ e a $\frac{2}{4}$. *Vamos somar essas frações* (revimos com os alunos o que é somar). *Qual é a fração resultante?* Logo $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$. Trabalhamos outros exemplos como $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$, $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$.

Questionamos: *Como efetuar* $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$*?* (Revimos com os alunos o que é subtrair.) *Qual é a diferença?* Logo $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$. Trabalhamos outros exemplos que podem ser resolvidos com a utilização das tiras de frações.

Atividade 2: Modelando adição e subtração de frações com denominadores iguais

Distribuímos aos alunos retângulos de papel. Pedimos que pegassem um dos retângulos. *Vamos dividi-lo (dobrando) em 8 partes iguais.*

Questionamos: *Como podemos fazer? Que fração representa cada uma das partes? Vamos representar (colorindo) a fração* $\frac{2}{8}$. *Agora vamos somar a ela* $\frac{4}{8}$. *Qual é fração resultante? Existe outra forma de representar essa fração?* Logo $\frac{2}{8}+\frac{4}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

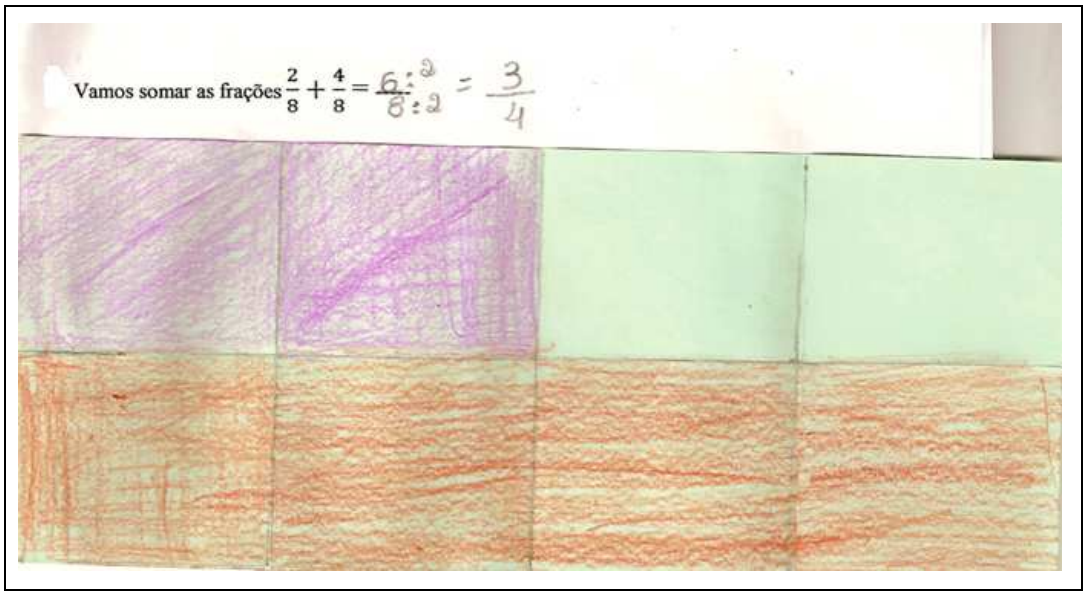


Figura 39: Adição modelada pelo aluno 7

Em seguida pedimos que pegassem outro retângulo de papel. *Vamos dividi-lo em 10 partes iguais. Vamos representar a fração* $\frac{8}{10}$. *Agora vamos subtrair dela a fração* $\frac{3}{10}$. *Como podemos fazer a subtração?* Fomos questionando até apresentarem a solução de riscar ou colorir de outra cor por cima.

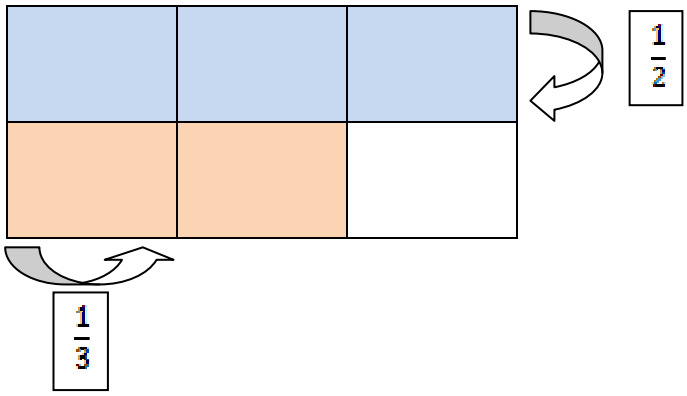
Formalizamos: Para somar ou subtrair frações de denominadores iguais, conservamos o denominador e somamos ou subtraímos os numeradores.

Atividade 3: Modelando adição e subtração de frações com denominadores diferentes

Questionamos: *Como somar* $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$*?* Distribuímos aos alunos retângulos de papel. Pedimos que representassem (dobrando) em um deles a fração $\frac{1}{2}$ e em outro a fração $\frac{1}{3}$. Juntem as partes. *Que fração temos?*

As partes são do mesmo tamanho? É possível obter a soma imediatamente? O que podemos fazer para efetuar essa soma? Fomos questionando os alunos até se lembrarem da equivalência para obter frações de mesmo tipo (partes dos mesmos tamanhos - denominadores iguais).

Representando com desenho temos:



Logo $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$.

E dobrando papel:

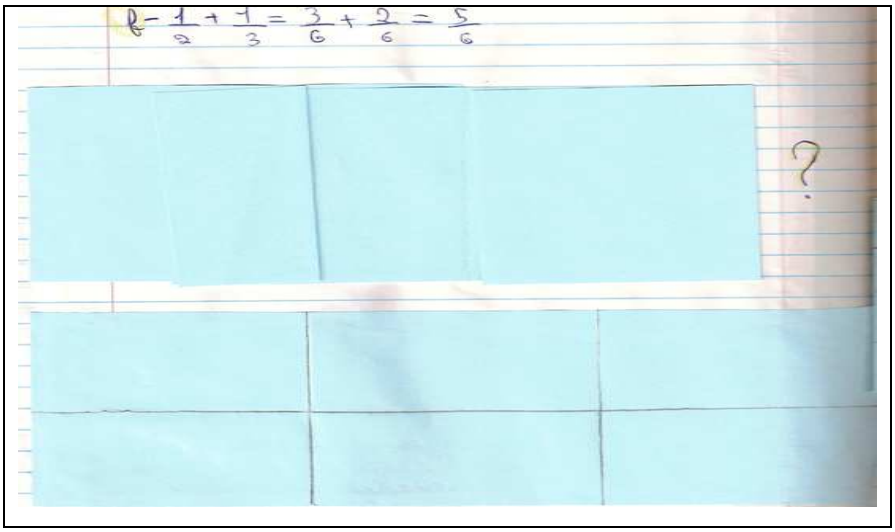


Figura 40: Soma de frações aluno 16

Como somar $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$ *sem dobrar papel ou usar outro recurso manipulativo?* A maioria dos alunos já tinha percebido que ao dobrar um lado do retângulo de papel em quatro partes e o

outro lado em cinco partes, o total de partes era igual ao produto de quatro por cinco. Logo o denominador das frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{5}$ era 20. Portanto $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{5}{20} + \frac{12}{20} = \frac{17}{20}$.

