

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS – ICEB  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DEMAT  
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A SIGNIFICAÇÃO DOS CONCEITOS DE PERÍMETRO E  
ÁREA, NA ÓTICA DO PENSAMENTO REFLEXIVO,  
TRABALHANDO EM AMBIENTES DE GEOMETRIA  
DINÂMICA.

José Paulo de Asevedo Machado

OURO PRETO

2011

José Paulo de Asevedo Machado

**A SIGNIFICAÇÃO DOS CONCEITOS DE PERÍMETRO E  
ÁREA, NA ÓTICA DO PENSAMENTO REFLEXIVO,  
TRABALHANDO EM AMBIENTES DE GEOMETRIA  
DINÂMICA.**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

OURO PRETO

2011

## FICHA CATALOGRÁFICA

M149s Machado, José Paulo de Asevedo.

A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica [manuscrito] / José Paulo de Asevedo Machado – 2011.

xii, 165 f.: il., color.; grafs.; quadros.

Orientador: Prof. Dr. Dale William Bean.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Geometria - Estudo e ensino - Teses. 3. Psicologia educacional - Pensamento reflexivo - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.

CDU: 514:37.015.3

Universidade Federal de Ouro Preto  
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB  
Departamento de Matemática – DEMAT  
Mestrado Profissional em Educação Matemática

A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica.

José Paulo de Asevedo Machado

Orientador: Dr. Dale William Bean

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por José Paulo de Asevedo Machado e aprovada pela Comissão Examinadora.

Data: 27/08/2011

-----  
Orientador: Dale William Bean

COMISSÃO EXAMINADORA:

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda

\_\_\_\_\_  
Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup> Teresinha Fumi Kawasaki

Ouro Preto

2011

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por confiar em minha capacidade de superação, não me desamparando nessa trajetória.

Aos meus pais, que estiveram comigo, mesmo no silêncio, dividindo a angústia das dificuldades e semeando a perseverança.

Aos professores: Ronaldo, pelo incentivo e paciência nos momentos mais difíceis, e Marta, pela colaboração na pesquisa de campo.

À coordenadora do mestrado profissional em educação matemática, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Cristina Ferreira, pela dedicação e atenção.

A todos os professores do mestrado profissional, pelo apoio, especialmente ao Dr. Dale W. Bean pela paciência na orientação, Dr. Frederico da S. Reis pelo suporte intelectual e incentivo, e Dr<sup>a</sup> Marger da C. V. Viana pela sábia experiência.

A todos os colegas de turma pelo incentivo, especialmente aos companheiros de grupo (Walter, Glauco e Mário), e às professoras Cirléia, Rosângela e Kelly, pela acolhida.

Aos colegas professores e alunos da Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira”, que compreenderam o motivo da minha ausência.

## RESUMO

Este é o registro de uma pesquisa que investigou a significação dos conceitos de perímetro e área adotando a metodologia da observação participante em uma turma do sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública de Entre Rios de Minas - MG, utilizando como instrumentos a geometria dinâmica e os próprios conceitos. As atividades dinâmicas têm como referência teórica o trabalho de Gravina (2001) e o pensamento reflexivo (Dewey, 1959), direcionadas para a atribuição de significados aos conceitos. Utiliza-se o *software GeoGebra* como instrumento para dirimir desafios de determinadas situações relacionadas ao cotidiano, incorporadas à atividade, envolvendo figuras retangulares e regiões triangulares. Assinala como uma experiência positiva à produção de significados, especialmente, o significado expositivo, pela extensão dos conceitos em casos particulares. Como produto, apresenta-se uma proposta de ação pedagógica que visa contribuir para a atribuição de significados ao conceito de área, em ambientes informatizados, à luz do pensamento reflexivo.

**Palavras-chave:** Pensamento Reflexivo. Significados. Perímetro. Área. Geometria Dinâmica.

## ABSTRACT

This is the record of a study that investigated attributing meaning to the concepts of perimeter and area by adopting the methodology of participant observation in a class of seventh grade students at a public school in Entre Rios de Minas - MG, using dynamic geometry and the concepts themselves as tools. The dynamic activities, constructed based on the theoretical work of Gravina (2001) and reflective thinking (Dewey, 1959), were administered in a manner so that the students would attribute meanings to the concepts. The *software GeoGebra* is used as a tool to resolve challenging situations related to everyday experiences incorporated in activities involving rectangular figures and triangular regions. The results indicate that the activities were positive in terms of the production of meaning, especially expositive meaning, by means of the extension of the concepts to particular cases. A proposal for a pedagogical action to contribute to the attribution of meaning to the concept of area in computerized environments, in the light of reflective thinking, is presented as a product of this study.

**Keywords:** Reflective thinking. Meanings. Perimeter. Area. Dynamic geometry.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Questão de perímetro Prova Brasil 2009.....	19
Figura 2	Questão de área Prova Brasil 2009.....	20
Figura 3	Questão de perímetro Simave 2006.....	21
Figura 4	Área de um quadrado sobre a malha.....	36
Figura 5	Área de um retângulo sobre a malha .....	36
Figura 6	Área aproximada de região plana por Lima (1985).....	37
Figura 7	Atividade de área por Facco (2003).....	39
Figura 8	Atividade dinâmica da fórmula de área do triângulo por Baldini (2004).....	40
Figura 9	Ilustração do quadrado para a definição expositiva .....	51
Figura 10	Imagem da atividade dinâmica 1 – <i>GeoGebra</i> .....	76
Figura 11	Imagem da atividade dinâmica 2 – <i>GeoGebra</i> .....	79
Figura 12	Imagem da atividade dinâmica 3 - <i>GeoGebra</i> .....	81
Figura 13	Imagem da relação perímetro x área com retângulos - <i>GeoGebra</i> .....	84
Figura 14	Imagem da atividade dinâmica 4 - <i>GeoGebra</i> .....	85
Figura 15	Imagem da atividade dinâmica 5 – <i>GeoGebra</i> - LKDO e LSG .....	86
Figura 16	Colagem da letra “E” da atividade 5 por LKDO e LSG .....	86
Figura 17	Imagem da atividade 1 - <i>GeoGebra</i> .....	108
Figura 18	Imagem da atividade dinâmica 2 polígono irregular .....	110
Figura 19	Imagem da Atividade dinâmica 2 decomposta – <i>GeoGebra</i> .....	111
Figura 20	Desenho de JCSS e LCMM da atividade 2, questão 3.....	112
Figura 21	Imagem da Atividade dinâmica 3 por LSG e LKDO – <i>GeoGebra</i> .....	114
Figura 22	Imagem da atividade dinâmica 4 – <i>GeoGebra</i> .....	117
Figura 23	Imagem da atividade dinâmica 5 por LSG e LKDO - <i>GeoGebra</i> .....	121
Figura 24	Colagem em papel da atividade 5 por LKDO e LSG.....	121
Figura 25	Imagem letra O da atividade 5 por JVSS e IBS – <i>GeoGebra</i> .....	123

Figura 26	Colagem em papel letra O da atividade 5 por JVSS e IBS...	123
Figura 27	Imagem da letra R da atividade 5 por CARR e GSR - <i>GeoGebra</i> .....	123
Figura 28	Colagem em papel letra R da atividade 5 por CARR e GSR	123
Figura 29	Imagem da letra R da atividade 5 por LMR e BCRS - <i>GeoGebra</i> .....	124
Figura 30	Colagem da letra R da atividade 5 por LMR e BCRS.....	124
Figura 31	Desenho de AVRL no teste final, questão 2.....	128
Figura 32	Desenho de PPC no teste final, questão 2.....	129
Figura 33	Imagem do teste final, questão 8, relação perímetro x área - <i>GeoGebra</i> .....	130
Figura 34	Imagem do teste final questão 9 letra H - <i>GeoGebra</i> .....	131
Figura 35	Imagem do teste final questão 10 - <i>GeoGebra</i> .....	132
Figura 36	Desenho de CARC do teste final questão 10.....	133
Figura 37	Desenho de LKDO e LSG- Atividade 2 questão 3.....	134
Figura 38	Desenho de LKDO do teste final questão 10.....	134
Figura 39	Imagem da atividade 1, perímetro qualquer <i>GeoGebra</i> .....	144
Figura 40	Imagem da atividade 1, perímetro 15 unidades - <i>GeoGebra</i>	144
Figura 41	Imagem letra R com área qualquer - <i>GeoGebra</i> .....	145
Figura 42	Imagem letra R com área 24 unidades quadradas - <i>GeoGebra</i> .....	145
Gráfico 1	Objetos de interesse do aluno, questionário, questão 17.....	98
Gráfico 2	Contribuições do <i>software</i> na segunda atividade dinâmica...	112
Gráfico 3	Contribuições do <i>software</i> na quinta atividade dinâmica.....	125
Gráfico 4	Vantagens do <i>software</i> na avaliação da pesquisa.....	137
Gráfico 5	Desvantagens do <i>software</i> na avaliação da pesquisa.....	137
Quadro 1	Relação de atividades da pesquisa no laboratório.....	73
Quadro 2	Questão de perímetro no teste inicial questão 7.....	102
Quadro 3	Relação dos grupos de alunos para atividades na sala.....	103
Quadro 4	Respostas dos alunos sobre atividade de perímetro com trena na sala questão 1, item C.....	104
Quadro 5	Respostas dos alunos sobre atividade 1 - perímetro com trena na sala, questão 3.....	104



Quadro 6	Respostas dos alunos sobre atividade 1 - perímetro com a trena na sala, questão 4.....	<b>105</b>
Quadro 7	Contribuição do <i>software</i> na atividade dinâmica 4.....	<b>119</b>
Quadro 8	Respostas dos alunos no teste final questão 4.....	<b>130</b>
Quadro 9	Respostas dos alunos no teste final questão 8.....	<b>131</b>
Quadro 10	Comparativo - conceito de perímetro – significados.....	<b>142</b>
Quadro 11	Comparativo - conceito de área – significados.....	<b>142</b>

