



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica
Mestrado Profissional em Construção Metálica – MECOM



ESTUDO NUMÉRICO DE LIGAÇÕES MISTAS DE AÇO E CONCRETO EM VIGAS SEMICONTÍNUAS

Ouro Preto, MG

2018



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica
Mestrado Profissional em Construção Metálica – MECOM



PAULO CALDEIRA CAMPELO

ESTUDO NUMÉRICO DE LIGAÇÕES MISTAS DE AÇO E CONCRETO EM VIGAS SEMICONTÍNUAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos, para obtenção do título de Mestre em Construção Metálica

Orientador: Prof. Geraldo Donizetti de Paula, D.Sc.

Coorientador: Prof. Flávio Teixeira de Souza, D.Sc.

Ouro Preto, MG

2018

C193e Campelo, Paulo Caldeira .
Estudo numérico de ligações mistas de aço e concreto em vigas semicontínuas
[manuscrito] / Paulo Caldeira Campelo. - 2018.
122f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula.
Coorientador: Prof. Dr. Flávio Teixeira de Souza.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de
Minas. Departamento de Engenharia Civil. Mestrado Profissional em Construção
Metálica.
Área de Concentração: Construção Metálica.

1. Ligação Mista Aço-Concreto. 2. Análise numérica de Ligações Mistas. 3.
Ligação vigas mistas semicontínuas. 4. Análise em Elementos Finitos de Ligação
Mista. I. Donizetti de Paula, Geraldo. II. Teixeira de Souza, Flávio. III.
Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 624.014

Catálogo: www.sisbin.ufop.br



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica
Mestrado Profissional em Construção Metálica – MECOM



ESTUDO NUMÉRICO DE LIGAÇÕES MISTAS DE AÇO E CONCRETO EM VIGAS SEMICONTÍNUAS

AUTOR: PAULO CALDEIRA CAMPELO

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em vinte e cinco de maio de 2018, pela Comissão Examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Geraldo Donizetti de Paula, D. Sc. – UFOP (Presidente)

Prof. Flávio Teixeira de Souza, D. Sc. – IFMG

Profa. Rovadavia Aline de Jesus Ribas, D. Sc. – UFOP

Prof. Hisashi Inoue, D. Sc. – UFSJ

Ao meu querido filho João Paulo

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus, por sempre estar ao meu lado em meus passos.

A Nossa Senhora Aparecida por sempre me abençoar.

A minha esposa Juliana e meu filho João Paulo pelo apoio, compreensão e companhia.

Aos meus pais, Rogério e Zaida pelo apoio.

Aos meus irmãos.

Aos meus sobrinhos, sogros, cunhados, a todos familiares.

Ao meu amigo Emerson Bolandim pela grande ajuda com este trabalho.

Aos professores Drs. Geraldo e Flávio pela orientação e apoio.

Ao professor Dr. Yukio Shigaki pela ajuda.

A toda equipe do PROPEC e MECOM pelo apoio e conhecimentos valiosos transmitidos.

Aos colegas de mestrado pela amizade e troca de conhecimentos.

A Republica Oito e Oitenta pela amizade, apoio e incentivo.

A Codeme Engenharia pelo apoio e incentivo durante o tempo que lá trabalhei.

A Campelo Engenharia pelo apoio e incentivo.

A todos os amigos que de alguma forma contribuíram com este trabalho.

RESUMO

Nas estruturas metálicas há diversos modos de ligações e dispositivos utilizados nas mesmas. Apesar de muitas vezes se considerar na análise do modelo estrutural ligações perfeitamente rotuladas ou perfeitamente engastadas, na prática isso não acontece em muitos casos. A utilização das ligações mistas para vigas semicontínuas é, além de mais econômica em termos de peso das vigas, mais próxima da realidade. Porém sua utilização leva a um maior custo da ligação. A análise e dimensionamento de vigas mistas semicontínuas também são mais onerosos. Outra vantagem de utilização das ligações mistas é que elas proporcionam uma frequência natural mais elevada sendo assim menos suscetível a vibrações desagradáveis. Nesse contexto, esse trabalho tem sua formulação analítica baseada na norma brasileira, a norma NBR 8800 (ABNT, 2008), porém adiciona-se a contribuição das cantoneiras da ligação de alma aumentando-se assim a resistência da ligação em comparação ao modelo proposto na norma que despreza essa contribuição. É elaborado um exemplo analítico completo de uma ligação mista semirrígida e realizada uma abordagem numérica utilizando-se elementos finitos e aplicando-se o *software* Abaqus versão 6.14 no modelo com mesmas características comparando-se os resultados dos dois modelos, como rotações e resistência última, atingindo-se o objetivo de realizar uma abordagem analítica e numérica de ligação mista aço-concreto em viga semicontínua. Nota-se uma boa proximidade entre os modelos analítico e numérico, principalmente no item mais importante que é a curva momento x rotação.

Palavras-chave: Ligação Mista Aço-Concreto, Ligação vigas mistas semicontínuas, Análise em Elementos Finitos de Ligação Mista.

ABSTRACT

In Steel structures there are several modes of connections and devices used in them. Although often considered in the analysis of the structural model perfectly pinned connection or perfectly rigid connection, in fact this does not happen most of the time. The use of the composite joint for semi-continuous beams is closer to reality, beyond being more economical in terms of beam weight. However, with its use, it increases the connection cost. The analysis and dimensioning of semi-continuous composite beams are also more costly. Another advantage of using the composite connections is that they provide a higher natural frequency thus being less susceptible to unpleasant vibrations. In this context, this work has its analytical formulation based on the Brazilian standard, the NBR 8800 (ABNT, 2008) standard, but it adds the contribution of the angles of the web connection, thus increasing the bond strength compared to the model proposed in the standard that it despises contribution. A complete analytical example of a semi-rigid composite connection is made and a numerical approach using finite elements using the Abaqus software version 6.14 in the same-model model, comparing the results of the two models, such as rotations and ultimate strength, reaching the goal of performing an analytical and numerical approach of mixed steel-concrete bond in semicontinuous beam. Note the good proximity between the analytical and numerical models, especially in the most important item that is the moment-by-rotation curve.

Keywords: Composite Steel-Concrete joint, joint of semi-continuous composite beams, Analysis in Finite Elements of composite joints.

LISTA DE SIGLAS

Letras romanas minúsculas

a - distância

b - largura

b_f - largura da mesa

d - diâmetro; altura total da seção transversal; distância; dimensão

e - distância; excentricidade

f_{cd} - resistência de cálculo do concreto à compressão

f_{ck} - resistência característica do concreto à compressão

f_u - resistência à ruptura do aço à tração

f_{ucs} - resistência à ruptura do aço do conector

f_y - resistência ao escoamento do aço

f_{yd} - resistência de cálculo ao escoamento do aço

f_{yF} - resistência ao escoamento do aço da fôrma

f_{yFd} - resistência de cálculo ao escoamento do aço da fôrma

f_{ys} - resistência ao escoamento do aço da armadura

f_{sd} - resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura

h - altura

k - rigidez; parâmetro em geral

ℓ - comprimento

n - número (quantidade)

r - raio de giração; raio

t - espessura

t_f - espessura da mesa

t_w - espessura da alma

y - coordenada; distância

Letras romanas maiúsculas

A - área

A_g - área bruta da seção transversal

C - coeficiente; constante de torção

C_b - fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme

C_w - constante de empenamento da seção transversal

E, E_a - módulo de elasticidade do aço

$E_c; E_{cs}$ - módulo de elasticidade secante do concreto

$E_{c,red}$ - módulo de elasticidade reduzido do concreto devido aos efeitos de retração e fluência

E_s - módulo de elasticidade do aço da armadura do concreto

F - força; valor de ação

FLM - flambagem local da mesa comprimida

FLT - flambagem lateral com torção

G - módulo de elasticidade transversal do aço; centro geométrico da seção transversal

I - momento de inércia

J - constante de torção

L - vão; distância; comprimento

L_b - distância entre duas seções contidas à flambagem lateral com torção (comprimento destravado);

M - momento fletor

M_{cr} - momento fletor de flambagem elástica;

$M_{p\ell}$ - momento fletor de plastificação da seção transversal, igual ao produto do módulo de resistência plástico (Z) pela resistência ao escoamento do aço (f_y);

M_r - momento fletor correspondente ao início do escoamento, incluindo a influência das tensões residuais em alguns casos;

N - força axial

Q_{Rd} - força resistente de cálculo de um conector de cisalhamento

R_d - resistência de cálculo; sollicitação resistente de cálculo

S - rigidez

S_d - sollicitação de cálculo

T - momento de torção

V - força cortante

W - módulo de resistência elástico

Z - módulo de resistência plástico

Letras gregas minúsculas

α - coeficiente em geral

α_E - relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do concreto

β - fator em geral; coeficiente em geral

δ - fator de contribuição do aço; deslocamento; flecha

ε - deformação

ϕ - diâmetro de barra de armadura; rotação

λ - índice de esbeltez; parâmetro de esbeltez

λ_0 - índice de esbeltez reduzido

λ_p - parâmetro de esbeltez limite para seções compactas

λ_r - parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas

μ - coeficiente médio de atrito

ν - coeficiente de Poisson

χ_{dist} - fator de redução para flambagem lateral com distorção da seção transversal

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: Ligações ideais rígidas e articuladas | 21 |
| Figura 2: Parâmetros da curva $M - \phi$ de uma ligação..... | 22 |
| Figura 3: Classificação, quanto a rigidez, de uma ligação | 23 |
| Figura 4 - Classificação da ligação quanto a resistência | 24 |
| Figura 5: Comportamento de uma ligação com chapa de topo sem e com a laje de concreto . | 25 |
| Figura 6: Relação $M - \phi$, comportamento das ligações mistas..... | 26 |
| Figura 7: Ligação mista - viga como elemento suporte..... | 29 |
| Figura 8: Ligação mista - coluna como elemento suporte..... | 29 |
| Figura 9: Diagrama <i>tensão-deformação</i> do comportamento idealizado da armadura tracionada envolvida pelo concreto..... | 32 |
| Figura 10: Deformação na armadura e no concreto fissurado..... | 33 |
| Figura 11: Termos para cálculo do coeficiente k_c | 36 |
| Figura 12: Alongamento da armadura presente nos comprimentos L_t | 36 |
| Figura 13: Curva aproximada do grupo de conectores..... | 39 |
| Figura 14: Charneiras plásticas de acordo com posição da linha neutra plástica..... | 41 |
| Figura 15: Formação das charneiras plásticas formando mecanismo de colapso nas cantoneiras da alma, com a linha neutra plástica dentro da altura das cantoneiras | 44 |
| Figura 16: Distribuição da força cortante plástica e das tensões de compressão nas cantoneiras da alma | 45 |
| Figura 17: diagrama de tensão de compressão para $V_{pw} \leq f_y L_t L_{dc}$ | 45 |
| Figura 18: Diagrama de tensão de compressão para $f_y L_t L_{dc} < V_{pw} \leq 2 f_y L_t L_{dc}$ | 46 |
| Figura 19: Modelo para rigidez do conjunto da ligação mista | 50 |
| Figura 20: Modelo para rigidez e deslocamentos do conjunto da ligação mista..... | 51 |
| Figura 21: Sistema estrutural para análise elástica | 56 |
| Figura 22 - Piso com vigas mistas | 61 |
| Figura 23 - Seção transversal da viga mista V1 (dimensões em mm)..... | 61 |
| Figura 24 - Comportamento Momento x Rotação do modelo analítico da ligação..... | 64 |
| Figura 25 - 1º Modelo - vista superior | 65 |
| Figura 26 - 1º Modelo vista inferior | 65 |

| | |
|---|-----|
| Figura 27 - 1º Modelo, detalhe sem a laje..... | 66 |
| Figura 28 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Vista superior | 67 |
| Figura 29 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Vista inferior | 67 |
| Figura 30 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Laje ocultada..... | 68 |
| Figura 31 - Elemento C3D8R..... | 70 |
| Figura 32 - Malha do conector e região de contato com a viga..... | 71 |
| Figura 33 - Malha na região de contato com as cantoneiras de ligação | 71 |
| Figura 34 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço do conector | 72 |
| Figura 35 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das vigas | 73 |
| Figura 36 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das barras de armadura | 73 |
| Figura 37 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das cantoneiras..... | 74 |
| Figura 38 - Diagrama tensão x deformação do concreto à tração | 74 |
| Figura 39 - Gráfico Tensão x deformação utilizado no modelo..... | 75 |
| Figura 40 - Diagrama tensão x deformação à compressão do concreto | 75 |
| Figura 41 - Diagrama tensão x deformação bilinear aproximado utilizado no modelo | 76 |
| Figura 42 - Momentos aplicados nas extremidades das vigas..... | 76 |
| Figura 43 - Engaste nas extremidades e restrição no flange inferior da viga principal..... | 77 |
| Figura 44 - Condições de contorno nas faces laterais da laje..... | 78 |
| Figura 45 - Tensões nos elementos de aço (MPa) - maiores tensões nas armaduras (500MPa) | 80 |
| Figura 46 - Tensões na laje (MPa) – face superior..... | 80 |
| Figura 47 - Tensões na laje na região dos conectores | 81 |
| Figura 48 - Tensões no conector mais solicitado | 81 |
| Figura 49 - Tensões no conector menos solicitado | 82 |
| Figura 50 - Tensões nas vigas e cantoneiras de ligação | 82 |
| Figura 51 - Deformada amplificada da ligação | 83 |
| Figura 52 - Comportamento momento x rotação analítico e numérico da ligação..... | 84 |
| Figura 53 - Curva Momento x Deslocamento relativo entre laje e viga | 85 |
| Figura 54 - Momento negativo | 93 |
| Figura 55 - Momento positivo | 94 |
| Figura 56 - Seção homogeneizada para E_c (dimensões em mm exceto onde indicado)..... | 99 |
| Figura 57: Seção na região de momento negativo..... | 100 |

| | |
|--|-----|
| Figura 58: Distribuição de tensões na viga mista na região de momento positivo | 101 |
| Figura 59: Distribuição de tensões na viga mista na região de momento negativo..... | 102 |
| Figura 60: Definição dos termos para cálculo do coeficiente k_c (seção mista homogeneizada na região de momento negativo com concreto não fissurado) | 108 |
| Figura 61: Cantoneiras da alma | 109 |
| Figura 62: Modelo para análise após a cura | 115 |
| Figura 63 - Modelo da ligação semicontínua entre as vigas..... | 116 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,95$ | 54 |
| Tabela 2: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,90$ | 54 |
| Tabela 3: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,85$ | 54 |
| Tabela 4: Resolução da equação de integração de Drucker | 112 |
| Tabela 5: Momentos de inércia para análise depois da cura | 115 |

Sumário

| | | |
|--------------|--|----|
| 1. | INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1. | Considerações Iniciais | 17 |
| 1.2. | Objetivos..... | 18 |
| 1.2.1. | Objetivo Geral..... | 18 |
| 1.2.2. | Objetivos Específicos..... | 18 |
| 1.3. | Justificativa | 19 |
| 2. | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 20 |
| 2.1. | Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas..... | 24 |
| 2.2. | Ligações Mistas em Vigas Semicontínuas | 25 |
| 2.2.1. | Componentes da ligação mista - comportamento | 28 |
| 2.2.1.1. | Largura efetiva da laje na região de momento negativo (laje participante da ligação) | 30 |
| 2.2.1.2. | Comportamento das barras da armadura | 30 |
| 2.2.1.2.1. | Rigidez inicial | 31 |
| 2.2.1.2.2. | Resistência última de cálculo | 31 |
| 2.2.1.2.3. | Capacidade de deformação | 32 |
| 2.2.1.3. | Comportamento dos conectores de cisalhamento na região de momento negativo | 37 |
| 2.2.1.3.1. | Rigidez inicial | 37 |
| 2.2.1.3.2. | Resistência última de cálculo | 38 |
| 2.2.1.3.3. | Capacidade de deformação | 38 |
| 2.2.1.4. | Comportamento da ligação metálica..... | 40 |
| 2.2.1.4.1. | Ligação da alma (dupla cantoneira)..... | 40 |
| 2.2.1.4.1.1. | Rigidez inicial | 40 |
| 2.2.1.4.1.2. | Resistência última..... | 41 |
| 2.2.1.4.1.3. | Capacidade de deformação..... | 47 |
| 2.2.1.4.2. | Ligação da mesa inferior | 47 |
| 2.2.1.4.2.1. | Rigidez inicial | 47 |
| 2.2.1.4.2.2. | Resistência última..... | 48 |
| 2.2.1.4.2.3. | Capacidade de deformação..... | 49 |
| 2.2.2. | Propriedades Fundamentais da Ligação Mista Completa | 49 |
| 2.2.2.1. | Rigidez inicial | 49 |
| 2.2.2.2. | Momento fletor resistente | 51 |
| 2.2.2.3. | Capacidade de rotação (disponível) | 52 |
| 2.2.2.4. | Capacidade de rotação necessária | 53 |
| 2.2.3. | Força Normal | 55 |

| | | |
|------------|---|----|
| 2.2.4. | Interação momento fletor – força cortante | 55 |
| 2.2.5. | Análise de vigas mistas semicontínuas | 56 |
| 2.2.5.1. | Fase inicial (antes do concreto atingir 75% da resistência característica à compressão especificada) – Construção não escorada | 56 |
| 2.2.5.2. | Fase final (sistema misto) – construção não escorada | 56 |
| 2.2.5.2.1. | Deslocamentos verticais e momentos flectores nominais (cargas após a cura) | 56 |
| 2.2.5.2.2. | Esforços solicitantes de cálculo | 57 |
| 3. | METODOLOGIA | 59 |
| 3.1. | Problema proposto | 59 |
| 3.2. | Modelo Analítico..... | 59 |
| 3.3. | Modelo Numérico | 60 |
| 4. | MODELO ANALÍTICO | 61 |
| 4.1. | Problema Proposto | 61 |
| 4.2. | Resultados obtidos..... | 62 |
| 4.2.1. | Momento fletor resistente da viga na região de momento positivo..... | 63 |
| 4.2.2. | Momento fletor resistente da viga na região de momento negativo..... | 63 |
| 4.2.3. | Momento fletor resistente da ligação mista..... | 63 |
| 4.2.4. | Rigidez inicial da ligação mista | 63 |
| 4.2.5. | Capacidade de rotação disponível da ligação mista..... | 64 |
| 4.2.6. | Capacidade de rotação necessária da ligação mista | 64 |
| | A capacidade de rotação necessária da ligação mista é: | 64 |
| | $\theta = 15,21 \text{ mrad}$ | 64 |
| 5. | MODELO NUMÉRICO..... | 65 |
| 5.1. | Elementos utilizados | 69 |
| 5.1.1. | O elemento finito (sólido C3D8R) | 69 |
| 5.1.2. | Definição das malhas dos elementos finitos..... | 70 |
| 5.2. | Propriedades dos materiais..... | 72 |
| 5.3. | Carregamentos..... | 76 |
| 5.4. | Condições de contorno | 77 |
| 6. | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 79 |
| 6.1. | Tensões encontradas nos elementos..... | 79 |
| 6.2. | Deslocamentos..... | 83 |
| 6.2.1. | Comparação do comportamento momento x rotação da ligação | 83 |
| 6.2.2. | Comportamento momento x deslocamento dos conectores | 84 |
| 7. | CONSIDERAÇÕES E SUGESTÕES | 86 |
| 7.1. | Considerações finais..... | 86 |
| 7.2. | Sugestões para trabalhos futuros..... | 86 |

| | |
|---|-----------|
| REFERÊNCIAS | 88 |
| ANEXO A | 90 |
| ANEXO B | 92 |
| ANEXO C – MODELO ANALÍTICO | 96 |

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Iniciais

A utilização de lajes de concreto apoiadas sobre vigas de aço é usual há bastante tempo. A consideração da contribuição da laje de concreto com a viga, ou seja a aplicação da viga mista, é interessante devido ao fato de que com pequeno acréscimo no custo, devido à inserção dos conectores de cisalhamento, pode-se ter grande economia de aço e aumento da rigidez do sistema (PIRES, 2003).

Antes da utilização das vigas mistas, notava-se uma diferença entre o deslocamento (flecha) de cálculo e o deslocamento verificado nas edificações. As medições in loco apontavam uma flecha menor do que a encontrada na análise da estrutura, isso se deve ao fato de que mesmo não havendo conectores de cisalhamento havia alguma interação entre o perfil metálico da viga e a laje de concreto, interação essa que se dava devido ao próprio atrito entre as superfícies dos dois elementos estruturais e também uma fraca ligação química entre os elementos. Esses dois tipos de ligações não são consideradas na análise e dimensionamento das vigas mistas devido à baixa confiabilidade de ambos.

Inicialmente a interação entre a viga de aço e a laje de concreto não era considerada no dimensionamento. Ao se perceber que a ação conjunta da viga de aço e da laje de concreto possibilitaria uma economia se fosse considerada no dimensionamento da viga, surgiram várias pesquisas para avaliar esse comportamento e inseri-lo no cálculo.

No início era usual que as barras sustentassem todos os carregamentos, dimensionando-se as vigas de aço para carregamentos da laje e os carregamentos aplicados sobre a mesma. A partir de 1950, devido à necessidade do pós-guerra de reconstruir os países de forma rápida e com redução de custos, tornou-se usual conectar a laje de concreto à viga de aço por meio de conectores de cisalhamento soldados na mesa superior da viga, eliminando ou reduzindo o escorregamento relativo entre as superfícies da laje e viga (FIGUEIREDO, 2004). Sendo assim, o conjunto viga e laje trabalham como partes de uma viga mista.

O tipo mais usual de vigas mistas são as vigas mistas biapoiadas, que são de fácil análise e dimensionamento, por isso largamente utilizadas atualmente. As ligações utilizadas nas extremidades dessas vigas, para apoio nos elementos suportes, são normalmente ligações

meramente metálicas. Essas ligações são consideradas rotuladas, apesar de na realidade não o serem de forma perfeita, sendo dimensionadas somente para o esforço cortante.

Para se obter ainda mais economia no dimensionamento das vigas mistas podem ser utilizadas ligações que transmitem também momento fletor e não somente o esforço cortante. Essas ligações podem ser contínuas (resistencia total) ou semicontínuas (resistencia parcial) que é o caso estudado neste trabalho. Com a utilização desse tipo de ligação pode-se “elevar” o diagrama de momento fletor reduzindo-se assim o valor do momento fletor positivo, porém surgindo momento fletor negativo nas regiões de apoio das vigas, ou seja, nas regiões das ligações. Com a utilização dessas ligações mistas semicontínuas tem-se uma redução do aço utilizado na viga metálica, porém tem-se um maior custo da ligação, sendo necessária a análise desses custos para verificação da viabilidade de utilização ou não dessa ligação. A análise e dimensionamento de vigas mistas semicontínuas também são mais onerosos. Outra vantagem da utilização de vigas semicontínuas é que possuem frequência natural mais elevada sendo assim menos suscetíveis a vibrações desagradáveis.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é elaborar um modelo teórico analítico de um exemplo de uma ligação mista aço-concreto para uma viga semicontínua e comparar o comportamento desse modelo com um modelo numérico em elementos finitos elaborado com auxílio do *software* Abaqus versão 6.14.

1.2.2. Objetivos Específicos

Como objetivos específicos enumeram-se:

- Elaborar material de consulta para Engenheiros Calculistas sobre ligações mistas de aço concreto com intenção de difundir mais a utilização da mesma;
- Elaborar modelo analítico passo a passo de um exemplo para melhor compreensão da metodologia utilizada para tal modelo;

- Inserir no modelo analítico a consideração das cantoneiras da ligação de alma na resistência última da ligação, respeitando a formulação apresentada na norma NBR 8800 (ABNT, 2008);
- Elaborar um modelo numérico em elementos finitos, com os mesmos parâmetros do modelo analítico, no *software* Abaqus versão 6.14;
- Analisar os resultados do modelo numérico e compara-los com os obtidos no modelo analítico;

1.3. Justificativa

Tem-se observado a utilização de vigas mistas biapoiadas em volume muito maior do que o de vigas semicontínuas, mesmo que essas últimas possam em grande parte dos casos, resultar em economia e mesmo que seja um assunto que tenha ótimas bibliografias concretizadas. Talvez com mais materiais teóricos sobre o assunto, com uma abordagem mais direta e prática para consulta, os escritórios de projetos e as empresas fabricantes passem a utilizar as ligações mistas em uma escala maior, quando esse for o caso mais viável economicamente.

Comparando-se um modelo analítico com um numérico de mesmos parâmetros, consegue-se obter maior esclarecimento sobre o real comportamento dos elementos da ligação, principalmente por não se tratar de uma análise no regime elástico somente, e sim no regime plástico. O entendimento do comportamento de elementos como o da laje tracionada, dos conectores de cisalhamento, das cantoneiras e da armadura é de vital importância para o bom conhecimento do comportamento global da ligação como um todo.

Diferente de ensaios experimentais em laboratório, a análise numérica em elementos finitos tem baixo custo e, para um modelo bem elaborado, proporciona resultados confiáveis e muito próximos da realidade, justificando-se assim a proposição desse trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na análise global de estruturas convencionais, pode-se discretizar uma estrutura em barras reticuladas interligadas em pontos definidos chamados de nós. Esses nós, por muito tempo, foram considerados como rígidos ou rotulados de forma idealizada.

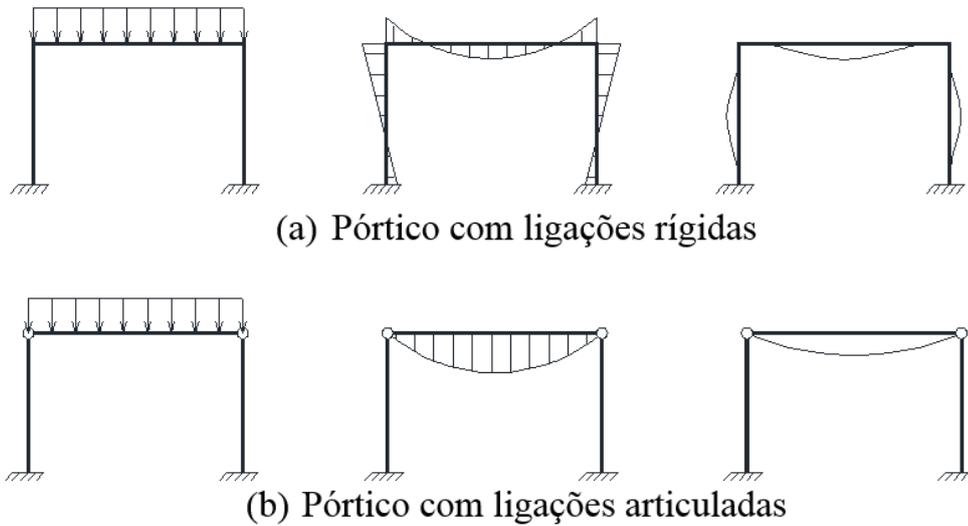
Uma ligação é denominada mista quando a laje de concreto participa da transmissão de momento fletor de uma viga mista para um pilar ou para outra viga mista no vão adjacente ao considerado (quando o apoio das duas vigas mistas for um pilar, ele pode participar da distribuição de momentos no nó). Quando o momento na viga for negativo, a armadura da laje é tracionada, e quando for positivo, a laje é comprimida (por exemplo, devido ao efeito do vento em pórticos).

As ligações mistas são usadas em vigas mistas contínuas e semicontínuas. Nas vigas mistas contínuas a ligação deve assegurar continuidade total do componente de aço e da laje de concreto nos apoios. Nas vigas mistas semicontínuas, a ligação mista é obtida a partir de uma ligação metálica flexível ou semirrígida, aumentando substancialmente sua rigidez e sua resistência a momento. Neste trabalho são abordadas ligações mistas de vigas mistas semicontínuas sujeitas a momento negativo, que não participam do sistema de estabilidade lateral da edificação.

As ligações classificadas como rígidas (nós rígidos) são aquelas que apresentam deformação (rotação relativa entre viga e pilar) pequena a ponto de não influenciar na distribuição das forças e momentos internos da estrutura, ou mesmo em seu deslocamento vertical ou horizontal, ou seja, essas ligações transmitem esforços verticais e horizontais e momentos fletores.

As ligações rotuladas (nós rotulados) são aquelas projetadas de tal forma que não sejam capazes de desenvolver ou transmitir momentos significativos para as barras que as compõem e assim não afetar a resistência dessas barras. Devem ser capazes de transmitir as forças de projeto (cortante, normal) e também ter capacidade de rotação suficiente para o desenvolvimento das rótulas plásticas previstas nas barras sob o carregamento de projeto. Na Figura 1 pode-se ver o comportamento de pórticos com ligações rígidas e rotuladas entre viga e pilares.

Figura 1: Ligações ideais rígidas e articuladas



Fonte: Adaptado de FIGUEIREDO, 2004

Entretanto, tanto em estudos quanto na prática, mostrou-se inadequada a classificação das ligações somente como rígidas ou rotuladas (articuladas). Pois essas definições são idealizadas e difíceis de serem conseguidas na prática. Desenvolveu-se então, a definição de ligações semirrígidas, que possuem um comportamento intermediário entre as outras duas ligações.

Nas estruturas metálicas, devido aos diversos modos de ligações e aos dispositivos usados nas mesmas, pode-se dizer que seja impossível obtermos na prática uma ligação perfeitamente engastada. Devido a isso, deve-se considerar que as ligações têm uma rigidez parcial, desenvolvendo assim um comportamento semirrígido, desempenhando então um importante papel no comportamento global da estrutura.

Para descrever o comportamento semirrígido de uma ligação, deve-se conhecer a resposta rotacional da mesma quando aplicado um momento (M), por meio de uma curva momento-rotação.

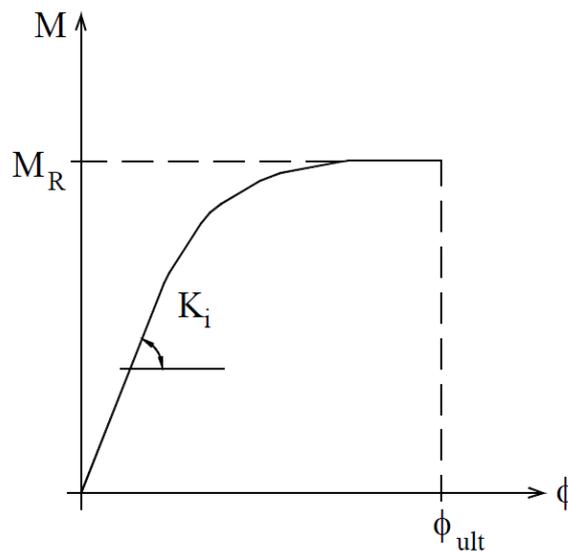
Dados obtidos através de ensaios experimentais e numéricos determinam essa curva e podem ser usados em várias etapas do projeto estrutural. Primeiramente porque a curva Momento-rotação influencia, entre outros vários fatores, diretamente no comportamento dos pórticos e além disso, é possível prever mais precisamente os esforços em cada elemento da estrutura possibilitando um dimensionamento mais adequado.