Questionamos: *como subtrair* $\frac{1}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$*?* (Conduzimos a discussão levando a equivalência e por fim à resolução da operação). Logo $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$.

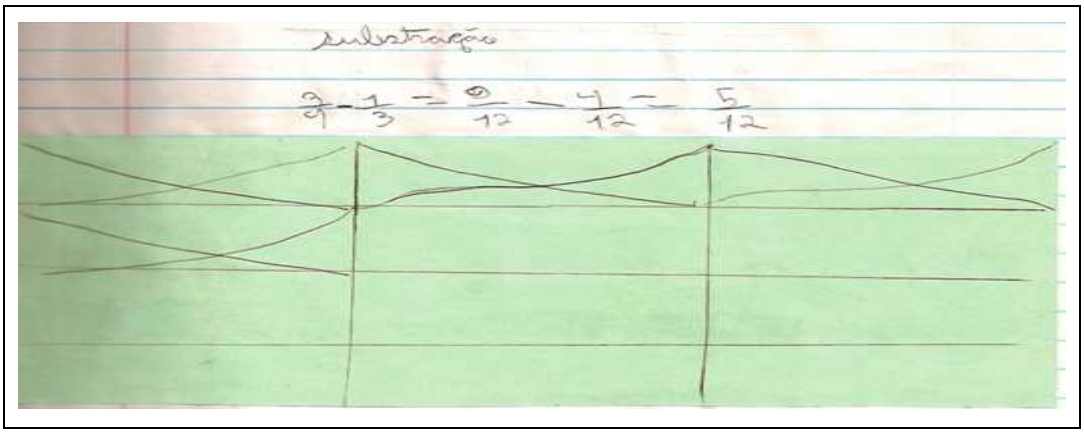


Figura 41: Subtração de frações - aluno 10

Formalizamos: Para somar ou subtrair frações de denominadores diferentes, obtemos frações equivalentes de denominadores iguais e depois efetuamos (somamos ou subtraímos os numeradores).

Atividade4: Multiplicando frações com o Disco de Frações e dobrando papel

Pedimos que pegassem a fração correspondente a $\frac{1}{4}$. Questionamos: *Como multiplicar 3 x* $\frac{1}{4}$ *? Como podemos interpretar a multiplicação?* (Revimos com os alunos o que é multiplicar – interpretamos como soma de parcelas iguais.) Logo 3 x $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. *E* $\frac{3}{8}$ *x 2 pode ser interpretado da mesma forma?* (Revimos a propriedade comutativa – a ordem dos fatores não altera o produto.) Portanto $\frac{3}{8}$ x 2 =2 x $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (simplificada).

Continuamos com os questionamentos: *como multiplicar* $\frac{1}{3}$ *por* $\frac{2}{4}$*? Podemos escrever essa multiplicação como soma de parcelas iguais? O que fazer então?*

Distribuímos aos alunos retângulos de papel. *Peguem um retângulo e divida (dobrando) um de seus lados em três partes iguais. Represente a fração* $\frac{1}{3}$*. (colorindo ou hachurando). Agora divida o outro lado do retângulo em quatro partes iguais. Represente a fração* $\frac{2}{4}$*? Quanto é* $\frac{2}{4}$ *de* $\frac{1}{3}$*?*

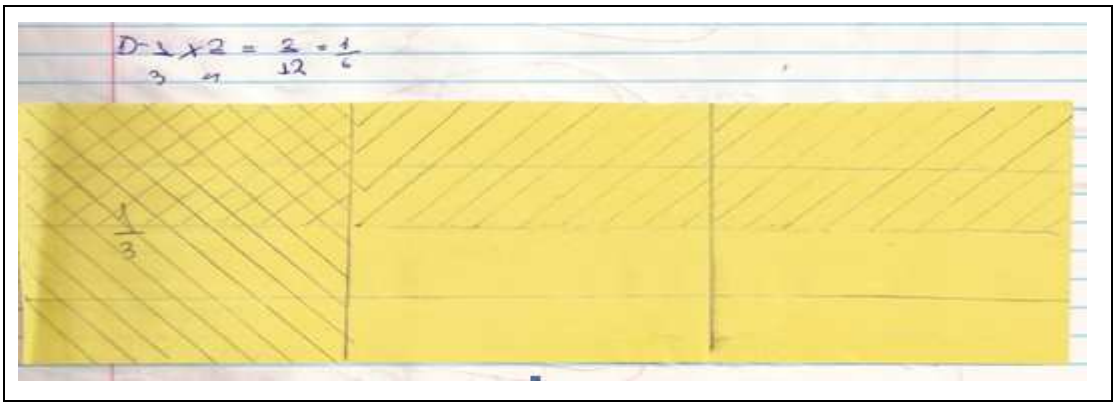


Figura 42: Multiplicação de frações - aluno 3

Em quantos retângulos ficou dividido o papel? Então $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ e $\frac{2}{4}$ de $\frac{1}{3}$ é $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. Logo $\frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. Resolvemos com os alunos outros exemplos. Pedimos aos alunos que analisem o resultado com a operação e respondessem como podemos multiplicar frações sem dobrar papel.

Formalizamos: Para multiplicarmos frações, multiplicamos os numeradores e multiplicamos os denominadores.

Atividade5: Dividindo frações dobrando papel

Distribuímos aos alunos retângulos de papel. Peguem um dos retângulos de papel e represente (dobrando) a fração $\frac{1}{2}$. *Agora vamos dividir* $\frac{1}{2}$ *por 2. Como fazer?* Então $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$. (Fizemos outros exemplos com os alunos.)