## SUMÁRIO

	<b>APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>I</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
1.1	O uso das tecnologias no processo ensino e aprendizagem.....	17
1.2	O problema.....	19
1.3	O problema na ótica da significação de conceitos.....	22
1.4	A significação em relação ao pensamento reflexivo de Dewey	23
1.5	Experiências e considerações sociais.....	24
1.6	Instrumentos do pensamento reflexivo.....	26
1.7	A hipótese norteadora.....	27
1.8	O objetivo.....	28
1.9	Organização da dissertação.....	28
<b>II</b>	<b>GEOMETRIA: CONTEXTO, ENSINO E APRENDIZAGEM, PERÍMETRO E ÁREA.....</b>	<b>30</b>
2.1	O ensino e a aprendizagem de geometria.....	30
2.2	Geometria: entre o abstrato e o concreto.....	32
2.3	Conceitos de perímetro e área.....	34
2.4	Outras pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de perímetro e área.....	38
<b>III</b>	<b>PENSAMENTO REFLEXIVO, CONCEITOS E SIGNIFICADOS.....</b>	<b>43</b>
3.1	Pensamento reflexivo e o papel da dúvida.....	43
3.2	As fases do pensamento reflexivo.....	45
3.3	O conceito.....	48
3.4	A significação do conceito.....	48

3.5	Experiências individual/social.....	54
3.6	A postura do professor diante do pensamento reflexivo.....	56
3.7	O pensamento reflexivo e a relação professor-aluno.....	58
<b>IV</b>	<b>TECNOLOGIAS, EDUCAÇÃO E GEOMETRIA DINÂMICA.....</b>	<b>61</b>
4.1	Informática na educação.....	61
4.2	A geometria dinâmica.....	64
<b>V</b>	<b>O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS COM UTILIZAÇÃO DE SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA.....</b>	<b>68</b>
5.1	As atividades exploratórias.....	71
5.2	Primeira atividade: significando perímetro no contexto da sala de aula.....	75
5.3	Segunda atividade: significando área pelo uso em figura irregular.....	79
5.4	Terceira atividade: significando a relação entre perímetro e área.....	80
5.5	Quarta atividade: significando área pelo uso em duas figuras planas.....	84
5.6	Quinta atividade: significando área por composição e decomposição.....	85
<b>VI</b>	<b>AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES DINÂMICAS: A PESQUISA DE CAMPO.....</b>	<b>89</b>
6.1	Métodos e procedimentos.....	89
6.2	Sobre o local da pesquisa de campo.....	92
6.3	Práticas e atividades em 2009.....	93

6.3.1	Perímetro e área - atividade extraclasse.....	94
6.3.2	O geoplano para estudo de perímetro e área.....	94
6.4	O projeto-piloto.....	95
6.5	As atividades da pesquisa de campo.....	96
6.5.1	Dados do questionário socioeconômico cultural da turma.....	97
6.5.2	Teste inicial.....	99
6.5.3	As práticas desenvolvidas na sala em 2010.....	102
6.5.3.1	Atividade 1 – Perímetro na sala com a trena.....	103
6.5.3.2	Atividade 2 – Área utilizando colagem de jornais.....	105
6.5.4	As atividades com <i>software</i> de geometria dinâmicas da pesquisa de campo.....	107
6.5.4.1	Primeira atividade dinâmica: o perímetro e o quadro da sala...	108
6.5.4.2	Segunda atividade dinâmica: encontrando a área de uma figura geométrica irregular.....	110
6.5.4.3	Terceira atividade dinâmica: relação entre perímetro e área.....	113
6.5.4.4	Quarta atividade dinâmica: significando área com duas figuras	117
6.5.4.5	Quinta atividade dinâmica: área por composição e decomposição.....	119
6.5.5	Teste final .....	126
6.5.6	Avaliação da pesquisa pelos alunos.....	134
6.6	Discussão dos resultados.....	139
6.6.1	A premissa do pensamento reflexivo.....	139
6.6.2	O alcance da geometria dinâmica.....	143

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>147</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>153</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>156</b>

## APRESENTAÇÃO

Meu interesse pela Matemática se manifestou na adolescência, quando ainda aluno do ensino fundamental e trabalhando como auxiliar de serviços na construção civil, argumentava com o pedreiro, a partir de reflexões conceituais, discutindo aspectos da aplicação do conhecimento matemático de forma prática. Isso refletia uma inquietação: como utilizar os conhecimentos matemáticos, aprendidos na escola, no trabalho diário? Os conceitos de perímetro e área, por exemplo, estão muito presentes na construção civil. Raras vezes foi possível intervir com os conhecimentos matemáticos da formação escolar para contribuir em cálculos necessários nos canteiros de obras. A maioria dos pedreiros da construção civil tem pouca formação escolar, lançando mão principalmente da experiência adquirida no trabalho para o exercício da profissão.

Já nessa época, observei, por outro lado, que a matemática ensinada pelos professores no colégio não era contextualizada e não refletia aspectos relacionados à construção civil. Os pedreiros, a partir de sua prática, tinham sempre indagações que não eram discutidas na escola, reforçando a ideia de que a matemática escolar e o trabalho estavam em posições divergentes. Na escola, a memorização se caracterizava como sinônimo de aprendizagem, em detrimento de informações práticas de inúmeras descobertas, passadas de geração a geração. Na construção civil, prevaleciam cálculos orais, aproximação, estimativa, entre outras regras práticas.

O gosto por conjecturar sobre formas de ensino nasceu quando, aluno do ensino médio, compartilhava informações, e, ao mesmo tempo, despertava para o desejo de conseguir que colegas entendessem os conceitos e propriedades da matemática. Entretanto, nesses grupos de estudo, repetíamos os métodos e recursos utilizados em nossas salas de aula: conceitos, fórmulas, aplicação de fórmulas e listas de exercícios repetitivos. Qual seria a contribuição da escola? Aprende-se a calcular a área do quadrado e do retângulo, mas a maioria das formas geométricas encontradas no dia a dia é irregular. Qual a contribuição da matemática para a vida?

O ingresso no curso de licenciatura curta em Ciências (habilitação de Matemática e Ciências de 1º grau) teve como objetivo preparar-me para a carreira

acadêmica e ingressar em novo mercado de trabalho. A Fundação de Ensino Superior de São João Del Rei (FUNREI) tornou-se instituição pública em 1988, ano do meu ingresso no curso de licenciatura. A estrutura do curso, naquela época, contribuiu pouco para minha formação, pois não acompanhava as tendências do ensino. O aspecto positivo de se tornar instituição pública não garantiu, em curto prazo, a qualidade do ensino. A estrutura hoje existente levou alguns anos para se consolidar. A transição de particular para pública e a especificidade do curso podem ter minimizado os alcances da matemática. Instruções de prática de ensino eram formatadas e distantes da realidade de sala de aula.

Com o estágio supervisionado, veio o primeiro emprego numa escola estadual, em junho de 1990. A maior instrução para o exercício profissional vinha do exemplo dos próprios professores: muitas aulas expositivas sobre os conteúdos e suas propriedades, com o recurso do quadro negro. Lista de exercícios para fazer em casa e provas. Durante alguns anos reproduzi essa mesma prática com meus alunos.

Nos anos 93/94, dediquei-me à Licenciatura Plena pela Fundação Educacional de Lavras (FELA/INCA), em Lavras (MG), e ao curso de pós-graduação *latus senso* em Docência Superior, na área de Matemática, pela Universidade Castelo Branco (RJ).

No período 2003 a 2005, lecionando no Curso Normal Superior da UNIPAC, tive a oportunidade de promover discussões com as futuras professoras sobre ensino/aprendizagem de matemática, dificuldades encontradas, obstáculos para o uso das tecnologias, como, por exemplo, o uso da calculadora, recursos didáticos frente ao ensino, entre outros.

Nos anos 90, o quadro curricular baseava-se na Lei 5692/71 que tinha um núcleo Comum e era complementado com uma parte diversificada. Nesse período, entre os anos 90 e 97, as escolas estaduais do município mantiveram a disciplina geometria isolada em seu quadro curricular. Assim, dedicava-se uma aula por semana para essa disciplina e um professor específico que, quase sempre, não era o mesmo que lecionava matemática (álgebra/aritmética). Pelo menos nesse período, o ensino de geometria limitava-se a uma aula semanal e o professor de Matemática (álgebra/aritmética) evitava os conteúdos dessa natureza em suas aulas. Somente em 1998, na escola onde trabalho até hoje, juntaram-se as duas disciplinas e o número de aulas, atribuindo a função novamente a um só professor por série.

O interesse por geometria remete à experiência do trabalho com o conteúdo sem muita aplicação prática, pouco contextualizada. Assim, o ensino de matemática em uma escola pública de Entre Rios de Minas restringiu-se à reprodução de experiências do passado. Observando a prática pedagógica da escola, especialmente sobre os conceitos de geometria, sempre me incomodou o trato desarticulado dos conceitos com o cotidiano. Parecia sempre retratar algo abstrato e distante das experiências dos alunos.

Dessa experiência, de cerca de 20 anos, surgem alguns questionamentos: por que separar apenas a aula de geometria? Talvez, diante do esforço de se conseguir dar mais ênfase a essa área, viu-se na separação o caminho. De que valeu? Por um lado, o professor de geometria não trabalhava em sintonia com o professor de álgebra/aritmética; por outro lado, o professor de álgebra/aritmética se negava ao ensino de geometria, por existir a disciplina específica.

O livro didático do ensino fundamental, nos anos 90, privilegiou a álgebra/aritmética, relegando a geometria ao último capítulo. Na apresentação dos diversos tópicos de geometria, pouquíssima relação se via entre o conceito e situações cotidianas.