A relação entre o momento M e a rotação ϕ da ligação, resulta em uma constante denominada rigidez rotacional.

$$\text{Momento} = (\text{rigidez}) \times (\text{rotação}) \quad (1)$$

O comportamento de uma ligação pode ser definido por três fatores principais (Momento resistente - M_R , Rigidez inicial - K_i , Capacidade rotacional - ϕ) que podem ser vistos na Figura 2 a seguir:

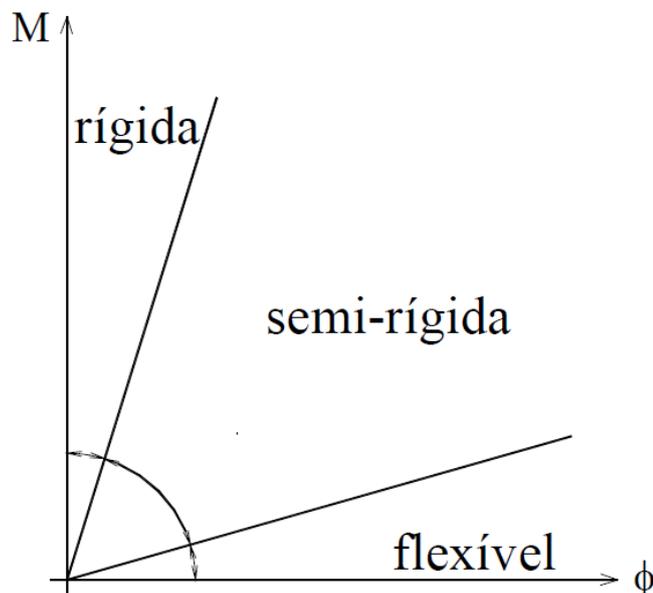
Figura 2: Parâmetros da curva $M-\phi$ de uma ligação



Fonte: FIGUEIREDO, 2004

A curva $M-\phi$ nos permite classificar uma ligação por sua rigidez, resistência e ductilidade. Não é totalmente correto classificar uma ligação por si só, e sim dependendo de sua influencia no comportamento global da estrutura. Sendo assim uma ligação pode ser classificada diferentemente dependendo do contexto da estrutura em que se encontra em rígida, semirrígida ou flexível segundo o Eurocode 3 (2005). Na Figura 3 mostra-se qualitativamente esses limites (FIGUEIREDO, 2004):

Figura 3: Classificação, quanto a rigidez, de uma ligação



Fonte: FIGUEIREDO, 2004

O AISC (2010) classifica as ligações por meio de limites da rotação relativa entre os elementos conectados, da seguinte forma:

Rígida: menor que 10% da rotação correspondente à rótula perfeita;

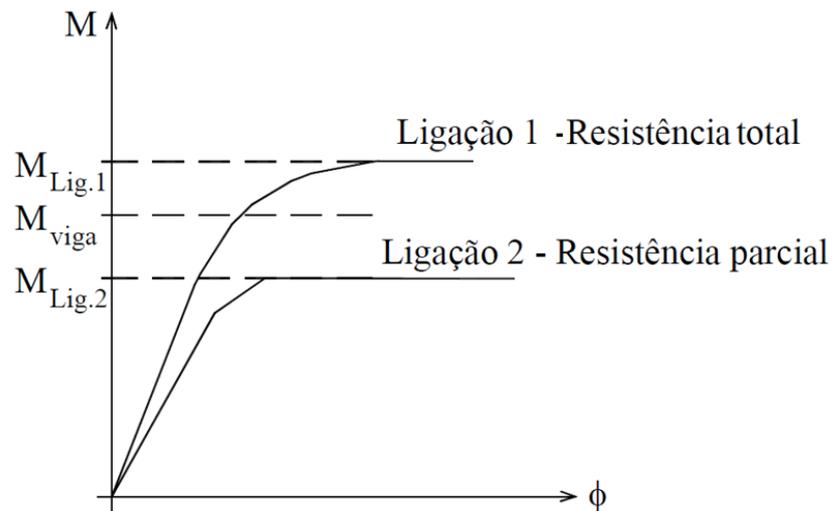
Flexível: maior que 80% da rotação correspondente à rótula perfeita;

Semirrígida : entre 10% e 80% da rotação correspondente à rótula perfeita;

Há também a classificação da ligação quanto à sua resistência. Uma ligação de resistência total é quando se tem momento resistente maior ou igual ao momento resistente da viga. Quando o momento resistente da ligação for menor que o momento resistente da viga, a ligação é de resistência parcial. Na Figura 4, a ligação 1 é de resistência total e a ligação 2 é de resistência parcial (FIGUEIREDO, 2004).

Há ainda, a classificação da ligação quanto a sua ductilidade, que está relacionada à sua capacidade rotacional. Quanto maior a capacidade de rotação da ligação após sua resistência ser atingida, maior sua ductilidade (FIGUEIREDO, 2004).

Figura 4 - Classificação da ligação quanto a resistência



Fonte: FIGUEIREDO, 2004

2.1. Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas

As vigas mistas contínuas são aquelas que possuem mais de dois apoios. Sendo assim, o perfil de aço é contínuo sobre os apoios internos ou ligados ao perfil do vão adjacente por meio de uma ligação rígida e de resistência total. Quando essas ligações, convencionais ou mistas, são semirrígidas ou de resistência parcial, o sistema é chamado de semicontínuo. No passado o sistema semicontínuo não era praticamente usado, devido à falta de conhecimento suficiente no comportamento de ligações semirrígidas ou de resistência parcial em vigas mistas (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

As vantagens do sistema contínuo ou semicontínuo em comparação ao simplesmente apoiado são (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

- para um dado limite de flecha, podem ser usadas maiores relações vão/altura da seção;
- a fissuração da superfície superior do concreto pode ser controlada de forma mais adequada, melhorando o desempenho de pisos com acabamentos mais rígidos;
- o sistema é menos suscetível a vibrações, por possuir frequência natural mais elevada;
- reduções consideráveis de peso, e conseqüentemente de custo, podem ser obtidas em sistemas bem dimensionados.

A principal desvantagem desse sistema é a dificuldade da análise e do cálculo estrutural, além do maior custo e complexidade das ligações. Os momentos fletores e os esforços cortantes

não são estaticamente determinados, pois há interações de comportamento entre os vãos. Além disso, a rigidez e a resistência à flexão variam ao longo do vão, devido à fissuração do concreto nas regiões de momento negativo. A fissuração do concreto em vigas contínuas é influenciada pelo sistema de construção (escorado ou não escorado), pela sequência de concretagem, e pelos efeitos de temperatura e retração. Tais fenômenos, juntamente com o efeito de deformação lenta do concreto, dificultam a determinação precisa da flecha e da distribuição de momentos ao longo da viga. Recomenda-se então que o cálculo, sempre que possível, seja baseado em análise de resistência última (que pode ser verificada mais facilmente por ensaios) ao invés de se basear em análises puramente elásticas (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

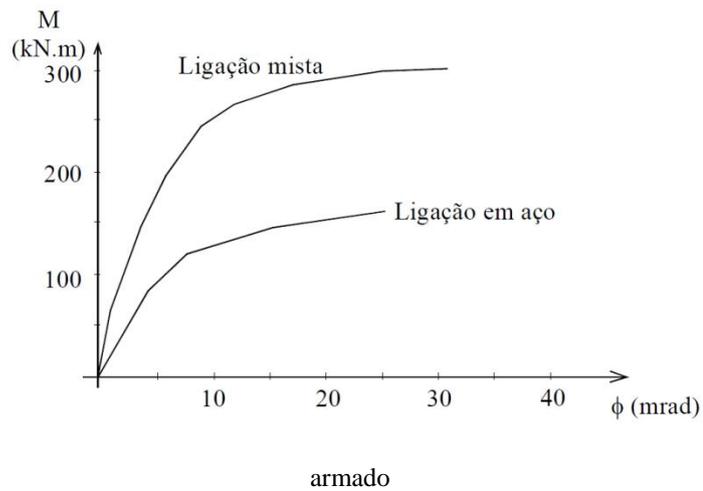
As vigas mistas de aço e concreto de alma cheia contínuas e semicontínuas, segundo a norma NBR 8800 (ABNT, 2008), devem possuir ligação mista. Se h_p/t_w for inferior ou igual a $3,76\sqrt{E/f_y}$ e b_f/t_f for inferior ou igual a $0,38\sqrt{E/f_y}$, essas vigas são compactas e os esforços internos podem ser determinados por análise rígido-plástica. O termo h_p deve ser tomado como o dobro da altura da parte comprimida da alma (subtraído de duas vezes o raio de concordância entre a mesa e a alma nos perfis laminados), com a posição da linha neutra plástica determinada para a seção mista sujeita a momento negativo. Permite-se que vigas sujeitas a momento negativo nas extremidades sejam tratadas como mistas apenas na região de momento positivo.

2.2. Ligações Mistas em Vigas Semicontínuas

O Eurocode 4 (2004) define uma ligação mista como “uma ligação entre um elemento misto e algum outro elemento no qual a armadura tem função de contribuir para a resistência da ligação”.

Ao tratar de ligações mistas, deve-se considerar a laje e, conseqüentemente, sua armadura no comportamento das ligações. Isso implica em considerar as vigas adjacentes como contínuas ou semicontínuas. Como ligações mistas são mais resistentes e rígidas que as mesmas ligações simplesmente de aço, prever a contribuição da laje no projeto significa obter um equilíbrio entre economia e eficiência estrutural. Na Figura 5 a seguir podemos notar a diferença entre o comportamento de uma ligação metálica e uma ligação mista com os mesmos parâmetros quanto à parte metálica da ligação (FIGUEIREDO, 2004):

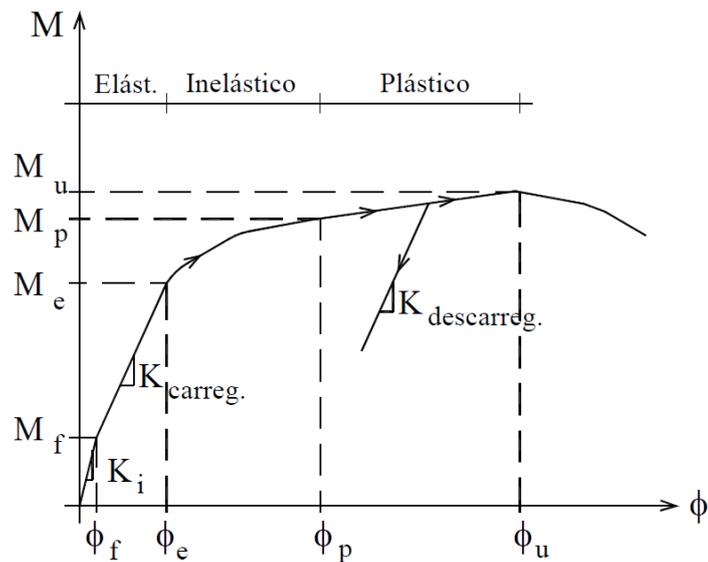
Figura 5: Comportamento de uma ligação com chapa de topo sem e com a laje de concreto



armado
 Fonte: FIGUEIREDO, 2004

De forma geral, o comportamento $M - \phi$ das ligações mistas pode ser dividido em três fases conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6: Relação $M - \phi$, comportamento das ligações mistas



Fonte: FIGUEIREDO, 2004

- Trecho elástico

O trecho elástico da curva $M - \phi$ pode ser dividido em duas partes, uma antes da fissuração do concreto e outra após a fissuração do concreto (FIGUEIREDO, 2004).

a) Antes da fissuração do concreto

Todos os modelos apresentam um comportamento linear antes do início da fissuração do concreto ($M_f \sim 20-25\%$ de M_u). Foi observado valores altos de rigidez inicial até mesmo para modelos com detalhes mais flexíveis, isso implica que o comportamento inicial da ligação é governado pela rigidez axial da laje de concreto (FIGUEIREDO, 2004).

b) Após a fissuração do concreto

Quando se inicia a fissuração da laje próxima ao pilar (elemento de apoio), o comportamento da ligação é modificado, ficando com rigidez um pouco menor que a inicial, porém mantém um comportamento próximo ao linear. As fissuras se espalham rapidamente para a extremidade da laje, tendo seu desenvolvimento diferente dependendo do tipo de ligação viga-elemento suporte. As ligações mais flexíveis e com ligação de cisalhamento (viga-laje) menos eficiente resultam em uma distribuição das fissuras na laje mais uniforme, na direção transversal ao eixo da viga. As ligações mais rígidas resultam na inclinação da propagação das fissuras. O aumento do diâmetro das barras da armadura também resulta em uma distribuição mais uniforme das fissuras. É sugerida uma taxa de armadura de 0,8% (FIGUEIREDO, 2004).

- Trecho inelástico

De forma geral, a não linearidade das ligações mistas é devida a uma série de fatores de diferentes naturezas (FIGUEIREDO, 2004) :

a) Não linearidade física dos materiais:

- Escoamento das barras da armadura;
- Escoamento dos perfis de aço,;- Escoamento de elementos da ligação (cantoneiras, chapas, parafusos, conectores de cisalhamento)
- Aumento da extensão e de abertura das fissuras do concreto da laje e do revestimento do pilar, quando houver.

b) Fenômenos inelásticos:

- Deslizamento relativo entre pilar e viga, entre laje de concreto e viga de aço:

c) Não linearidade geométrica:

- Mudança de comportamento de uma região da ligação ou de um elemento (ex.: mudança da zona de contato entre os elementos da ligação e redução do efeito *shear lag* devido à fissuração).

As imperfeições iniciais dos perfis de aço também podem influenciar no comportamento da curva $M - \phi$ da ligação nessa etapa (FIGUEIREDO, 2004).

Devido ao grande número de variáveis envolvidas, ainda não é possível mensurar a contribuição de cada uma delas no comportamento da ligação nessa fase. Entretanto, estima-se que o momento de plastificação “ M_p ” seja responsável por cerca de 75% a 90% do Momento último “ M_u ” e é derivado do escoamento significativo de um dos componentes da ligação: das barras da armadura da laje ou da mesa inferior da viga de aço (FIGUEIREDO, 2004).

- Trecho plástico

A fase plástica é derivada das deformações plásticas das barras da armadura e da resistência inerente das ligações. Por meio de ensaios nota-se que todas as barras da armadura atingiram a tensão de escoamento (FIGUEIREDO, 2004).

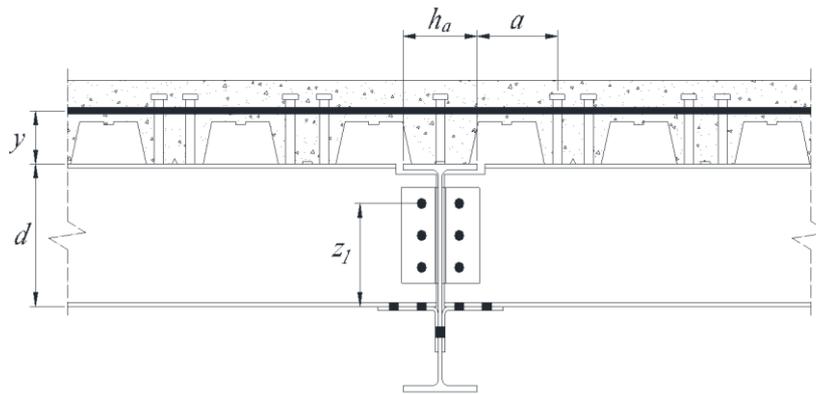
As vantagens do comportamento semirrígido são totalmente exploradas se o cálculo é feito no regime plástico. Para que a viga atinja sua capacidade máxima, é imprescindível que a ligação possua boa ductilidade para que tenha boa capacidade rotacional, uma vez que geralmente a viga mista tem uma resistência maior do que a da ligação. Para que isso ocorra, é necessário conhecer o comportamento completo da ligação, inclusive no regime plástico (FIGUEIREDO, 2004).

2.2.1. Componentes da ligação mista - comportamento

Nesse trabalho são analisadas ligações em sistemas indeslocáveis (mas as ligações mistas semicontínuas podem também ser utilizadas em sistemas deslocáveis) e que não transmitem momento para o pilar (momentos auto-equilibrados em duas vigas adjacentes). São apresentadas nas Figuras 7 e 8 aplicações dessas ligações.

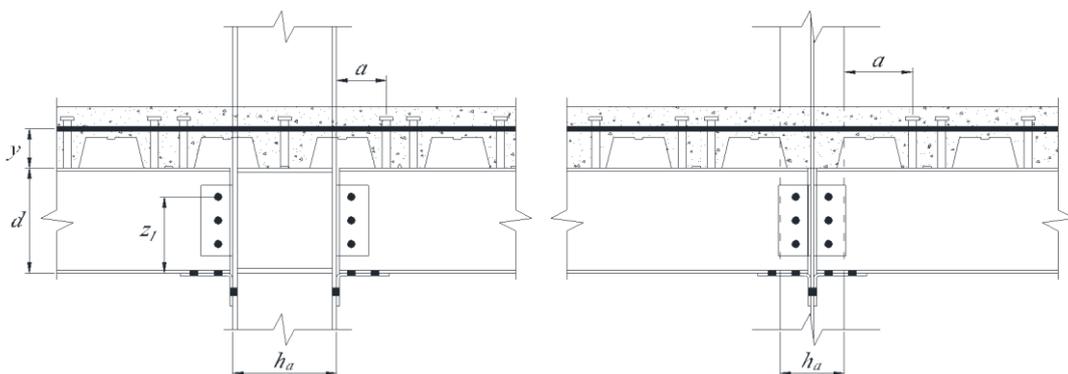
As características da relação momento-rotação de uma ligação mista que devem ser incluídas na análise global da estrutura podem ser determinadas de diversas maneiras, entre elas: ensaios, simulações por elementos finitos, e métodos analíticos aproximados (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Figura 7: Ligação mista - viga como elemento suporte



Fonte: Adaptado da norma NBR 8800 (ABNT, 2008);

Figura 8: Ligação mista - coluna como elemento suporte



Fonte: Adaptado da norma NBR 8800 (ABNT, 2008)

Dentre os diversos métodos analíticos aproximados, cita-se o método dos componentes, adotado pelo Eurocode 3 (2005) e pela norma NBR 8800 (ABNT, 2008), que obtém resultados bastante satisfatórios. Esse método consiste em dividir a ligação em seus componentes básicos, como por exemplo, as armaduras, os conectores de cisalhamento, os elementos de ligação, os parafusos, entre outros. O procedimento pode ser descrito em três passos (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

a) Identificam-se os componentes básicos relevantes da ligação, que são aqueles que influenciam efetivamente o comportamento da ligação. Após identificados, são agrupados conforme sua resposta à solicitação: tração, compressão, flexão e cisalhamento. Cada

componente ou grupo de componentes é representado por uma mola translacional (ou, dependendo do caso, rotacional);

b) Determinam-se as propriedades estruturais de cada componente, com base em curvas força-deslocamento derivadas de modelos mecânicos de diferentes níveis de sofisticação, validados por resultados de ensaios e simulações numéricas. A resistência última, a rigidez de serviço e a capacidade de deformação são as propriedades mais importantes;

c) Realiza-se a combinação das propriedades dos componentes para a determinação das características da ligação como um todo, obtidas com a associação, em série ou em paralelo, das molas representativas de cada componente ou grupo de componentes, levando-se em conta o equilíbrio e a compatibilidade de deslocamentos;

Nesse trabalho, definiu-se a divisão dos componentes em três grupos: a armadura, os conectores de cisalhamento e a ligação metálica (dupla cantoneira de alma e cantoneira na mesa inferior). As barras de armadura que participam da ligação mista são aquelas que estão definidas dentro da largura efetiva da laje de concreto na região de momento negativo.

2.2.1.1. Largura efetiva da laje na região de momento negativo (laje participante da ligação)

A largura efetiva na região de momento negativo é dada, da mesma forma que nas vigas mistas contínuas, como $(L_{01} + L_{02})/8$ de cada lado da viga mista, em que L_{01} e L_{02} são os comprimentos dos trechos de momento negativo nas duas vigas mistas adjacentes. No caso das vigas de borda, a largura efetiva do lado externo é igual ao balanço da laje ou $(L_{01} + L_{02})/8$, o que for menor. Além de respeitar a largura efetiva, quando o suporte for um pilar, deve-se também dispor as barras da armadura de forma que seu centro de gravidade, de cada lado da linha de centro das vigas adjacentes, fique a uma distância de $0,7b_c$ a $2,5b_c$ desta linha de centro, sendo b_c a largura do pilar na direção transversal às barras (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

2.2.1.2. Comportamento das barras da armadura

As barras da armadura superior da laje, que trabalham junto com a ligação metálica para reagir ao momento negativo, devem ter diâmetro mínimo de 12,5mm de acordo com a norma

NBR 8800 (ABNT, 2008). A razão dessa diretriz está ligada à ductilidade dessas barras, que é maior para diâmetros maiores.

As barras de armadura devem ser convenientemente ancoradas na região comprimida da laje, ou seja, além do trecho de momento negativo, além de serem posicionadas dentro da largura efetiva da laje de concreto na região de momento negativo. Considera-se que o trecho de momento negativo estende-se por $0,15 L$ na direção do vão da viga, a partir do apoio, sendo L o vão total da viga (PIRES, 2003).

2.2.1.2.1. Rigidez inicial

A rigidez de serviço das barras de armadura, conforme a norma NBR 8800 (ABNT, 2008), é dada por:

$$k_s = \frac{F}{\delta} = 2 \frac{A_{s\ell} E_s}{h_a} \quad (4)$$

sendo:

$A_{s\ell}$ a área da seção transversal da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da mesa de concreto;

h_a a largura do elemento de apoio, paralelamente à armadura;

E_s o módulo de elasticidade do aço da armadura

Na equação 4 considera-se apenas o trecho mais solicitado da armadura, entre o centro do apoio e o primeiro conector. O efeito “*tension stiffening*” (enrijecimento da armadura produzido pelo concreto que a envolve) é desprezado (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

2.2.1.2.2. Resistência última de cálculo

A força resistente de cálculo das barras da armadura relaciona-se com o escoamento das mesmas e é dada por (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

$$F_{s,Rd} = f_{sd} A_{s\ell} \quad (5)$$

$$f_{sd} = \frac{f_{ys}}{\gamma_s} \quad (6)$$

sendo:

f_{ys} o limite de escoamento do aço da armadura

$\gamma_s = 1,15$ (coeficiente de ponderação de resistência, item 4.8.2 NBR 8800 (ABNT, 2008))

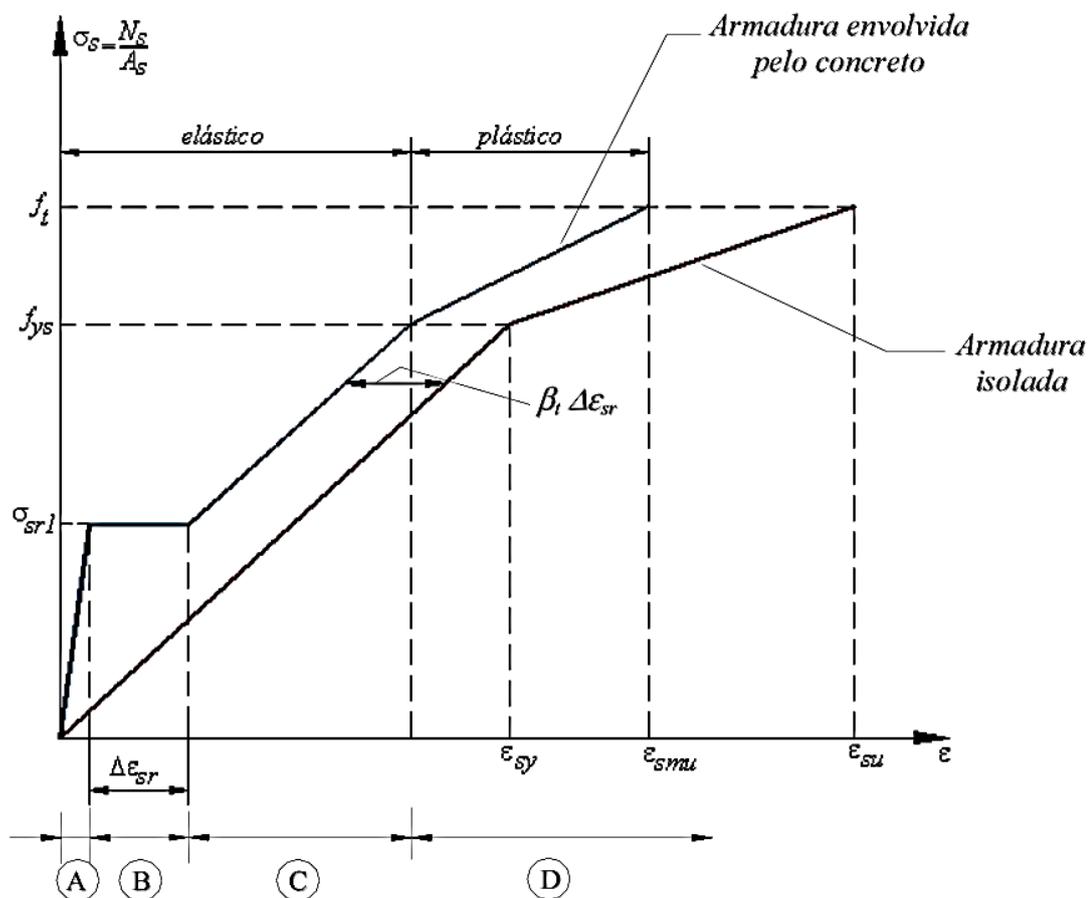
2.2.1.2.3. Capacidade de deformação

Na Figura 9 mostra-se um gráfico em que se identificam as curvas tensão-deformação da armadura isolada e da armadura envolvida pelo concreto. Na Figura 10, apresentam-se as deformações que ocorrem na armadura e no concreto adjacente à fissura (DA MATA, 2005).

Na Figura 9 podem-se notar quatro regiões:

- Região A: o comportamento apresentado é da seção não fissurada onde as deformações e as tensões podem ser calculadas pela teoria elástica linear. O concreto trabalha igualmente junto com o aço, tendo assim a ligação uma grande rigidez, e a área do concreto é muito grande em relação à área de aço (DA MATA, 2005);
- Região B: após atingir-se a resistência à tração do concreto, o aumento de carga na região B causa o aparecimento de uma primeira fissura e das fissuras subsequentes, havendo um salto $\Delta\varepsilon_{sr}$ na deformação da armadura. O valor de $\Delta\varepsilon_{sr}$ é influenciado pela dispersão da resistência à tração do concreto, pela taxa de armadura e pelo comportamento de aderência entre a armadura e o concreto. Na seção da fissura, a força normal $N_{s,cr}$ atua somente na armadura causando diferentes deformações na armadura e no concreto. Dentro do comprimento de introdução L_t , Figura 10, a variação da aderência entre a armadura e o concreto reduz a diferença entre as deformações e fora desse comprimento a diferença de deformação é nula. Assim, o final desse estágio é quando não há mais formação de fissuras, pois já estão definidas, e começam a aumentar as distancias entre elas. Esse tipo de fissuração é definido como formação inicial de fissuras (DA MATA, 2005);

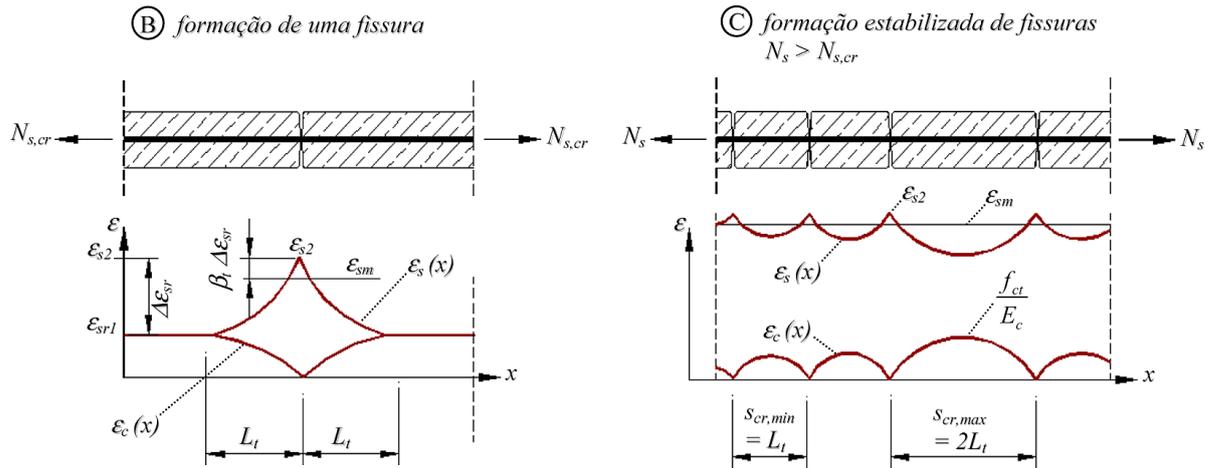
Figura 9: Diagrama *tensão-deformação* do comportamento idealizado da armadura tracionada envolvida pelo concreto



Fonte: DA MATA, 2005

- Região C: mantem-se praticamente o mesmo número de fissuras, não havendo formação de novas fissuras. As aberturas das fissuras aumentam nesse estágio. A barra de aço ainda está resistindo elasticamente e o trecho da curva σ - ϵ é paralelo ao da curva do aço isolado. Novas fissuras podem ocorrer somente se a capacidade de aderência for suficiente para introduzir forças no concreto que alcancem a resistência à tração do concreto entre estas fissuras. Sendo assim, a aderência entre fissuras reduz a deformação máxima da armadura, que ocorre nas localizações das fissuras, causando o efeito “*Tension Stiffening*” entre as fissuras do concreto. Esse estágio de fissuração é definido como formação estabilizada de fissuras (DA MATA, 2005);

Figura 10: Deformação na armadura e no concreto fissurado



Fonte: DA MATA, 2005

- Região D: após o escoamento da armadura tem-se o comportamento nessa região influenciado adicionalmente pela falta de aderência na localização das fissuras, pelo alongamento da armadura próximo à carga máxima e pela razão entre a resistência à tração do concreto e a resistência ao escoamento da barra da armadura. Tem-se uma perda da rigidez, caindo praticamente para quase zero. Salienta-se que, mesmo havendo a perda da aderência, a contribuição do concreto é representativa porque a rigidez da barra de aço é praticamente nula (DA MATA, 2005).

Observa-se que quanto menor for a relação área de armadura / área de concreto (menor taxa de armadura) maior é o efeito “*Tension Stiffening*”, com conseqüente redução da capacidade de rotação da ligação (DA MATA, 2005).

A capacidade de deformação das barras da armadura, que devem ser de aço CA-50 com diâmetro mínimo de 12,5 mm, é dada por (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

$$\Delta_{us} = L \varepsilon_{smu}, \text{ com } L = \frac{h_c}{2} + a \quad (7)$$

Sendo:

ε_{smu} a deformação última da armadura envolvida pelo concreto, correspondente ao limite de resistência (Figuras 9 e 12);

h_c a dimensão da seção do elemento de apoio na direção paralela à armadura;

a a distância da face do elemento de apoio até o primeiro conector.

Segundo a norma NBR 8800 (ABNT, 2008) “L” é o comprimento de referência para levar em conta o efeito do concreto que envolve a armadura, podendo ser tomado igual a 200 mm, sendo que as distâncias do primeiro conector até a face e até o centro do elemento de apoio não podem ser inferiores a 100 mm e 200 mm, respectivamente.

Tem-se que ε_{smu} é igual a:

$$\varepsilon_{smu} = \varepsilon_{sy} - \beta_t \Delta\varepsilon_{sr} + \delta_o \left(1 - \frac{\sigma_{sr\ell}}{f_{ys}} \right) (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}) \quad (8)$$

com:

β_t igual a 0,4 (para cargas de curta duração);

δ_o igual a 0,8 (para barras deformadas de alta ductilidade);

$$\Delta\varepsilon_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s E_s} \quad (9)$$

$$\sigma_{sr\ell} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s} \left(1 + \frac{\delta_s E_s}{E_c} \right) \quad (10)$$

Sendo:

f_{ctm} a resistência média à tração do concreto, podendo ser tomada como $0,3\eta(f_{ck})^{2/3}$, com η dado como: $\eta = 0,3 + 0,7(\rho_c/2400)$, sendo ρ_c a massa específica do concreto, em quilogramas por metro cúbico, não podendo ser tomado valor superior a 2400 kgf /m³;

k_c um coeficiente que leva em conta o equilíbrio e a distribuição das tensões na laje de concreto imediatamente antes da ocorrência das fissuras. Esse coeficiente pode, de forma conservadora, ser tomado como 1,0 ou ser obtido de forma mais precisa, usando-se a equação 11:

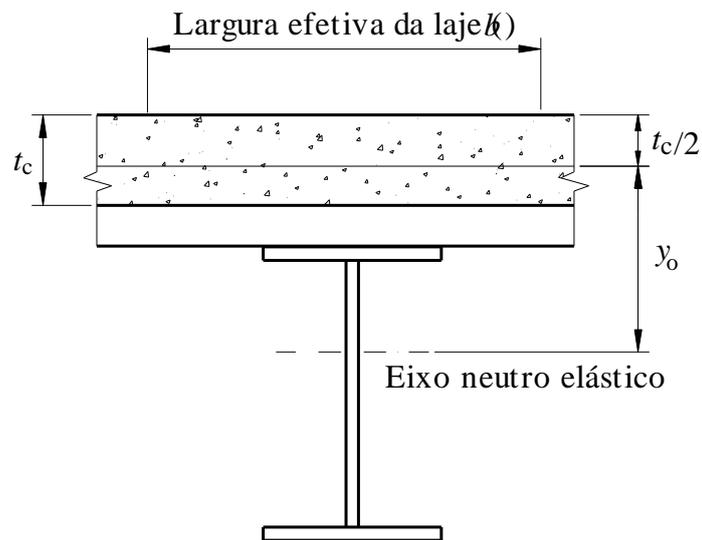
$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2 y_o}} + 0,3 \leq 1,0 \quad (11)$$

sendo (ver Figura 11):

t_c a altura da laje de concreto (no caso de laje com fôrma de aço incorporada, tomar a altura acima do topo da fôrma e, no caso de laje com pré-laje de concreto pré-moldada, a altura acima da pré-laje);

y_o a distância entre os centros geométricos da laje de concreto e da seção mista homogeneizada na região de momentos negativos, calculada conforme a norma NBR 8800 (ABNT, 2008), porém considerando o concreto não-fissurado, sem armadura, e sem levar em conta os efeitos de longa duração.