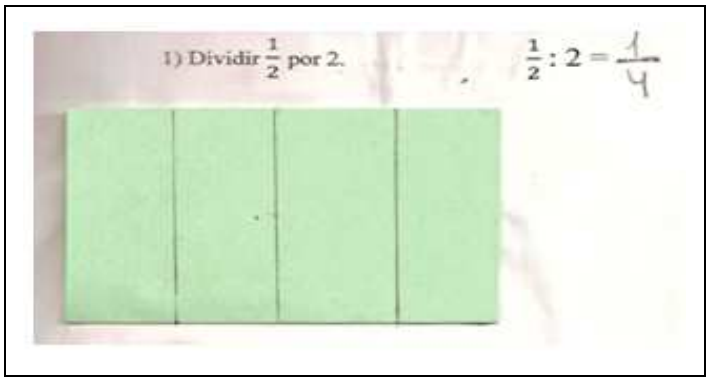


Figura 43: Divisão de frações aluno 16

Questionamos: *Efetuar* $\frac{1}{2} : 2$ *é o mesmo que efetuar* $2 : \frac{1}{2}$*? No primeiro caso, tínhamos a fração* $\frac{1}{2}$ *para dividir por 2 e agora temos 2 unidades para dividir por* $\frac{1}{2}$*. A nossa unidade é o retângulo*

de papel. Peguem 2 retângulos e vamos dividi-los em duas partes iguais. Quantas metades ou $\frac{1}{2}$ *temos?*

Logo 2 : $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$.

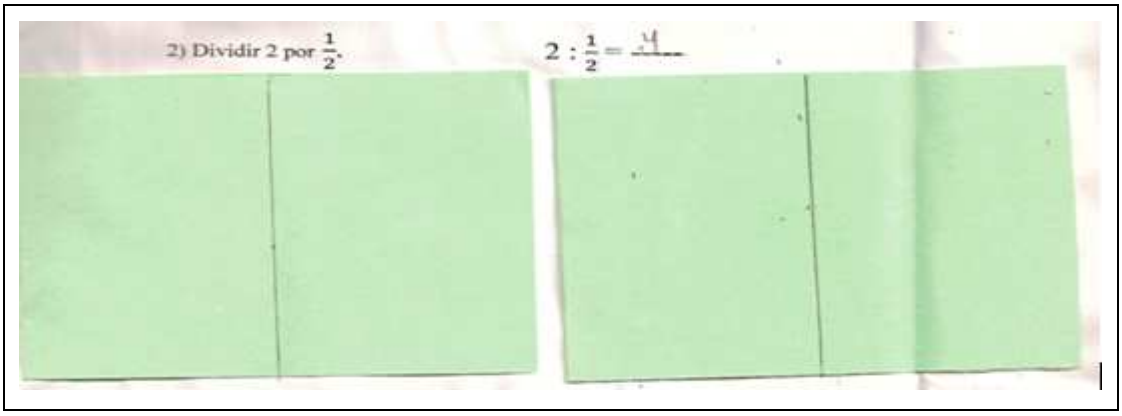


Figura 44: Divisão de frações - aluno 16

E como calcular $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$*? Podemos fazer da mesma forma que fizemos os outros exemplos? Nesse caso, pensaremos a divisão como "quantas vezes uma fração cabe em outra". Logo,* $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ *pode ser interpretado como quantas vezes* $\frac{1}{4}$ *cabe em* $\frac{1}{2}$.

Dobrando um lado do retângulo em metades e o outro em quartos, teremos oito retângulos menores dos quais quatro representam $\frac{1}{2}$ e dois representam $\frac{1}{4}$. Logo, temos que $\frac{1}{4}$ cabe duas vezes em $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$.

Trabalhamos outros exemplos como $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$. *Quantas vezes* $\frac{2}{3}$ *cabe em* $\frac{3}{4}$? Dobrando um lado do retângulo em quartos e o outro em terços, teremos doze retângulos menores, dos quais nove representam $\frac{3}{4}$ e oito representam $\frac{2}{3}$. Logo temos que $\frac{2}{3}$ cabe uma vez e um retângulo menor ($\frac{1}{8}$) em $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$.

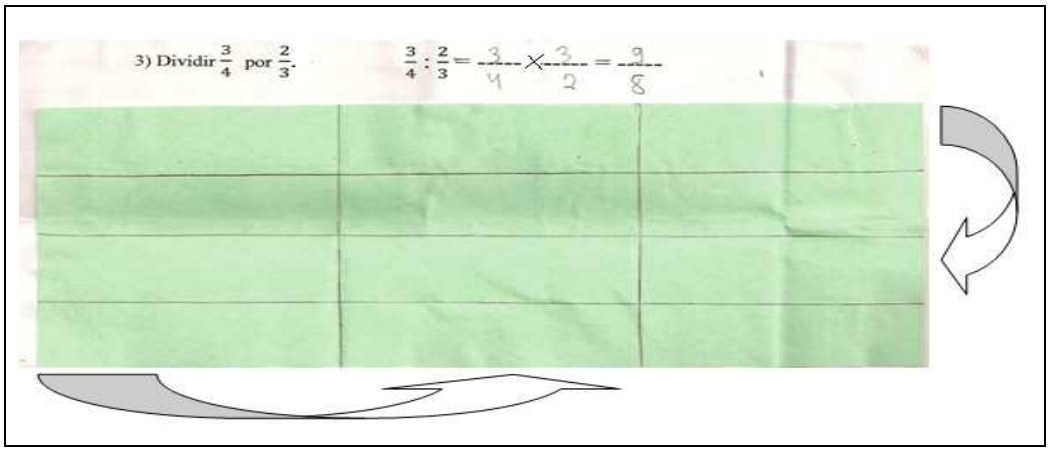


Figura 45: Divisão de frações - aluno 16

Escrevemos no quadro as divisões já resolvidas. Pedimos aos alunos que analisassem o resultado com a operação e respondessem como dividir frações sem dobrar papel ou usar outro material manipulativo.

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ $\quad 2 : \frac{1}{2} = 4$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$

Formalizamos com os alunos: Para dividirmos frações podemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda. Então:

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\quad 2 : \frac{1}{2} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$

Atividade 6: Multiplicando e dividindo frações com as Cartinhas Hachuradas

O trabalho com as Cartinhas Hachuradas é semelhante ao de retângulos de papel. Nas Cartinhas Hachuradas as frações já estão representadas e as operações de multiplicação e divisão são realizadas através da sobreposição dessas cartinhas. Explicamos como se usa o material:

- Peguem no material as frações correspondentes a $\frac{2}{3}$ *e* $\frac{1}{4}$*. Gire uma delas e façam a sobreposição.*

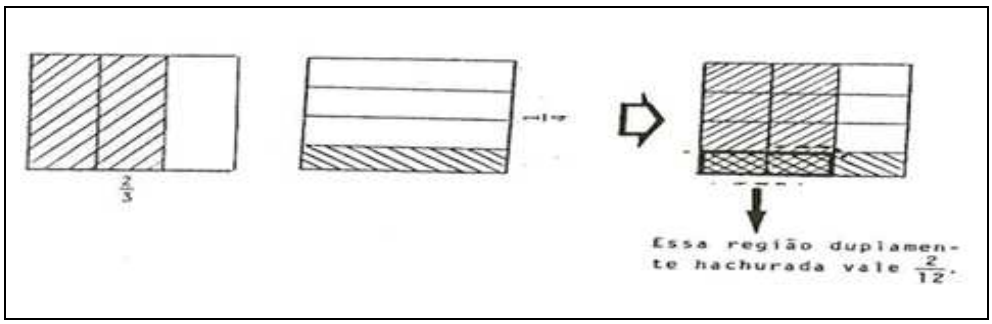


Figura 46: Proposta AME (p.19)

- *Que fração equivale a região que foi duplamente hachurada? Então quanto dá* $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{1}{4}$*? Logo* $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{1}{4}$ $= \frac{2}{3} x \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

- *Peguem as frações correspondentes* $\frac{1}{2}$ *e* $\frac{3}{4}$. *Vamos calcular* $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$. No caso da divisão a carta rotacionada é a segunda. No exemplo dado rotacionamos $\frac{3}{4}$ e em seguida sobrepomos $\frac{1}{2}$.