Partindo da experiência profissional, revendo livros didáticos, é possível constatar, na década de 90, a pouca importância dada por alguns autores aos conceitos geométricos e, posteriormente, uma consequente mudança de postura. Ao comparar o livro de Gelzon Iezzi (1991), em que apenas o último capítulo é dedicado ao assunto, com os livros didáticos adotados atualmente pela escola, como o de Imenes e Lellis (2002) e o livro de Roberto Luiz Dante (2002), observa-se maior disseminação da geometria nestes dois últimos. Percebemos que estes autores vêm apresentando a geometria em maior interação com situações cotidianas, explorando mais as figuras e formas geométricas.

Dois aspectos favorecem a motivação para o estudo de geometria: a necessidade de buscar uma aproximação da matemática com o cotidiano e a preponderante aproximação do dia a dia com os conceitos geométricos.

Pesquisas, como o trabalho de D'Ambrósio (1997), Pavanello (1993), Lorenzato (1995), vêm surgindo, diante da necessidade de se rever o processo de ensino e aprendizagem frente aos novos recursos, buscando maior aproximação das práticas diárias com o contexto no qual o educando se insere. Nessa perspectiva, o meu ingresso no mestrado abriu alguns horizontes: a disciplina A. E. I (Ambientes Educacionais



Informatizados) chama a atenção para a possível utilização dos recursos informacionais na sala de aula. A oficina que apresentamos no encontro regional de educação matemática de Ipatinga-MG (EREM), intitulada “*Um estudo de relações entre área e perímetro de figuras geométricas planas, no ensino fundamental e médio, utilizando o software GeoGebra*”, contribuiu para a escolha dos conceitos de geometria utilizados nesta pesquisa.

A experiência com geometria dinâmica aponta um caminho. Apesar de pouco presente nas escolas públicas da região até o momento, chama a atenção especialmente pelo dinamismo e pela expectativa de que poderia despertar o interesse do aluno. É também o caminho para a mobilização dos professores da escola frente à geometria, aos recursos didáticos e à sua apropriação, perseguindo nova maneira de se compreender a matemática.

# I

## INTRODUÇÃO

São muitos os recursos que o profissional da educação pode disponibilizar para a condução do processo de ensino-aprendizagem em matemática. As tendências da educação matemática apontam estes caminhos: modelagem matemática, história da matemática, etnomatemática, entre outros. Pela experiência docente, nota-se que alguns professores se envolvem em projetos interdisciplinares, outros lançam mão da história da matemática, buscando a origem dos conceitos. O entendimento de que a escola pode cumprir o papel da formação do cidadão, promovendo as inter-relações do ser humano com seu meio, num convívio harmônico e integrado e, estando acessíveis os recursos informáticos, a utilização do computador começa a ganhar força na prática docente.

Atividades diferenciadas demandam preparação, verificação da eficácia, domínio dos recursos e uma infraestrutura que, quase sempre, deixa a desejar, especialmente nas escolas públicas.

Diante da discussão sobre o processo de ensino e aprendizagem, especialmente sobre o ensino de geometria, nota-se que existem esforços recentes no sentido de buscar uma nova concepção do ensino de matemática. Professores abnegados se esforçam por conseguir alcançar patamares de compreensão que suportem a discussão, comparação e aproximação dos conteúdos teóricos da sala de aula com experiências que extrapolam o ambiente escolar.

### **1.1 O uso das tecnologias no processo ensino e aprendizagem**

O uso das tecnologias na educação vem sendo discutido e incorporado à prática de ensino a cada dia. Há que se submeter a uma análise cautelosa a apropriação desses recursos. Não vemos os recursos tecnológicos como solução para o processo de ensino-aprendizagem, que sofre de um conjunto de fragilidades, entre elas: o entendimento da educação como uma necessidade, as condições familiares que interferem no comportamento e desempenho do aluno até as dificuldades apresentadas pela própria escola e seu corpo docente. A busca de novos recursos, que culminam com a utilização de salas de informática, nos dias atuais, serviu, todavia, para refletir a prática

pedagógica, conforme Valente (1993). Quaisquer que sejam os recursos utilizados estarão condicionados ao encaminhamento do profissional e associados às crenças deste, com seus costumes, teorias, e sua própria experiência.

Alguns pesquisadores, como Valente (1999), Moran (2000), Borba e Penteadó (2001), Gravina (2001)<sup>1</sup> e Cox (2003), vêm debatendo sobre o uso do computador para fins educacionais<sup>2</sup>. Esta pesquisa e seu desenvolvimento parte do propósito de se utilizar *softwares* de geometria dinâmica, de forma que se aproveite da dinamicidade do *software* para que os alunos façam uso da “experimentação, interpretação, visualização, indução, generalização, demonstração [...]”, como apontado por (Gravina e Santarosa, 1998, p.1103). Compartilha, nessa lógica, a concepção de que

os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso da geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador. (GRAVINA, 2001, p. 82).

A geometria dinâmica permite o movimento dos objetos construídos na tela, mudança de posição de um ponto, do formato de uma figura geométrica, garantindo maior precisão das medidas do que seria possível conseguir com transferidor e régua. A agilidade, fração de tempo em que se processam os resultados, aponta para esse dinamismo.

Buscamos conteúdos de geometria plana nos quais a dinamicidade do *software* pudesse ser aproveitada para auxiliar no ensino e aprendizagem. Escolhemos os conceitos de perímetro e área ao avaliar que os resultados, em provas externas, de uma escola pública, mostraram uma diferenciação entre o êxito dos alunos em resolver exercícios padrão e um empenho inferior nos exercícios que exigem interpretações dos conceitos de perímetro e área de forma contextualizada.

---

<sup>1</sup> Maria Alice Gravina desenvolveu sua tese de doutorado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2001, com o título “Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo, orientada pela Dr<sup>a</sup> Lucila M. C. Santarosa. Adotamos sua pesquisa como referência básica no que se refere à geometria dinâmica.

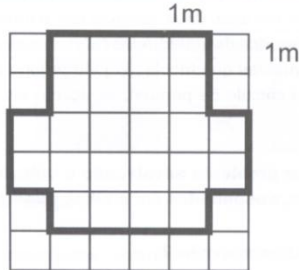
<sup>2</sup> Sobre ensino e aprendizagem com recursos informacionais veja capítulo IV, item 1.

## 1.2 O problema

Este problema baseia-se em um levantamento de resultados das Provas Brasil e Simave, na Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira”, onde foi realizada a pesquisa de campo. Nessa escola, há evidências de que o desempenho dos alunos do ensino fundamental, em geometria plana, foi aquém do esperado. Na Prova Brasil, a matriz de referência que norteia o teste de matemática é a resolução de problemas, normalmente, apresentados em contextos do dia a dia, tais como as dimensões de um campo de futebol ou questões hipotéticas como a questão da pista sobre um piso quadriculado. A figura 1 mostra a questão da Prova Brasil e o resultado dos alunos do 5º ano. A questão dada foi a seguinte: “Uma pessoa faz uma caminhada em uma pista desenhada em um piso quadriculado, no qual cada quadrado mede 1m. A figura abaixo representa essa pista”. Apenas 23% dos estudantes acertaram, marcando letra C. Deve-se notar que a situação foi apresentada num contexto bidimensional e solicita uma resposta unidimensional (perímetro).

**Exemplo de item:**

Uma pessoa faz caminhadas em uma pista desenhada em um piso quadriculado, no qual cada quadrado mede 1m. A figura abaixo representa essa pista.



Quantos metros essa pessoa percorre ao completar uma volta?

(A) 36m  
(B) 24m  
(C) 22m  
(D) 20m

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
43%	24%	23%	7%

FIGURA 1: Prova Brasil/2009 -Perímetro - Quinto ano – E. E. R. O.  
Fonte: Avaliação do Rendimento Escolar – E. Fundamental (2009, p. 127)

Nessa questão, 24% dos alunos assinalaram a letra B (resposta errada), possivelmente por ter contado os quadrinhos de dentro do contorno preto que totalizam

24 unidades. Estariam interpretando como área? Marcaram uma resposta sem maior inferência à questão? Os 43% que marcaram a letra A podem ter contado todos os quadrinhos da malha indistintamente. Outra análise pode ser atribuída à elaboração da questão do quadro acima, ao descrever que cada quadrado mede 1m (Esse 1m seria 1m de lado?).

Em outra questão da mesma prova, envolvendo o conceito de área, novamente aparece a malha quadriculada (FIG. 2).

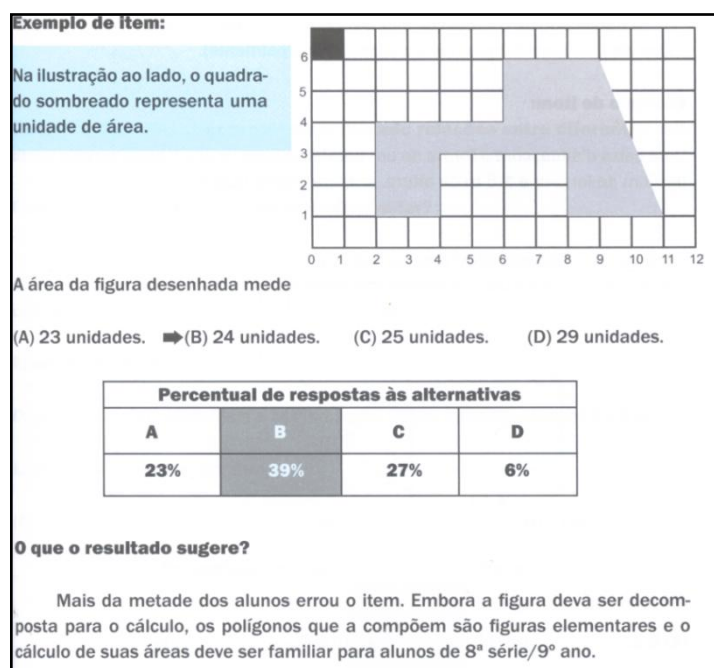


FIGURA 2: Questão de área - Prova Brasil - 2009

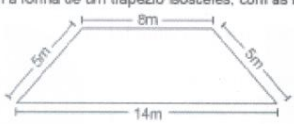
Fonte: Avaliação do Rendimento - E. Fundamental - Prova Brasil (2009, p. 169)

É possível fazer algumas considerações sobre as dificuldades nessa questão de área (figura 2): os alunos parecem não ter compreendido o conceito ou não ter conseguido interpretar um quadrinho como uma unidade de área; podem não ter conseguido visualizar e trabalhar a figura estabelecendo relações entre triângulos e retângulos, que poderia ser uma forma de alcançar o resultado esperado; podem ter errado na contagem, *etc.*

A Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira” submete-se também à avaliação estadual através do SIMAVE/PROEB. Os resultados dessas avaliações são categorizados e retornam à escola, para planejamento estratégico dos encaminhamentos

didáticos diante das proficiências observadas. A questão de avaliação da figura 3 foi aplicada ao 9º ano do ensino fundamental.