Figura 11: Termos para cálculo do coeficiente k_c



Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

Sendo:

δ_s a taxa de armadura (relação A_s/A_c);

A_c a área da mesa de concreto;

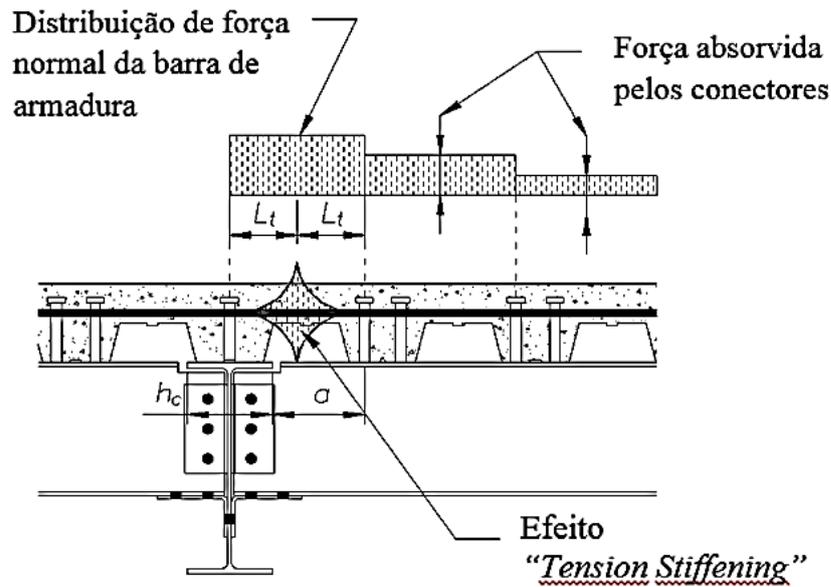
E_c o módulo de elasticidade do concreto;

E_s o módulo de elasticidade do aço da armadura;

f_{ys} o limite de escoamento do aço da armadura

ϵ_{sy} e ϵ_{su} as deformações correspondentes à resistência ao escoamento e à resistência máxima à tração da armadura isolada, respectivamente (ver Figura 9).

Figura 12: Alongamento da armadura presente nos comprimentos L_t



Fonte: Adaptado de da MATA, 2005

2.2.1.3. Comportamento dos conectores de cisalhamento na região de momento negativo

2.2.1.3.1. Rigidez inicial

A rigidez de serviço inicial proporcionada pelos conectores de cisalhamento na região de momento negativo depende do número de conectores e é dada por (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

$$k_{cs} = \frac{n k_r}{\alpha} \quad (12)$$

sendo:

n o número de conectores na região de momento negativo (entre a seção de momento máximo negativo e a de momento nulo);

k_r igual a 120 kN/mm para conectores com diâmetro de 22 mm, em lajes maciças, e igual a 100 kN/mm para conectores com diâmetro de 19 mm, em lajes maciças ou em lajes com fôrma de aço incorporada para as quais o produto $R_g R_p$, onde R_g e R_p são dados em O.4.2.1.1 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008), seja igual ou superior a 0,75;

$$\alpha = v - \frac{(v-1)(d+y)}{d_s(\xi+1)} \quad (13)$$

$$\xi = \frac{I_a}{d_s^2 A_{s\ell}} \quad (14)$$

$$v = \sqrt{\frac{(\xi+1)n k_r L_1 d_s^2}{E_a I_a}} \quad (15)$$

sendo:

d e y grandezas geométricas, mostradas nas Figuras 7 e 8;

E_a o módulo de elasticidade do aço;

L_1 o comprimento da viga adjacente ao nó, na região de momento negativo, podendo ser tomado como 15 % do vão;

d_s a distância do centro geométrico do perfil de aço ao centro geométrico da armadura;

I_a o momento de inércia do perfil de aço.

2.2.1.3.2. Resistência última de cálculo

A resistência última depende também do número de conectores na região de momento negativo. Caso a quantidade de conectores seja insuficiente na região mencionada, fica comprometida a resistência última da ligação mista. Assim, a resistência dos conectores deve ser igual ou superior à da armadura (interação completa), logo (DA MATA, 2005):

$$F_{cs,Rd} = \sum Q_{Rd} \geq F_{s,Rd} \quad (16)$$

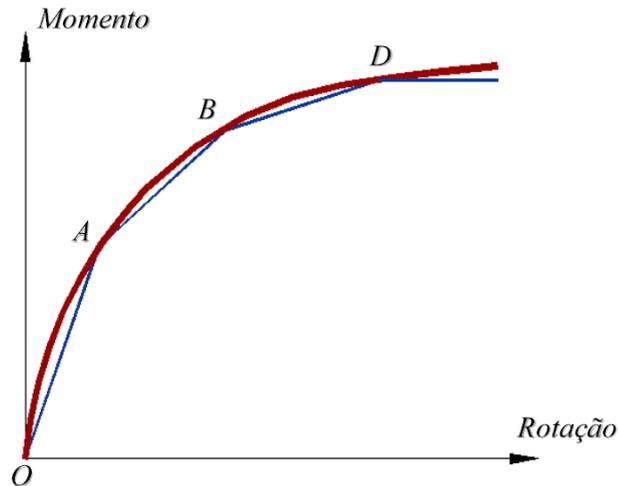
Sendo Q_{Rd} a resistência de cálculo de um conector, conforme O.4.2.1.1 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008).

2.2.1.3.3. Capacidade de deformação

Na Figura 13 tem-se a curva *momento-rotação* para uma ligação mista, considerando-se um comportamento trilinear dos conectores, representado pelos trechos de retas OABD.

O ponto “A” corresponde ao início do escoamento do conector de cisalhamento mais solicitado. O valor correspondente da força na armadura, $F_s^{(A)}$, e o escorregamento relativo entre a extremidade da laje e a extremidade da viga, $s^{(A)}$, podem ser calculados uma vez que as rigidezes iniciais k_r de um conector e k_{cs} do grupo de conectores são conhecidas (DA MATA, 2005).

Figura 13: Curva aproximada do grupo de conectores



Fonte: DA MATA, 2005

O trecho elástico da origem até o ponto A, na Figura 13, é considerado válido até um valor máximo da força no conector mais solicitado igual a $0,7 Q_{Rk}$. Assim, tem-se (DA MATA, 2005):

$$s^{(A)} = \frac{0,7 Q_{Rk}}{k_r} \quad (17)$$

Sendo Q_{Rk} a força resistente nominal de um conector, igual a $\gamma_{cs} Q_{Rd}$.

Com a rigidez k_{cs} do conjunto de conectores na região de momento negativo, ver 2.2.2.3.1, obtem-se:

$$F_s^{(A)} = k_{cs} s^{(A)} \quad (18)$$

O ponto B corresponde à força máxima na armadura. Assim, para interação total:

$$F_s^{(B)} = A_{s\ell} f_{ys} \quad (19)$$

O escorregamento $s^{(B)}$ da extremidade, devido ao comportamento elastoplástico dos conectores de cisalhamento entre A e B, pode ser considerado igual a (DA MATA, 2005):

$$s^{(B)} = 2s^{(A)} \frac{F_s^{(B)}}{F_s^{(A)}} \quad (20)$$

O escorregamento $s^{(B)}$ é considerado como valor limite para os conectores, determinando, assim, sua capacidade de deformação.

Na expressão de $s^{(B)}$ a rigidez secante no ponto B ($F_s^{(B)} / s^{(B)}$) é tomada igual à metade da rigidez inicial ($F_s^{(A)} / s^{(A)}$).

2.2.1.4. Comportamento da ligação metálica

Nesse trabalho a ligação metálica é formada pela ligação da alma (dupla cantoneira) e pela ligação da mesa inferior (cantoneira de assento). Não são analisadas a resistência e rigidez de componentes do elemento suporte, entretanto tal análise é obrigatória quando as vigas são suportadas pelas mesas de um pilar (DA MATA, 2005).

2.2.1.4.1. Ligação da alma (dupla cantoneira)

A norma NBR 8800 (ABNT, 2008) permite desprezar a contribuição da ligação da alma da viga apoiada para a rigidez e a resistência a momento da ligação mista caso sejam respeitadas algumas observações. Sendo considerada somente para resistir à totalidade do esforço cortante.

Nesse trabalho não é desprezada a contribuição relativa a resistência das cantoneiras da ligação de alma. São consideradas duas cantoneiras na alma da viga, parafusadas no elemento suporte, podendo ser soldadas ou parafusadas na viga a ser suportada, sem nenhuma alteração no modelo proposto. Toda força cortante deve ser resistida por essa ligação (DA MATA, 2005).

2.2.1.4.1.1. Rigidez inicial

Considera-se que a rigidez inicial das cantoneiras tenha sido esgotada completamente na fase de concretagem, sem escoramento, com plastificação das cantoneiras. Se desejável, essa rigidez pode ser considerada para a redução de flechas e momentos fletores antes da cura do

concreto, o que não é considerado nesse trabalho. Assim, na fase final de ligação mista, as cantoneiras da alma deformam-se para as cargas aplicadas após a cura, sem acréscimo de sua sollicitação (rigidez nula, QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

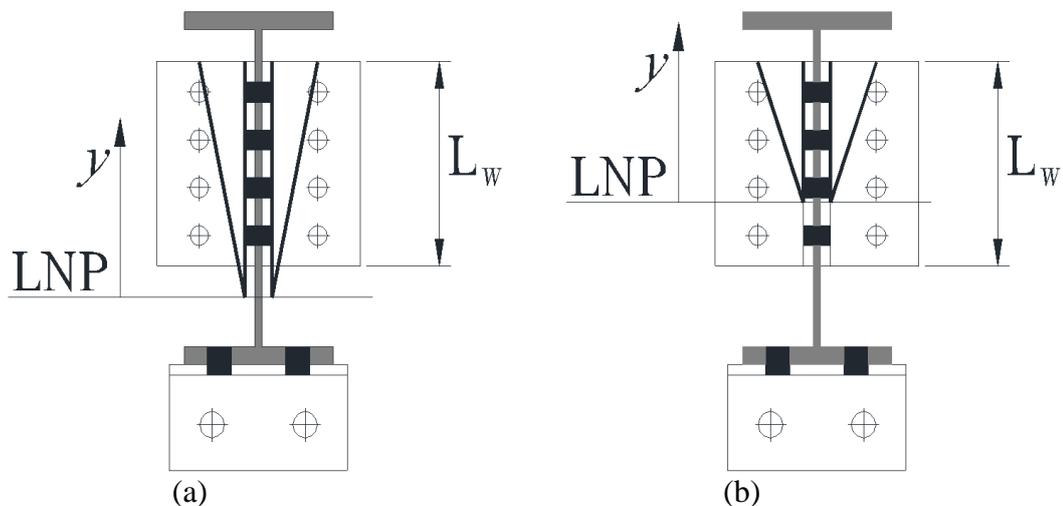
2.2.1.4.1.2. Resistência última

Dependendo do caso, a linha neutra da seção plastificada da ligação pode ficar abaixo das cantoneiras da alma ou dentro da altura das mesmas (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

No caso da linha neutra ficar abaixo das cantoneiras, a sollicitação resultante no par de cantoneiras é uma força horizontal excêntrica. A intensidade e o ponto de aplicação desta força (Figura 14-a) podem ser determinados pelo processo descrito por Queiroz, Pimenta e da Mata (2001). Essa situação deve ser evitada, porque resulta em sollicitação muito elevada da ligação da mesa inferior (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

No caso da linha neutra se localizar dentro da altura das cantoneiras, a sollicitação resultante no par de cantoneiras é um momento, com tração acima da linha neutra plástica e compressão abaixo (Figura 14-b). A intensidade e o ponto de aplicação da tração podem ser determinados pelo processo dado em Chen et al (1992), a compressão, igual à tração, é a resultante das tensões de compressão na região comprimida (apud QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Figura 14: Charneiras plásticas de acordo com posição da linha neutra plástica



Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

A resistência última para a região tracionada da cantoneira da alma pode ser obtida pelo procedimento das charneiras plásticas com a linha neutra posicionada em função das capacidades de deformação da armadura, dos conectores e da ligação inferior. Para obter-se a resistência do mecanismo mostrado na Figura 15, parte-se da equação de interação de Drucker (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$\frac{M_{py}}{M_0} + \left(\frac{V_{py}}{V_0}\right)^4 = 1 \quad (21)$$

Sendo:

M_{py} e V_{py} o momento fletor e força cortante, por unidade de comprimento, que provocam a plastificação agindo simultaneamente.

M_0 e V_0 o momento fletor e força cortante, por unidade de comprimento, que provocam a plastificação agindo separadamente.

$$V_0 = \frac{f_y}{2} t_L \text{ (critério de Tresca)} \quad (22)$$

Sendo:

t_L a espessura da aba da cantoneira

f_y o limite de escoamento da cantoneira

$$M_0 = f_y \frac{t_L^2}{4} = \frac{V_0}{2} t_L \quad (23)$$

A cantoneira de alma apresenta um mecanismo de colapso (Figura 15) que mostra as duas charneiras plásticas formadas ao longo da altura. Uma delas está localizada ao longo da extremidade da curvatura de concordância e a outra em uma linha inclinada ao longo da altura da cantoneira. O efeito da força cortante na flexão deve ser considerado, uma vez que a distância entre as duas charneiras plásticas em qualquer seção horizontal é pequena quando comparada com a espessura da cantoneira (da mesma ordem de grandeza). Observando-se a Figura 15, a equação de trabalhos virtuais para esse mecanismo, em qualquer seção arbitrária y , pode ser expressa por (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$2M_{py}\theta = V_{py}g_y\theta \quad (24)$$

Substituindo-se (23) e (24) em (21), obtém-se:

$$\left(\frac{V_{py}}{V_0}\right)^4 + \frac{g_y}{t_L} \left(\frac{V_{py}}{V_0}\right) = 1 \quad (25)$$

A solução para a força cortante plástica, V_{py} , obtida da equação (25), tem uma distribuição não-linear ao longo da altura das cantoneiras da alma, como mostrado na Figura 15. O valor máximo, V_{pl} , está na parte inferior das charneiras, $y = 0$, e o valor mínimo, V_{pu} , está na margem superior, $y = d_t$ (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Com a distribuição das forças V_{py} dada pela expressão (25), pode-se obter sua resultante V_{pw} , em duas cantoneiras e o ponto de aplicação desta resultante (Figuras 15 e 16) (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$V_{pw} = 2 \int V_{py} dy \quad (26)$$

$$V_{pw} y_t = 2 \int V_{py} y dy \quad (27)$$

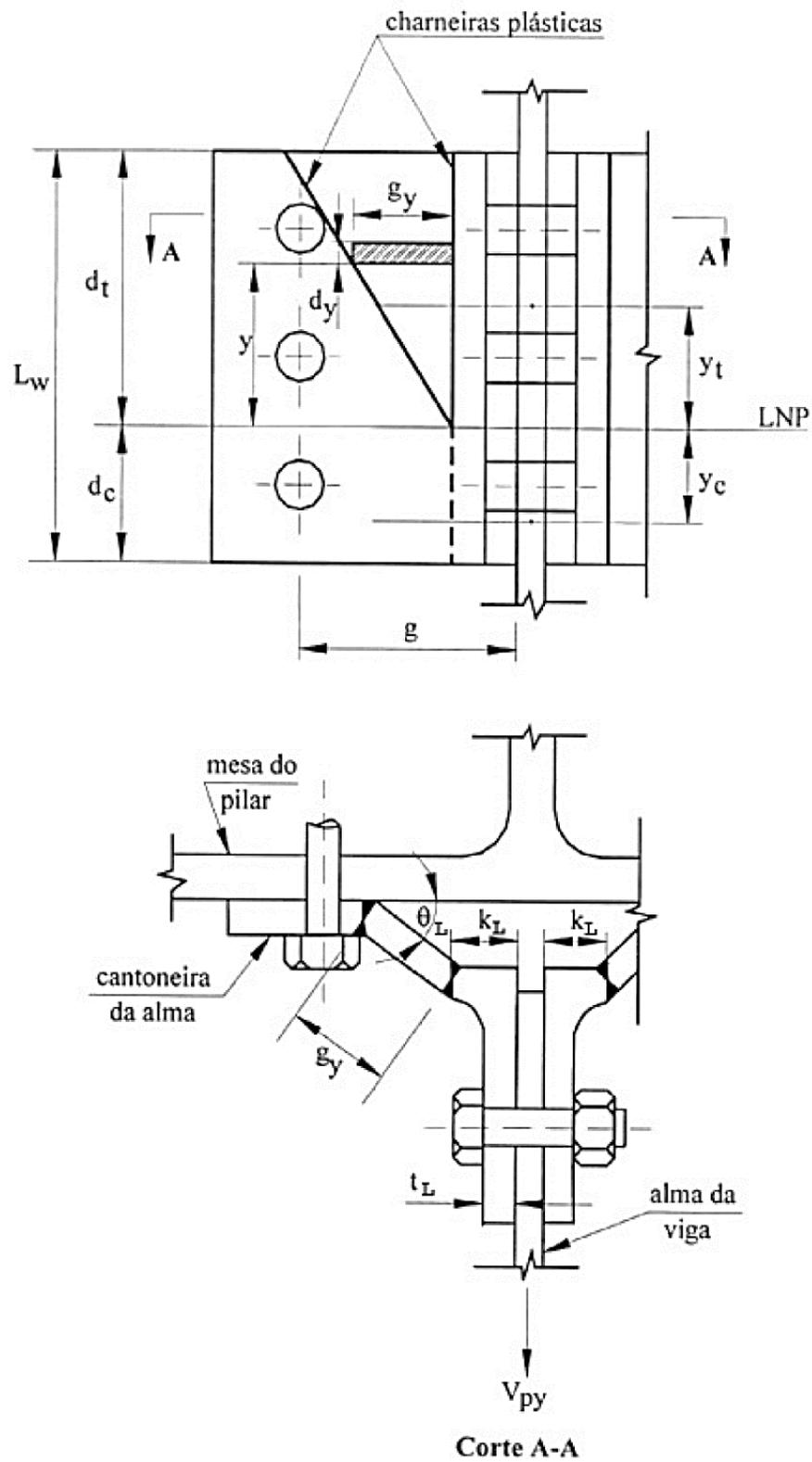
Divide-se o comprimento tracionado das cantoneiras (d_t) em um número suficiente de partes, assim pode-se discretizar as integrais das equações 26 e 27 como (PIRES, 2003):

$$V_{pw} = 2 \sum V_{py} \Delta y \quad (28)$$

$$V_{pw} y_t = 2 \sum V_{py} y \Delta y \Leftrightarrow y_t = \frac{2 \sum V_{py} y \Delta y}{V_{pw}} \quad (29)$$

Assim sendo, para cada coordenada y da seção considerada, a equação de quarto grau é resolvida por uma estratégia de resolução analítica pelo método apresentado no Anexo A (Fórmulas de Cardan e Ferrari) (PIRES, 2003).

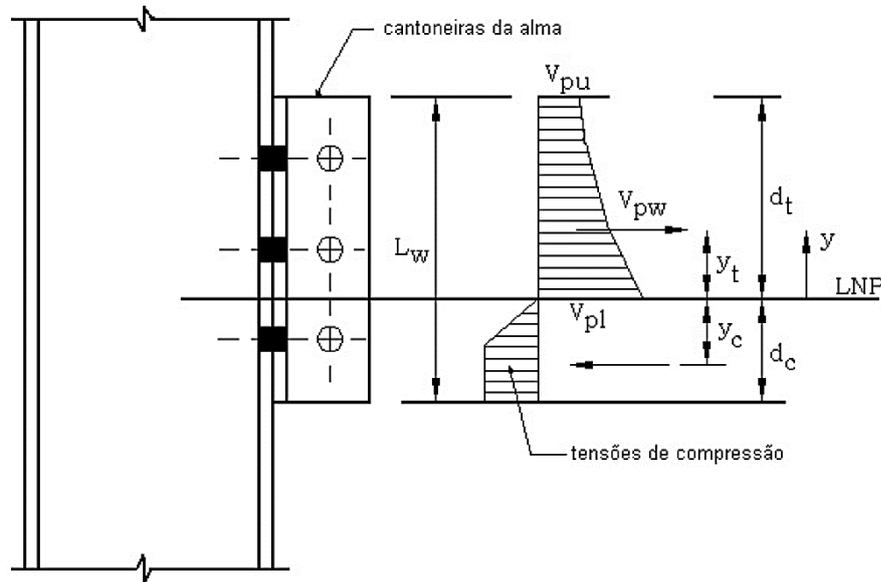
Figura 15: Formação das charneiras plásticas formando mecanismo de colapso nas cantoneiras da alma, com a linha neutra plástica dentro da altura das cantoneiras



Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

Na Figura 16 mostra-se a distribuição dos esforços ao longo das cantoneiras:

Figura 16: Distribuição da força cortante plástica e das tensões de compressão nas cantoneiras da alma



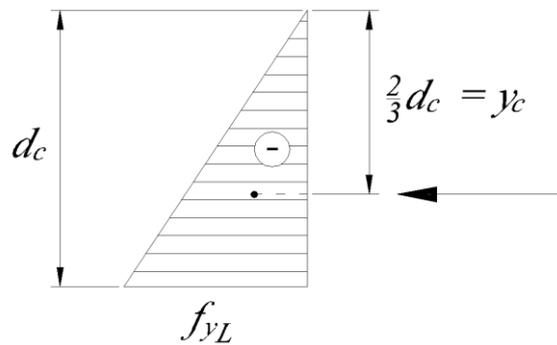
Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

A posição da resultante das forças de compressão (Figura 16) depende do nível de solicitação a que as cantoneiras são submetidas e pode ser obtida pelas expressões (30) e (31).

- Para um diagrama de tensão inferior ou igual ao escoamento ($V_{pw} \leq 2f_{yL}t_Ld_c/2 \Leftrightarrow V_{pw} \leq f_{yL}t_Ld_c$) tem-se (PIRES, 2003):

$$y_c = \left(\frac{2}{3}\right) d_c \tag{30}$$

Figura 17: diagrama de tensão de compressão para $V_{pw} \leq f_{yL}t_Ld_c$



Fonte: Adaptado de Pires, 2003

- Para um diagrama de tensão entre o início do escoamento e a plastificação total ($f_{yL}t_Ld_c < V_{pw} \leq 2f_{yL}t_Ld_c$) tem-se (PIRES, 2003):

$$y_c = f_y t_L d_c^2 \left[\frac{(2+2\alpha-\alpha^2)}{3V_{pw}} \right] \quad (31)$$

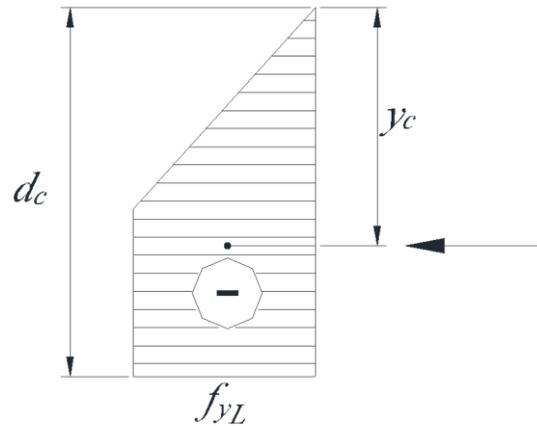
Sendo:

$$\alpha = \frac{V_{pw}}{f_y t_L d_c} - 1 \quad (32)$$

f_y o limite de escoamento do aço das cantoneiras

t_L a espessura das cantoneiras

Figura 18: Diagrama de tensão de compressão para $f_{yL}t_Ld_c < V_{pw} \leq 2f_{yL}t_Ld_c$



Fonte: Adaptado de PIRES, 2003

Para $V_{pw} > 2f_{yL}t_Ld_c$, a ligação deve ser alterada, já que o limite máximo para a resistência à compressão foi excedido. Outra alternativa seria considerar a força de tração excedente equilibrada pela ligação inferior mas essa solução não é abordada nesse trabalho (PIRES, 2003).

A resistência última do par de cantoneiras a momento é dada por:

$$M'_u = \frac{V_{pw}(y_t + y_c)}{\gamma_{a1}} \quad (33)$$

2.2.1.4.1.3. Capacidade de deformação

As cantoneiras da alma, devido à sua grande capacidade de deformação, não reduzem a capacidade de rotação da ligação mista, acompanhando apenas a rotação imposta pelos demais componentes (PIRES, 2003).

2.2.1.4.2. Ligação da mesa inferior

Como no modelo considerado os parafusos não têm protensão inicial, é admitido o escorregamento dos parafusos, inclusive para cargas de serviço. Sendo assim, os efeitos causados pelo atrito entre as chapas, no estudo dessa ligação, são desprezados. Essa solução de instalar os parafusos da ligação sem protensão inicial tem como objetivo evitar escorregamento brusco (PIRES, 2003).

Não são analisados resistência e rigidez de componentes do elemento suporte nesse trabalho. Entretanto tal análise deve ser realizada quando as vigas são suportadas pelas mesas de um pilar (PIRES, 2003).

2.2.1.4.2.1. Rigidez inicial

Pode-se considerar que a folga entre furo e parafuso é esgotada na fase anterior à cura do concreto, para construção sem escoramento, devido às altas rotações alcançadas. Desprezando-se a rigidez à flexão da aba da cantoneira, e considerando o método dos componentes em que se divide a ligação inferior em três componentes: parafusos, cantoneira e mesa inferior, tem-se a seguinte rigidez inicial (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$k_i = \frac{n}{\left(\frac{1}{k_{p1}} + \frac{1}{k_{p2}} + \frac{1}{k_b}\right)} \quad (34)$$

sendo:

n o número de linhas de parafusos na aba horizontal da cantoneira, transversais à direção da força de compressão na mesa inferior apoiada do perfil de aço, com dois parafusos por linha;

$$k_{p1} = 24k_s k_{t1} d_b f_{u1} \text{ (rigidez da cantoneira inferior ao esmagamento);}$$

$$k_{p2} = 24k_s k_{t2} d_b f_{u2} \text{ (rigidez da mesa inferior ao esmagamento);}$$

$$k_b = \frac{16f_{ub}d_b^2}{d_m} \text{ (rigidez dos parafusos);}$$

$k_s = \left(\frac{s}{4d_b} + 0,375\right) \leq 1,25$ (parâmetro associado ao rasgamento entre furos; não existe rasgamento entre furo e borda em juntas comprimidas);

$$k_{t1} = \frac{1,5t_{p1}}{d_m} \leq 2,5$$

$$k_{t2} = \frac{1,5t_{p2}}{d_m} \leq 2,5$$

Sendo:

d_b o diâmetro dos parafusos;

f_{u1}, f_{u2} os limites de resistência à tração dos aços estruturais da cantoneira e da mesa inferior, respectivamente;

f_{ub} o limite de resistência à tração do aço dos parafusos;

d_m o diâmetro de referência igual a 1,6 cm;

s o espaçamento entre parafusos na direção da força;

t_{p1}, t_{p2} as espessuras da cantoneira e da mesa inferior da viga, respectivamente.

2.2.1.4.2.2. Resistência última

Segundo a norma NBR 8800 (ABNT, 2008), a força resistente de cálculo da ligação parafusada é a menor entre as forças resistentes de cálculo dos parafusos, da mesa inferior e da cantoneira inferior e deve ser igual ou superior à da armadura. Logo:

$$F_{i,Rd} = \text{menor entre } \left\{ \begin{array}{l} n_b F_{b,Rd} \\ 1,25 f_{yd} A_{fi} \\ f_{L,yd} A_L \end{array} \right\} \geq F_{s,Rd} \quad (35)$$

Sendo:

n_b o número de parafusos;

$F_{b,Rd}$ a força resistente de cálculo de um parafuso, levando em conta o cisalhamento do parafuso ($F_{v,Rd}$) e a pressão de contato nos furos ($F_{c,Rd}$), conforme itens 6.3.3.2 e 6.3.3.3 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008), respectivamente;

$f_{L,yd}$ a resistência de cálculo ao escoamento do aço da cantoneira inferior;

A_{fi} a área da mesa inferior do perfil de aço;

A_L a área da aba da cantoneira inferior ligada ao perfil de aço.

Na ligação apenas com cantoneiras na mesa inferior, a ligação dessa mesa é responsável também pela transmissão da força cortante, cujo efeito deve ser superposto ao da força de compressão.

2.2.1.4.2.3. Capacidade de deformação

Para a capacidade de deformação são adotados valores de ensaios. O valor que pode ser tomado é aproximadamente igual a 4 mm para os parafusos A325, segundo EASTERLING e REX (1996). Este valor corresponderia a um limite de deformação até o qual não há perda de resistência significativa. Entretanto, em ensaios realizados por QUEIROZ e MATA (2001), ocorreram rupturas de parafusos com deslocamentos relativos da ordem de 3mm. Este foi o limite adotado (PIRES, 2003).

A norma NBR 8800 (ABNT, 2008) define o limite para o deslocamento horizontal da extremidade da mesa inferior da viga como $\Delta_{ui} = 3$ mm.

Os modelos considerados nesse trabalho consideram a ligação da mesa inferior com a cantoneira de assento parafusada. A utilização da cantoneira inferior soldada à mesa da viga não é coerente com o modelo utilizado (PIRES, 2003).

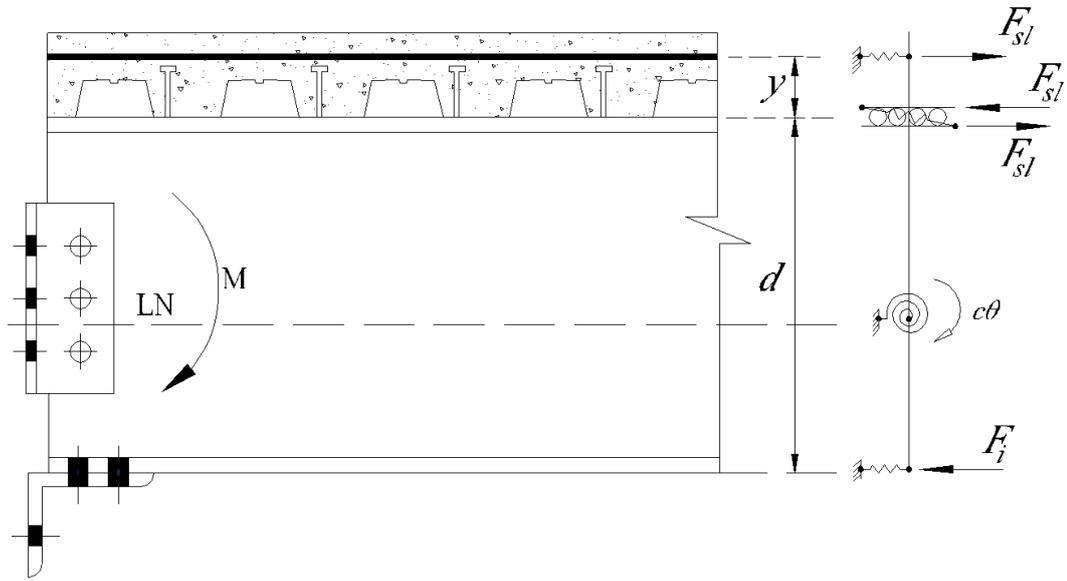
2.2.2. Propriedades Fundamentais da Ligação Mista Completa

Antes da cura do concreto, as cantoneiras da alma e a ligação inferior desenvolvem um momento negativo, que poderia ser considerado mas não o será neste trabalho. Após a cura, entram em ação as barras de armadura e os conectores de cisalhamento, formando assim a ligação mista (PIRES, 2003).