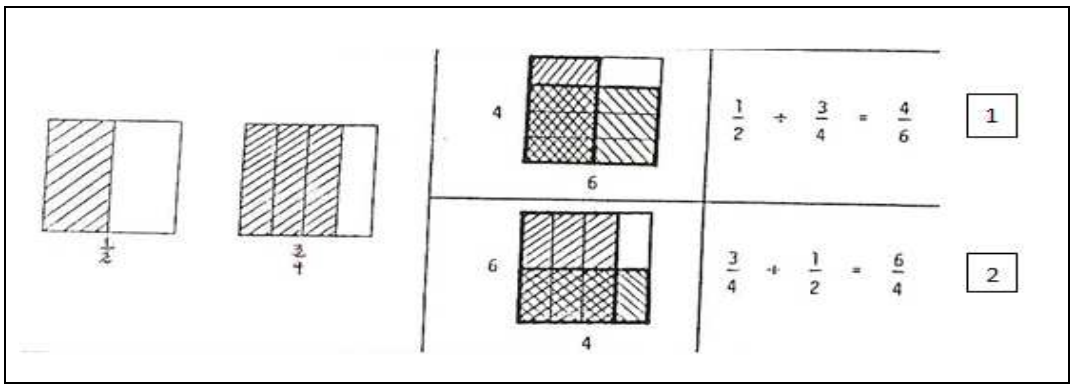


Figura 47: Proposta AME (p. 47)

Em 1, $\frac{3}{4}$ foi rotacionada e $\frac{1}{2}$ sobreposta. Perguntamos:

- *Em quantas partes ficou dividida a cartinha que ficou por cima? (superior) Em quantas partes ficou dividida a cartinha que ficou por baixo? (inferior)*

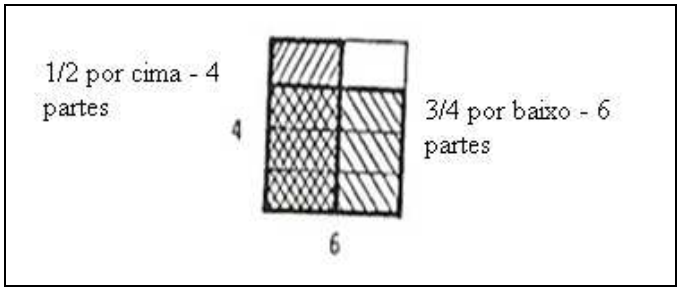


Figura 48: Proposta AME (p. 47)

- *Qual é a fração cujo numerador é o número de partes da região hachurada superior e o denominador é o número de partes da região hachurada inferior? Logo* $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ *(simplificada).*

Em 2, $\frac{1}{2}$ foi rotacionada e $\frac{3}{4}$ sobreposta. Seguindo o mesmo raciocínio temos que $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ (simplificada).

Atividade 7: Fração como quociente

Distribuímos aos alunos retângulos de papel. Questionamos os alunos e fomos registrando no quadro:

- *Dois retângulos divididos para duas pessoas, quanto receberá cada uma? 2 : 2 = 1 ou* $\frac{2}{2} = 1$.

- *Quatro retângulos divididos para duas pessoas, quanto receberá cada uma? 4: 2 = 2 ou* $\frac{4}{2} = 2$.

- *Um retângulo dividido para três pessoas, quanto receberá cada uma? 1: 3 =* $\frac{1}{3}$.

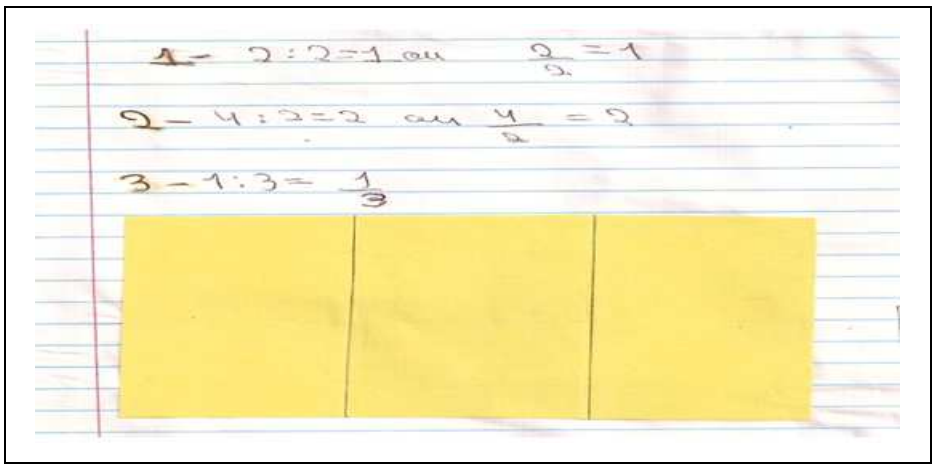


Figura 49: Fração como quociente - aluno 7

Dividimos o retângulo em três partes iguais e cada pessoa receberá uma parte de $\frac{1}{3}$.

- *Três retângulos divididos para quatro pessoas, quanto receberá cada uma? Como fazer?* Tomamos o primeiro retângulo e dividimos por quatro, tomamos o segundo e dividimos por quatro e tomamos o terceiro e dividimos por quatro. Teremos: 3 : 4 = $\frac{3}{4}$.