38 (M0615561) Um terreno tem a forma de um trapézio isósceles, com as medidas registradas a seguir.



Qual é a medida do perímetro desse terreno?

A) 19 m  
B) 22 m  
C) 32 m  
D) 44 m

Que habilidade esse item avalia?

Esse item avalia a habilidade de resolver situações-problema envolvendo noções de perímetro e de área de figuras planas.

O que nos sugerem os resultados desse item?

**Quadro informativo**

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	Branco e Nulos
3,7	9,7	81,9	4,2	0,5

FIGURA 3: Questão de perímetro - Simave 2006  
Fonte: Boletim Simave/Proeb 2006- E. E. R. O. - Pag. 49

Embora tenha havido alto índice de acerto desse item, não se pode garantir que houve uma avaliação fiel da compreensão que os alunos possuem sobre o conceito de perímetro. Essa questão indica que a maioria consegue acertar um exercício de perímetro, diante de um polígono com as medidas. Vendo as medidas dos lados, é possível que um aluno tenha somado os lados, mesmo não possuindo muitos significados para o conceito de perímetro, ou associado à questão algum outro exercício de perímetro do dia a dia escolar.

Analisando os resultados da escola, nos três tipos de questões citados, chama a atenção o fato de que, quando se trata da aplicação direta da fórmula, a partir da observação de uma figura já construída (FIG. 3), os resultados são melhores, pelo menos no caso dessa escola. Por outro lado, quando há uma questão que requer a interpretação de uma situação envolvida em um contexto, sendo necessária maior compreensão do significado do conceito (FIG. 2), os resultados das avaliações foram inferiores.

Frente a essa interpretação, o problema que a pesquisa aborda é:

**Embora os alunos do ensino fundamental consigam resolver exercícios clássicos aplicando fórmulas e meios algorítmicos referentes a perímetro e área, eles encontram dificuldades em resolver situações-problema que envolva o uso desses conceitos perímetro e área.**

São múltiplas e inter-relacionadas as interferências que podem originar os resultados inferiores ao desejado, apontado na prova do Simave e Prova Brasil, segundo resultados da escola analisados.

Propomos utilizar o *software* de geometria dinâmica para o ensino de perímetro e área, de forma que promova o desenvolvimento da compreensão desses conceitos e seja útil para a resolução de outras situações-problema futuras. Focalizamos o desenvolvimento e aplicação das atividades, visando à atribuição de significados aos conceitos pelos alunos, por entender que a compreensão requer a significação. Segundo Dewey<sup>3</sup> (1959), a compreensão pode ser entendida como a capacidade de resolver situações-problema, estabelecer relações, atribuindo significados que possibilitem aplicar, ressignificar e recriar. Preocupando-se com a compreensão dos conceitos pelo aluno, volta-se para o pensamento reflexivo, discutindo significados na perspectiva de John Dewey.

### **1.3 O problema na ótica da significação de conceitos**

Abordamos o problema em termos da atribuição de significados aos conceitos de perímetro e área, fundamentado na obra *Como pensamos*, do pesquisador John Dewey. Para Dewey (1959, p. 233), “aprender, no sentido próprio, não quer dizer aprender coisas, e sim aprender a significação das coisas”. Segundo Dewey (1959) a aprendizagem acontece quando há compreensão de um conceito. Tal compreensão está condicionada à atribuição de significados evidenciados pelo uso e se estabelece não pelo conceito em si, mas por intermédio de alguma coisa que lhe sirva de testemunho, evidência ou prova.

---

<sup>3</sup> John Dewey nasceu em 20 de outubro de 1859, em Burlington (Vermont), nos Estados Unidos, e faleceu em 01 de junho de 1952, em Nova York. Graduou-se em 1879. Tornou-se doutor em Filosofia em 1884, descrevendo sobre a Psicologia de Emmanuel Kant. Foi professor universitário. Escreveu várias obras ligadas à pedagogia, à filosofia e à psicologia. Seus trabalhos influenciaram em muito o estudo da pedagogia nos Estados Unidos, no início do século XX. No Brasil, inspirou o movimento da Escola Nova, liderado por Anísio Teixeira, ao colocar a atividade prática e a democracia como importantes ingredientes da educação. Fonte: <http://www.curriculosemfronteiras.org/classicos/teiapple.pdf>, acesso em novembro de 2010.

O uso do conceito de área, por exemplo, pode acontecer nas diversas atividades práticas. De modo geral, trabalha-se com a ideia de uma região de uma superfície, ou seja, uma parte delimitada da superfície. A atribuição de significados ao conceito de área acontece quando ele está posto em relação com outros objetos ou conceitos em dada situação. Por exemplo, no caso de uma figura geométrica plana representada sobre uma malha, a malha conduziria ao conceito de área se os quadrinhos fossem compreendidos como unidades de área. A figura tem sua fronteira e o seu interior pode ser quantificado em unidades de área (quadrinho). Dessa maneira, ao pensar uma figura sobre a malha, é possível atribuir-lhe significados de área.

Dewey (1959) afirma, sobre a contextualização da aprendizagem, em termos de situações problemáticas, que as pessoas podem tomar caminhos diferentes, procurando resolvê-las ou desviando-se da situação, de acordo com seu interesse, entendido como seu grau de engajamento ou sentimento de necessidade em determinado momento. As reações e rumos pelos quais tendem a seguir refletem o grau de complexidade da situação, em relação ao conhecimento prévio do aluno (experiências prévias).

#### **1.4 A significação em relação ao pensamento reflexivo de Dewey**

A partir da prática docente, sabemos da existência de turmas com grande disparidade de faixa etária, condições socioeconômicas e culturais diversificadas, além dos desafios vivenciados por ocasião da escola inclusiva. O professor deve procurar desenvolver situações educacionais que levem à produção de significados, assegurando que as situações sejam próximas às experiências dos alunos, pelo menos em sua maioria, de forma a fornecer subsídios que suportem a resolução.

Quando surge uma situação que contenha uma dificuldade ou perplexidade, a pessoa que nela se encontra pode tomar um de diversos caminhos: contorná-la, desviando a atividade que a produziu, encaminhando-se para outra coisa; entregar-se a um voo de fantasia, imaginando-se poderosa ou opulenta, ou, de algum modo, senhora dos meios que a tornariam capaz de resolver a dificuldade; ou, finalmente, enfrentá-la. Neste, ela começa a pensar. (DEWEY, 1959, p. 107).

Observa-se que a fuga do objetivo proposto pode acontecer quando o aluno, por vezes, evita se inteirar do problema ou estabelece para si outra problemática distante da situação. Se verdadeiramente resolve enfrentar a situação em seu propósito, segundo



Dewey (1959), instala-se aí o pensamento. Este, de forma peculiar, traduz-se em pensamento reflexivo.

[...] Consiste em uma sucessão de coisas pensadas; mas a diferença é que não basta a mera sucessão irregular “disto ou daquilo”. A reflexão não é simplesmente uma sequência, mas uma consequência – uma ordem de tal modo consecutiva que cada ideia engendra a seguinte como seu efeito natural e, ao mesmo tempo, apoia-se na antecessora ou a esta se refere. As partes sucessivas de um pensamento reflexivo derivam umas das outras e sustentam-se umas as outras; não vão e vêm confusamente. Cada fase é um passo de um ponto a outro [...]. A correnteza, o fluxo, transforma-se numa série, numa cadeia. Em qualquer pensamento reflexivo, há unidades definidas, ligadas entre si de tal arte que o resultado é um movimento continuado para um fim comum. (DEWEY, 1959, p. 14).

Entende-se por “vão e vêm confusamente” como um caso de “tentativa e erro” em que, embora relacionadas, as proposições testadas não estejam bem articuladas umas com as outras, portanto, não caracterizando uma sequência de forma ordenada. No trabalho por tentativa e erro, alternativas de solução são testadas isoladamente e sucessivamente. Elas não são antecipadas por uma sugestão que conduz a procura formalizada por uma hipótese. Não se quer dizer com isso que o pensamento reflexivo é um pensamento dedutivo, como na lógica formal. Pensamento reflexivo é um pensamento articulado com base na reflexão dos porquês do sucesso ou do fracasso, ao colocar ideias ou hipóteses em relação a um problema, para resolver uma situação indeterminada.

### **1.5 Experiências e considerações sociais**

O conhecimento específico acentua-se no espaço da escola. Entretanto, a educação, como um todo, sofre influência das experiências vivenciadas, sejam elas individuais ou sociais. No plano individual, podem ser relacionadas às experiências de cada pessoa e suas particularidades, pela interação com o meio e seu convívio familiar. As pessoas são distintas. No plano social as experiências podem vir do convívio com familiares ou em outros ambientes como a própria escola, encontros religiosos ou clubes de lazer. A sala de aula se constitui como um grupo social. Há, nesse espaço, um processo de interação em que os alunos comunicam-se e trocam experiências. De um grupo de alunos pode surgir, por certo, maior número de sugestões. Consequentemente,

mais de uma hipótese a ser testada e todo o grupo pode se debruçar na análise de tais hipóteses, o que caracterizaria um raciocínio coletivo.