2.2.2.1. Rigidez inicial

N Figura 19 mostram-se as molas consideradas na determinação da rigidez do conjunto, para o caso em que na cantoneira da alma atua apenas um momento.

Figura 19: Modelo para rigidez do conjunto da ligação mista



Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

Sendo Δ_{us} , s e Δ_{ui} iguais ao alongamento da armadura, escorregamento entre a laje e o perfil metálico (conectores) e deslocamento na ligação inferior, respectivamente, tem-se (Figura 20; QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$\Delta_{us} = \frac{F_{sl}}{k_s}, \quad s = \frac{F_{cs}}{k_{cs}}, \quad \Delta_{ui} = \frac{F_i}{k_i} \quad (36)$$

$$F_{sl} = F_{cs} = F_i \quad (37)$$

$$M = F_{sl}(d + y) + c\theta \quad (38)$$

A rotação das seções extremas da viga e da laje, consideradas paralelas, é dada por:

$$\theta = \frac{\Delta_{us} + s + \Delta_{ui}}{d + y} \quad (39)$$

Com as equações (3.37) a (3.39) obtém-se a rigidez inicial da ligação:

$$S_i = \frac{M}{\theta} = \frac{(d+y)^2}{\left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{cs}} + \frac{1}{k_i}\right)} + c$$

Nesse caso a rigidez rotacional c das cantoneiras da alma, está sendo considerada nula, então tem-se:

$$S_i = \frac{M}{\theta} = \frac{(d+y)^2}{\left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{cs}} + \frac{1}{k_i}\right)} \quad (40)$$

Sendo:

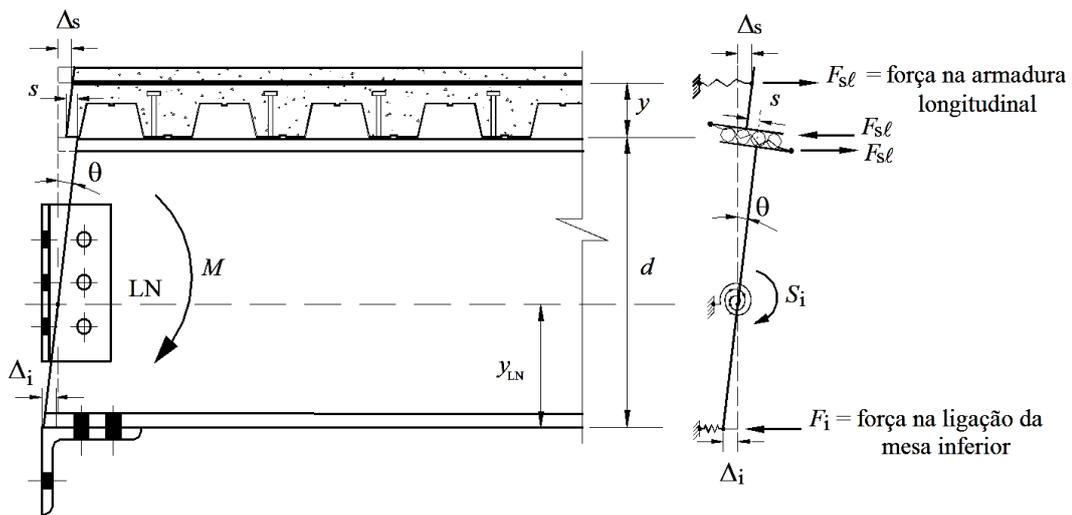
d e y a altura do perfil de aço e a distância do topo do perfil ao centro da armadura, respectivamente;

k_s a rigidez inicial das barras da armadura, determinada conforme 2.2.2.2.1;

k_{cs} a rigidez inicial dos conectores, determinada conforme 2.2.2.3.1;

k_i a rigidez inicial da ligação inferior, determinada conforme 2.2.2.4.2.1;

Figura 20: Modelo para rigidez e deslocamentos do conjunto da ligação mista



Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

Obtém-se também a posição da linha neutra elástica da ligação, que deve ficar dentro da altura das cantoneiras da alma (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$\frac{y_{LNE}}{\Delta_i} = \frac{(d+y)}{(\Delta_s+s+\Delta_i)} \quad (41)$$

então:

$$y_{LNE} = \frac{(d+y)}{\left[k_i \left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{cs}} + \frac{1}{k_i} \right) \right]} \quad (42)$$

2.2.2.2. Momento fletor resistente

O momento fletor resistente da ligação mista dado a seguir é baseado nas seguintes condições (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

a) os conectores na região de momento negativo e os elementos envolvidos na ligação da mesa inferior devem ter resistências de cálculo superiores às das barras de armadura;

b) a solda inferior de composição do perfil, na região próxima à ligação, em um comprimento igual à altura do perfil, deve ter força resistente de cálculo a cisalhamento igual ou superior à da alma;

c) o perfil de aço deve ter seção transversal com:

- relação entre largura e espessura da mesa inferior não superior a $0,38\sqrt{E/f_y}$;
- relação entre duas vezes a altura da parte comprimida da alma, menos duas vezes o raio de concordância entre a mesa e a alma no caso de perfis laminados, e a espessura desse elemento não superior a $3,76\sqrt{E/f_y}$, com posição da linha neutra plástica determinada para a seção mista sujeita a momento negativo;

d) não pode ser reduzido pela flambagem por distorção na viga mista junto à ligação conforme item O.2.5 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008);

e) a força axial na viga apoiada é desprezável;

f) nas cantoneiras da alma atua apenas momento (a linha neutra plástica, determinada pela equação 45, fica dentro da altura destas cantoneiras);

Atendidas tais condições, o momento fletor resistente de cálculo é:

$$M_{Rd}^- = f_{sd} A_{s\ell} (d + y) + M'_u \quad (43)$$

Sendo:

$A_{s\ell}$ a área da armadura longitudinal dentro da largura efetiva da laje de concreto.

M'_u a resistência última a momento das cantoneiras da alma (equação 33).

2.2.2.3. Capacidade de rotação (disponível)

A capacidade de rotação da ligação é determinada pela expressão (39), atribuindo-se aos deslocamentos seus valores limites (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

$$\theta_u = \frac{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}}{d + y} \quad (44)$$

Sendo:

Δ_{us} = valor dado em 2.2.2.3.3;8

Δ_{ui} = valor dado em 2.2.2.4.2.3 (3 mm);

$s^{(B)}$ = valor dado em 2.2.2.3.3.

A posição da linha neutra plástica, a partir da face inferior do perfil de aço, é obtida pela equação:

$$y_{LNP} = \frac{(d+y)\Delta_{ui}}{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}} \quad (45)$$

2.2.2.4. Capacidade de rotação necessária

Sendo a resistência última da ligação mista, em vigas semicontínuas, sempre menor do que o momento plástico da viga mista, a própria ligação tem que garantir a rotação necessária para o desenvolvimento do momento plástico positivo da viga. A capacidade de rotação disponível é dada no item 2.2.3.3 e pode ser aumentada em 10% para construção não-escorada. Foi apresentado por Li e Lawson (1996) um método para determinação da capacidade de rotação necessária (apud QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001), porém neste trabalho foi adotado um método simplificado de forma a evitar os cálculos complexos desse método.

Nas Tabelas 1, 2 e 3, obtidas a partir das relações momento-curvatura nos regimes elástico e elasto-plástico, apresentam-se as rotações necessárias em miliradianos para construções não-escoradas, considerando os coeficientes β_{vm} para determinação do momento fletor positivo resistente de cálculo M_{Rd} , iguais a 0,95, 0,9 e 0,85, respectivamente conforme item O.2.3 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008), considerando aços estruturais com tensão limite de escoamento, f_y , de 350 MPa e 275 MPa, três tipos de carregamento e diferentes relações entre vão e altura da seção mista. Para que as tabelas sejam aplicáveis é necessário que (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

a) o momento fletor resistente de cálculo da ligação seja igual ou superior a 30% de M_{Rd} (momento fletor resistente de cálculo na região de momento positivo) dado no anexo O da norma NBR 8800 (ABNT, 2008);

b) cada tramo da viga tenha ligações mistas em ambas as extremidades ou tenha uma extremidade perfeitamente rotulada e outra com ligação mista.

Tabela 1: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,95$

| L/d_t | $f_y = 350 \text{ MPa}$ | | $f_y = 275 \text{ MPa}$ | |
|---------|-------------------------|-----|-------------------------|-----|
| | DL e 1CL | 2CL | DL e 1CL | 2CL |
| 15 | 29 | 43 | 28 | 39 |
| 20 | 46 | 64 | 38 | 52 |
| 25 | 57 | 80 | 46 | 63 |
| 30 | 67 | 95 | 54 | 74 |

Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

Tabela 2: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,90$

| L/d_t | $f_y = 350 \text{ MPa}$ | | $f_y = 275 \text{ MPa}$ | |
|---------|-------------------------|-----|-------------------------|-----|
| | DL e 1CL | 2CL | DL e 1CL | 2CL |
| 15 | 22 | 32 | 21 | 29 |
| 20 | 35 | 48 | 29 | 39 |
| 25 | 43 | 60 | 35 | 47 |
| 30 | 50 | 71 | 41 | 56 |

Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

Tabela 3: Capacidade de rotação necessária (mrad) - $\beta_{vm} = 0,85$

| L/d_t | $f_y = 350 \text{ MPa}$ | | $f_y = 275 \text{ MPa}$ | |
|---------|-------------------------|-----|-------------------------|-----|
| | DL e 1CL | 2CL | DL e 1CL | 2CL |
| 15 | 15 | 22 | 14 | 20 |
| 20 | 23 | 32 | 19 | 26 |
| 25 | 29 | 40 | 23 | 32 |
| 30 | 34 | 48 | 27 | 37 |

Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

Sendo:

L/d_t a relação entre o comprimento do tramo e a altura total da viga mista;

DL carga uniformemente distribuída;

1CL uma carga concentrada no centro da viga;

2CL duas cargas concentradas nos terços do vão da viga.

Para construções escoradas, as rotações necessárias são inferiores aos valores tabelados e podem ser tomadas iguais a 70 % destes valores (NBR 8800 (ABNT, 2008)).

Pode-se usar as Tabelas 1, 2 e 3 para outras situações, fazendo-se os seguintes ajustes (NBR 8800 (ABNT, 2008)):

a) para aços estruturais com tensão limite de escoamento, f_y , entre 275 MPa e 350 MPa, pode-se interpolar linearmente na Tabela, não sendo previstos aços com resistência ao escoamento superiores a 350 MPa (NBR 8800 (ABNT, 2008));

b) para aços estruturais com tensão limite de escoamento $f_y = 250$ MPa, podem ser usados, de forma conservadora, os valores indicados para $f_y = 275$ MPa (NBR 8800 (ABNT, 2008)).

Observação: para encontrar a capacidade de rotação necessária utiliza-se a tabela 3 ($\beta_{vm} = 0,85$). Para encontrar qual o β_{vm} para utilizar na determinação do momento fletor positivo resistente de cálculo M_{Rd} , aplica-se a capacidade de rotação disponível utilizando a tabela que for mais coerente e realizando-se as interpolações necessárias.

2.2.3. Força Normal

A teoria aqui apresentada para ligações mistas é limitada a nós submetidos somente à flexão. A força normal na viga a ser transmitida pela ligação não pode exceder 10% da resistência da seção transversal. Além desse limite, a distribuição de forças internas e a resistência à flexão do nó são afetadas pela força normal de forma significativa. Sugere-se adotar o limite de 5% da resistência axial da seção composta para força normal (PIRES, 2003).

2.2.4. Interação momento fletor – força cortante

Supõe-se que as forças normais nas duas vigas adjacentes sejam nulas. Deve-se realizar verificação da interação do momento fletor e esforço cortante na ligação mista. No caso das Figuras 7 (caso estudado nesse trabalho) e 8, as cantoneiras da alma transmitem a força cortante para o elemento suporte e contribuem também para a resistência da ligação a momento (com a linha neutra cortando as cantoneiras). Assim, os parafusos e todos os elementos envolvidos na ligação da alma devem ser verificados para o efeito combinado dessas duas solicitações (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Para o caso da ligação que possui somente a cantoneira da mesa inferior (cantoneira de assento, caso não tratado nesse trabalho), a ligação da mesa inferior é que transmite a força cortante para o suporte, estando também sujeita a uma força horizontal produzida pelo momento

na ligação. Portanto tal ligação deve ser verificada para o efeito combinado das duas solicitações (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

2.2.5. Análise de vigas mistas semicontínuas

2.2.5.1. Fase inicial (antes do concreto atingir 75% da resistência característica à compressão especificada) – Construção não escorada

A determinação de deslocamentos verticais (flechas) de momentos fletores (característicos e de cálculo) apenas no perfil de aço pode ser feita considerando-se as ligações como flexíveis (momento nulo), no caso da ligação com somente cantoneira da mesa inferior. Nos casos das ligações das Figuras 7 e 8 pode-se considerar as ligações metálicas como semirrígidas ou, conservadoramente, como flexíveis. No presente trabalho considera-se, a favor da segurança, as ligações como flexíveis. O momento fletor resistente de cálculo do perfil de aço deve ser igual ou superior ao momento fletor solicitante de cálculo (NBR 8800 (ABNT, 2008)).

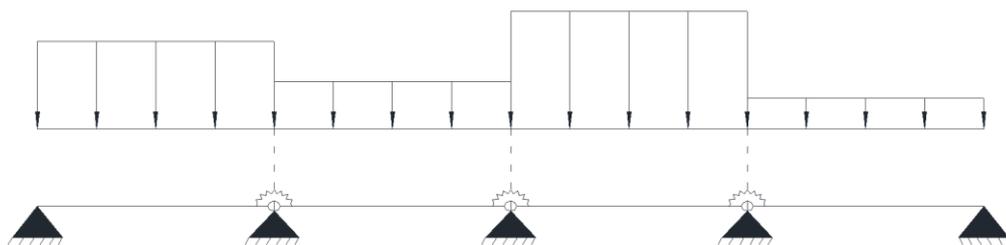
A consideração das ligações das Figuras 7 e 8 como flexíveis exige que o produto da rotação de apoio da viga, na fase inicial, calculada elasticamente, pela distância z_1 , seja igual ou inferior a 3 mm (NBR 8800 (ABNT, 2008)).

2.2.5.2. Fase final (sistema misto) – construção não escorada

2.2.5.2.1. Deslocamentos verticais e momentos fletores nominais (cargas após a cura)

Os deslocamentos verticais (flechas) e os momentos fletores nominais das vigas mistas semicontínuas são determinados, em princípio, utilizando-se análise elástica de um sistema como o mostrado da Figura 21, em que as molas rotacionais sobre os suportes têm a metade da rigidez dada pela equação (40), por se tratarem de duas molas em série, uma para cada ligação (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Figura 21: Sistema estrutural para análise elástica



Fonte: QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001

Os deslocamentos verticais assim determinados devem ser superpostos com os determinados na fase de concretagem, para comparação com os admissíveis (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

A maior tensão normal no aço, obtida pela superposição das tensões na viga metálica (fase de concretagem) e na viga mista (fase final após a cura do concreto), devidas aos momentos fletores nominais, deve ser inferior ao limite de escoamento do material (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

O momento nominal obtido na ligação mista deve ser inferior a dois terços (2/3) da resistência última dessa ligação a momento (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

Caso pelo menos uma das duas últimas condições não seja atendida, a determinação das flechas não pode ser feita por análise elástica (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001).

2.2.5.2.2. Esforços solicitantes de cálculo

Quando o perfil de aço da viga tiver seção compacta (com a posição da linha neutra plástica determinada para a seção mista sujeita a momento negativo), pode-se determinar os esforços solicitantes de cálculo aplicando-se as ações de cálculo de antes e de depois da cura no sistema misto. Consideram-se as ligações sujeitas às respectivas resistências de cálculo a momento (item 2.2.2.2). Assim, o momento fletor de cálculo, em uma seção qualquer de abscissa x , é dado por (QUEIROZ; PIMENTA; da MATA, 2001):

$$M_{Sd} = M_{Sd,q} - M_{Rd,ligam-esq}^- \frac{(L-x)}{L} - M_{Rd,ligam-dir}^- \left(\frac{x}{L}\right) \quad (46)$$

Sendo:

M_{Sd} o momento fletor de cálculo, função de x – determinar $(M_{Sd})_{\text{máx}}$;

$M_{sd,q}$ o momento fletor de cálculo na viga biapoiada, função de x ;

$M_{Rd,ligam-esq}^-$ e $M_{Rd,ligam-dir}^-$ as resistências últimas das ligações mistas esquerda e direita, respectivamente, conforme item 2.2.2.2.

x a abscissa da seção, a partir do apoio esquerdo.

As forças cortantes são dadas por:

$$V_{sd} = V_{sd,q} + \frac{(M_{Rd,ligam-esq}^- - M_{Rd,ligam-dir}^-)}{L} \quad (47)$$

Sendo:

V_{sd} a força cortante de cálculo, função de x – determinar $(V_{sd})_{máx}$;

$V_{sd,q}$ a força cortante de cálculo na viga biapoiada, função de x .

3. METODOLOGIA

Para alcançar-se o objetivo deste trabalho, foi realizada ampla revisão bibliográfica, não somente de ligação mista mas também de vigas mistas desde vigas biapoiadas a vigas semicontínuas, para se obter suficiente conceito e ciência do estado da arte do assunto aqui discutido. Foi escolhido o método dos componentes, método também utilizado na norma NBR 8800 (ABNT, 2008), para estudo do comportamento e dimensionamento das ligações.

Após adaptações feitas em um exemplo desenvolvido por Queiroz, Pimenta e da Mata (2001), foi escolhido, para o exemplo analítico e também numérico, uma tipologia de piso misto com vigas semicontínuas, que será apresentado a seguir.

3.1. Problema proposto

O sistema de piso adotado, ver Figura 22 (Capítulo 4), contém vigas mistas. É elaborada a resolução da viga V1, seção transversal mostrada na Figura 23, que possui ligações mistas nas duas extremidades de mesma resistência (tramo interno).

A resolução analítica é elaborada de acordo com a teoria apresentada no Capítulo 2 e mais detalhes sobre o modelo analítico podem ser vistos no Capítulo 4.

3.2. Modelo Analítico

A resolução analítica é realizada passo a passo e possui o seguinte desenvolvimento:

- a) Verificação da viga mista antes da cura;
- b) Verificação da esbeltez dos elementos da seção (para região de momento negativo);
- c) Determinação da largura efetiva da laje na região da ligação;
- d) Determinação dos momentos de inércia das seções mistas;
- e) Determinação das resistências plásticas ao momento fletor ($\lambda_w < \lambda_p$, para momento positivo)
- f) Verificação dos conectores de cisalhamento na região de momento negativo;
- g) Verificação da ligação inferior com cantoneira de assento;

- h) Verificação das barras da armadura;
- i) Verificação das cantoneiras da alma;
- j) Determinação da rigidez inicial da ligação mista;
- k) Determinação da resistência última da ligação mista a momento;
- l) Determinação da capacidade de rotação disponível da ligação mista no estado limite último;
- m) Determinação da capacidade de rotação necessária da ligação mista;
- n) Determinação da flecha para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura;
- o) Limitação da tensão de serviço para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura;
- p) Limitação do momento de serviço para cargas nominais na ligação mista;
- q) Verificação da resistência das vigas mistas ao momento fletor positivo;
- r) Determinação da resistência de cálculo à flambagem lateral com distorção;

3.3. Modelo Numérico

Como explicado, o modelo numérico tem a mesma geometria, e demais parâmetros, do modelo analítico para posterior comparação. Foi realizado um modelo para análise numérica em Elementos Finitos no *software* Abaqus versão 6.14.

Foi elaborado um modelo tridimensional no *software* AutoCade, em *dwg*, da ligação. Posteriormente esse modelo foi exportado para o *software* SolidWorks e salvo em *.x_t* (PARASOLID). Só então a geometria foi importada para o Abaqus. Mais detalhes sobre o modelo numérico podem ser vistos no Capítulo 5.

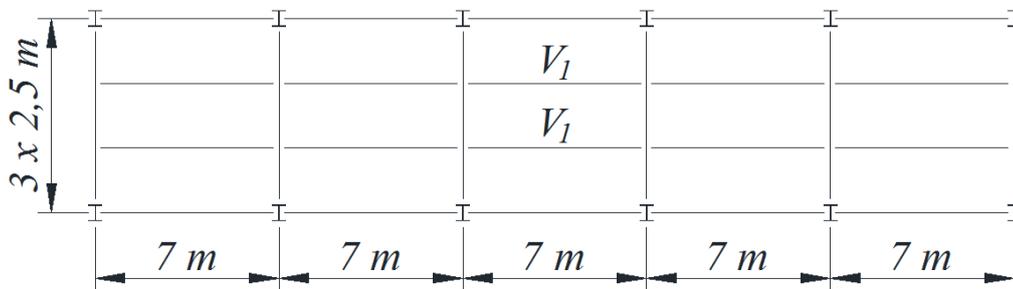
4. MODELO ANALÍTICO

4.1. Problema Proposto

O problema proposto é adaptado de um problema de Queiroz; Pimenta e da Mata, 2001.

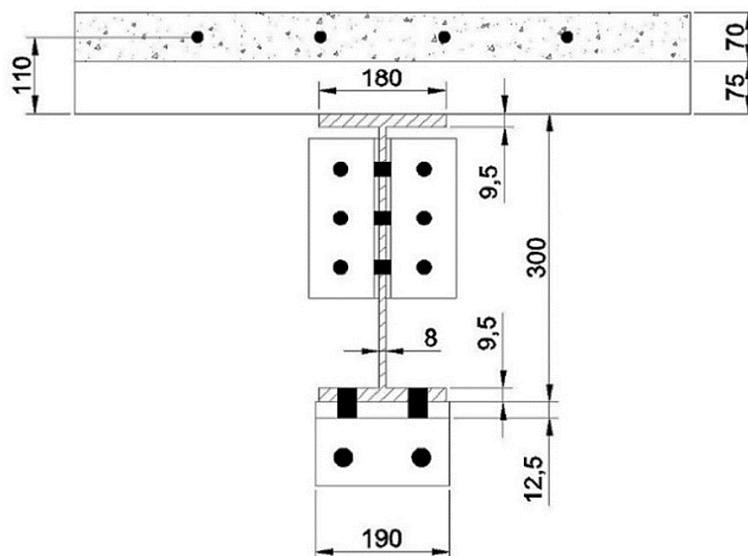
As vigas do piso mostrado na Figura 22 pertencem a um sistema misto. É elaborada a resolução da viga V1, cuja seção transversal é mostrada na Figura 23, que possui ligações mistas nas duas extremidades de mesma resistência (tramo interno).

Figura 22 - Piso com vigas mistas



Fonte: Adaptado de Queiroz; Pimenta e da Mata, 2001

Figura 23 - Seção transversal da viga mista V1 (dimensões em mm)



Fonte: Adaptado de Queiroz; Pimenta E da Mata, 2001).

Ferifica-se a Viga V1 como semicontínua. Na região de momento positivo, é considerada interação parcial de 85%.

Carregamentos a serem considerados:

- CP_{ac} = carga permanente antes da cura = $260 \text{ kgf/m}^2 = 260 \text{ kgf/m}^2 \times 2,5 \text{ m}$ (distância entre vigas,) = 650 kgf/m (linear na viga);
- SC_{ac} = sobrecarga de construção atuante antes da cura = $100 \text{ kgf/m}^2 = 250 \text{ kgf/m}$;
- CP_{dc} = carga permanente depois da cura = $150 \text{ kgf/m}^2 = 375 \text{ kgf/m}$;
- SC_{dc} = sobrecarga após a cura = $900 \text{ kgf/m}^2 = 2250 \text{ kgf/m}$.

Mais dados:

- construção não escorada;
- concreto de peso normal, com $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$;
- aço das vigas com $f_y = 300 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$;
- não verificar resistência ao esforço cortante, considerando que as vigas atendam à esse critério;
- ligação entre mesa inferior e cantoneira de assento por meio de 4 (quatro) parafusos de diâmetro 1" ASTM A325, com o plano de corte passando pela rosca (tipo N); o espaçamento entre parafusos na direção da força é de 75 mm e o aço da cantoneira tem $f_y = 250 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$;
- almas das vigas ligadas por duas cantoneiras laminadas L4"x4"x5/16", com $f_y = 250 \text{ MPa}$ e $f_u = 400 \text{ MPa}$, gabarito de furação igual a 70 mm, o comprimento das cantoneiras de 230 mm, estando posicionadas a 35 mm do topo das vigas. Considera-se que essa ligação seja suficiente para resistir à reação de apoio.
- armadura negativa composta de 4 barras $\phi 16 \text{ mm}$, aço CA 50, com $\epsilon_{su} = 8\%$;
- conectores de cisalhamento $\phi 3/4"$, com interação total na região de momento negativo;
- primeiro conector a 100 mm da face da viga de apoio;
- as vigas de apoio com largura de 250 mm.

4.2. Resultados obtidos

No anexo C encontra-se todo o processo de cálculo analítico. A seguir tem-se os principais resultados obtidos do modelo analítico.

4.2.1. Momento fletor resistente da viga na região de momento positivo

O momento fletor resistente da viga na região de momento positivo é:

$$M_{Rd} = 31.835 \text{ kN.cm}$$

4.2.2. Momento fletor resistente da viga na região de momento negativo

O momento fletor resistente da viga na região de momento negativo é:

$$M_{Rd}^- = 25.546 \text{ kN.cm}$$

4.2.3. Momento fletor resistente da ligação mista

O momento fletor resistente da ligação mista é:

$$M_{Rd}^- = 15.525 \text{ kN.cm}$$

Esse momento fletor resistente foi calculado considerando a contribuição da resistência das cantoneiras de alma, que é igual a 1193 kgf.m, ou seja, em torno de 8% da resistência total da ligação.

Nota-se que a contribuição das cantoneiras de alma para a resistência ao momento fletor é tímida, menos que 10%, por isso é desconsiderada por muitos. Porém, em busca de estruturas cada vez mais economicas, pode ser um fator diferencial.

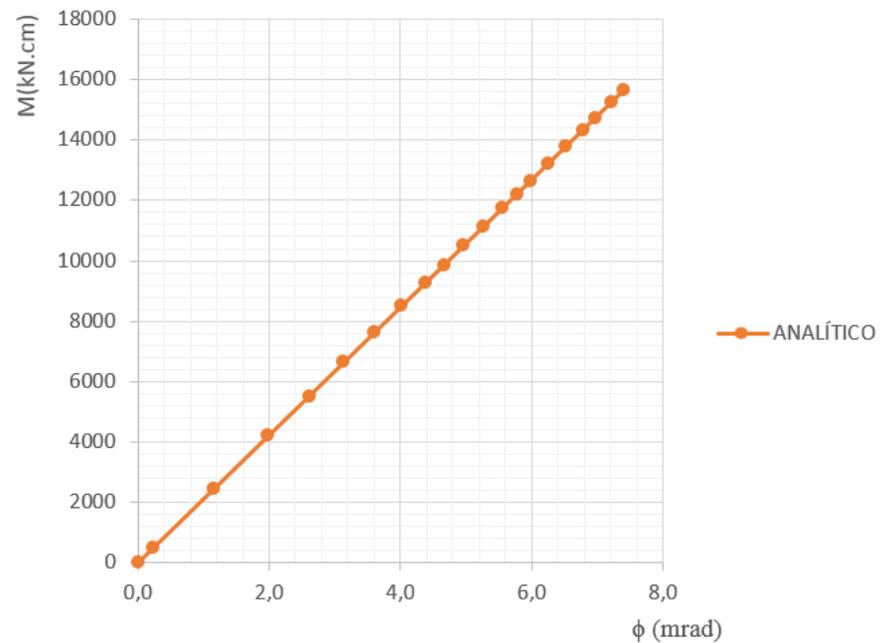
4.2.4. Rigidez inicial da ligação mista

A rigidez inicial da ligação mista calculada é:

$$S_i = 2.114.370 \text{ kN.cm/rad}$$

Para o modelo analítico, tem-se a consideração da rigidez da ligação como constante. Com essa rigidez consegue-se o seguinte gráfico momento x rotação:

Figura 24 - Comportamento Momento x Rotação do modelo analítico da ligação



Fonte: Autor, 2018

4.2.5. Capacidade de rotação disponível da ligação mista

A capacidade de rotação disponível da ligação mista é:

$$\theta = 38,5 \text{ mrad}$$

4.2.6. Capacidade de rotação necessária da ligação mista

A capacidade de rotação necessária da ligação mista é:

$$\theta = 15,21 \text{ mrad}$$

5. MODELO NUMÉRICO

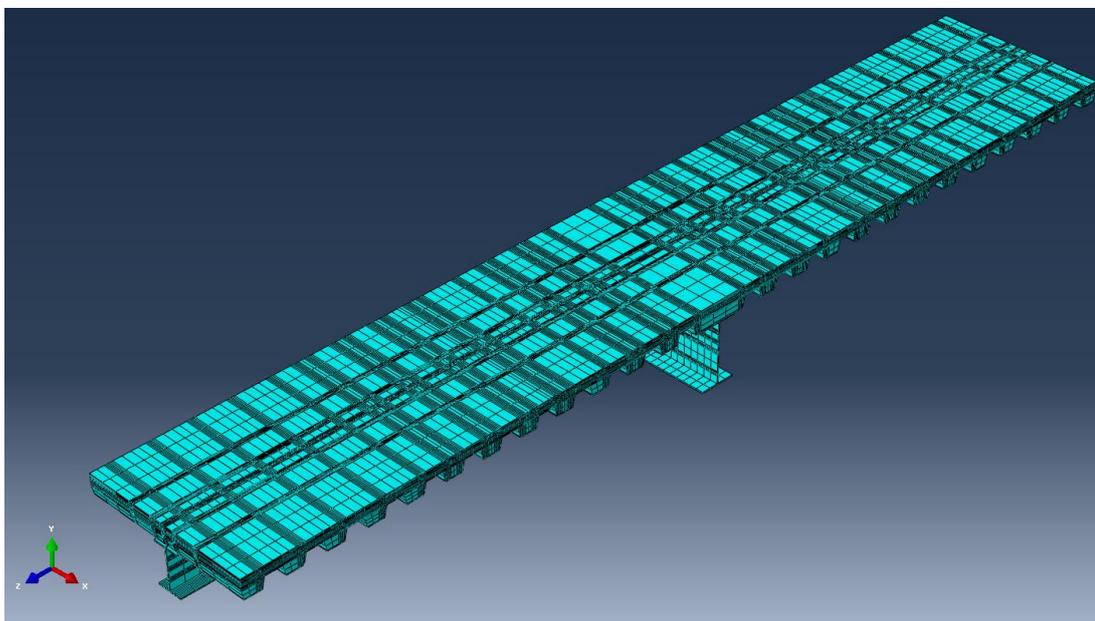
Apresenta-se neste Capítulo o desenvolvimento de um modelo numérico pelo Método dos Elementos Finitos para avaliação do comportamento de uma ligação mista aço-concreto, ligação essa com mesmos parâmetros do modelo analítico abordado no Capítulo anterior.

A análise foi elaborada utilizando-se o *software* de análise pelo Método dos Elementos Finitos Abaqus, Versão 6.14.

Foi escolhido utilizar as unidades: newton, milímetro, megapascal (N/mm²).