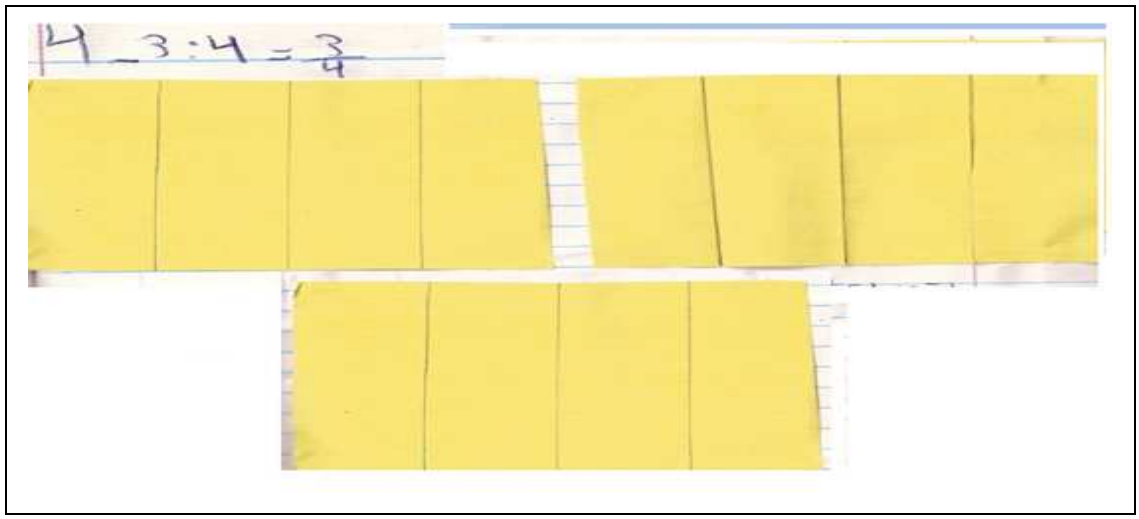


Figura 50: Fração como quociente - aluno 5

Comentários:

Boa parte das atividades foi realizada com dobradura e os alunos tiveram, no princípio, dificuldades para dobrar em partes do mesmo tamanho (mesma área). Nesses momentos, algo que contribuiu para o desenvolvimento dos alunos foi a disposição para ir até suas carteiras e auxiliá-los nas primeiras dobraduras. Aos poucos, foram melhorando e a cada atividade as dobraduras se tornaram mais bem feitas.

Procuramos desenvolver as atividades com os alunos organizados em pequenos grupos com o intuito de promover a interação social entre eles. Vemos nas discussões e divergências de opiniões entre os membros do grupo, oportunidades para os alunos avançarem em seus processos de aquisição do conhecimento. Sabemos das dificuldades em desenvolver esse tipo de trabalho com alunos de 6º ano. Geralmente, nessa fase escolar, os alunos falam muito e são desinquietos principalmente pelas mudanças ocasionadas pela transição das séries iniciais do Ensino Fundamental para as finais. No entanto, afirmamos que é possível. No princípio é muito trabalhoso, mas aos poucos os alunos vão aprendendo a trabalhar em conjunto e as atividades fluem normalmente.

Neste livreto apresentamos sugestões de atividades para trabalhar os conceitos iniciais relacionados à fração. Ressaltamos que é importante trabalhar também com as atividades formais (exercícios) para fixação de conceitos vistos e verificação da aprendizagem dos alunos. Esses exercícios podem ser do livro didático adotado pela escola, adaptados de outros materiais ou criados pelo professor de acordo com seus objetivos.

4. À título de conclusão

Uma sala de aula onde se privilegia a participação do aluno tornando-o agente na construção de seu conhecimento, onde as relações entre professor/aluno, aluno/aluno são bem estabelecidas pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa.

Gostaríamos de compartilhar, com os professores que trabalham com turmas de 6º ano e com o conteúdo de frações, a importância de estudar, pesquisar e construir alternativas para melhorar a prática. O ensino e a aprendizagem das frações têm trazido grandes desafios e dificuldades tanto para alunos quanto para professores. Várias sugestões podem ser encontradas nos documentos oficiais e propostas de ensino, em pesquisas e

também nos livros didáticos. A mudança desse cenário depende muito de nós, professores, e de nossa vontade de fazer o melhor para aprendizagem de nossos alunos.

Em nossa proposta procuramos desenvolver os primeiros conceitos de frações usando um pouco a teoria de Piaget e o uso de materiais manipulativos e esperamos que nossas ideias possam contribuir para as suas ações, professor, promovendo uma educação de qualidade.

5. Sugestões de leitura com comentários

1. ROMANATTO, Mauro Carlos. Número Racional: relações necessárias à sua compreensão. Campinas, SP: [s.n.], 1997. (Tese de Doutorado)

O autor discute a Educação Matemática sobre as perspectivas axiológica, epistemológica, psicológica, metodológica e depois centra seu trabalho nos números racionais. Ensinar e aprender os números racionais no processo escolar é o foco principal. Comenta as dificuldades de aprendizagem provenientes de algumas práticas de ensino e discute formas de trabalhar estas dificuldades. Apresenta o número racional numa teia de relações. Essa teia envolve as relações e representações do número racional. Fala dos contextos e relações do número racional classificando-os em seis (medida, quociente, razão, operador, probabilidade e um número na reta numérica) e, também da importância da compreensão. O trabalho com o número racional deve ocorrer, então, nos mais diferentes contextos em que está presente e, com harmonia entre as grandezas envolvidas. Considera inadequado o ensino desse número por meio de definição, de princípios gerais e de conjunto de técnicas operatórias, apontando a unificação de noções e princípios matemáticos envolvendo os números racionais como caminho promissor. Sugere atividades para o trabalho inicial com frações e comenta situações-problema envolvendo os números racionais. Conclui afirmando que cabe aos professores buscar métodos e formas de trabalhar visando uma aprendizagem melhor para os alunos.

Os capítulos III, IV, V e VI são os mais interessantes para o professor. As discussões feitas acerca do ensino dos números racionais no processo escolar e as sugestões das atividades apresentadas pelo autor constituem-se em um bom referencial de pesquisa.

2. CISCAR, Salvador Llinares; GARCIA, Maria Victoria Sanchez. Fracciones: La Relacion Partel Todo. Madrid: Editorial Sintesis, 1988.

O livro é dividido em seis capítulos nos quais os autores fazem uma boa abordagem das frações. São discutidos: as crenças sobre as frações, as frações na escola, as diferentes interpretações das frações, a relação parte/todo e as frações, as operações com frações e erros e estimação.

Nos capítulos 3, 4 e 5 estão concentrados os conceitos desenvolvidos sobre frações. As interpretações, a relação parte/todo e as operações são amplamente discutidas envolvendo tanto quantidades discretas como quantidades contínuas. Destacamos o trabalho com as frações unitárias, frações maiores que a unidade e a obtenção do inteiro conhecendo uma parte. A forma como apresentam os conceitos é quase um guia, ou passo a passo para o trabalho em sala de aula.

A obra como um todo é um bom referencial para professores de Matemática e pesquisadores na área.