Considerando que as experiências podem ser trocadas pela comunicação, o trabalho educativo pode melhorar seu alcance se os educadores se propuserem a criar esse espaço de interação. A formação de equipes de estudo ou as práticas encaminhadas em duplas de alunos tendem a favorecer essa interação social. A educação deve cumprir o papel de lidar com as experiências novas num processo de interação com experiências passadas. É importante dar espaço ao diálogo para que aflorem experiências similares, mas distintas.

Nossa pesquisa procura contribuir para a prática sintonizada com as condições escolares no contexto dos avanços da tecnologia, que têm feito parte das experiências da vida em geral. Mais que memorizar fórmulas e suas aplicações no cálculo da área ou perímetro de figuras padrão, como os retângulos, esperamos que os alunos compreendam os conceitos e possam utilizá-los na resolução de situações diversas.

A abordagem desses conceitos com a tecnologia apoia-se nas experiências dos alunos. Os recursos informacionais podem se caracterizar como um ambiente desafiador, mas ao mesmo tempo aconchegante, por se tratar de ambientes com os quais muitos alunos convivem fora do espaço da escola ou que pelo menos desejam conhecer. Para Dewey (1959), as situações de ensino devem ser encaminhadas de forma que os alunos sintam uma dúvida ou inquietude frente às situações; ou seja, encontrem algo indeterminado em um contexto familiar. Sendo assim, os problemas com os quais os alunos lidam na escola devem aproximar-se de suas experiências, para que eles, apoiando-se nas experiências prévias, possam resolver problemas também em outros contextos.

Terezinha Carraher, David Carraher e Schliemann (1995, p. 181), ao focalizar as experiências cotidianas, afirmam que “o que distingue essas situações cotidianas das situações escolares é o significado que elas têm para o sujeito, o qual, resolvendo problemas, constrói modelos lógico-matemáticos adequados à situação”. O discurso desses autores, em relação às experiências, vai ao encontro da proposta de Dewey (1959), quando chama a atenção para a necessidade de buscar uma aproximação dos conceitos com as experiências dos alunos. Os modelos lógico-matemáticos poderão ser compreendidos por cada um, associando situações escolares a situações cotidianas.

Dione Lucchesi de Carvalho interpõe seu comentário sobre o título do livro “Na vida dez, na escola zero”, por questionar se realmente pessoas que vivem sem a devida formação escolar (alfabetização) são “na vida dez”. Entretanto, ressalta a importância do texto, pois atribui o fracasso à própria escola, afirmando sua incapacidade em “estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe” (CARVALHO, 1994, p.97). Este vínculo entre o formal e o prático, referido por Carvalho, se aproxima de nossa expectativa na atribuição de significados, relacionando conceitos às experiências e situações, sejam tipo extraescolar ou escolar, por meio de representações dinâmicas.

As experiências de cada indivíduo podem influenciar sobre “onde” e “como” surgem suas dúvidas e reflexões. A dúvida não se constituirá com a mesma intensidade, porque as experiências dos alunos não são as mesmas. Dependendo, entre outros fatores, das significações da compreensão de determinada situação-problema, o aluno poderá se sentir diante de pequena dúvida e, outras vezes, perplexo e inseguro sobre onde começar, o ponto de partida ou hipótese a ser investigada.

### **1.6 Instrumentos do pensamento reflexivo**

O aluno pode não ter interesse pelo conceito, mas se interessar pelas situações nas quais o conceito se processa. O próprio conceito pode servir de instrumento para a resolução de um problema. O conceito, embora abstrato, ao ser aplicado em uma situação-problema, pode apresentar significados que, associados à definição, podem contribuir com a reorganização da compreensão. Os significados podem ser atribuídos ao conceito pelo uso em relação com outros conceitos, por exemplo, na relação entre o perímetro e a área. Nessa ótica, concebem-se os conceitos de perímetro e área como instrumentos do pensamento reflexivo, para resolver uma situação indeterminada. São instrumentos porque são utilizados na resolução de uma situação-problema. Cada nova situação-problema estabelece uma nova relação, um novo olhar sobre o conceito, novas significações.

Os *softwares* de geometria dinâmica apresentam-se também como instrumentos por propiciarem relações de significação entre situações-problema e os próprios

conceitos. As formas geométricas, suas transformações quase instantâneas e consecutivas podem reposicionar o indivíduo em suas concepções.

Concebem-se, neste trabalho, a geometria dinâmica e os conceitos de perímetro e área como instrumentos do pensamento reflexivo, envolvendo-os na atribuição de significados, por meio da resolução de situações-problema.

A utilização de outros instrumentos, tais como objetos e figuras, a quantificação e medição, por exemplo, da área de uma sala de aula, também oferece oportunidades para a atribuição de significados aos conceitos de perímetro e área. O desenvolvimento metodológico de atividades práticas, como o uso aplicativo dos conceitos como instrumentos na atividade matemática, em situações desafiadoras, poderá também auxiliar os alunos na atribuição de significados aos conceitos.

### 1.7 A hipótese norteadora

Entende-se que a prática pedagógica deva ser acompanhada por norteadores teóricos que suportem a postura do professor e a justifiquem. Associando-se às teorias, os recursos materiais diversos, sejam eles objetos manipuláveis, audiovisuais, construções de materiais por parte dos alunos ou recursos informacionais, poderão se instalar em ambientes de ensino-aprendizagem consistentes, aplicáveis e sustentáveis.

Frente ao problema da pesquisa e com a pretensão de abordá-lo, usando a dinamicidade de um *software* de geometria dinâmica, na ótica de pensamento reflexivo, estabelece-se a seguinte hipótese:

**a utilização de um *software* de geometria dinâmica, em consonância com uma prática pedagógica fundamentada no pensamento reflexivo, pode contribuir para a compreensão dos conceitos de perímetro e área.**

Resguardando nossos limites, procura-se, com esses instrumentos, embasando-se no pensamento reflexivo de Dewey (1959), maior aproximação do aluno com os conceitos de perímetro e área. A forma como são elaboradas e desenvolvidas as atividades, favorecendo o pensamento reflexivo, será discutida oportunamente. Objetiva-se conseguir que, a partir de figuras ou representações, o aluno possa significar os conceitos e estabelecer relações que favoreçam sua utilização contextualizada, promovendo a ideia da aplicabilidade matemática no cotidiano.

Dewey (1979) afirma que devemos buscar aproximação com o interesse do aluno. Pelo que foi observado, julga-se relevante a integração das tecnologias informacionais e comunicacionais, presentes na vida dos alunos, à prática pedagógica. O computador pode proporcionar dinamismo às formas geométricas, possibilitando reflexões. Pode ser usado para fazer representações “concreto-abstratas”<sup>4</sup> de situações propostas.

Nessa perspectiva, o pensamento reflexivo fundamentou a hipótese que encaminha o objetivo.

## 1.8 O objetivo

Definimos o objetivo desta pesquisa e desenvolvimento:

**com o *software* de geometria dinâmica e os conceitos de perímetro e área, concebidos como instrumentos para resolver situações-problema, desenvolver atividades dinâmicas e orientações para sua realização, no intuito de que favoreçam o pensamento reflexivo dos alunos, para que possam, assim, atribuir significados a esses conceitos.**

A partir do objetivo geral, podemos identificar objetivos e orientações específicas a cada atividade proposta no laboratório de informática. Como a motivação é indispensável em todo processo educacional, as atividades de geometria dinâmica acontecem em um contexto da realidade ou semi-realidade, situação-problema familiar ou próxima do aluno, com o intuito de provocar seu interesse.

## 1.9 Organização da dissertação

Este trabalho contém a apresentação inicial e seis capítulos. Este, o primeiro capítulo (a introdução), e os outros cinco que relatam a fundamentação, desenvolvimento, realização e análise das atividades e, ainda, as considerações finais, com foco na construção de um produto educacional.

---

<sup>4</sup> Concreto-abstrato – termo utilizado por Maria Alice Gravina, para referenciar figuras representadas na tela do computador.

No capítulo 2, descreve-se sobre os conceitos de perímetro e área no contexto do ensino e aprendizagem de geometria. Faz-se referência a outras pesquisas sobre o tema, além de referenciar a significação segundo Baltar (1996), utilizada na análise dos dados.

No capítulo 3, discute-se a fundamentação: cinco fases do pensamento reflexivo de Dewey (1959), conceito, compreensão e significado frente ao pensamento reflexivo. Utiliza-se dessa reflexão para elaborar e conduzir as atividades. Espera-se que o aluno atribua significados para os conceitos estudados e melhor os compreenda para a reutilização.

O capítulo 4 aborda as novas tecnologias em geral e o *software* de geometria dinâmica como instrumentos, dentro da ótica de pensamento reflexivo e da significação dos conceitos.

No Capítulo 5, explicita-se o desenvolvimento das atividades dinâmicas centradas na utilização de *software* de geometria dinâmica, de forma coerente com as fases do pensamento reflexivo, atentando-se aos requisitos para sua significação e compreensão.

O capítulo 6 consta da apresentação de resultados de atividades preliminares, o estudo piloto e a pesquisa de campo, para apreciar a adequação das atividades referentes ao objetivo. Apresenta-se, por fim, considerações finais sobre os aspectos do desenvolvimento da pesquisa e delimitam-se aspectos a serem incluídos no produto educacional.

## II

### GEOMETRIA:

#### CONTEXTO, ENSINO E APRENDIZAGEM, PERÍMETRO E ÁREA.

A contextualização da geometria em sala de aula, o tratamento dado pelo professor a essa área, a forma de abordagem e o processo de ensino e aprendizagem discutido em estudos recentes são importantes para o desenvolvimento desta pesquisa.