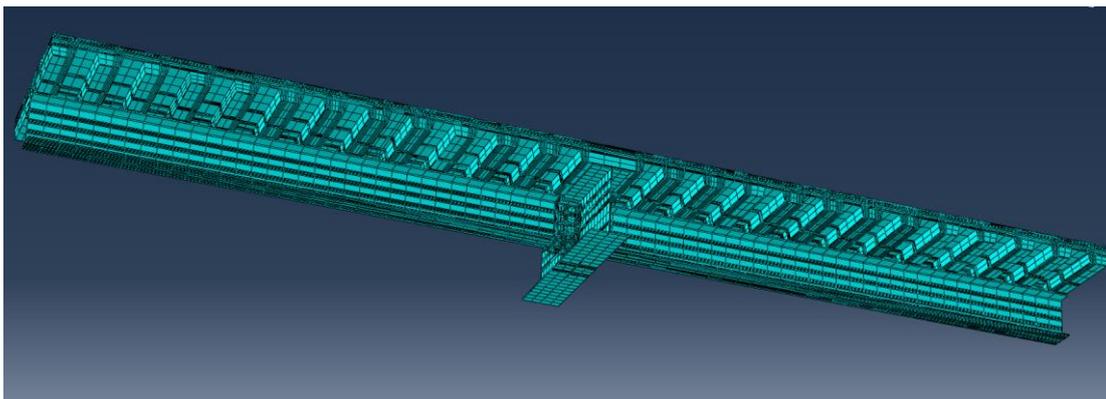
A princípio elaborou-se um modelo mais completo em que a análise seria de uma viga mista completa (modelagem da metade da viga e utilização de simetria para simulação da outra metade), contendo todos os elementos como parafusos, armaduras, fôrma metálica da laje (*steel deck*) entre outros, porém o modelo gerou um elevado número de elementos finitos e contatos que inviabilizou o processamento devido ao custo computacional e alto tempo de análise. Esse modelo pode ser visualizado nas Figuras 25, 26 e 27:

Figura 25 - 1º Modelo - vista superior



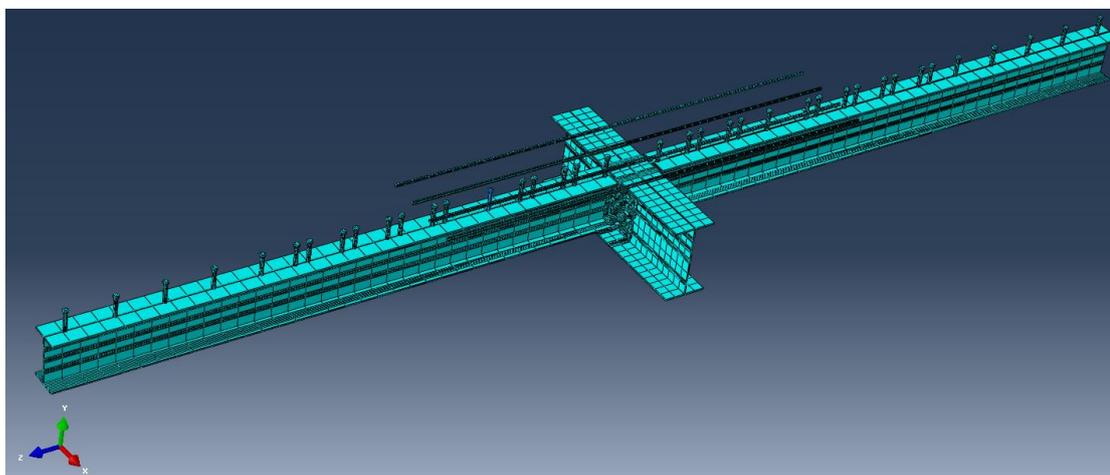
Fonte: Autor, 2018

Figura 26 - 1º Modelo vista inferior



Fonte: Autor, 2018

Figura 27 - 1º Modelo, detalhe sem a laje



Fonte: Autor, 2018

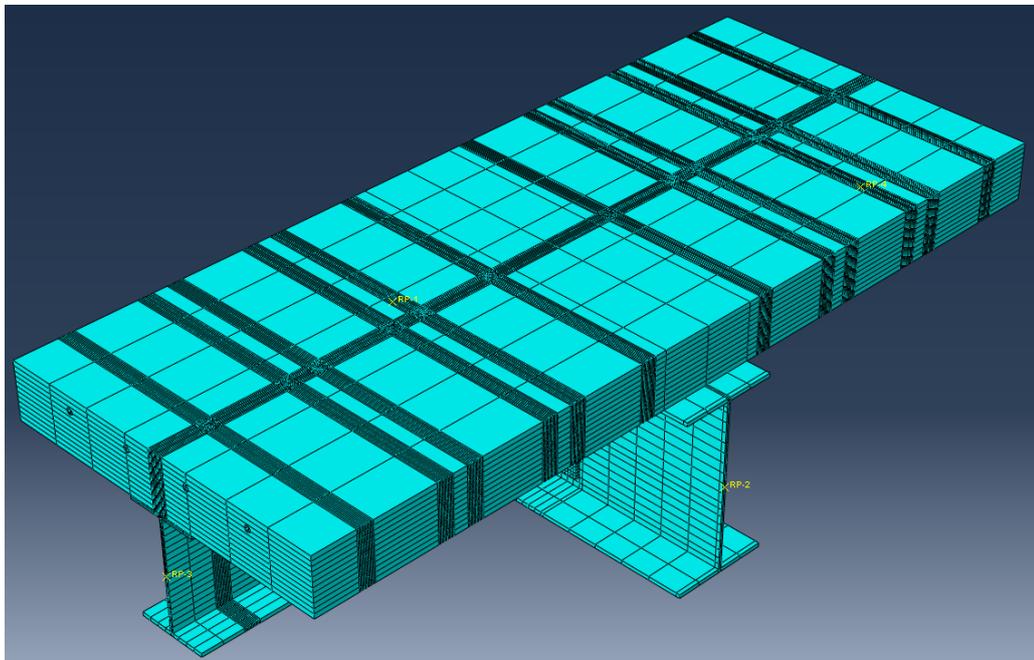
O segundo modelo elaborado foi reduzido e modelada somente a região da ligação (região de momento negativo), porém mantendo-se ao máximo a tentativa de seguir todos os parâmetros de uma ligação real contendo todos os elementos modelados. Este modelo também foi descartado pois, apesar de reduzido, continha ainda um grande número de elementos e grande número de contatos que inviabilizaram sua utilização.

O terceiro modelo elaborado foi bastante simplificado, retirando-se a laje de concreto e os parafusos. Utilizou-se de recursos para simular a ligação fornecida pelos parafusos e a transferência de carga dos conectores de cisalhamento para as barras da armadura. Como não foi modelada a laje de concreto, observaram-se dois problemas. O primeiro foi que o efeito

tension stiffening que a laje causa sobre as barras da armadura não ocorreu nesse modelo, o que já era esperado. O segundo e mais importante problema, foi a dificuldade de simular uma ligação entre os conectores de cisalhamento e as barras de armadura que representasse adequadamente o comportamento da laje. Essa ligação simulada possuía rigidez muito grande, equalizando totalmente os deslocamentos dos topos dos conectores de cisalhamento, e fez com que eles trabalhassem como se fossem vigas em balanço engastadas na mesa superior da viga metálica uma vez que não estavam envolvidos pelo concreto. Esse comportamento diferiu muito do comportamento real esperado, pois os conectores envolvidos pelo concreto possuem um comportamento bastante diferente de vigas em balanço devido à ampliação de suas rigidezes à flexão causada por esse embutimento no concreto.

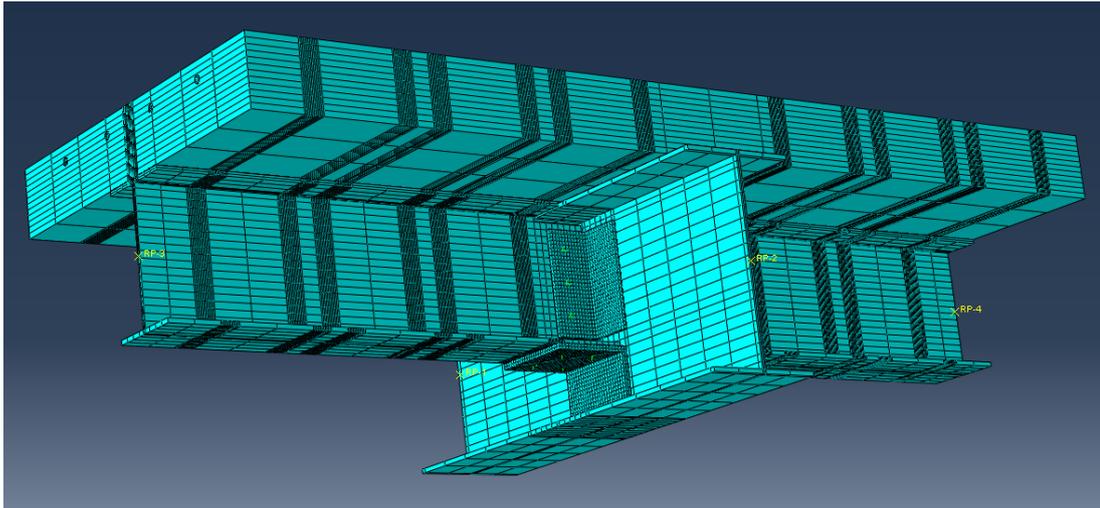
O quarto, e último modelo, foi elaborado considerando a retirada dos parafusos e utilização de técnicas para simula-los (união das malhas das peças em contato em uma região com diâmetro igual ao dos parafusos), e inseriu-se novamente a laje de concreto, porém de forma um pouco mais simplificada (retirando-se a ondulação da forma *steel deck*). Imagens do citado modelo podem ser vistas na Figura 28:

Figura 28 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Vista superior



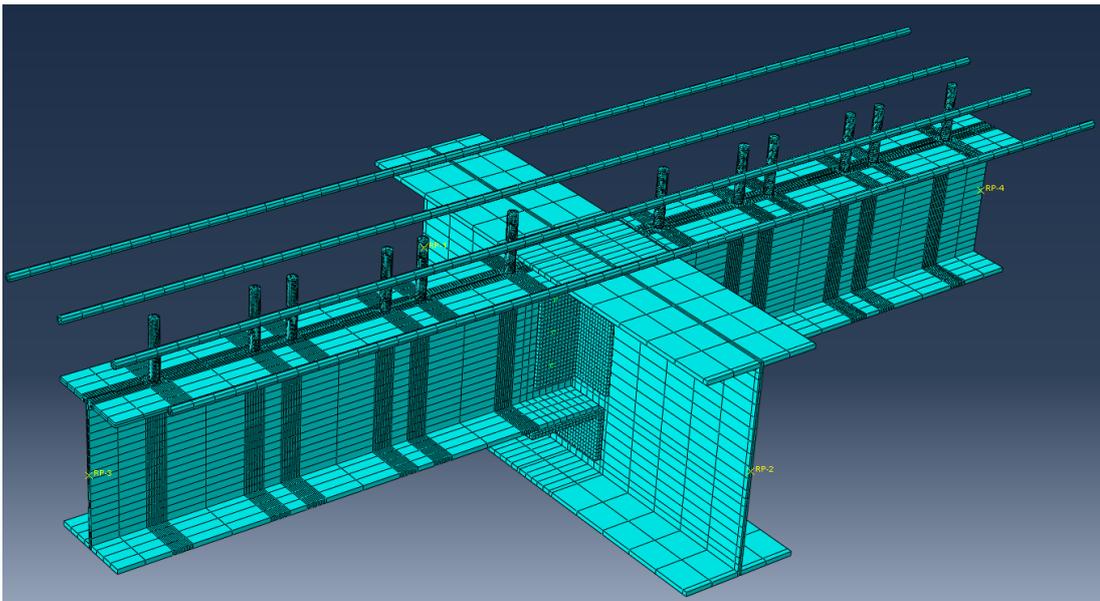
Fonte: Autor, 2018

Figura 29 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Vista inferior



Fonte: Autor, 2018

Figura 30 - 4º Modelo - Detalhe da malha - Laje ocultada



Fonte: Autor, 2018

Esse modelo tem parâmetros mais próximos possíveis do modelo analítico. Algumas características do modelo:

Laje com espessura de 145mm e largura de 875mm;

Número de elementos para laje: 38112 elementos;

Número de elementos para Armadura: 636 elementos;

Número de elementos para cantoneira da alma: 696 elementos;

Número de elementos para cantoneira da mesa: 1632 elementos;

Número de elementos para o *stud bolt*: 4480 elementos;

Número de elementos para a viga principal: 1300 elementos;

Número de elementos para a viga secundária: 11296 elementos;

Número total de elementos: 124356 elementos;

Os Conectores de cisalhamento não são modelados com a cabeça, porém é inserida uma restrição em sua face superior impedindo o deslocamento vertical relativo à laje;

As transmissões de cargas são realizadas através de contatos para todas as peças, exceto o contato entre armadura e laje que é utilizada uma ferramenta chamada *Embedded* que indica que a armadura está embutida na laje, equalizando os deslocamentos.

5.1. Elementos utilizados

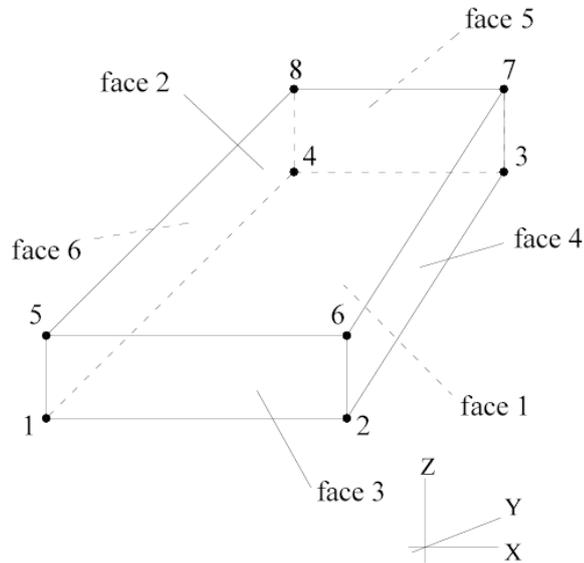
A escolha do tipo de elementos finitos para simulação deve ser realizada analisando-se vários aspectos, tais como a família a que elemento pertence, graus de liberdade, números de nós e o comportamento apresentado na análise desejada. Deve-se também levar em conta a eficiência computacional para viabilizar tal análise, sem prejudicar a qualidade dos resultados.

Foi então, para este trabalho, escolhido o elemento sólido C3D8R para todas as partes formadoras do conjunto da ligação (laje, armaduras, conectores de cisalhamento, cantoneiras de alma, cantoneiras de assento, vigas secundárias e viga principal).

5.1.1. O elemento finito (sólido C3D8R)

Para o elemento finito optou-se pelo elemento tridimensional sólido C3D8R. Esse é um elemento “continuum”, hexaédrico, que possui 8 (oito) nós, tendo 3 (três) graus de liberdade para cada nó referentes às translações nas três direções globais, apropriado para análise de tensão e deslocamento. A Figura 31 mostra esse elemento:

Figura 31 - Elemento C3D8R

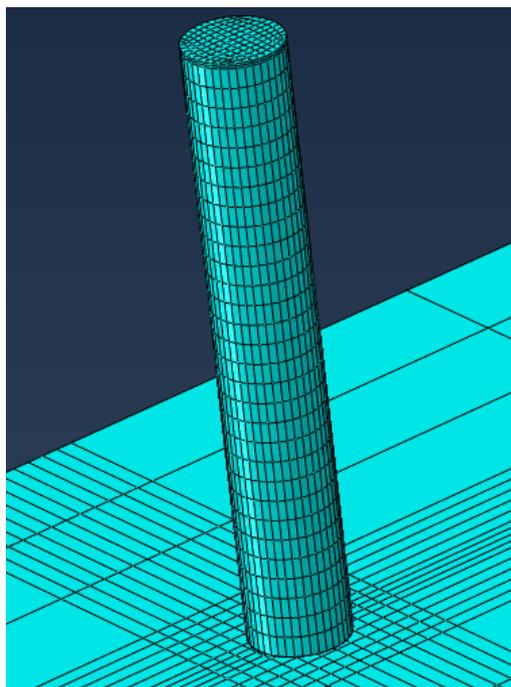


Fonte: KIRCHHOF, 2004

5.1.2. Definição das malhas dos elementos finitos

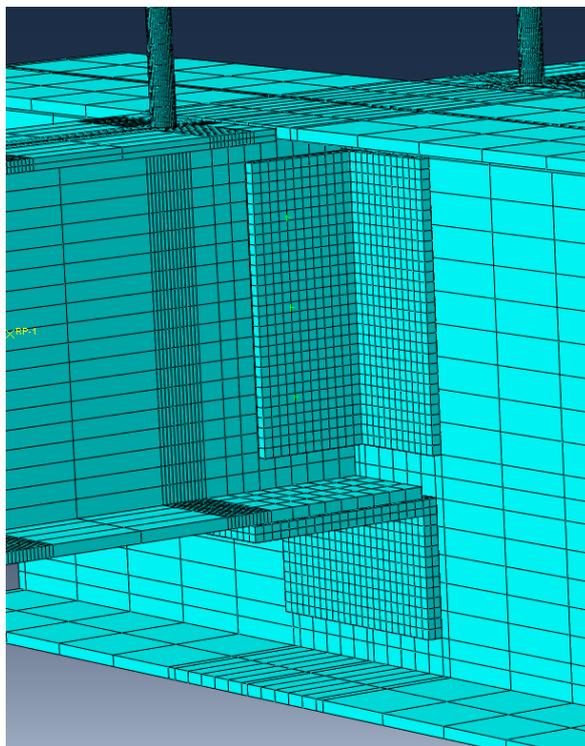
Essa definição é de suma importância e deve ser estudada de forma preliminar como elaborar a discretização e divisão da malha de cada elemento e em locais diferentes de um mesmo elemento quando necessário. Isso deve ser feito para se obter coerência nos resultados e até mesmo para própria convergência da análise do modelo. Exemplos dessa preocupação com o modelo deste trabalho podem ser vistos nas regiões onde há contatos entre superfícies ou *constraints* (ligações onde se define total compatibilização de deslocamentos dos nós de duas superfícies diferentes em determinado local), nas regiões onde haverá grandes concentrações de tensão ou até mesmo necessidade de plastificação (parte inferior dos conectores de cisalhamento por exemplo) para que se possa obter convergência do modelo na análise. A Figura 32 mostra o refinamento da malha do conector (*stud bolt*) e da região onde o mesmo é soldado na mesa da viga. A Figura 33 mostra o refinamento da malha das cantoneiras e da região de contato dessas cantoneiras com as vigas.

Figura 32 - Malha do conector e região de contato com a viga



Fonte: Autor, 2018

Figura 33 - Malha na região de contato com as cantoneiras de ligação



Fonte: Autor, 2018

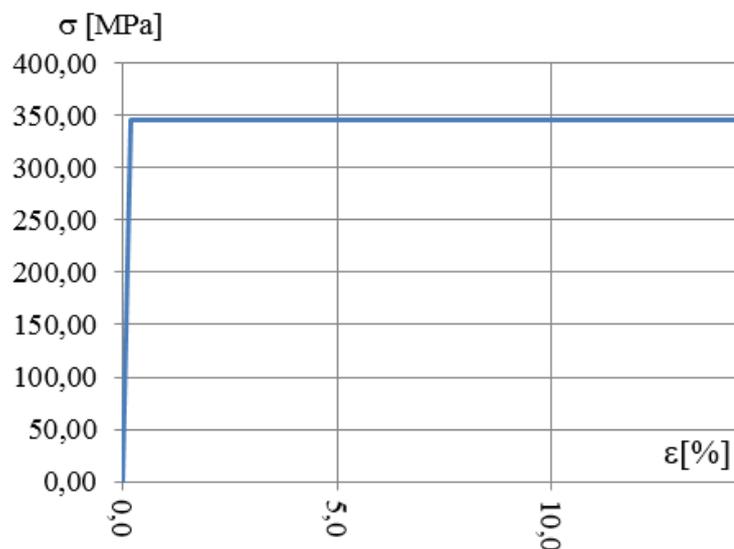
5.2. Propriedades dos materiais

Foi realizada análise não linear, plástica, do modelo para se obter o correto comportamento esperado da ligação mista.

Para o aço foi considerado um comportamento elástico perfeitamente plástico. Para isso inseriu-se no *software* as propriedades elásticas do material e um limite de escoamento para o regime plástico, tendo, assim, tal comportamento citado.

Para o aço dos conectores de cisalhamento (*Stud Bolts*) foi considerado um módulo de elasticidade $E = 200000$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e tensão limite de escoamento $f_y = 345$ MPa (ver Figura 34).

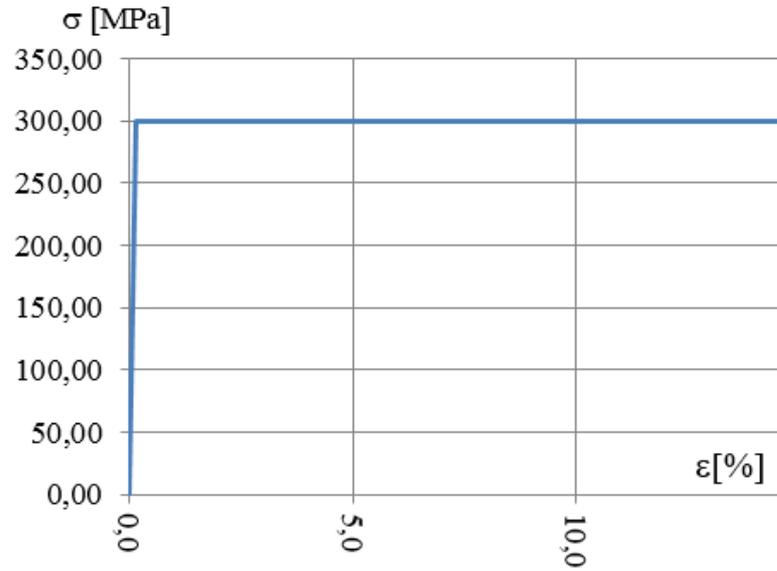
Figura 34 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço do conector



Fonte: Autor, 2018

Para o aço das vigas foi considerado um módulo de elasticidade $E = 200000$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e tensão limite de escoamento $f_y = 300$ MPa (ver Figura 35).

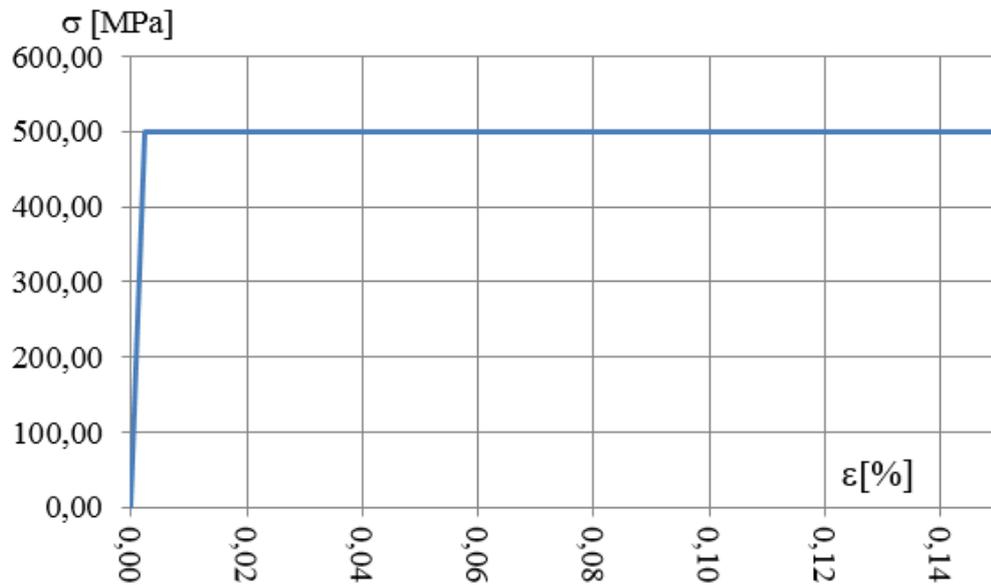
Figura 35 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das vigas



Fonte: Autor, 2018

Para o aço da armadura foi considerado um módulo de elasticidade $E = 210000$ MPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e tensão limite de escoamento $f_y = 500$ MPa (ver Figura 36).

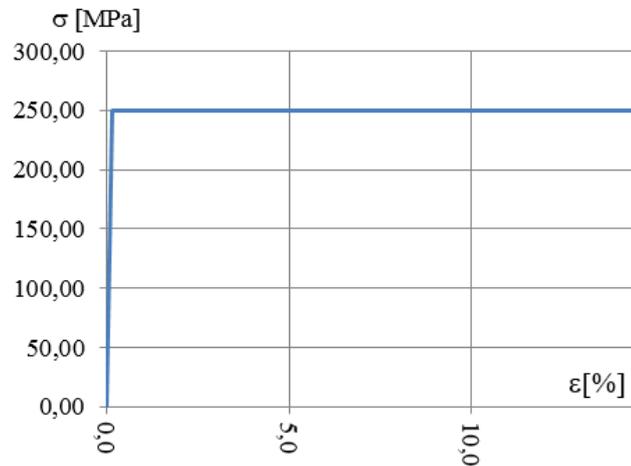
Figura 36 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das barras de armadura



Fonte: Autor, 2018

Para o aço das cantoneiras foi considerado um módulo de elasticidade $E = 200000 \text{ MPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e tensão limite de escoamento $f_y = 250 \text{ MPa}$ (ver Figura 37).

Figura 37 - Comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço das cantoneiras

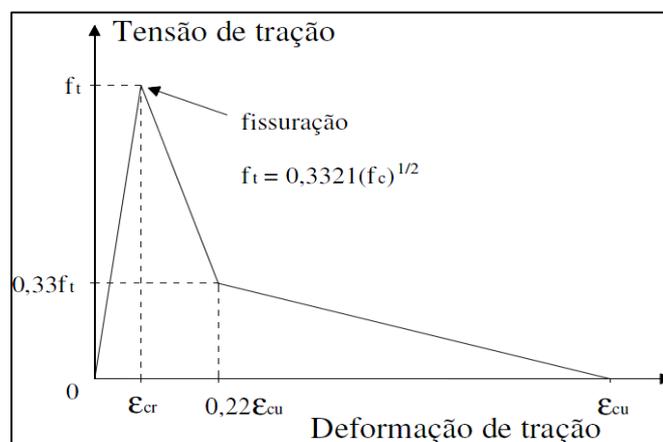


Fonte: Autor, 2018

Para o concreto, foram usadas aproximações da Lei Constitutiva para o concreto à tração (CALDAS, 2008) e da Lei Constitutiva para o concreto à compressão segundo ABNT NBR6118 (2014). Foi considerado um concreto com módulo de elasticidade $E = 21287 \text{ MPa}$, coeficiente de poisson $\nu = 0,2$ e $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ (ver Figura 38).

Para a Lei Constitutiva para o concreto à tração, ver Figura 38.

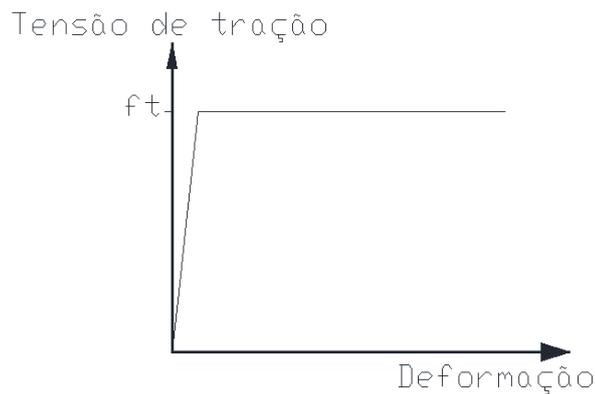
Figura 38 - Diagrama tensão x deformação do concreto à tração



Fonte: CALDAS, 2008

Para uma melhor convergência na análise, propõe-se uma simplificação, a utilização de um diagrama bi linear mostrado na Figura 39, que devido à baixa resistência do concreto à tração, não ocasionou uma alteração significativa nos resultados, sendo apenas necessário analisar os resultados considerando essa aproximação.

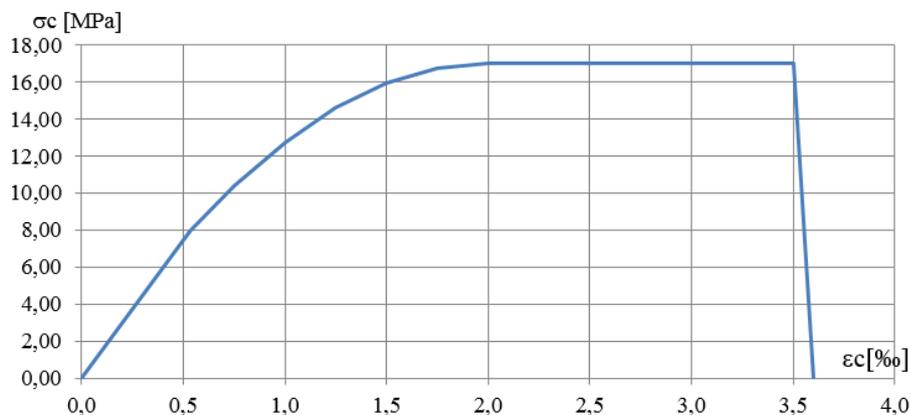
Figura 39 - Gráfico Tensão x deformação utilizado no modelo



Fonte: Autor, 2018

O comportamento à compressão do concreto é demonstrado na Figura 40, através de um o diagrama tensão x deformação do concreto à compressão segundo a ABNT NBR6118 (2014). Da mesma forma que à tração, propõe-se uma simplificação utilizando um diagrama bi linear mostrado na Figura 41, apresentando a relação tensão x deformação aproximada do concreto à compressão.

Figura 40 - Diagrama tensão x deformação à compressão do concreto



Fonte: NBR6118:2014

Figura 41 - Diagrama tensão x deformação bilinear aproximado utilizado no modelo

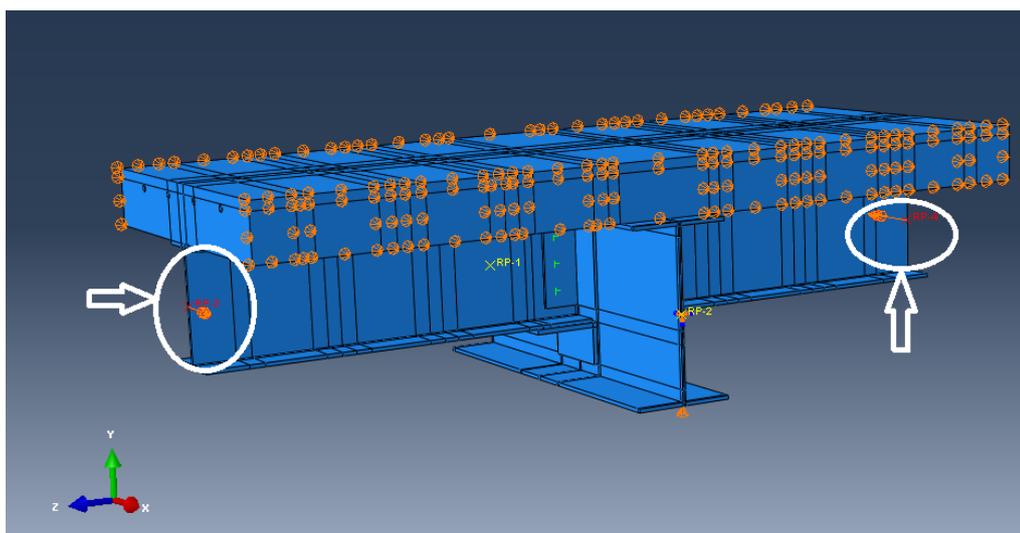


Fonte: Autor, 2018

5.3. Carregamentos

Os carregamentos inseridos foram momentos, iguais aos momentos fletores resistentes da ligação encontrados no estudo analítico, aplicados nas extremidades livres das duas vigas secundárias. O módulo desses momentos aplicados foi de 15.525 kN.cm. A Figura 42 mostra os pontos de aplicação desses momentos fletores.