3. SILVA, Maria José Ferreira da. Sobre a introdução do conceito de número fracionário. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - PUC, São Paulo, 1997.

A autora desenvolve um trabalho com alunos de 4° ano de Magistério (futuros professores das séries iniciais do Ensino Fundamental) abordando a introdução das frações. As atividades desenvolvidas envolvem as concepções parte/todo, medida, quociente.

Um de seus questionamentos foi:

- Será que os futuros professores percebem as diferenças de tratamento de situações envolvendo as concepções de frações como parte/todo, medida e quociente?

Com objetivos de ajudar os professores a entender o conceito de número fracionário, usou a engenharia didática e desenvolveu uma sequência didática para trabalhar com esses futuros professores.

O ponto forte de seu trabalho são as discussões feitas acerca das atividades desenvolvidas. Tanto as atividades quanto as discussões são bons referencias para professores de Matemática e pesquisadores na área.

Referências

BECKER, Fernando. O que é construtivismo? **Revista de Educação**, AEC, Brasília, DF, v. 21, n. 83, p. 7-15, 1992.

_____. **Da ação à operação:** o caminho da aprendizagem em J. Piaget e P. Freire. Rio de Janeiro: DP&A Editora e Palmarinca, 1997.

BEZERRA, Francisco José Brabo. **Introdução do conceito de número fracionário e suas representações:** uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998, 148 p.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Gradiva, 2005.

CARUSO, Paulo DM. **Professor de Matemática:** transmissão de conhecimentos ou construção de significados? Tese (Doutorado em Educação) - UFRS, Porto Alegre, 2002.

CISCAR, Salvador Llinares; GARCIA, Maria Victoria Sanchez. **Fracciones:** La Relacion Partel Todo. Madrid: Editorial Sintesis, 1988.

FAGUNDES, Léa da Cruz. Materiais Manipulativos no Ensino de Matemática a crianças de 7 a 14 anos. In: SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE RECURSOS AUDIOVISUAIS NO ENSINO DE 1° GRAU, 1977, Brasília. **Anais eletrônicos...** Brasília, 1977. Disponível em: <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/materiais_manipulativos.htm>.

FERREIRA, Ana Cristina. **Números Racionais e Frações.** Mimeo, 2001.

LIMA, Reginaldo Naves de Souza; VILA, Maria do Carmo. **Fração (3) Matematizando Fração.** Proposta AME.

LOSITO, Sônia M. Interação Social, Conflito Sócio-Cognitivo e Criatividade Cognitiva. Disponível em: http://www.cvps.g12.br/centropedagogico/Centro%20Ped%202009/pdf/Unifran/valinhos

%20grupo%201/M%C3%93DULO%201%20O%20desenvolvimento%20cognitivo/Intera__o_Social_1%5B1%5D.pdf

MENEGHETTI, Renata C. G., NUNES, Augusto C. A. Aplicação de uma proposta pedagógica no ensino dos números racionais. **Educação Matemática em Revista**, ano 13, n. 20/21, p.77-86, dez. 2006.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. **Programa para o Ensino Fundamental:** Matemática, 5ª à 8ª série. Belo Horizonte, SEE/MG, 1995.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. **Orientação Pedagógica:** Conjunto dos números racionais. Currículo Básico Comum - Matemática Ensino Fundamental. Equipe de Matemática. Centro de Referência Virtual do Professor - SEE-MG/2005.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro com o concreto. **Revista de Educação Matemática**, ano 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/revedmatvol9.pdf>.

OLIVEIRA, Raquel Gomes de. **Aprendizagem de frações:** uma análise comparativa de dois processos diferentes de ensino na 5ª série do 1º grau. Campinas, SP: [s.n.], 1996.

PATRONO, Rosângela Milagres. **A aprendizagem de números racionais representados por frações:** um estudo com alunos do Ensino Fundamental de Santa Rita. UFOP. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - UFOP, Ouro Preto, 2004.

RIPPLE, R.; ROCKCASTLE, V. **Desenvolvimento e aprendizagem.** Piaget rediscovered. Cornell University, 1964. Reimpressão do original incluído no livro de: LAVATTELLY, C. S. e STENDLER, F. Reading in child behavior and development. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972. Tradução de: Paulo Francisco Slomp, 1995.

RODRIGUES, et al. Números racionais no Ensino Fundamental: subconstructos, o papel da linguagem e dos materiais manipulativos. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. **Anais...** Recife, 2004.

RODRIGUES, Wilson Roberto. **Números racionais:** um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2005.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número Racional:** relações necessárias à sua compreensão. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 1997.

_____. Número Racional: uma teia de relações. **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 12, p. 37-49 jul./dez. 1999.

SANTOS, Paulo Cesar Alves dos. **Uso do material concreto:** um fator facilitador da ensinagem de frações com alunos de 5ª série. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino De Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano: Santa Mariana, RS, 2010.

SARAVALI, Eliane Giachetto; GUIMARÃES, Karina Perez. Dificuldades de Aprendizagem e conhecimento: um olhar à luz da Teoria Piagetiana. **Olhar de Professor**, Ponta Grossa, vol. 10, n. 2, p.117-139, 2007. Disponível em: <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/1491/1136>

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - PUC, São Paulo, 1997.

TAFNER, Malcon MSc. A construção do conhecimento segundo Piaget. **Revista Eletrônica de divulgação científica em Neurociência.** 2008. Disponível em: <http://www.cerebromente.org.br/n08/mente/construtivismo/construtivismo.htm30/04>.

VALERA, Alcir Rojas. **Uso Social e Escolar dos Números Racionais:** Representação Fracionária e Decimal. UNESP Campus de Marília. São

Apêndice

"Querido aluno(a)"

Peço que resolva as questões propostas abaixo. Não se preocupe se tiver dificuldades porque nossa intenção é verificar o que você sabe, ou não, para selecionar as atividades que desenvolveremos com vocês.
Sua participação é muito importante. Muito obrigada!

Identificação:

Nome: _____

Sexo: ( ) feminino ( ) masculino Idade:_____ Série/ano: _____

_____

1) Na casa João vivem várias pessoas. Além do João, seus pais (pai e mãe) e seus irmãos (um irmão e uma irmã), moram seus avós paternos (avô e avó) e um tio. Como você poderia representar, usando frações:

a) a parte da família que é do sexo masculino? _____

Explique sua resposta:

b) a parte da família que é do sexo feminino? _____

Explique sua resposta:

c) Agora observe os alunos presentes na turma hoje. Como você representaria a parte composta pelas meninas? _____

Explique sua resposta:

_____

2) Escreva usando números: Em uma festa, a metade das pessoas eram crianças, dois quintos eram mulheres e um décimo, homens.