Com a pretensão de que os alunos possam atribuir significados aos conceitos de perímetro e área, é preciso estabelecer um entendimento sobre as definições desses conceitos, que serão utilizados no desenvolvimento, teste e análise das atividades. Procuramos apresentar as definições de perímetro e área da geometria euclidiana e apresentamos estudos realizados por outros pesquisadores sobre esses conceitos.

#### **2.1 O ensino e a aprendizagem de geometria**

D'Ambrósio (1997), Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) apontam que houve uma desvalorização da geometria, em comparação a outras áreas da matemática na educação básica. Isso se evidencia pelo pequeno destaque nos diversos currículos e planejamentos escolares da educação básica. No ensino fundamental, por longas datas mantiveram-se os conceitos de geometria como os últimos tópicos do livro didático que muitas vezes é seguido à risca por muitos educadores, conforme descreve Lorenzato (1995).

Os métodos de ensino e aprendizagem, em certas situações, privilegiam aplicações de fórmulas cristalizadas minorando problemas contextualizados. Sonia Regina Facco (2003, p. 31) relatou em sua pesquisa de mestrado que “professores de matemática, apoiados nos livros didáticos, introduzem o conceito de área como um número associado a uma superfície e rapidamente passam ao cálculo da área, utilizando fórmulas”. Os recortes das provas Simave e Prova Brasil, apresentados na introdução deste trabalho, são coerentes com o olhar de Facco (2003). Mostram um processo de ensino e aprendizagem voltado para fórmulas e cálculos, e pouco preocupado com os significados dos conceitos. Reforçam medidas, unidade padrão, cálculo de área de figuras retangulares e formas geométricas definidas. Quando a questão envolve uma

situação que requer interpretação, aproximação da situação com um conceito (significação do conceito naquela situação), os resultados não são satisfatórios.

Pavanello (1993) aborda essa situação no contexto histórico, ao descrever o abandono da geometria no Brasil, vinculando-o ao período da matemática moderna, na década de 60, com uma busca predominante de formalizações através de estruturas algébricas e linguagem de conjuntos. Lorenzato (1995) relata a omissão da geometria no ensino. Dentre as causas dessa omissão na sala de aula, apontadas por ele, destacam-se duas. A primeira é a falta de conhecimento geométrico por parte dos profissionais. Se o professor não conhece a geometria, não conseguirá conduzir bem as práticas necessárias à sua compreensão pelos alunos. Assim, priva o aluno de conhecer a beleza da geometria, ensinando-a com o pouco conhecimento que possui, ou, às vezes, não a ensinando. A segunda causa, apontada por Lorenzato (1995), é a postura comprometida do professor com o livro didático que contém poucos tópicos de geometria ou os apresenta na forma de definições, propriedades, fórmulas *etc*, muito distantes da realidade, de outros conteúdos da própria matemática e de outras ciências.

Maria Alice Gravina, em sua tese de doutorado (2001), relata que os livros didáticos têm se preocupado muito com as definições, tornando-se um dicionário, com esparsas propriedades apresentadas como “fatos dados”. D'Ambrósio (1997), ao constatar que a geometria aparece na última parte dos livros didáticos e tópicos de transformação geométrica nunca fizeram parte do currículo, confirma que os tópicos de geometria sofreram descaso por longas décadas. Desde os anos 60, conforme descreve D'Ambrósio, já se via um movimento, por parte de alguns pesquisadores, pelo maior prestígio da geometria, diante da percepção de abandono dos conceitos geométricos especialmente nos anos 1960 a 1990, percebido nos cursos de graduação e magistério, conforme relata Meneses (2007).

Edna Cavalcanti Novaes Gonçalves (2006), em um artigo sobre as séries iniciais do Ensino Fundamental, faz uma análise do ensino de matemática em Pernambuco. Observam-se pontos que vão ao encontro dessa discussão.

Os dados coletados permitiram perceber que à geometria não era dada a mesma importância que aos outros campos da Matemática, sendo esta trabalhada de maneira assistemática, não existindo uma sintonia entre as propostas curriculares, o livro didático e a prática do professor. (GONÇALVES, 2006, p.30).



São múltiplas as dificuldades com o ensino e a aprendizagem de geometria. Entre elas, estão aquelas associadas aos conceitos de perímetro e área, escolhidos como objetos desta pesquisa e desenvolvimento.

## **2.2 Geometria: entre o abstrato e o concreto**

Diante da proposta de investigar a atribuição de significados aos conceitos de perímetro e área, procuramos fazer uma ponte entre o abstrato e o concreto. A definição dos conceitos de perímetro e área, conforme apresentado por matemáticos como Lima (1985), retrata o caráter abstrato. As múltiplas relações que podem ser desenvolvidas entre os conceitos, experiências, práticas e representações, encaminham às significações concretas.

A proposta deste trabalho transita entre o concreto e abstrato no processo educacional. Partimos do abstrato, da definição dos conceitos com base em Lima (1985) e nas experiências dos alunos com os conceitos em outras atividades e em outras séries e propomos algumas atividades direcionando-as pelo pensamento reflexivo, procurando apropriar ainda dos recursos da geometria dinâmica para que os alunos atribuíssem significados aos conceitos pelo uso. Diante das referências apontadas por Gravina (2001) e relatos de Dewey (1959) sobre esses termos, pode-se admitir duas vertentes. Uma voltada para o campo da materialização e a outra para a compreensão. Detém-se, nesse primeiro enfoque, nas relações abstrato-concretas, por meio de representações da geometria dinâmica<sup>5</sup>. Apropria-se do termo cunhado por Henenstreint<sup>6</sup> (1987, apud GRAVINA, 2001, p. 4-5), quando aponta que “o computador permite criar um novo tipo de objeto - os objetos ‘concreto-abstratos’; concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais”.

Diante da crença de que conceitos abstratos podem ser representados nas mais diversas formas, numa espécie de aplicação prática do conceito, atribuímos a essa representação o termo materialização, entendido como a associação de um conceito (definição), como perímetro e área, a objetos materiais, de forma a propiciar o seu entendimento e sua aplicação. Quando associamos, por exemplo, o conceito de

---

<sup>5</sup> No capítulo III, desenvolvemos os termos concreto e abstrato com base nos estudos de John Dewey, uma vertente para a compreensão dos significados.

<sup>6</sup> HENENSTREINT, J. *Simulation et Pédagogie, une rencontre du troisième Type*. Gif Sur Yvette, France: École Supérieure d'Electricité, 1987.

perímetro à régua que contorna o quadro da sala de aula ou ao desenho de uma figura retangular na tela do computador, o conceito perímetro passa a representar algo para o aluno, com significados naquele contexto, próximos de suas experiências. O contorno do quadro, representado pelas régua a sua volta, pode ser visto como a materialização do conceito de perímetro. O gramado do campo de futebol pode ser visto como a materialização do conceito de área.

E como se posicionam os conceitos geométricos diante da transição entre concreto e abstrato? Estariam esses conceitos mais próximos do aluno? No caso do conceito de triângulo, por exemplo, seria possível atribuir significados ao sentido abstrato, relacionando o conceito com as características presentes em uma figura ou objeto material que o represente geometricamente. A história do desenvolvimento geométrico mostra que a geometria assume caráter tanto como ciência prática quanto axiomática. De acordo com Gravina,

a história do desenvolvimento da geometria [...] revela um processo de sucessivas abstrações reflexionantes e refletidas. Nascida na antiguidade como ciência prática para a solução de problemas de medidas, com os gregos ela se faz conhecimento de caráter abstrato e culmina na sistematização dos “Elementos de Euclides”, que toma como ponto de partida axiomas intuitivamente indiscutíveis [...]. (GRAVINA, 2001, p. 26)

Segundo essa autora, com o surgimento das geometrias não euclidianas do século XIX, instala-se a geometria extremamente abstrata, onde os axiomas não se baseiam na intuição informada pelo empírico sensitivo. As demonstrações, os teoremas são, por assim dizer, abstratos. Detemo-nos, neste trabalho, ao estudo dos conceitos perímetro e área, da geometria euclidiana, do ensino fundamental. É possível desenvolver práticas adequadas voltadas para o que denominamos materialização desses conceitos, de forma que o aluno possa atribuir significados segundo seu nível de desenvolvimento, possibilitando aplicações práticas naquele e em outros contextos futuros.

Pavanello (1995) ressalta a geometria como a parte da matemática passível de manipulação. Assim, descreve que

não se pode negar que a geometria oferece um maior número de situações nas quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir com as propriedades dos objetos, ao manipular e construir figuras, ao observar suas características, compará-las, associá-las de diferentes

modos, ao conceber maneiras de representá-las. (PAVANELLO, 1995, p. 14).

Registra-se a intenção da pesquisa em propiciar a aproximação dos conceitos com figuras, objetos e situações, de acordo com a afirmação de Pavanello. Ao apresentar para o aluno, por exemplo, a definição de quadrado, pode-se construir uma figura usando régua e compasso ou tomar um objeto concebido como tendo esse formato. Podem-se destacar, a partir de uma forma observada, propriedades que a caracteriza: o número de lados, vértices, as medidas dos lados, número de diagonais, os ângulos formados entre lados consecutivos. As representações podem ser apresentadas de uma forma estática ou mais dinâmica, em que mudanças ou manipulações da representação gráfica de figuras ou objetos, observando suas características, possam ser efetuadas com o auxílio de um *software* de geometria dinâmica. No capítulo IV, abordaremos esse aspecto tecnológico de forma mais detalhada.

Como a conceituação de fenômenos ou objetos em termos da linguagem geométrica está muito presente em nossas vidas, as experiências dos alunos podem fornecer pontos de referência para o ensino de geometria, tanto em termos de experiências do cotidiano, quanto na aplicação em outras áreas, como a aritmética e a álgebra.