Figura 42 - Momentos aplicados nas extremidades das vigas



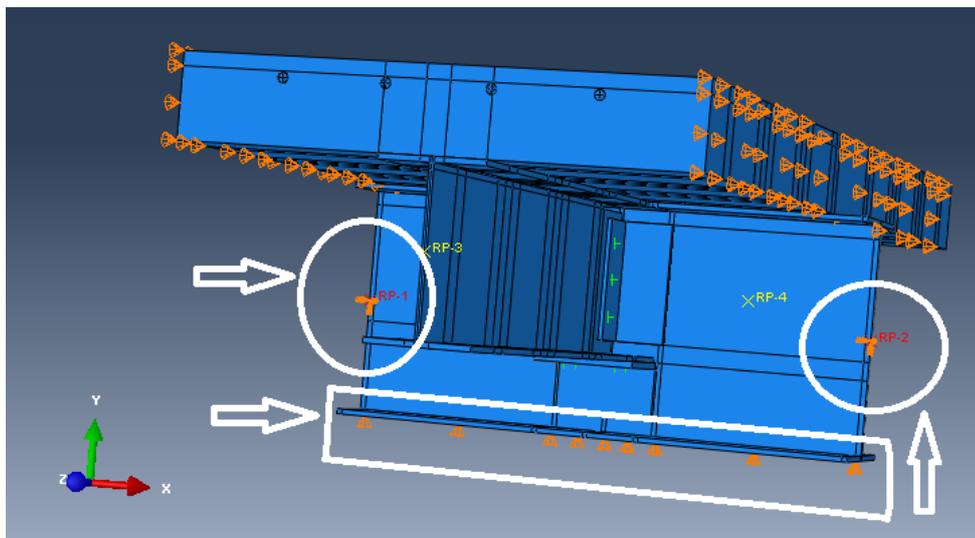
Fonte: Autor, 2018

Como esse trabalho tem o objetivo de medir a relação entre momento e rotação, esse momento total foi dividido em vários passos, e a cada intervalo de alguns passos foram aferidos os deslocamentos causados pelo quinhão de momento já aplicado para com isso obter-se o gráfico momento x rotação da ligação.

5.4. Condições de contorno

As condições de contorno foram aplicadas na viga principal, que foi engastada em suas duas extremidades. Foi também realizada uma restrição de deslocamento no eixo “y” na face da mesa inferior da viga principal para evitar que possíveis deslocamentos verticais da mesma pudessem interferir nas medições de deslocamentos da ligação. A Figura 43 apresenta tais restrições.

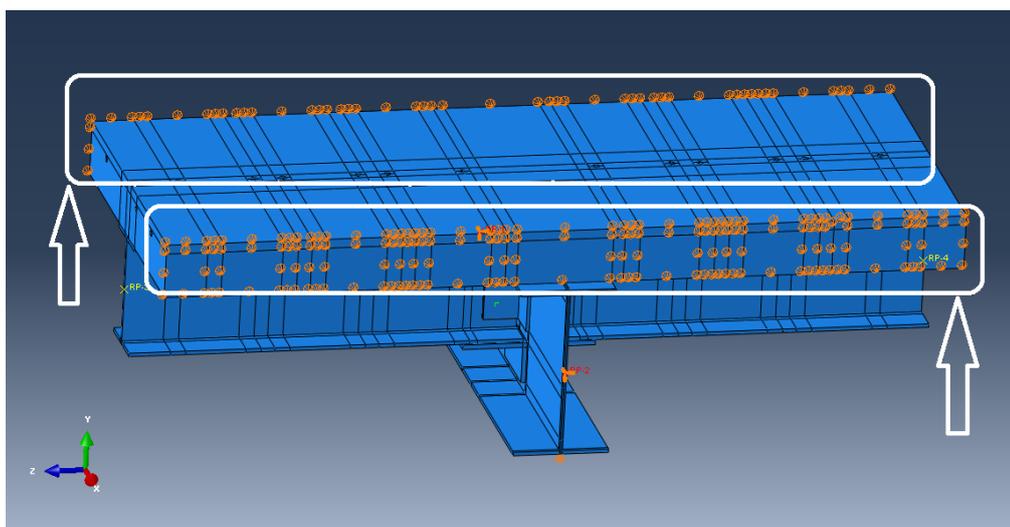
Figura 43 - Engaste nas extremidades e restrição no flange inferior da viga principal



Fonte: Autor, 2018

Foram também aplicadas restrições impedindo deslocamentos dos nós no sentido do eixo “x” nas faces das extremidades laterais da laje, para impedir o deslocamento da laje no eixo “x” e rotação dessas faces no eixo “z”. A Figura 44 mostra essas restrições.

Figura 44 - Condições de contorno nas faces laterais da laje



Fonte: Autor, 2018

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse Capítulo são apresentados alguns resultados da análise numérica em elementos finitos descrita no Capítulo 5 e comparação dos mesmos com os resultados obtidos com o modelo analítico descrito no Capítulo 4.

Partindo-se dos conceitos apresentados para o modelo analítico (apresentados no Capítulo 3 e utilizados no Capítulo 4) foram observados os comportamentos dos componentes que formam a ligação. A resistência final da ligação é diretamente ligada à resistência das armaduras uma vez que a própria formulação (equação 43) é dependente dessa resistência, adicionando-se o acréscimo de resistência proveniente das cantoneiras da alma. Sendo assim, os outros componentes devem ter resistência igual ou maior do que a resistência das armaduras para garantir que todo o esforço previsto para as mesmas seja desenvolvido sem colapso desses outros componentes.

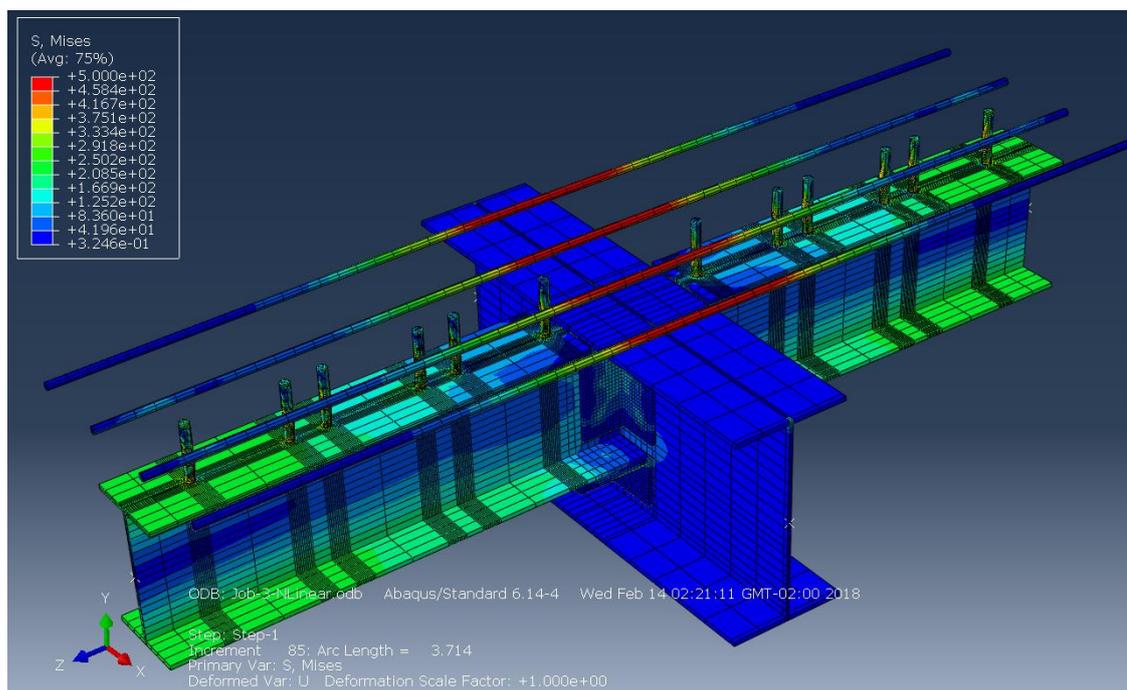
Então são analisadas as tensões e deslocamentos desses componentes e o diagrama momento x deformação da ligação completa.

6.1. Tensões encontradas nos elementos

Partindo-se dos conceitos apresentados para o modelo analítico foram observados os comportamentos dos componentes da ligação na análise numérica com aplicação do momento igual ao momento resistente obtido pelo modelo analítico.

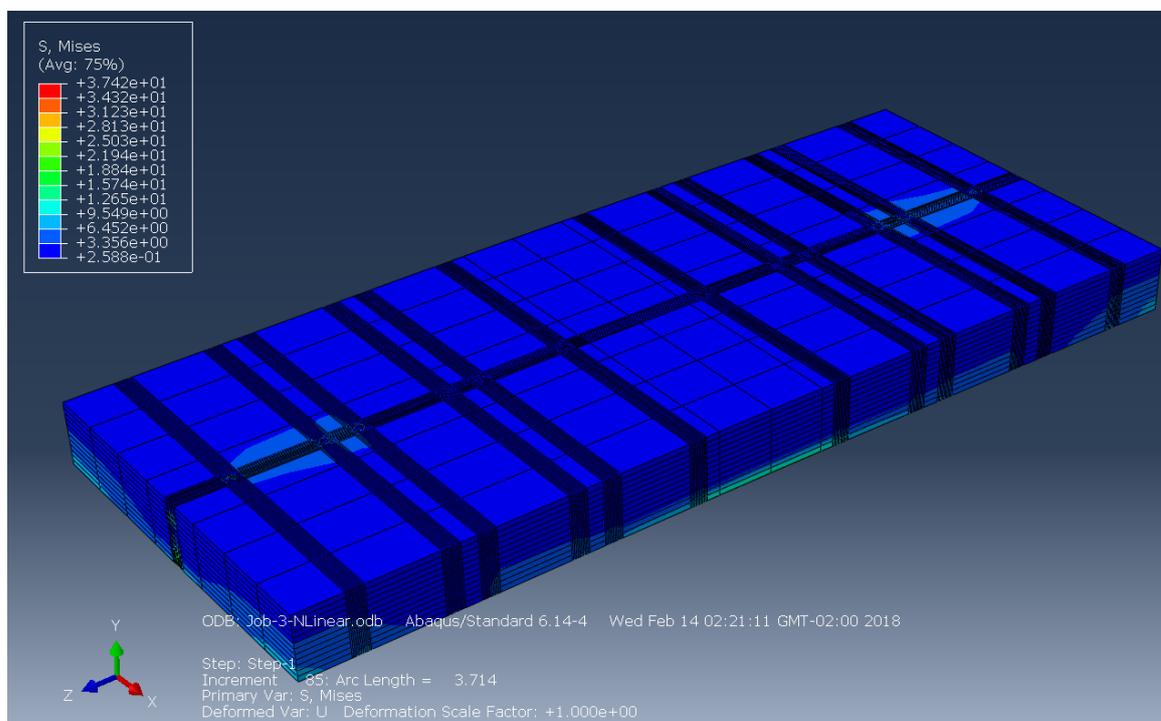
Apresentam-se a seguir as tensões obtidas com a análise não linear plástica do modelo numérico em elementos finitos no Abaqus, sendo que as tensões estão em MPa. Na Figura 45 tem-se o modelo com a laje de concreto omitida, podendo-se observar a tensão máxima de 500 MPa nas barras da armadura. Nas Figuras 46 e 47 é mostrada a laje, tendo tensões máximas nas regiões comprimidas pelos conectores de cisalhamento.

Figura 45 - Tensões nos elementos de aço (MPa) - maiores tensões nas armaduras (500MPa)



Fonte: Autor, 2018

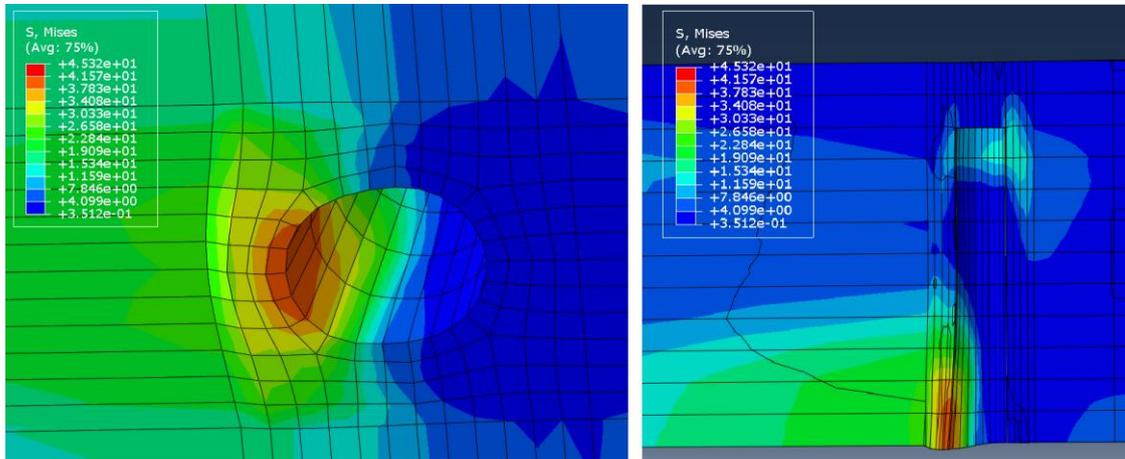
Figura 46 - Tensões na laje (MPa) – face superior



Fonte: Autor, 2018

Na Figura 47 são mostradas as tensões na laje na região dos conectores. A região vermelha é onde há compressão causada pelo conector.

Figura 47 - Tensões na laje na região dos conectores

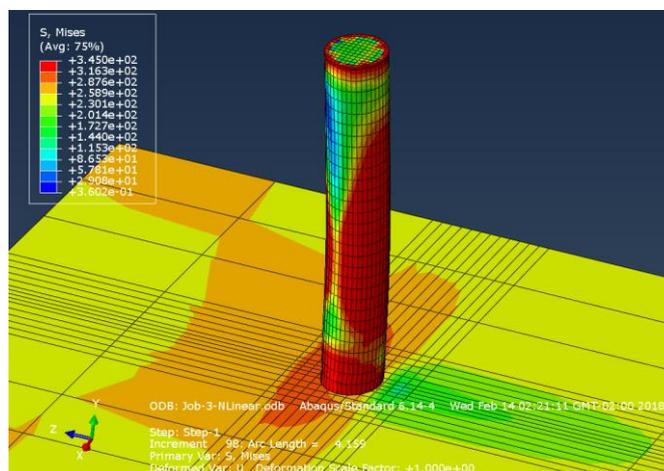


Fonte: Autor, 2018

Nota-se que na região vermelha e arredores a tensão ultrapassou a tensão a compressão do concreto, isso se dá devido à concentração de tensão nesse local. Nessa região há esmagamento do concreto comprimido, sendo um fenomeno localizado.

Na Figura 48 têm-se demonstradas as tensões no conector mais solicitado. Nota-se que toda a base atingiu a tensão limite de escoamento como se esperava.

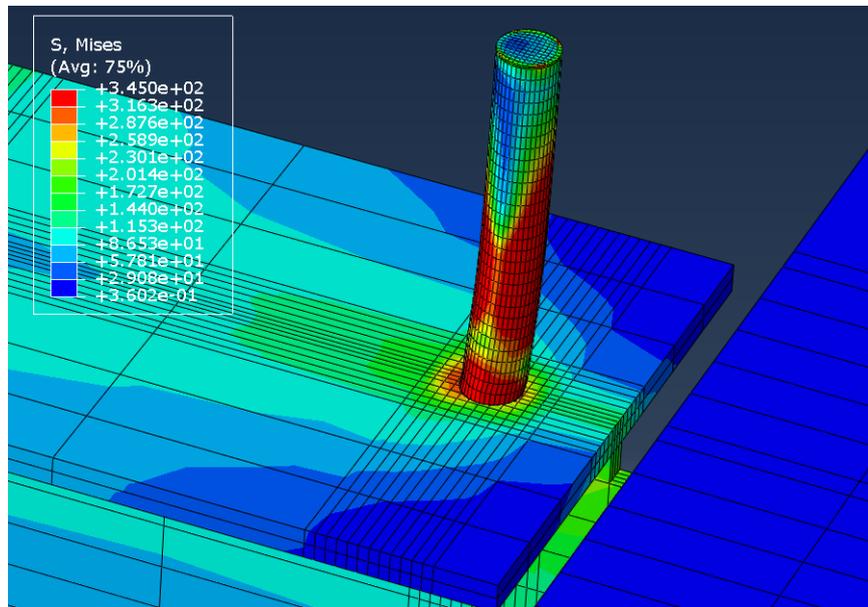
Figura 48 - Tensões no conector mais solicitado



Fonte: Autor, 2018

Na Figura 49 têm-se demonstradas as tensões no conector menos solicitado. Esse também atingiu a tensão limite de escoamento em toda base, sendo o último a atingir tais tensões.

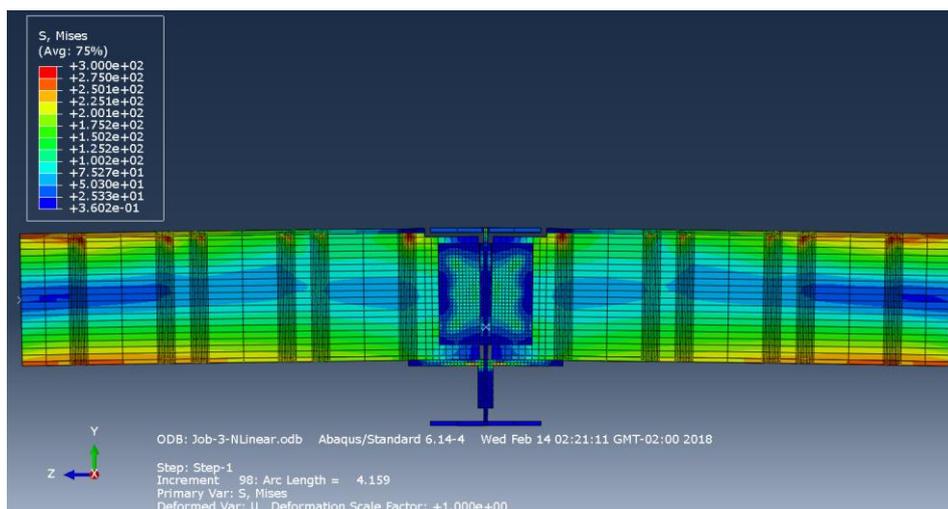
Figura 49 - Tensões no conector menos solicitado



Fonte: Autor, 2018

Na Figura 50 podem-se ver as tensões no restante dos elementos metálicos. Notam-se maiores tensões nas regiões das vigas onde são soldados os conectores de cisalhamento.

Figura 50 - Tensões nas vigas e cantoneiras de ligação

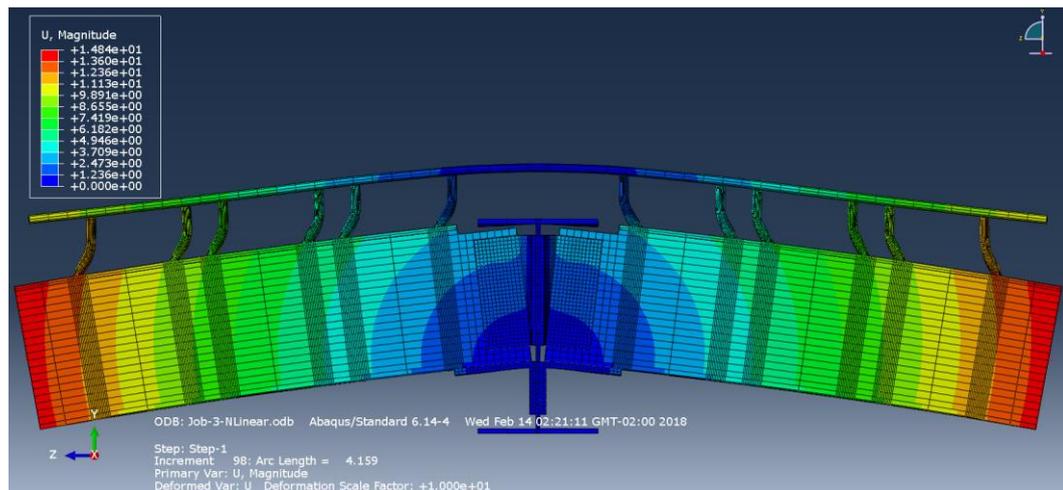


Fonte: Autor, 2018

6.2. Deslocamentos

Na Figura 51 é demonstrada a deformada da ligação ampliada dez vezes. Os deslocamentos demonstrados na legenda estão em milímetros e se referem ao deslocamento total dos nós em cada região (magnitude). Pode-se notar por essa deformada o comportamento dos conectores de cisalhamento envolvidos pelo concreto.

Figura 51 - Deformada ampliada da ligação



Fonte: Autor, 2018

6.2.1. Comparação do comportamento momento x rotação da ligação

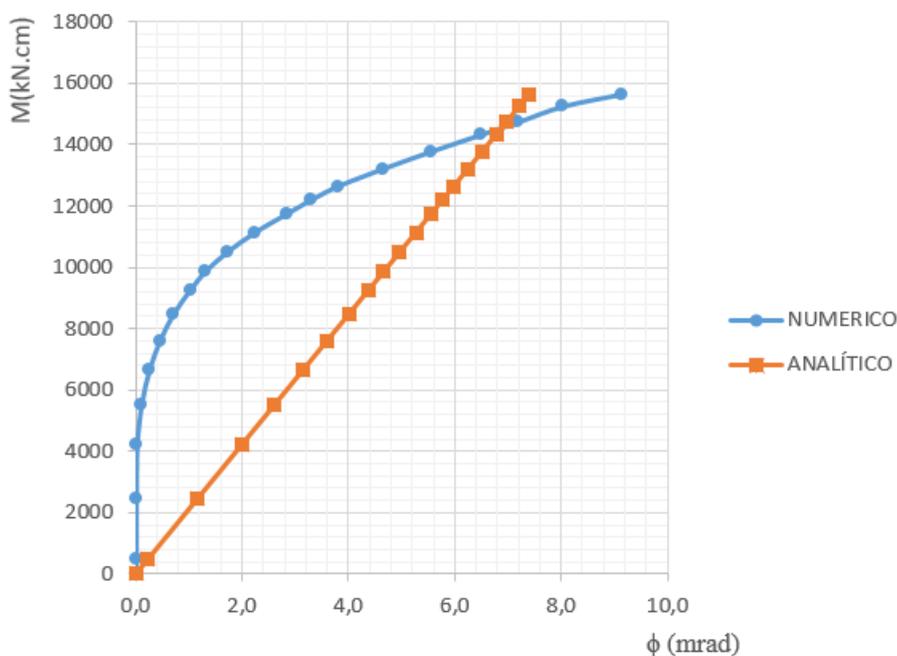
Na Figura 52 são mostrados os comportamentos por meio do gráfico momento x rotação da ligação para os modelos analítico e numérico desenvolvidos nesse trabalho.

No modelo analítico foi encontrada uma rigidez inicial para a ligação. Essa rigidez foi considerada como constante durante toda a rotação desenvolvida pela ligação, até a mesma atingir o limite resistente, por isso trata-se de um comportamento linear. Na análise numérica, inicialmente observa-se uma grande rigidez, devido a vários fatores como a grande contribuição do concreto antes da fissuração, a contribuição de todos os conectores de cisalhamento antes de atingirem o patamar de escoamento e a rigidez das armaduras antes de atingirem o patamar de escoamento. A partir do momento em que é atingida a resistência à tração da laje e os conectores de cisalhamento começam a atingir a tensão limite de escoamento, nota-se uma redução da rigidez e um comportamento não linear.

Considerou-se uma boa aproximação do comportamento entre os modelos analítico e numérico, sendo o comportamento linear do modelo analítico uma secante do comportamento

numérico. A Figura 53 mostra a comparação entre os diagramas momento x rotação dos modelos analítico e numérico. Observa-se que a ligação ao atingir o momento aplicado, aproximadamente 1550 kN.cm, apresenta uma rotação muito próxima para os dois modelos, indicando-se assim a viabilidade das análises.

Figura 52 - Comportamento momento x rotação analítico e numérico da ligação

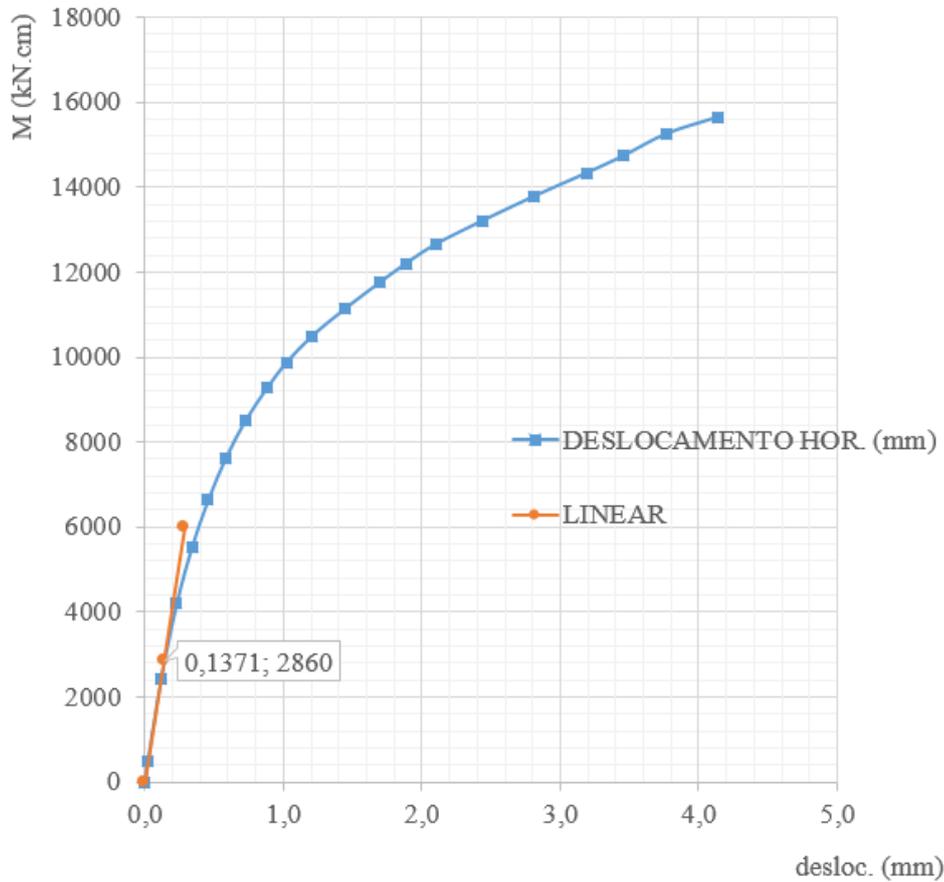


Fonte: Autor, 2018

6.2.2. Comportamento momento x deslocamento dos conectores

Pode-se confirmar, por meio da análise numérica, a grande influência do comportamento dos conectores de cisalhamento na curva momento x rotação da ligação. Seu comportamento de grande ductilidade possibilita a consideração de que todos os conectores irão atingir o patamar de escoamento tendo capacidade de desenvolver essa tensão até o limite último de plastificação de toda a seção. Na Figura 53 é mostrada a curva momento (na ligação) x deslocamento (relativo entre laje e viga) obtida na análise numérica.

Figura 53 - Curva Momento x Deslocamento relativo entre laje e viga



Fonte: Autor, 2018

No gráfico da Figura 53 pode-se notar que, até atingir o momento de 2860 kN.cm na ligação, tem-se uma grande rigidez e que o comportamento é linear. Esse ponto, analisando o modelo numérico, refere-se ao início do escoamento do conector mais solicitado. A partir desse ponto o comportamento não é mais linear pois vai ocorrendo a escoamento consecutivo dos conectores, e vai havendo perda de rigidez devido a esse fenômeno. Ao final, quando a ligação atinge o momento resistente, todos os conectores atingiram o limite de escoamento em toda a seção de suas bases (plastificação).

7. CONSIDERAÇÕES E SUGESTÕES

7.1. Considerações finais

Foi objetivo do trabalho a elaboração de um modelo analítico completo e comparação dos resultados com um modelo numérico para confirmação e melhor entendimento do comportamento de uma ligação mista semicontínua. Obteve-se uma boa aproximação entre os dois modelos, mesmo com aproximações consideradas para tornar possível tais análises.

Notou-se que as ligações mistas analisadas por ambos os modelos, analítico e numérico, apresentam rotações muito próximas quando submetidas ao momento máximo resistente, confirmando-se assim proximidade dos resultados desses modelos.

A consideração das cantoneiras de ligação da alma promove um tímido acréscimo na resistência da ligação completa, cerca de 10%, porém como já é normalmente inserida nessas ligações e eleva-se pouco o trabalho de dimensionamento, torna-se viável sua consideração no cálculo, uma vez que irá promover uma maior resistência sem custo adicional.

Observou-se que para se obter um conhecimento aprofundado sobre a ligação mista como um todo, é imprescindível um bom conhecimento de cada componente dessa ligação individualmente. Isso pode ser confirmado pelos modelos apresentados.

Observou-se que para modelos de geometria complexa como as de algumas ligações, principalmente quando se trata de análise que ultrapasse o regime elástico atingindo o regime plástico, a análise numérica por elementos finitos tem ótimos resultados com baixo custo de pesquisa.

A redistribuição de esforços observada em análise no regime plástico, possibilita o bom entendimento do comportamento real da maioria das ligações. Nesse trabalho notou-se esse comportamento principalmente para os conectores de cisalhamento e para as barras de armadura.

7.2. Sugestões para trabalhos futuros

Para possíveis trabalhos futuros considerando o assunto abordado neste trabalho, há várias considerações que podem ser inseridas ou modificações, e dentre elas podem-se citar:

- Inserção da contribuição da rigidez das cantoneiras de alma antes da cura do concreto;
- Dimensionamento de vários modelos para definição de em quais situações são economicamente viáveis e em quais não são a utilização de ligações mistas;
- Execução de análise experimental de um modelo com mesmas características para comparação com os modelos apresentados;
- Elaboração de modelos em que o elemento suporte influencie na rigidez e resistência da ligação (vigas ligadas às mesas da coluna por exemplo);
- Elaboração de programa computacional baseado na norma NBR 8800 (ABNT, 2008) com a consideração de cantoneiras de alma na formulação.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto – procedimento**. Rio de Janeiro. 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro. 2008.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. ANSI/AISC 360-10: Specification Structural Steel Buildings Members. Chicago, 2010.
- CALDAS, Rodrigo Barreto. **Análise numérica de estruturas de aço, concreto e mistas em situação de incêndio**. 2008. Tese de Doutorado. Ph. D thesis. Universidade Federal de Minas Gerais.
- DA MATA, Luciene Antinossi Cordeiro. Método de análise de sistemas deslocáveis com ligações mistas de aço e concreto, fundamentado teórica e experimentalmente. 2005.
- EN1994, B. S. 1-1.(2004). Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings. **British Standard Institution, London**, 2004.
- EN, B. S. 1-8: 2005. Eurocode 3: Design of steel structures-Part 1-8: Design of joints. **British Standards Institution, United Kingdom**, 2005.
- FIGUEIREDO, Luciana Maria Bonvino. **Ligações mistas viga-pilar-análise teórica e experimental**. 2004. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- KIRCHHOF, Larissa Degliuomini. **Uma contribuição ao estudo de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas em temperatura ambiente e em situação de incêndio**. 2004. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo.
- METFORM, S. A. Steel deck MF-75–Noções de utilização e dimensionamento. **METFORM SA: Betim, Minas Gerais**, 2000.
- PIRES, Vanessa Heckert Sevilla. Automação do cálculo de vigas mistas semicontínuas incluindo ligações mistas. 2003.
- QUEIROZ, Gílson; PIMENTA, Roberval José. **Elementos das estruturas mistas aço-concreto**. Editora O Lutador, 2001.

REX, Clinton Owen; EASTERLING, W. Samuel. **Behavior and Modeling of Single Bolt Lap Plate Connections**. Structures and Materials Research Laboratory, the Charles E. Via, J.[sic] Department of Civil and Environmental Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996.

SYSTÈMES, Dassault. Abaqus 6.14–Analysis Users’s Guide: Volume IV: Elements. **Providence, Rhode Island**, 2013.