Metade = ____

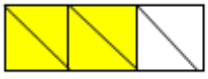
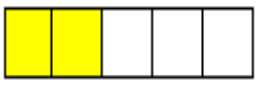
Dois quintos = _____

Um décimo = _____

Explique sua resposta:

_____

3) Observe as figuras abaixo. Em quais delas temos a fração $\frac{2}{3}$ representada?

a) b) c)  d) 

Explique sua resposta:

4) Divida igualmente os três chocolates para as cinco crianças. Que fração representa o que cada criança recebeu? _____

Explique sua resposta:

_____

5) João ganhou um bolo e Maria ganhou um outro bolo do mesmo tamanho. João comeu $\frac{1}{2}$ de seu bolo, enquanto Maria comeu $\frac{1}{4}$ do bolo dela. Quem comeu mais?_____

Explique sua resposta:

_____

6) Luís ganhou $\frac{1}{4}$ das bolinhas de gude abaixo representadas e seu primo Paulo ganhou $\frac{3}{4}$.

a) Quantas bolinhas de gude Luís ganhou? _____

b) Quantas bolinhas de gude Paulo ganhou? _____

Explique sua resposta:

_____

7) Em uma avaliação de Matemática, Alice errou $\frac{1}{2}$ das questões, Manoel errou $\frac{2}{5}$ e Alex errou $\frac{3}{7}$. Quem errou menos questões? _____

Explique sua resposta:

8) Raquel comeu $\frac{2}{3}$ de uma barra de chocolate. O desenho abaixo mostra o que sobrou de seu chocolate. Faça um desenho mostrando como era a barra de chocolate antes de Raquel comer um pedaço.

Explique sua resposta:

---

9) Complete:

a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$ _____

b) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$ _____

c) $\frac{12}{15} - \frac{9}{15} =$ _____

d) $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$ _____

e) $3 \times \frac{1}{5} =$ _____

f) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} =$ _____

Explique suas respostas:

---

10) Elaine diz que $12 : \frac{1}{2}$ é 24, mas Rafael diz que a resposta correta é $\frac{1}{6}$. . Quem está certo?

Explique sua resposta:

Anexos

Anexo A: Mico das frações

Objetivo: Trabalhar com frações na forma simbólica e sua representação gráfica.

Material: cartas do baralho de frações.