### **2.3 Conceitos de perímetro e área**

Os conceitos de perímetro e área estão relacionados entre si: o perímetro é uma curva unidimensional que delimita uma região bidimensional, uma área. Além dessas descrições dimensionais e topológicas, o perímetro e a área podem ser considerados como grandezas. De acordo com Jakubovic e Lellis (1995) a palavra perímetro pode ser decomposta em *peri* + *metro*. *Peri* vem do grego e significa em volta de; *metro* vem de medida. Logo, perímetro pode ser definido como medida em volta de uma região de uma superfície. Por sua vez, a palavra área vem do latim *area* e pode ser entendido como a medida de uma região de uma superfície.

Ao considerar perímetro e área em termos de grandezas, pressupõe-se uma unidade de medida. De acordo com Lima (1985, p.1), “a medida, ou comprimento, do segmento AB é um número que deve exprimir quantas vezes o segmento AB contém um segmento u, fixado previamente, que se convencionou tomar como unidade de comprimento, ou como segmento unitário”. Um metro, por exemplo. O autor afirma que

essa é uma explicação vaga e não serve como definição matemática. Na prática, se tomarmos como unidade de medida o metro, um segmento pode não conter exatamente um número “n” de vezes essa unidade metro. Assim, é preciso que a definição tenha um alcance maior dessa relação que se estabelece entre um segmento e uma unidade de medida. Lima explica pelos números comensuráveis. Assim define:

fixado o segmento unitário  $u$ , o comprimento de um segmento  $AB$  é um número racional  $m/n$ , quando existe um segmento  $w$  que esteja contido  $n$  vezes em  $u$  e  $m$  vezes em  $AB$ . Neste caso,  $w$  chama-se um submúltiplo comum de  $AB$  e  $u$ , e estes dois segmentos se dizem comensuráveis (LIMA, 1985, p.4).

Na prática, essa definição é contundente, mas existem segmentos que são incomensuráveis, entre os quais não se conseguirá estabelecer uma relação exata. Conforme relata Lima (1985, p.4), Pitágoras e seus discípulos descobriram a relação de segmentos incomensuráveis, assim descrita: “se tomarmos o lado de um quadrado como segmento unitário, a diagonal desse quadrado não pode ter comprimento racional”. Por fim, destaca que a medida de um segmento pode ser representada por um número inteiro, um número fracionário ou ainda por um número irracional. Este último representando uma aproximação por falta ou sobra, visto ser uma relação de incomensuráveis (não tem submúltiplo comum).

No desenvolvimento das atividades com os conceitos perímetro e área, neste estudo, fomos limitados a propor atividades que envolviam números racionais. Os alunos do 7º ano, turma da pesquisa, não tinham conhecimento prévio do teorema de Pitágoras para trabalhar o cálculo da diagonal e em algumas atividades não usamos o comando de medida.

A palavra área pode ser empregada nas mais diversas expressões: área de construção, área de risco, área focal, área útil, área selecionada, área de afundamento, área crítica *etc.* Em parte desses casos pode representar uma superfície. Assim, os significados e sentidos atribuídos a palavra área nem sempre correspondem aos significados geométricos desta palavra na Matemática. É importante que se leve isso em consideração, na apresentação do conceito e seus significados. Pode-se esperar uma diversidade de significados para a palavra, devido às diversas experiências dos alunos.

Examinar o significado matemático formal a respeito da medida de uma área no contexto de geometria euclidiana plana é

medir a porção do plano ocupada por uma figura plana  $F$ . Para isso, comparamos  $F$  com a unidade de área. O resultado dessa comparação será um número que deverá exprimir quantas vezes a figura  $F$  contém a unidade de área. (LIMA, 1985, p. 9).

Para fazer a comparação e definir a medida, é preciso adotar uma unidade de área, chamada de quadrado unitário. Qualquer quadrado de lado uma unidade terá área igual a uma unidade quadrada. Assim, segue-se que, um quadrado  $Q$ , que tem como lado um número inteiro  $n$ , poderá ser decomposto por retas paralelas aos seus lados, em  $n^2$  quadrados justapostos, com lado unitário e área uma unidade quadrada. Segue que a área de  $Q$  será  $n^2$ . Entende-se, portanto, que um quadrado (FIG.4) de lado 3, tem  $n=3$  e área igual a  $3^2$  unidades, ou seja, 9 unidades quadradas de área.

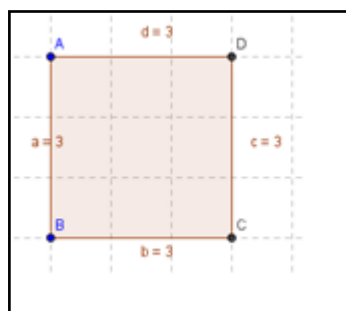


FIGURA 4: Área de um quadrado

Mesmo que um quadrado  $Q$  tenha lado com medida “ $a$ ”, sendo “ $a$ ” um número fracionário ou um número irracional qualquer, terá a área do quadrado  $Q = a^2$  unidades quadradas, onde “ $a$ ” é a medida do lado do quadrado.

Considerando-se um retângulo, cujos lados são números inteiros  $m$  e  $n$ , utilizando-se de paralelas aos lados, pode-se decompor o retângulo em  $m \times n$  quadrados unitários de área uma unidade quadrada. Assim, o retângulo tem área igual a  $m \times n$  unidades quadradas. Tem-se, por exemplo, um retângulo (FIG. 5) de comprimento 4 e largura 2, com área de 8 unidades quadradas.

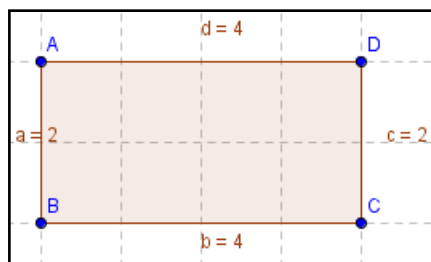


FIGURA 5. Área do retângulo

Generalizando, observa-se que Lima (1985) procura mostrar que a área de outros polígonos, como o triângulo, trapézio, paralelogramos, pode ser obtida por decomposição e recomposição desses polígonos em outros mais comuns, como o quadrado e o retângulo. Já para as figuras planas arbitrárias, afirma que o cálculo da área é obtido numa aproximação por falta ou sobra (FIG. 6).

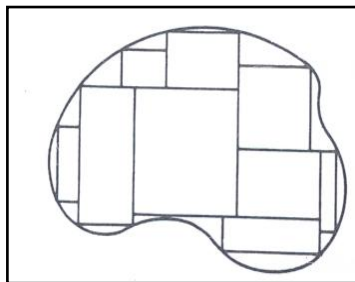


FIGURA 6. Área aproximada - região plana  
Fonte: Lima (1985, p. 20)

Faz-se necessário referenciar uma superfície plana, tomada como unidade de área, que será usada para comparação e definição da medida. Portanto, medir uma área é comparar. Comparar uma superfície a outra superfície. Sabe-se que o resultado da medida de uma área deve ser expresso por um número seguido de uma unidade. O número representa quantas vezes aquela unidade cabe na superfície, a qual se propôs medir.

Baltar (1996) busca distinguir os conceitos de perímetro e área por atribuição de significados que os diferenciam. Para Baltar (1996 apud BALDINI, 2004, p. 20-21), a significação de perímetro e área pode ser identificada em pelo menos quatro pontos de vista distintos:

- a) topológico: os conceitos correspondem a objetos distintos. Área associada à superfície e perímetro associado ao contorno;
- b) dimensional: a figura sobre a qual se pretende identificar a área é bidimensional, ao passo que a figura sobre a qual se deseja saber o perímetro é unidimensional;
- c) computacional: esta característica está associada à obtenção das fórmulas de área e de perímetro que são distintas. Para um retângulo de comprimento  $c$  e altura  $h$ , temos:  $P = 2c + 2h$  e  $A = c \times h$ ;

d) variacional: consiste em aceitar que superfícies de mesma área podem ter diferentes perímetros e vice-versa.

Retornaremos a esse quadro de classificação na análise do trabalho, em termos do objetivo das atividades desenvolvidas na pesquisa, sobre contribuições para os alunos, atribuindo significados matemáticos para perímetro e área. Em geral, aos conceitos de perímetro e área podem ser atribuídos significados em termos de: a) uma fronteira que delimita uma região e uma região que está delimitada por uma fronteira, respectivamente; e b) as respectivas grandezas dessas fronteiras e regiões que admitem medição. Focalizamos esses significados, entre outros, ao desenvolver e analisar as atividades desta pesquisa.

#### **2.4 Outras pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de perímetro e área**

Sônia Regina Facco (2003) desenvolve sua pesquisa com base no método da engenharia didática da escola francesa com análise *a priori*, atividades, análise *a posteriori* e validação. Busca suporte em Brousseau (1983) e na representação semiótica de conteúdos segundo Duval (1994). Utiliza a decomposição e composição de figuras coloridas (papel) e canudos de refrigerantes, recurso do *tangran* e ladrilhamento, para verificar a aprendizagem do conceito de área como grandeza. Trabalha com situações-problema que envolve a determinação da área, possibilitando a comparação de figuras em termos de área como grandeza. Facco (2003) desenvolveu, com a sua turma, outras atividades, sempre utilizando a malha quadriculada. Em uma delas, os alunos deveriam construir retângulos distintos com o mesmo perímetro 20. Pediu-lhes que desenhassem todas as possibilidades e, depois, calculassem a área de cada um. Por fim, deveriam completar um quadro informando área, perímetro, comprimento e largura de cada figura. São atividades que utilizam papel quadriculado e manuseio de figuras e objetos. A figura 7 exemplifica a forma de elaboração das atividades propostas por Facco (2003). Os alunos foram levados a refletir sobre o significado de área, pela observação de figuras sobre a malha quadriculada. Pode-se observar o uso de alguns recursos, tais como: a malha, o colorido que dá destaque às figuras, a possibilidade de se fazer comparação entre uma figura e outra pela visualização simultânea.