ANEXO A

FÓRMULA DE CARDAN E FERRARI

A.1 — Fórmulas de Cardán

Seja a equação cúbica: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, onde o coeficiente de x^3 é 1 (senão, pode-se dividir toda a equação por tal coeficiente). Se a , b e c são números reais, o polinômio tem três raízes reais ou uma raiz real e duas complexas conjugadas. O procedimento para encontrar tais raízes consiste primeiro em calcular-se:

$$t_1 = \frac{3b-a^2}{9} \quad t_2 = \frac{ab-3c}{6} - \frac{a^3}{27}$$
$$t_3 = t_1^3 \quad t_4 = t_2^2 + t_3$$

Se $t_4 \geq 0$ então:

$$t_5 = \sqrt{t_4} \quad t_6 = \sqrt[3]{t_2 + t_5} \quad t_7 = \sqrt[3]{t_2 - t_5}$$

e o polinômio tem uma raiz real e duas raízes complexas conjugadas:

$$x_1 = t_6 + t_7 - \frac{a}{3}, \text{ e } x_{2,3} = \left(-\frac{t_6+t_7}{2} - \frac{a}{3}\right) \pm (t_6 - t_7) \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

Entretanto, se $t_4 < 0$:

$$t_5 = \operatorname{sen}(t_2) \sqrt{-\frac{t_2^2}{t_3}} \quad t_6 = \arccos(t_5) \quad t_7 = 2\sqrt{-t_1}$$

e o polinômio tem raízes reais:

$$x_1 = t_7 \cos\left(\frac{t_6}{3}\right) - \frac{a}{3} \quad x_{2,3} = -t_7 \cos\left(\frac{\pi \pm t_6}{3}\right) - \frac{a}{3}$$

A.2 — Fórmulas de Ferrari

Seja a equação de 4º grau: $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, onde o coeficiente de x^4 é 1 (senão, pode-se dividir toda a equação por tal coeficiente). Se a, b, c e d são números reais, o polinômio do 4º grau pode ser fatorado em dois polinômios quadráticos, os quais, resolvidos separadamente, fornecem as quatro raízes procuradas.

O procedimento para encontrar as raízes consiste primeiro em encontrar uma raiz real “ y ” da equação cúbica: $y^3 - by^2 + (ac - 4d)y + (4bd - a^2d - c^2) = 0$. Para isto, podem-se utilizar as fórmulas de Cardán previamente descritas.

Posteriormente:

$$e = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b + y} \quad f = \frac{ay - 2c}{4e}, \text{ se } e \neq 0 \quad f = \sqrt{\frac{y^2}{4} - d}, \text{ se } e = 0$$

A fatoração da equação de 4º grau fica então da seguinte maneira:

$$[x^2 + (a/2 - e)x + (y/2 - f)][x^2 + (a/2 + e)x + (y/2 + f)] = 0$$

Nota:

Em uma equação quadrática da forma: $x^2 + bx + c = 0$ (isto é, onde o coeficiente de x^2 é 1), as soluções são dadas por:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4c}{4}} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

Simplificando:

$$x_{1,2} = k \pm \sqrt{k^2 - c}, \text{ com } k = -\frac{b}{2}$$

ANEXO B

PROPRIEDADES UTILIZADAS NA VERIFICAÇÃO DE FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO

B.1 — Introdução

A seguir são apresentados os momentos de inércia da laje mista fissurada, contando-se com as contribuições das barras de armadura e da fôrma de aço (METFORM 2000), onde aplicável. No caso analisado as nervuras da fôrma de aço são perpendiculares à viga a ser analisada. As informações aqui apresentadas são utilizadas no cálculo da flambagem lateral com distorção, no termo I_2 , que é tomado como o menor momento de inércia à flexão nas seguintes situações:

- momento de inércia da laje mista fissurada no meio do vão da laje, por unidade de comprimento da viga, para momento positivo. Os elementos resistentes são o concreto comprimido e a fôrma de aço;

- momento de inércia da laje mista fissurada em um apoio interno da laje, por unidade de comprimento da viga, para momento negativo. Os elementos resistentes são o concreto comprimido e as barras de armadura.

Termos utilizados:

- E_c é o módulo de elasticidade do concreto, dado em MPa, pela equação:
 $0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$;

- E_a é o módulo de elasticidade do aço, em MPa;

- A_s' é a área de armadura por unidade de comprimento, tomada igual a 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma (Queiroz *et al.*, 2001);

- y é a posição da linha neutra elástica em relação ao topo do perfil de aço;

- $A_{fôrma}$ é a área da seção transversal da fôrma de aço, em cm^2/cm ;

- $I_{fôrma}$ é o momento de inércia da fôrma de aço, em cm^4/cm ;

- $CG_{fôrma}$ é a posição do centro de gravidade da fôrma de aço, a partir da face inferior em cm;

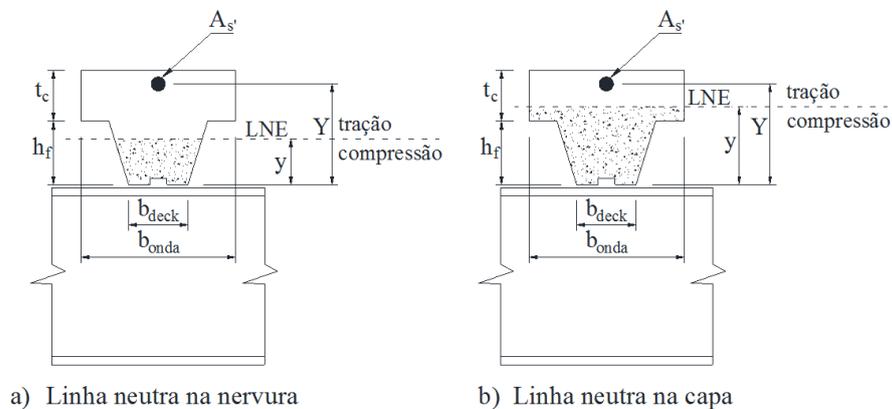
- t_c é a altura da capa de concreto sobre a fôrma;

- h_f é a altura da nervura da fôrma de aço.

B.2 — Região de momento negativo

Seja a seguinte Figura (Figura 54):

Figura 54 - Momento negativo



$$b' = 1/n \quad (\text{largura unitária de 1 cm})$$

$$b = b_{deck}/(b_{onda} n) \quad (\text{largura da nervura por comprimento da onda})$$

Posicionamento da linha neutra elástica, partindo-se da suposição de que a mesma se encontra na nervura:

$$y = \frac{A'_s Y + \frac{by^2}{2}}{A'_s + by}$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$\Delta = \frac{4A_s'^2}{b^2} + \frac{8A_s'Y}{b}$$

$$y = -\frac{A'_s}{b} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$$

Se y é igual ou inferior a h_f , a linha neutra encontra-se na nervura, como suposto.

Tem-se então o momento de inércia:

$$I_2 = [A'_s(Y - y)^2 + \frac{by^3}{3}]100 \text{ (cm}^4 \text{ /m)}$$

Se y é maior que h_f , a linha neutra encontra-se na capa de concreto. Tem-se então:

$$y = \frac{A'_s Y + \frac{b h_f^2}{2} + \frac{b'(y^2 - h_f^2)}{2}}{A'_s + b h_f + b'(y - h_f)}$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$\Delta = (A'_s + b h_f - b' h_f)^2 + 2b'(A'_s Y + b \frac{h_f^2}{2} - \frac{b' h_f^2}{2})$$

$$y = \frac{-A'_s - b h_f + b' h_f + \sqrt{\Delta}}{b'}$$

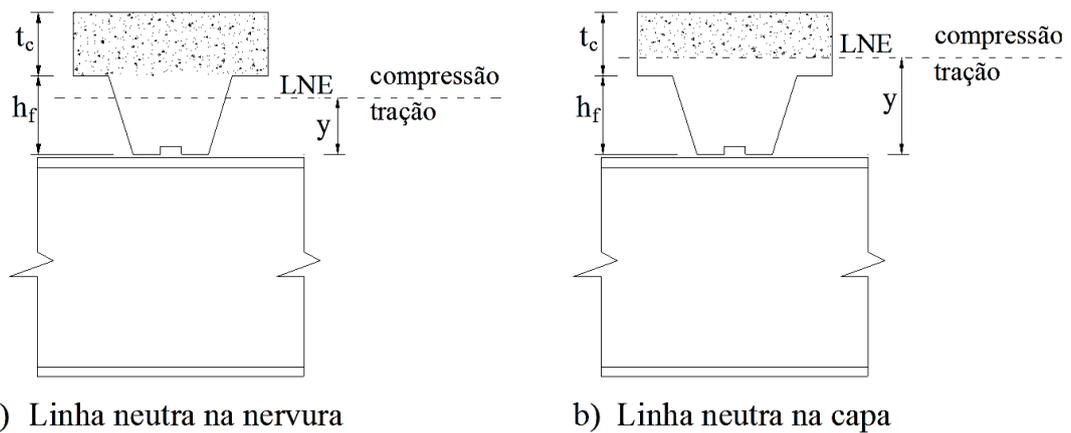
Tem-se então o momento de inercia:

$$I_2 = \left[\left(A'_s (Y - y)^2 + b' \frac{(y - h_f)^3}{3} + b \frac{h_f^3}{3} + b h_f (y - h_f)^2 \right) \right] 100 \text{ (cm}^4 \text{ /m)}$$

B.3 — Região de momento positivo

Seja a seguinte Figura:

Figura 55 - Momento positivo



$$b' = 1/n \quad (\text{largura unitária de 1 cm})$$

Posicionamento da linha neutra elástica, partindo-se da suposição de que a mesma encontra-se na nervura:

$$y = \frac{A_f \delta r m a C G f \delta r m a + t_c \left(\frac{t_c}{2} + h_f \right) b'}{A_f \delta r m a + b' t_c}$$

Se y é igual ou inferior a h_f , a linha neutra encontra-se na nervura, como suposto.

Tem-se então o momento de inércia

$$I_2 = \left[\left(\frac{b' t_c^3}{12} + b' t_c \left(\frac{t_c}{2} + h_f - y \right)^2 + I_{f\delta rma} + A_{f\delta rma} (y - C G_{f\delta rma})^2 \right) \right] 100 \text{ (cm}^4/\text{m)}$$

Se y é maior que h_f , parte-se para a suposição de que a linha neutra encontra-se na capa de concreto.

$$y = \frac{[A_{f\delta rma} C G_{f\delta rma} + b' (t_c + h_f - y) \left(\frac{t_c}{2} + \frac{h_f}{2} - \frac{y}{2} + y \right)]}{A_{f\delta rma} + b' (t_c + h_f - y)}$$

Resolvendo-se a equação acima para y obtém-se:

$$\Delta = (-2A_{f\delta rma} - 2b' t_c - 2b' h_f)^2 - 4b' (2A_{f\delta rma} C G_{f\delta rma} + b' t_c^2 + 2b' t_c h_f + b' h_f^2)$$

$$y = \frac{2A_{f\delta rma} + 2b' t_c + 2b' h_f \pm \sqrt{\Delta}}{2b'}$$

Tem-se então o momento de inércia:

$$I_2 = \left[\frac{b' (t_c + h_f - y)^3}{3} + I_{f\delta rma} + A_{f\delta rma} (y - C G_{f\delta rma})^2 \right] 100 \text{ (cm}^4/\text{m)}$$

ANEXO C – MODELO ANALÍTICO

Resolução analítica detalhada

Viga mista semicontínua

a) Verificação da viga mista antes da cura (viga de aço trabalhado isolada)

Propriedades da seção:

$$A_a = 56,68 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 8697 \text{ cm}^4$$

$$W_a = 580 \text{ cm}^3$$

$$Z_a = 655 \text{ cm}^3$$

Estado limite FLT (Flambagem lateral com torção):

Não verificado pois considera-se que a forma de aço (steel deck) impeça a flambagem lateral com torção.

Estado limite FLM (Flambagem local da mesa):

$$\lambda = b/t = (180/2)/9,5 = 9,47$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200000}{300}} = 9,81 > \lambda$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{Z_a f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{655 \times 3000}{1,1} = 1786363 \text{ kgf.cm} = 17863 \text{ kgf.m}$$

Estado limite FLA (Flambagem local da alma):

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = 281 / 8 = 35,1$$

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{200000}{300}} = 97,1 > \lambda$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\lambda_{a1}} = \frac{Z_a f_y}{\lambda_{a1}} = \frac{655 \times 3000}{1,1} = 1786363 \text{ kgf.cm} = 17863 \text{ kgf.m}$$

Limitação (item 5.4.2.2 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008)):

$$M_{Rd} \leq 1,50 \frac{W f_y}{\lambda_{a1}} = (1,5 \times 580 \times 3000) / 1,1 = 2372727 \text{ kgf.cm} = 23727 \text{ kgf.m}$$

Momento fletor solicitante de cálculo:

$$M_{Sd} = \frac{q l^2}{8} = [(650 \times 1,35 + 250 \times 1,5) \times 7^2] / 8 = 7671 \text{ kgf.m} < M_{Rd} \Rightarrow \text{Ok!}$$

b) Verificação esbeltez dos elementos da seção (para região sujeita a momento negativo)
(item O.2.4.1.1 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008))

- mesas

$$\lambda = 9,47 < \lambda_p = 11,01 \Rightarrow \text{Ok!}$$

- alma

Sendo:

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2 \text{ (área da armadura)}$$

f_{ys} = limite escoamento aço da armadura

A_1 = área da região tracionada do perfil de aço

A_2 = área da região comprimida do perfil de aço

f_y = limite escoamento aço do perfil

Tem-se então, devido ao equilíbrio das forças:

$$A_s \times f_{ys} + A_1 \times f_y = A_2 \times f_y, \text{ então:}$$

$$\begin{cases} 8,04 \times 50 + A_1 \times 30 = A_2 \times 30 \\ A_1 + A_2 = 56,68 \end{cases} e$$

Obtem-se:

$$A_2 = 35,04 \text{ cm}^2 = 18 \times 0,95 + 0,8 y_p$$

$y_p = 22,425 \text{ cm} = 224,25 \text{ mm}$ (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)

$$\lambda = \frac{h_p}{t_w} = \frac{2y_p}{t_w} = 56,1 < 108,97 \Rightarrow \text{Ok!}$$

c) Larguras efetivas da laje

Região de momento positivo:

$$b = \frac{2}{8} \times \frac{7}{10} \times 700 = 122,5 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$$

Região de momento negativo:

$$b = \frac{2}{8} \times \left(\frac{700+700}{4} \right) = 87,5 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$$

d) Momentos de inercia da seções mistas

$$E_c = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

$E_c = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{20} = 21287,4 \text{ MPa} = 212874 \text{ kgf/cm}^2$ (para cargas de curta duração)

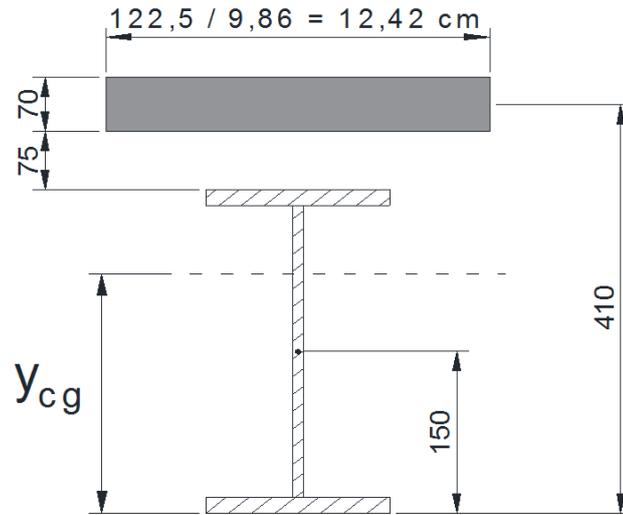
$$E'_c = E_c/3 = 212874/3 = 70958 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (para carga de longa duração)}$$

• Viga V1, região de momento positivo (largura efetiva da laje de concreto de 122,5 cm):

➤ Para E_c :

$$\text{Razão modular: } \alpha_E = \frac{E}{E_c} = \frac{2000000}{212874} = 9,86$$

Figura 56 - Seção homogeneizada para Ec (dimensões em mm exceto onde indicado)



Fonte: Autor, 2018

$$y_{cg} \times [A_a + (12,42 \times 7)] = A_a \times 15 + (12,42 \times 7) \times 41$$

$$y_{cg} \times [56,68 + 86,94] = 56,68 \times 15 + 3564,54$$

$y_{cg} = 30,74 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = I_a + A_a \times (y_{cg} - 15)^2 + \frac{7 \times 12,88^3}{12} + (7 \times 12,88) \times (41 - y_{cg})^2$$

$$I_{tr} = 8697 + 56,68 \times (30,74 - 15)^2 + \frac{7 \times 12,88^3}{12} + 90,16 \times (41 - 30,74)^2$$

$$I_{tr} = 33476 \text{ cm}^4$$

$$W_{tr} = 1089 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef} = I_a + \sqrt{\frac{\sum Q_{Rd}}{F_{hd}}} (I_{tr} - I_a)$$

$$F_{hd} = \text{menor entre } \begin{cases} A_a f_{yd} = 56,68 \times 3000 / 1,1 = 154582 \text{ kgf} \\ 0,85 f_{cd} b t_c = 0,85 \times 200 / 1,4 \times 122,5 \times 7 = 104125 \text{ kgf} \end{cases}$$

$$F_{hd} = 104125 \text{ kgf}$$

$$Q_{Rd} = 7097 \text{ kgf} \Rightarrow \sum Q_{Rd} = 92261 \text{ kg} \text{ (para 13 conectores)}$$

$$\eta = \frac{\sum Q_{Rd}}{F_{hd}} = \frac{92261}{104125} = 0,88 \text{ (o mais próximo possível do requerido no enunciado de 85\%)}$$

$$I_{ef} = 8697 + \sqrt{0,88} \times (33476 - 8697)$$

$$I_{ef} = 31942 \text{ cm}^4$$

$$W_{ef} = W_a + \sqrt{\frac{\sum Q_{Rd}}{F_{hd}}} (W_{tr} - W_a)$$

$$W_{ef} = 1057 \text{ cm}^3$$

➤ Para E_c' ($E_c / 3$):

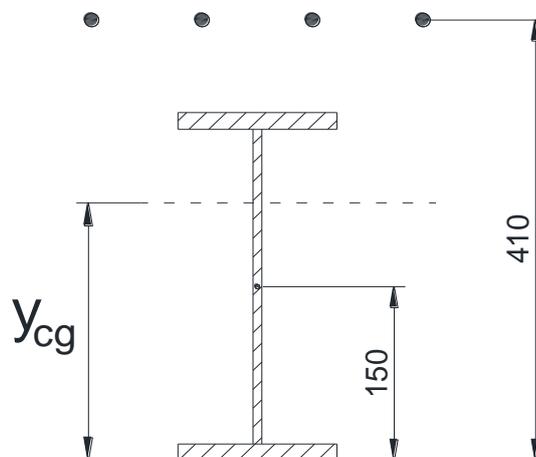
$y_{cg}' = 23,8 \text{ cm}$ (posição da linha neutral elástica da seção em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr}' = 21776 \text{ cm}^4 \quad W_{tr}' = 914,96 \text{ cm}^3$$

$$I_{ef}' = 20966 \text{ cm}^4 \quad W_{ef}' = 894,21 \text{ cm}^3$$

- Viga V1, região de momento negativo, armadura sem concreto:

Figura 57: Seção na região de momento negativo



Fonte: Autor, 2018

$$y_{cg} = (A_a \times 15 + A_s \times 41) / (A_a + A_s)$$

$y_{cg} = 18,23 \text{ cm}$ (posição da linha neutra elástica da seção em relação à face inferior do perfil metálico)

$$I_{tr} = I_a + A_a(18,23-15)^2 + A_s(41-18,23)^2$$

$$I_{tr} = 13456 \text{ cm}^4$$

e) Resistências plásticas ao momento fletor ($\lambda_w < \lambda_p$, para momento positivo)

• Viga V1 na região de momento positivo:

➤ Número de conectores:

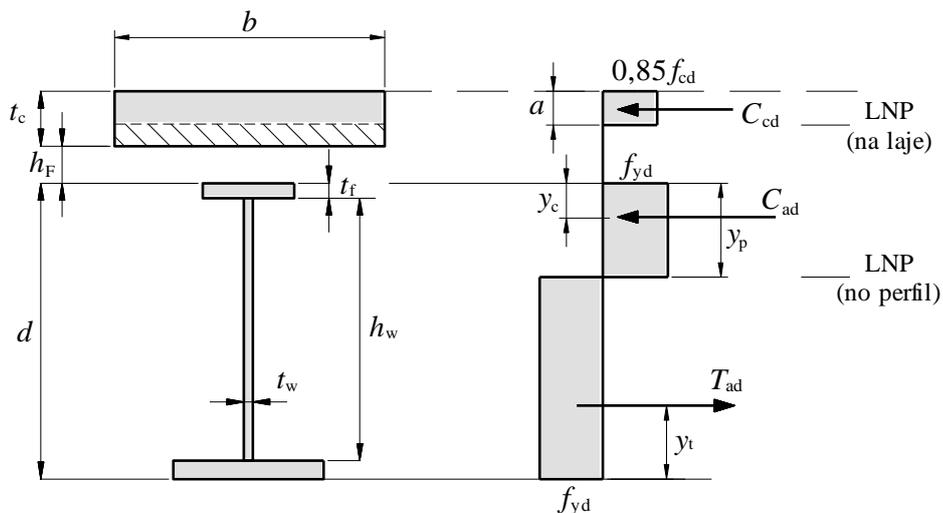
$n = 13$ conectores (já calculado no item anterior para interação de 88%, que é próxima à interação de 85% solicitada no enunciado).

➤ Pela norma NBR 8800 (ABNT, 2008), para o caso de interação parcial tem-se a resistência ao momento fletor:

$$M_{Rd} = \beta_{vm} \left[C_{ad}(d - y_t - y_c) + C_{cd} \left(t_c - \frac{a}{2} + h_f + d - y_t \right) \right]$$

Sendo:

Figura 58: Distribuição de tensões na viga mista na região de momento positivo



Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

$$C_{cd} = \sum Q_{Rd} = 92261 \text{ kg}$$

$$a = \frac{C_{cd}}{0,85f_{cda}} = \frac{92261}{0,85 \times (200/1,4) \times 122,5} = 6,2 \text{ cm}$$

$$C_{ad} = \frac{1}{2}(A_{afy_d} - C_{cd}) = \frac{1}{2}\left(56,68 \times \frac{3000}{1,1} - 92261\right) = 31160,4 \text{ kg}$$

$$T_{ad} = C_{cd} + C_{ad} = 92261 + 31160$$

$$A_{afy_d} = (0,95 \times 18) \times 2727,27 = 46636 \text{ kg}$$

Como $C_{ad} < A_{afy_d}$ – a segunda linha neutra encontra-se na mesa, então:

$$y_p = \frac{C_{ad}}{A_{afy_d}} t_f = \frac{31160,4}{46636} 0,95 = 0,635 \text{ cm} = 6,35 \text{ mm}$$

$$y_c = \frac{y_p}{2} = 0,318 \text{ cm}$$

$$y_t = 11,29 \text{ cm}$$

β_{vm} = definido no item “m”

$$M_{Rd} = \beta_{vm} \left[31160(30 - 11,29 - 0,318) + 92261 \left(7 - \frac{6,2}{2} + 7,5 + 30 - 11,29 \right) \right] = \beta_{vm}(3.351.073,43 \text{ kg.cm}) = \beta_{vm}(33.510,73 \text{ kg.m})$$

$$M_{Rd} = 0,95 \times 3.351.073,43 = 3.183.519,8 \text{ kg.cm} = 31.835 \text{ kg.m}$$

- Viga V1 na região de momento negativo (armadura dentro da largura efetiva):

De acordo com 4.2.1.b, determina-se o momento em relação à linha neutra plástica da viga mista:

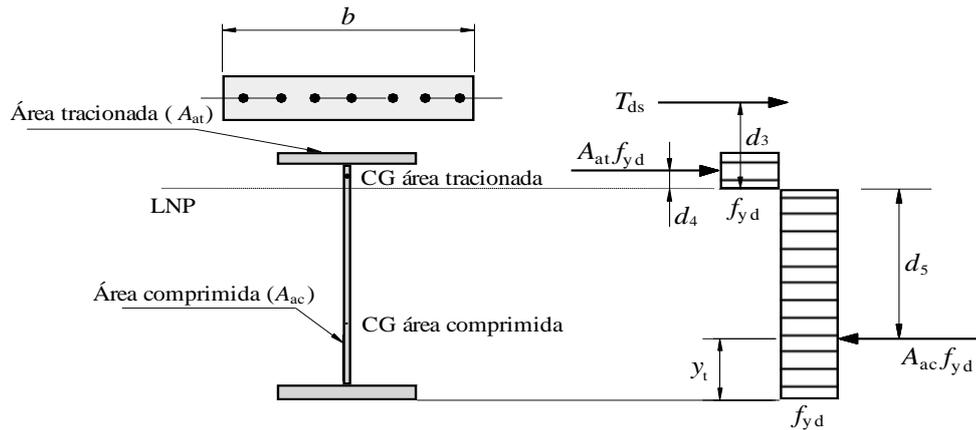
$$y_p = 22,425 \text{ cm (distância da linha neutra plástica à face superior da mesa inferior)}$$

Como já foram verificadas as relações entre largura e espessura da mesa e da alma em 4.2.1.b, então tem-se:

$$M_{Rd}^- = T_{ds}d_3 + A_{at}f_{yd}d_4 + A_{ac}f_{yd}d_5$$

Sendo:

Figura 59: Distribuição de tensões na viga mista na região de momento negativo



Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

$$M_{Rd}^- = \left(8,04 \times \frac{5000}{1,15}\right) \times 17,625 + 21,64 \times \left(\frac{3000}{1,1} \times 5,455\right) + 35,04 \times \left(\frac{3000}{1,1} \times 16,916\right)$$

$$M_{Rd}^- = 2.554.607 \text{ kgf.cm} = 25.546,07 \text{ kgf.m}$$

f) Conectores de cisalhamento na região de momento negativo

• rigidez inicial:

$$k_{CS} = \frac{nk_r}{\alpha}$$

Como os conectores são $\varnothing 3/4''$, tem-se:

$$F_{CS,Rd} = \sum Q_{Rd} \geq F_{s,Rd} = f_{sd} A_{sl} = \frac{5000}{1,15} \times 8,04 = 34956,52 \text{ kg (resistência das barras$$

de armadura)

Portanto:

$$n = \frac{34957}{7097} = 4,93 \rightarrow \text{adotar 6 conectores (pois será a quantidade utilizada no modelo$$

numérico)

$$k_r = 100.000 \text{ kg/cm}$$

$$\xi = \frac{I_a}{d_s^2 A_{sl}} = \frac{8697}{(26^2 \times 8,04)} = 1,6$$

$$\nu = \sqrt{\frac{(\xi+1)n k_r L_1 d_s^2}{E_a I_a}} = \sqrt{\frac{(1,6+1) \times 6 \times 100000 \times 105 \times 26^2}{2100000 \times 8697}} = 2,462$$

$$\alpha = v - \frac{(v-1)(d+y)}{d_s(\xi+1)} = 2,462 - \frac{(2,462-1)(30+11)}{26(1,6+1)} = 1,575$$

$$k_{cs} = \frac{nk_r}{\alpha} = \frac{6 \times 100000}{1,575} = 380.952 \text{ kg/cm}$$

- Resistência última:

$$F_{cs,Rd} = \sum Q_{Rd} = n \times Q_{Rd} = 6 \times 7097 = 42582 > 40200 \Rightarrow \text{Ok!}$$

- capacidade de deformação:

$$s^{(B)} = 2s^{(A)} \frac{F_s^{(B)}}{F_s^{(A)}}$$

$$s^{(A)} = \frac{0,7Q_{Rd}}{k_r} = \frac{0,7 \times 7097}{100000} = 0,05 \text{ cm}$$

$$F_s^{(A)} = k_{cs}s^{(A)} = 380952 \times 0,05 = 19047,8 \text{ kg}$$

$$F_s^{(B)} = A_s f_{ys} = 8,04 \times 5000 = 40200 \text{ kg}$$

$$s^{(B)} = 2 \times (0,05) \times \frac{40200}{19047,8} = 0,211 \text{ cm} = 2,11 \text{ mm}$$

g) Ligação inferior (cantoneira de assento)

- rigidez inicial:

$$k_i = \frac{n_\ell}{\frac{1}{k_{p1}} + \frac{1}{k_{p2}} + \frac{1}{k_b}}$$

$$n_\ell = 2$$

$$k_{p1} = 24k_s k_{t1} d_b f_{u1}$$

$$k_s = \frac{S}{4d_b} + 0,375 \leq 1,25$$

$$k_s = \frac{75}{4 \times 25,4} + 0,375 = 1,113 < 1,25$$

$$k_{t1} = \frac{1,5t_{p1}}{d_m} \leq 2,5$$

$$k_{t1} = \frac{1,5 \times 12,5}{16} = 1,172 \leq 2,5$$

$$f_{u1} = 400 \text{ MPa} = 4000 \text{ kgf/cm}$$

$$k_{p1} = 24 \times 1,113 \times 1,172 \times 2,54 \times 4000 = 318073 \text{ kg/cm}$$

$$k_{p2} = 24k_s k_{t2} d_b f_{u2}$$

$$k_{t2} = \frac{1,5t_{p2}}{d_m} \leq 2,5$$

$$k_{t2} = \frac{1,5 \times 9,5}{16} = 0,891 \leq 2,5$$

$$k_{p2} = 24 \times 1,113 \times 0,891 \times 2,54 \times 4000 = 241.811 \text{ kg/cm}$$

$$k_b = \frac{16f_{ub}d_b^2}{d_m} = \frac{16 \times 8250 \times 2,54^2}{1,6} = 532.257 \text{ kg/cm}$$

$$k_i = \frac{2}{\frac{1}{318073} + \frac{1}{241811} + \frac{1}{532257}} = 218384 \text{ kg/cm}$$

- resistência última:

$$F_{i,Rd} = \text{menor entre } \left\{ \begin{array}{l} n_b F_{b,Rd} \\ 1,25 f_{yd} A_{fi} \\ f_{L,yd} A_L \end{array} \right\} \geq F_{s,Rd}$$

$F_{b,Rd}$ da mesa inferior do perfil é o menor entre:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,4A_b f_{ub}}{\gamma_{a2}} = \frac{0,4 \times (\pi \times 2,54^2 \times 0,25) \times 8250}{1,35} = 12386 \text{ kg}$$

e

$$F_{c,Rd} = \frac{1,2 \ell_f t f_u}{\gamma_{a2}} \leq \frac{2,4 d_b t f_u}{\gamma_{a2}}$$

$$F_{c,Rd} = \frac{1,2 \times 7,5 \times 0,95 \times 4000}{1,35} \leq \frac{2,4 \times 2,54 \times 0,95 \times 4000}{1,35}$$

$$F_{c,Rd} = 25333 \leq 17159$$

$$F_{c,Rd} = 17159 \rightarrow n_b F_{b,Rd} = 4 \times 17159 = 68636 \text{ kg (para o perfil)}$$