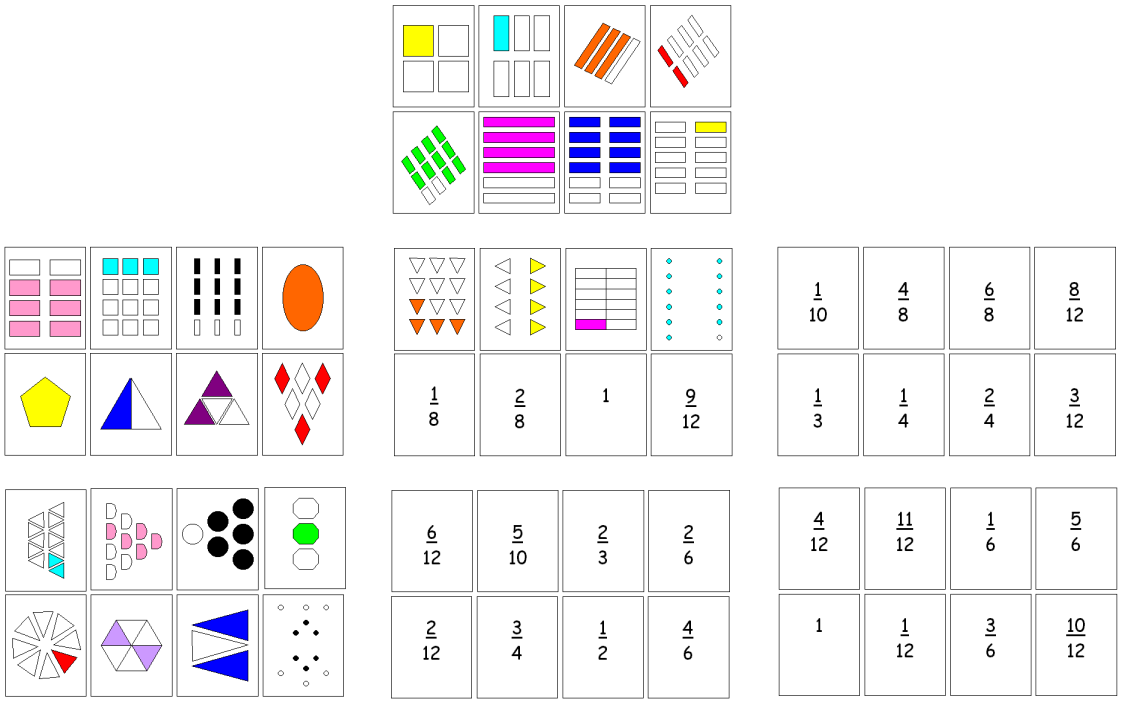
Tempo previsto: uma aula

Número de participantes: 4

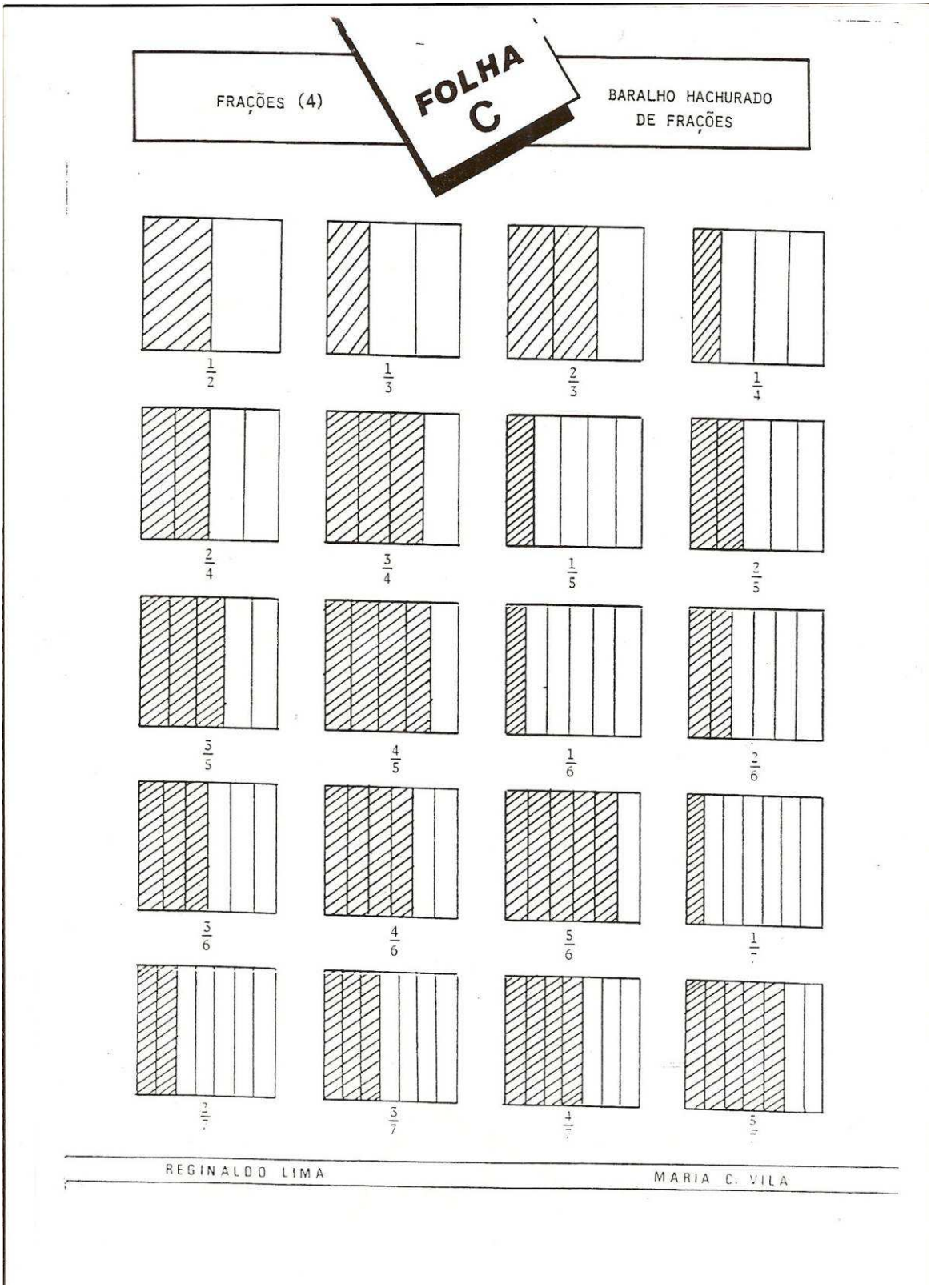
Desenvolvimento:

1. Retira-se uma carta do baralho.
2. Distribui-se o restante das cartas igualmente entre os jogadores.
3. Cada jogador verifica em suas cartas se há algum par (só é considerado par uma fração numérica e sua respectiva figura).
4. Após a verificação dos pares inicia-se o jogo onde cada participante retira uma carta do parceiro à sua esquerda.
5. O jogo termina quando todos os participantes esgotarem suas cartas, exceto aquele que ficou com o "mico", que é a carta que ficou sem par.

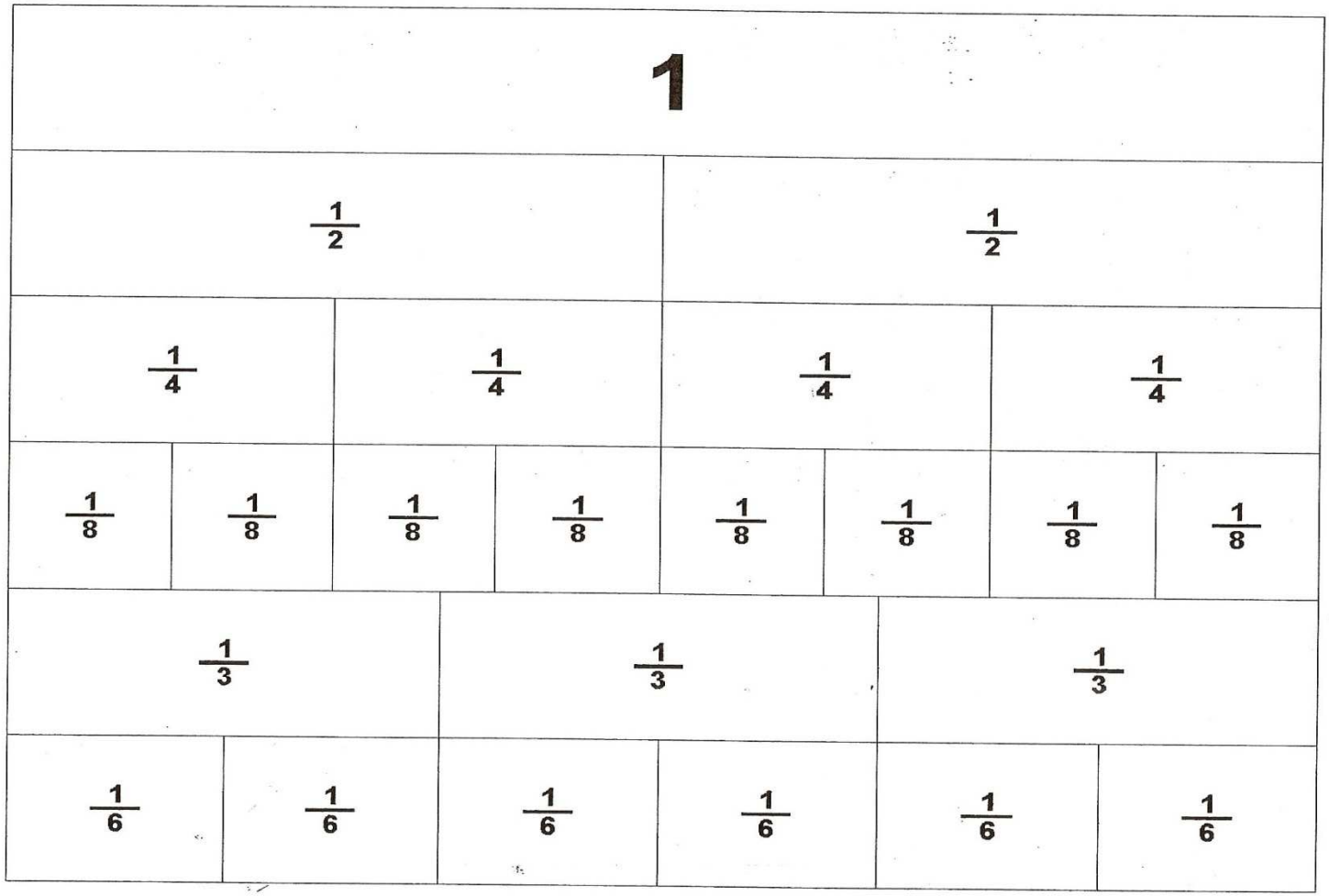
Cartas do Baralho do Mico das Frações:



Anexo B: Cartinhas Hachuradas



Anexo C: Tiras de Frações


1
1/2
1/2
1/4
1/4
1/4
1/4
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/3
1/3
1/3
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6