$F_{b,Rd}$ da cantoneira inferior é o menor entre:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,4 A_b f_{ub}}{\gamma_{a2}} = \frac{0,4 \times (\pi \times 2,54^2 \times 0,25) \times 8250}{1,35} = 12386 \text{ kg}$$

e

$$F_{c,Rd} = \frac{1,2 \ell_f t f_u}{\gamma_{a2}} \leq \frac{2,4 d_b t f_u}{\gamma_{a2}}$$

$$F_{c,Rd} = \frac{1,2 \times 7,5 \times 1,25 \times 4000}{1,35} \leq \frac{2,4 \times 2,54 \times 1,25 \times 4000}{1,35}$$

$$F_{c,Rd} = 33333 \leq 22577$$

$$F_{c,Rd} = 22577 \rightarrow n_b F_{b,Rd} = 4 \times 22577 = 90311 \text{ kg (para a cantoneira)}$$

$$\text{Então, } n_b F_{b,Rd} = 68636 \text{ kg}$$

$$1,25 f_{yd} A_{fi} = 1,25 \times \frac{3000}{1,1} \times (0,95 \times 18) = 58295 \text{ kgf}$$

$$f_{L,yd} A_L = \frac{2500}{1,1} \times (1,25 \times 19) = 53977 \text{ kgf}$$

$$F_{i,Rd} = \text{menor entre } \begin{cases} 68636 \\ 58295 \\ 53977 \end{cases} \geq F_{s,Rd}$$

$$F_{i,Rd} = 53977 \geq F_{s,Rd}$$

- capacidade de deformação:

$$\Delta_{ui} = 3 \text{ mm}$$

h) Barras da armadura

- rigidez inicial

$$k_s = 2 \frac{A_{s\ell} E_s}{h_a}$$

$$k_s = 2 \frac{8,04 \times 2100000}{25} = 1350720 \text{ kgf/cm}$$

- resistência última:

$$F_{s,Rd} = f_{sd} A_{s\ell} = \frac{5000}{1,15} \times 8,04 = 34956 \text{ kgf}$$

- capacidade de deformação

$$\Delta_{us} = L \varepsilon_{smu}$$

$$L = \frac{h_c}{2} + a = \frac{250}{2} + 100 = 225 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{smu} = \varepsilon_{sy} - \beta_t \Delta \varepsilon_{sr} + \delta_0 \left(1 - \frac{\sigma_{sr\ell}}{f_{ys}} \right) (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy})$$

$$\beta_t = 0,4$$

$$\delta_0 = 0,8$$

$$\Delta \varepsilon_{sr} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s E_s}$$

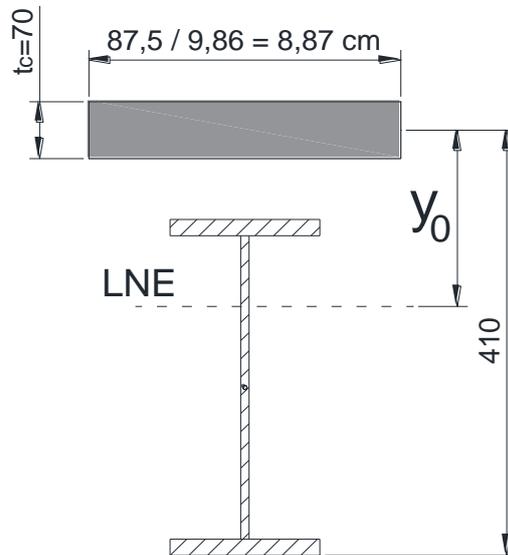
$$f_{ctm} = 0,3 \eta (f_{ck})^{2/3}$$

$$\eta = 0,3 + 0,7 (\rho_c / 2400) = 0,3 + 0,7 (2400 / 2400) = 1$$

$$f_{ctm} = 0,3 \times 1 \times (20)^{2/3} = 2,21 \text{ MPa} = 22,1 \text{ kgf/cm}^2$$

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2y_0}} + 0,3 \leq 1,0$$

Figura 60: Definição dos termos para cálculo do coeficiente k_c (seção mista homogeneizada na região de momento negativo com concreto não fissurado)



Fonte: Autor, 2018

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{7}{2 \times 12,41}} + 0,3 = 1,08 \leq 1,0$$

$$k_c = 1$$

$$\delta_s = \frac{A_{s\ell}}{A_c} = \frac{8,04}{(87,5 \times 7 - 8,04)} = 0,0133$$

$$\Delta \varepsilon_{sr} = \frac{10,26 \times 1}{0,0133 \times 2100000} = 3,673 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{ys}}{E_s} = \frac{5000}{2100000} = 2,38 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{su} = 0,08$$

$$\sigma_{sr\ell} = \frac{f_{ctm} k_c}{\delta_s} \left(1 + \frac{\delta_s E_s}{E_c} \right) = \frac{22,1 \times 1}{0,0133} \left(1 + \frac{0,0133 \times 2100000}{212874} \right) = 1879 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{smu} = 0,00238 - 0,4 \times 0,0003673 + 0,8 \times \left(1 - \frac{1879}{5000} \right) \times (0,08 - 0,00238)$$

$$\varepsilon_{smu} = 0,041$$

$$\Delta_{us} = L \varepsilon_{smu} = 22,5 \times 0,041 = 0,923 \text{ cm}$$

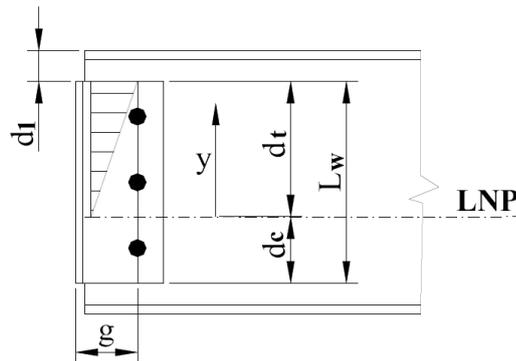
i) Cantoneiras da alma

- Determinação da linha neutra plástica da ligação mista:

$$y_{LNP} = \frac{(d+y)\Delta_{ui}}{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}}$$

$$y_{LNP} = \frac{(30+11) \times 0,3}{0,923 + 0,3 + 0,211} = 8,58 \text{ cm (a L.N.P. cruza as cantoneiras da alma } \Rightarrow \text{ ok!)}$$

Figura 61: Cantoneiras da alma



Fonte: Adaptado de Queiroz; Pimenta E da Mata, 2001).

$$d_1 = 3,5 \text{ cm (ver Figura 61)}$$

$$d_t = 30 - d_1 - y_{LNP} = 17,92 \text{ cm (comprimento tracionado da cantoneira)}$$

$$d_c = L_w - d_t = 23 - 17,92 = 5,98 \text{ cm (comprimento comprimido da cantoneira)}$$

$$gy = y(g - k_L) / d_t = y(7 - 1,746) / 17,92 = 0,309 y$$

- Determinação da linha neutra elástica:

$$y_{LNE} = \frac{(d+y)}{\left[k_i \left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{cs}} + \frac{1}{k_i} \right) \right]}$$

$$y_{LNE} = \frac{(30+11)}{\left[218384 \left(\frac{1}{1350720} + \frac{1}{380952} + \frac{1}{218384} \right) \right]} = 23,63 \text{ (a L.N.E. cruza as cantoneiras da alma } \Rightarrow$$

ok!)

- Equação de interação de Drucker:

$$t_L = 0,8 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{V_{py}}{V_0}\right)^4 + \frac{g_y}{t_L} \left(\frac{V_{py}}{V_0}\right) = 1$$

$$V_0 = f_{yL} t_L / 2 = 2500 \times 0,8 / 2 = 1000 \text{ kgf/cm} = 10 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{V_{py}^4}{10000} + \frac{g_y V_{py}}{8} = 1$$

$$V_{py}^4 + 1250g_y V_{py} - 10000 = 0$$

Para a resolução da equação anterior, a parte tracionada é dividida em 20 partes e os valores de V_{py} e yV_{py} são obtidos para cada uma delas através das fórmulas de Cardán e Ferrari, e mostrados na Tabela 4. Os valores de g_y são dados por: $g_y = 0,309y$.

Utilizando as fórmulas de Cardán e Ferrari (ver Anexo A) tem-se:

Primeiro utiliza-se a formula de Ferrari e encontra-se uma raiz real “Y” da equação cúbica “ $y^3 - by^2 + (ac - 4d)y + (4bd - a^2d - c^2) = 0$ ”, retirada da equação de 4º grau “ $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ” que se refere à equação de Drucker resultando:

$$V_{py}^4 + 0V_{py}^3 + 0V_{py}^2 + 1250g_y V_{py} - 10000 = 0$$

Sendo então:

$$a = 0, b = 0, c = 1250g_y, \text{ e } d = -10000$$

A equação cúbica torna-se então:

$$y^3 + 40000y - (1250g_y)^2 = 0$$

Para a primeira divisão (do total de 20) da tabela que faremos ($y = 0,85$) tem-se:

$$g_y = 0,309 \times 0,85 = 0,263 \text{ então a equação torna-se:}$$

$$y^3 + 40000y - 107789,1 = 0$$

Agora utiliza-se a formula de Cardán:

Considerando uma equação cúbica: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, para a equação encontrada acima com a fórmula de Ferrari temos os coeficientes:

$$a = 0, b = 40000, c = -107789,1$$

tem-se então:

$$t_1 = (3 \times 40000 - 0) / 9 = 13333,33$$

$$t_2 = (0 - 3 \times (-107789,1)) / 6 - 0 = 53894,55$$

$$t_3 = 2,37037 \times 10^{12}$$

$$t_4 = 53894,55 + 2,37037 \times 10^{12} = 2,373275 \times 10^{12}$$

$$t_5 = \sqrt{2,37327 \times 10^{12}} = 1540543,73$$

$$t_6 = \sqrt[3]{1594438,3} = 116,83$$

$$t_7 = \sqrt[3]{-1486649,18} = -114,13$$

então tem-se as raízes:

$$x_1 = 116,83 + (-114,13) - 0 = 2,7$$

$$x_{2,3} = \left(-\frac{116,83 + (-114,13)}{2} - 0 \right) \pm (116,83 + 114,13) \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$x_{2,3} = -1,35 \pm 200i$$

Após o cálculo da raiz real “y” retorna-se a formulação de Ferrari, tendo que:

$$e = \sqrt{0 - 0 + 2,7} = 1,643$$

$$f = \frac{0 - 2 \times 328,75}{4 \times 1,643} = -100,046$$

A fatoração da equação do 4º grau fica então da seguinte maneira:

$$\left[x^2 + (0 - 1,643)x + \left(\frac{2,7}{2} + 100,05 \right) \right] \left[x^2 + (0 + 1,643)x + \left(\frac{2,7}{2} - 100,05 \right) \right] = 0$$

Escolher a raiz que conduz à solução mais razoável:

$$x^2 - 1,643x + 101,4 = 0 \quad (1)$$

$$x_{1,2} = -\frac{(-1,643)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1,643}{2} \right)^2 - 101,4}$$

$$x_{1,2} = 0,82 \pm \sqrt{-100,73}$$

$$x_{1,2} = 0,82 \pm 10,04i$$

ou

$$x^2 + 1,643x - 98,7 = 0 \quad (2)$$

$$x_{1,2} = -\frac{1,643}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,643}{2}\right)^2 - (-98,7)}$$

$$x_{1,2} = -0,82 \pm 9,965$$

$$x_1 = 9,145$$

$$x_2 = -10,79$$

Então a raiz mais razoável é $x_1 = 9,145$, então $V_{py} = 9,145!$

Fazendo-se o mesmo para as outras 19 divisões seguintes constrói-se a seguinte tabela:

Tabela 4: Resolução da equação de integração de Drucker

| | y (cm) | g _y (cm) | V _{py} | yV _{py} |
|----|--------|---------------------|-----------------|------------------|
| 1 | 0,85 | 0,263 | 9,145 | 7,773 |
| 2 | 1,70 | 0,525 | 8,234 | 13,998 |
| 3 | 2,55 | 0,788 | 7,288 | 18,584 |
| 4 | 3,40 | 1,051 | 6,363 | 21,634 |
| 5 | 4,25 | 1,313 | 5,525 | 23,481 |
| 6 | 5,10 | 1,576 | 4,805 | 24,506 |
| 7 | 5,95 | 1,839 | 4,213 | 25,067 |
| 8 | 6,80 | 2,101 | 3,734 | 25,391 |
| 9 | 7,65 | 2,364 | 3,342 | 25,566 |
| 10 | 8,50 | 2,627 | 3,020 | 25,670 |
| 11 | 9,35 | 2,889 | 2,753 | 25,741 |
| 12 | 10,20 | 3,152 | 2,528 | 25,786 |
| 13 | 11,05 | 3,414 | 2,336 | 25,813 |
| 14 | 11,90 | 3,677 | 2,171 | 25,835 |
| 15 | 12,75 | 3,940 | 2,027 | 25,844 |
| 16 | 13,60 | 4,202 | 1,901 | 25,854 |
| 17 | 14,45 | 4,465 | 1,790 | 25,866 |
| 18 | 15,30 | 4,728 | 1,690 | 25,857 |
| 19 | 16,15 | 4,990 | 1,602 | 25,872 |
| 20 | 17,00 | 5,253 | 1,522 | 25,874 |
| | | $\Sigma =$ | 75,989 | 470,012 |

Utilizando-se as integrais discretizadas (equações 3.29 e 3.30) obtém-se:

$$V_{pw} = 2 \sum V_{py} \Delta y = 129,18 \text{ kN} = 12918 \text{ kg}$$

$$y_t = \frac{2 \sum V_{py} y \Delta y}{V_{pw}} = 6,185 \text{ cm}$$

- Cálculo de y_c :

$$f_{yL} t_L d_c = 2500 \times 0,8 \times 5,98 = 11960 \text{ kg}$$

$$2f_{yL} t_L d_c = 23920 \text{ kg}$$

Então como $f_{yL} t_L d_c < V_{pw} \leq 2f_{yL} t_L d_c$, tem-se:

$$y_c = f_{yL} t_L d_c^2 \left[\frac{(2+2\alpha-\alpha^2)}{3V_{pw}} \right]$$

$$\alpha = \frac{V_{pw}}{f_{yL} t_L d_c} - 1 = \frac{12918}{11960} - 1 = 0,08$$

$$y_c = 2500 \times 0,8 \times 5,98^2 \left[\frac{(2+2 \times 0,08 - 0,08^2)}{3 \times 12918} \right]$$

$$y_c = 3,97 \text{ cm}$$

- Momento último resistente:

$$M'_u = \frac{V_{pw}(y_t + y_c)}{\gamma_{a1}} = \frac{12918 \times (6,186 + 3,97)}{1,1}$$

$$M'_u = 119256,6 \text{ kg.cm}$$

- j) Rigidez inicial da ligação mista

$$S_i = \frac{M}{\theta} = \frac{(d+y)^2}{\left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_{cs}} + \frac{1}{k_i}\right)} = \frac{(30+11)^2}{\left(\frac{1}{1350720} + \frac{1}{380095} + \frac{1}{218384}\right)}$$

$$S_i = \frac{M}{\theta} = 211.437.042 \text{ kg.cm/rad} = 2.114.370 \text{ kN.cm/rad}$$

- k) Resistência última da ligação mista a momento

$$M_{Rd}^- = f_{sd} A_{s\ell} (d + y) + M'_u$$

$$M_{Rd}^- = \frac{5000}{1,15} \times 8,04 \times (30 + 11) + 119256,6 = 1433217,39 + 119256,6$$

$$M_{Rd}^- = 1.552.474 \text{ kg.cm} = 15524,7 \text{ kN.cm}$$

l) Capacidade de rotação disponível da ligação mista no estado último

$$\theta = \frac{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}}{d+y} = \frac{0,923 + 0,3 + 0,211}{30+11} = 0,03497 \text{ rad} \cong 35 \text{ mrad}$$

Observação: pode-se aumentar a capacidade de rotação disponível em 10% pois a construção é não-escorada. Sendo assim:

$$\theta = 1,1 \times 35 = 38,5 \text{ mrad}$$

m) Capacidade de rotação necessária da ligação mista

- Pelas Tabelas 1 a 3:

$$f_y = 300 \text{ MPa}$$

$$L/d_t = \frac{7000}{300+75+70} = 15,73$$

Utilizando a tabela 3 e interpolando para $L/d_t = 15,73$ com $f_y = 350 \text{ MPa}$ e também com $f_y = 275 \text{ MPa}$, e logo após interpolando entre os dois valores para $f_y = 300 \text{ MPa}$ temos:

Para $f_y = 350 \text{ MPa}$ e $L/d_t = 15,73$ tem-se rotação necessária $16,168 \text{ mrad}$

Para $f_y = 275 \text{ MPa}$ e $L/d_t = 15,73$ tem-se rotação necessária $14,73 \text{ mrad}$

Então para $f_y = 300 \text{ MPa}$ e $L/d_t = 15,73$ temos rotação necessária de **15,21 mrad**

Como $15,21 \text{ mrad} < 38,5 \text{ mrad}$ ok!

Agora para encontrar o β_{vm} para utilizar na determinação do momento fletor positivo resistente utiliza-se a tabela mais coerente com a rotação **disponível**. Então, tem-se:

Capacidade de rotação disponível

$$\theta = 38,5 \text{ mrad}$$

$$f_y = 300 \text{ MPa}$$

$$\text{Então } \beta_{vm} = \mathbf{0,95}$$

- Verificação adicional:

$$M_{Rd}^- \geq 0,3M_{Rd}$$

$$1.552.474 \text{ kg.cm} \geq 0,3 \times 3.183.519,8 \text{ kg.cm}$$

$$1.552.474 \text{ kg.cm} \geq 955.055,9 \text{ kg.cm} - \text{ok!}$$

n) Flecha para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura

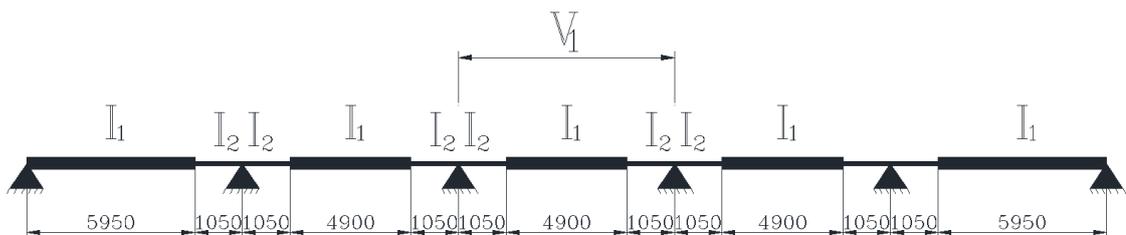
- antes da cura (viga biapoiada e I_a):

$$\delta CP_{ac} = \frac{5qL^4}{384EI_a} = \frac{5 \times (6,5 \text{ kg/cm}) \times (700 \text{ cm})^4}{384 \times \left(\frac{2100000 \text{ kg}}{\text{cm}^2}\right) \times (8697 \text{ cm}^4)} = 1,1126 \text{ cm}$$

- depois da cura (viga semicontínua):

O modelo para análise é dado na Figura 62, e os valores adotados para os momentos de inércia para carga de curta e longa duração são dados na tabela 5. Como não foram analisados os tramos externos neste trabalho, são considerados como iguais aos tramos internos.

Figura 62: Modelo para análise após a cura



Fonte: Adaptado de Queiroz; Pimenta E da Mata, 2001).

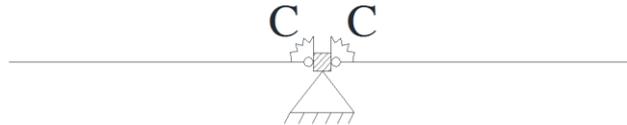
Tabela 5: Momentos de inércia para análise depois da cura

| | Curta duração (E_c) | Longa duração ($E_c/3$) |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| I_1 (cm^4) | 31942 | 20966 |
| I_2 (cm^4) | 13456 | 13456 |

A ligação entre vigas é modelada como mostrado na Figura 63, com a constante de mola já determinada:

$$C = S_i = 211437042 \text{ kgcm/rad} = 2114370 \text{ kNcm/rad}$$

Figura 63 - Modelo da ligação semicontínua entre as vigas



Fonte: Adaptado de Queiroz; Pimenta E da Mata, 2001).

Resultados da análise no CYPE 3D:

➤ Flecha para carga permanente depois da cura para I_{ef} com (E_c) (sem considerar efeito de longa duração):

$$\delta CP_{dc} = 0,1192 \text{ cm}$$

➤ Flecha para carga permanente depois da cura para I_{ef} com ($E_c / 3$) (considerando efeito de longa duração):

$$\delta' CP_{dc} = 0,1518 \text{ cm}$$

➤ Flecha para sobrecarga depois da cura I_{ef} e E_c (curta duração).

$$\delta SC_{dc} = 0,715 \text{ cm}$$

➤ Flecha para sobrecarga depois da cura I_{ef} e $E_c / 3$ (longa duração).

$$\delta' SC_{dc} = 0,911 \text{ cm}$$

- Combinações e limitações:

Tem-se, então:

$$\delta CP_{ac} = 1,1126 \text{ cm} \quad (I_a)$$

$$\delta CP_{dc} = 0,1192 \text{ cm} \quad (I_{ef} \text{ com } E_c)$$

$$\delta'CP_{dc} = 0,1518 \text{ cm} \quad (I_{ef} \text{ com } E_c /3)$$

$$\delta SC_{dc} = 0,715 \text{ cm} \quad (I_{ef} \text{ com } E_c)$$

$$\delta'SC_{dc} = 0,911 \text{ cm} \quad (I_{ef} \text{ com } E_c /3)$$

Combinações:

Caso 1 – Combinação quase permanente de serviço – Deslocamento que pode afetar a aparência da edificação:

$$\delta_{max} = 1,0x\delta CP_{ac} + 1,0x\delta'CP_{dc} + \psi_2x\delta'SC_{dc} - \delta_{cf} \leq L/350$$

sendo:

δ_{cf} o valor da contra flecha que pode ser aplicada, cujo valor máximo é igual à soma $\delta CP_{ac} + \delta CP_{dc}$. Porém neste trabalho não é aplicada contra flecha. Usualmente na pratica pode-se utilizar um valor menor para contra flecha, uma vez que não foram completamente consideradas as rigidezes das cantoneiras de alma e de assento.

L o vão da viga.

$$\delta_{max} = 1,0x1,1126 + 1,0x0,1518 + 0,6x0,911 - 0 \leq 700/350$$

$$\delta_{max} = 1,81 \leq 2 \text{ ok!}$$

Caso 2 – Combinações raras de serviço - Deslocamento que pode provocar danos aos elementos construtivos não estruturais.

$$\delta_{max,2} = 1,0x(\delta'CP_{dc} - \delta CP_{dc}) + (1 - \psi_2)x\delta SC_{dc} + \psi_2x\delta'SC_{dc} \leq L/350 \quad \text{sendo:}$$

$\delta'CP_{dc} - \delta CP_{dc}$ = deslocamento vertical devido somente aos efeitos de longa duração das ações permanentes.

$(1 - \psi_2)x\delta SC_{dc}$ = deslocamento vertical devido às ações variáveis depois da cura do concreto sem considerar os efeitos de longa duração.

$\psi_2x\delta'SC_{dc}$ = deslocamento vertical devido à parcela quase permanente das ações variáveis considerando os efeitos de longa duração.

Então, tem-se:

$$\delta_{max,2} = 1,0x(0,1518 - 0,1192) + (1 - 0,6)x0,715 + 0,6x0,911 \leq 700/350$$

$$\delta_{max,2} = 0,87 \leq 2 \text{ ok!}$$

o) Limitação da tensão de serviço para cargas nominais aplicadas antes e depois da cura.

Limitação para o trecho de momento positivo:

$$(1) \frac{M_{N,ac}}{W_a} + \frac{M'_{N,dc}}{W_{ef'}} = \frac{f_y}{\gamma_{a1}}$$

e

$$(2) \frac{M_{N,ac}}{W_a} + \frac{M_{N,dc}}{W_{ef}} = \frac{f_y}{\gamma_{a1}}$$

sendo:

$M_{N,ac}$ o momento fletor devido às ações de cálculo antes da cura do concreto;

W_a o módulo resistente inferior da seção da viga de aço;

$M'_{N,dc}$ o momento fletor devido às ações de cálculo depois da cura do concreto, com análise feita com $E_c / 3$;

$W_{ef'}$ o módulo resistente inferior da seção mista com $E_c / 3$;

$M_{N,dc}$ o momento fletor devido às ações de cálculo depois da cura do concreto, com análise feita com E_c);

W_{ef} o módulo resistente inferior da seção mista com E_c);

Momento solicitante antes da cura:

$$M_{N,ac} = \frac{qL^2}{8} = \frac{(6,5 \text{ kg/cm}) \times (700 \text{ cm})^2}{8} = 398125 \text{ kg.cm}$$

Utilizando combinações raras de serviço e a análise realizada do CYPE 3D para situação depois da cura, tem-se:

$$(1) \frac{M_{N,ac}}{W_a} + \frac{M'_{N,dc}}{W_{ef'}} = \frac{f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$\frac{398125}{580} + \frac{966800}{894,21} = \frac{3000}{1,1}$$

$$1768 \leq 2727 \text{ ok!}$$

$$(2) \frac{M_{N,ac}}{W_a} + \frac{M_{N,dc}}{W_{ef}} = \frac{f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$\frac{398125}{580} + \frac{1067100}{1057} = \frac{3000}{1,1}$$

1696 ≤ 2727 ok!

p) Limitação do momento de serviço para cargas nominais na ligação mista

$$(1) M_{N,dc}^- \leq \frac{2}{3} M_{Rd,lig}^-$$

$$(2) M'_{N,dc}^- \leq \frac{2}{3} M_{Rd,lig}^-$$

$M_{N,dc}^-$ = momento nominal na ligação mista (análise após a cura com E_c)

$M'_{N,dc}^-$ = momento nominal na ligação mista (análise após a cura com $E_c / 3$)

Então, tem-se:

$$(1) 535300 \leq \frac{2}{3} 1552474 = 1034983 \text{ ok!}$$

$$(2) 641000 \leq 1034983 \text{ ok!}$$

q) Verificação de resistência das vigas mistas ao momento fletor positivo

$$M_{Sd} = M_{Sd,q} - M_{Rd,ligam-esq}^- \frac{(L-x)}{L} - M_{Rd,ligam-dir}^- \left(\frac{x}{L}\right)$$

$$M_{Sd,q} = \frac{qL^2}{8} = \frac{[1,35x(6,5+3,75)+1,5x22,5]x(700cm)^2}{8} = 2.914.734 \text{ kg.cm}$$

Para momento máximo, ou seja, $x = 350$ cm, tem-se:

$$M_{Sd} = 2.914.734 - 1.552.474 \frac{(700-350)}{700} - 1.552.474 \left(\frac{350}{700}\right) \text{ kgf.cm}$$

$$M_{Sd} = 1.362.260 \text{ kg.cm} \leq M_{Rd} = 3.183.519,8 \text{ kg.cm} \Rightarrow \text{ok!}$$

r) Resistência de cálculo à flambagem lateral com distorção

- Cálculo de I_2 – momento de inércia da laje fissurada, por largura unitária, necessário para o cálculo da contribuição da laje na rigidez k_s (Anexo B):

$$E_c = 212874 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_a = 2100000 \text{ kgf/cm}^2$$

$$G = 788000 \text{ kgf/cm}^2$$

$$n = E_a/E_c = 9,86$$

$$b' = 1/n = 0,101$$

Região de momento positivo:

$$A_{f\hat{o}rma} = 0,1112 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$I_{f\hat{o}rma} = 1,0171 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

$$CG_{f\hat{o}rma} = 3,749 \text{ cm}$$

$$y = \frac{A_{f\hat{o}rma}CG_{f\hat{o}rma} + t_c \left(\frac{t_c}{2} + h_f\right) b'}{A_{f\hat{o}rma} + b' t_c} = 10,072 \text{ cm} \Rightarrow \text{L. N. E. na capa, então:}$$

$$y = \frac{\left[A_{f\hat{o}rma}CG_{f\hat{o}rma} + b'(t_c + h_f - y) \left(\frac{t_c}{2} + \frac{h_f}{2} - \frac{y}{2} + y \right) \right]}{A_{f\hat{o}rma} + b'(t_c + h_f - y)}$$

Resolvendo-se a equação anterior para y, obtém-se:

$$\Delta = (-2A_{f\hat{o}rma} - 2b' t_c - 2b' h_f)^2 - 4b'(2A_{f\hat{o}rma}CG_{f\hat{o}rma} + b't_c^2 + 2b't_c h_f + b'h_f^2) = 1,0824$$

$$y = \frac{2A_{f\hat{o}rma} + 2b' t_c + 2b' h_f \pm \sqrt{\Delta}}{2b'} = 10,713 \text{ cm}$$

Tem-se então o momento de inércia:

$$I_2 = \left[\frac{b'(t_c + h_f - y)^3}{3} + I_{f\hat{o}rma} + A_{f\hat{o}rma}(y - CG_{f\hat{o}rma})^2 \right] = 8,3652 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

Região de momento negativo:

$$b_{deck} = 11,9 \text{ cm}$$

$$onda = 27,4 \text{ cm}$$

$$b = b_{deck}/(onda \times n) = 0,0468 \text{ cm/cm}$$

$$A'_s = 0,001 \times 7 = 0,007 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$y = \frac{A'_s Y + \frac{by^2}{2}}{A'_s + by}$$

Resolvendo-se a equação anterior para y , obtém-se:

$$\Delta = \frac{4A'_s{}^2}{b^2} + \frac{8A'_s Y}{b} = 13,252$$

$$y = -\frac{A'_s}{b} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = 1,671 \text{ cm} \Rightarrow \text{L.N.E. na nervura}$$

Tem-se então o momento de inércia:

$$I_2 = \left[A'_s (Y - y)^2 + \frac{by^3}{3} \right] = 0,682 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

Adota-se então para I_2 o menor valor entre os trechos de momento positivo e negativo.

Portanto, $I_2 = 0,682 \text{ cm}^4 / \text{cm}$

- Cálculo da resistência à flambagem lateral com distorção (item 3.14.1):

primeiro calcula-se M_{cr} :

$$L = 700 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} (2bt_f^3 + ht_w^3) = \frac{1}{3} (2 \times 18 \times 0,95^3 + 29,05 \times 0,8^3) = 15,2464 \text{ cm}^4$$

$$I_{af,y} = \frac{t_f \cdot b^3}{12} = \frac{0,95 \times 18^3}{12} = 461,7 \text{ cm}^4$$

$$C_{dist} (\psi_1 = \frac{1552474}{3351073,43} = 0,4633; \psi_2 = 1), \text{ interpolando tem-se: } C_{dist} = 28,9$$

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$k_1 = \frac{\alpha (EI)_2}{a}$$

$$\alpha = 4$$

$$(EI)_2 = 2100000 \text{ kgf/cm}^2 \times 0,682 \text{ cm}^4/\text{cm} = 1432200 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2/\text{cm}$$

$$k_1 = \frac{4 \times 1432200}{250} = 22915 \text{ kg}$$

$$k_2 = \frac{Et_w^3}{4h_0(1-\nu_a^2)} = \frac{2100000 \times 0,8^3}{4 \times 29,05(1-0,3^2)} = 10168 \text{ kg}$$

$$k_r = \frac{22915 \times 10168}{22915 + 10168} = 7042,9 \text{ kg}$$

$$e = \frac{A I_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} = \frac{64,72 \times 8697}{56,68 \times 26(64,72 - 56,68)} = 47,51$$

$$\alpha_g = \frac{\left(\frac{h_0 I_x}{I_{ax}}\right)}{\left(\frac{h_0^2}{4} + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a}\right) + h_0} = \frac{\left(\frac{29,05 \times 13456}{8697}\right)}{\left(\frac{29,05^2}{4} + \frac{(8697 + 924,6)}{56,68}\right) + 29,05} = \frac{44,9462}{37,0636} = 1,213$$

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}}$$

$$M_{cr} = 1,213 \times \frac{28,9}{700} \sqrt{\left(788000 \times 15,2464 + \frac{7042,9 \times 700^2}{\pi^2}\right) \times 2100000 \times 461,7}$$

$$M_{cr} = 29655814 \text{ kgf.cm}$$

$$M_{Rk}^- = \left(8,04 \times \frac{5000}{1,00}\right) \times 17,625 + 21,64 \times \left(\frac{3000}{1,0} \times 5,455\right) + 35,04 \times \left(\frac{3000}{1,0} \times 16,916\right)$$

$$M_{Rk}^- = 2840873,5 \text{ kg.cm}$$

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{M_{Rk}^-}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2840873,5}{29655814}} = 0,3095$$

Se λ_{dist} não superar 0,40, pode-se tomar χ_{dist} igual a 1,00, então tem-se:

$$M_{dist,Rd}^- = \chi_{dist} M_{Rd}^- = 2.554.607 \text{ kgf.cm} > M_{Rd,lig}^- = 1.552.474 \text{ kg.cm} - \text{Ok!}$$

A resistência última da ligação mista não é reduzida pela flambagem lateral com distorção.