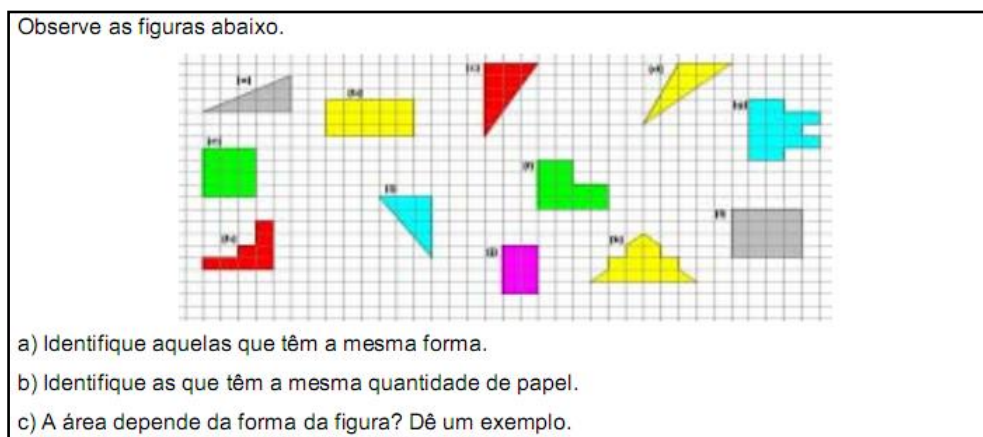


FIGURA 7: Atividade de área de Facco

Fonte: Facco (2003, p. 61)

Concluiu que a proposta de ensino e aprendizagem apresenta-se como favorável para conceituar área, utilizando a decomposição e recomposição.

Loreni Aparecida Ferreira Baldini (2004) desenvolveu sua dissertação “*Construção de Conceitos de Área e Perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica*”, pela Universidade Estadual de Londrina - PR. Seu objetivo era verificar se o software *Cabri-Géomètre II* contribuía para a construção de conceitos de área e perímetro. Assim como Facco (2003), usou a teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, da escola francesa, seguindo no processo experimental as quatro fases: análise prévia; concepção e análise *a priori*; experimentação; análise *a posteriori* e validação. Seu trabalho conta com estudos do PCN, proposta curricular do estado do Paraná, concepções dos professores, análise de livros didáticos, anais de congressos nacionais e estudo de outras pesquisas na análise preliminar da primeira fase da engenharia didática. A pesquisa de campo foi realizada com alunos do 1º ano do ensino médio que obtiveram baixo rendimento no pré-teste por ela aplicado. Procurou investigar a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área, usando o *software* nas atividades. Em uma das atividades, ela busca a compreensão da fórmula do cálculo de área de um triângulo, a partir das diversas alturas e lados (veja FIG. 8). O trabalho se apoia nos recursos oferecidos pelo *software*, com apresentação das medidas das alturas relativas a cada lado da figura.



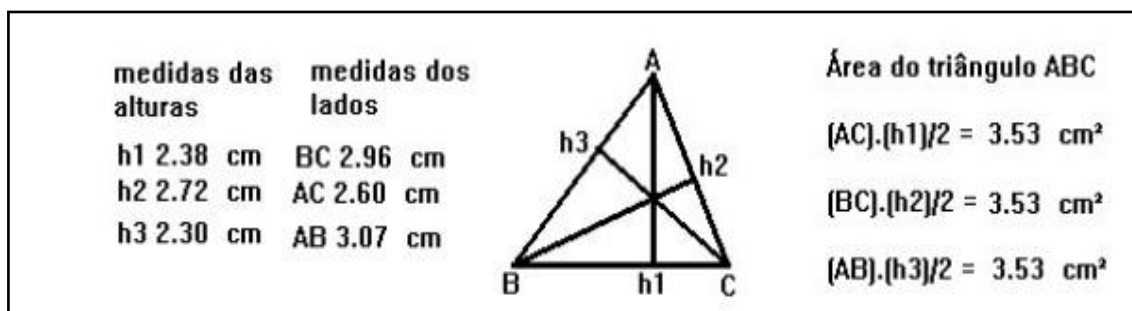


FIGURA 8: Atividade dinâmica – Fórmula de área

Fonte: BALDINI, 2004, p. 119

Fez outras atividades similares como meios para os alunos desenvolverem a compreensão das fórmulas com a área do retângulo, triângulo *etc.* O trabalho procura apresentar o porquê das fórmulas de cálculo de áreas, utilizando os recursos da geometria dinâmica. Concluiu que o *software* pode contribuir significativamente para a construção dos conceitos de área e perímetro.

Segundo Baldini (2004, p. 21), tratar de área sob dois pontos de vista (geométrico e numérico) torna o estudo de área mais significativo para o aluno. A autora apresentou alguns exemplos de questões da AVA 2000 (avaliação das escolas pública do Estado do Paraná), com figuras geométricas e medidas para que o aluno calculasse a área. Questões desse tipo têm por intuito a assimilação da aplicação de fórmulas e compreensão da figura geométrica. Em outra questão, o aluno foi levado a calcular o perímetro de um retângulo, dada a base e a altura em centímetros. Assim, trabalha a representação geométrica com as figuras e os cálculos de área. Essa pesquisa contribui ao apontar que as dificuldades dos alunos em geometria podem estar relacionadas à falta de metodologias adequadas. Constatou-se que houve contribuições da geometria dinâmica no estudo de perímetro e área.

Ivanilka Lima de Azêvedo (2005) desenvolveu sua pesquisa de mestrado pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, envolvendo perímetro e área, com alunos do Ensino Fundamental 2º ciclo, correspondente ao 4º e 5º ano (séries iniciais). Dessa pesquisa cabe ressaltar que a preocupação com o ensino de geometria já vem se refletindo também nas séries iniciais da educação básica. A autora desenvolveu atividades tendo como referência a construção de conhecimento segundo Piaget (1993). Como resultado, destaca-se a inferência do esquema conceitual formalizado inicialmente (conceito de perímetro) como empecilho (conflito cognitivo) à

acomodação do novo conceito (conceito de área), ou seja, ao desenvolver suas atividades para definir área, acabam por embarçar-se no entendimento do que representa o perímetro e quais as suas dimensões em dada figura. Relatou que atividades de construção de conhecimento podem ser mais motivadoras e que os professores precisam refletir sua prática e redimensionar o fazer docente, capaz de alcançar a autonomia e plenitude do aprendiz. A mesma autora, em 2009, retomou o tema em sua pesquisa de doutorado. Essa nova pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano do ensino fundamental, envolvendo atividades didático-reflexivas para a construção conceitual de área e perímetro, sendo o processo significativo para o aluno, conforme tese da autora.

Outra pesquisa de mestrado sobre o tema é de Anderson Secco (2007), com título *Conceito de Área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas* (PUC/SP). Foi realizada com 71 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de escola pública. O objetivo foi investigar, através do uso da composição e decomposição de figuras planas, até a demonstração de fórmulas via geometria dinâmica (*Cabri Géomètre*), como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora aos alunos. Utiliza como metodologia a engenharia didática francesa. Secco observa nos alunos uma autonomia crescente na realização das atividades e atribuição de significados aos termos área e superfície, baseando-se em ações do “fazer matemático”, tais como: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair e generalizar. Suas atividades passam por três etapas: atividades desenvolvidas com material concreto e validadas empiricamente; atividades desenvolvidas com o *Cabri-Géomètre*, com validação pelas construções geométricas, e um terceiro bloco composto de atividades dedutivas que objetivaram introduzir as fórmulas para cálculo de áreas. Concluiu que o processo de reconfiguração favoreceu a passagem do empírico para o dedutivo, ou seja, a passagem progressiva de uma linguagem informal para uma linguagem formalizada sobre conceitos e procedimentos matemáticos.

Apresentamos aqui observações de alguns pesquisadores sobre a forma como a geometria tem sido incorporada no ensino e nas próprias pesquisas, especialmente sobre o tema em questão, relatando, ainda, possível descaso com essa área. A geometria carece de novos meios, sintonia do professor com o livro didático, proposta pedagógica e aproximação com o cotidiano. O processo de ensino e aprendizagem necessita da

viabilidade de novos recursos, maior conhecimento geométrico e mudança de postura do professor.

Apropriadamos de algumas das propostas desses autores, revisadas nessa seção, em nossa pesquisa, a saber: nosso método de teste e avaliação das atividades se aproxima da engenharia didática da escola francesa, assumida nos estudos de Facco (2003) e Baldini (2004). Facco (2003) aponta o uso de uma malha para trabalhar com área, onde os quadros da malha servem como unidades de área. Esse método fornece uma alternativa para o cálculo da área para além das fórmulas. A autora também aborda a questão de relações entre perímetro e área, o que utilizamos em uma de nossas atividades, entretanto de forma diferente da autora. As pesquisas de Baldini (2004) e Secco (2007) reconhecem a importância dos recursos tecnológicos, especialmente da geometria dinâmica. Esses estudos fornecem subsídios para o desenvolvimento de nossa proposta, quanto à geometria dinâmica. Os resultados de Azêvedo (2005), ao fundamentar seu estudo em Piaget, apontam para a importância da autonomia do aluno em suas investigações. Em termos de autonomia e interesse, nossa ótica está fundamentada pelas ideias *deweyanas*, a respeito de pensamento reflexivo.

Como relatado na introdução, este trabalho distingue-se pela construção de relações entre o pensamento reflexivo e a utilização de software de geometria dinâmica, quanto à significação dos conceitos de perímetro e área.

### III

## PENSAMENTO REFLEXIVO, CONCEITOS E SIGNIFICADOS

Nesta pesquisa, propomos adotar o pensamento reflexivo como referência teórica para a elaboração e condução das atividades como forma de desenvolver a compreensão dos conceitos.

Sabe-se que o ato de pensar é uma particularidade do ser racional e que essa característica difere o ser humano dos outros animais: o fato de o homem pensar, dar significado às coisas. Dewey (1959) exemplifica, sobre o pensamento, que um acento gráfico não passaria de um rabisco errôneo se não fosse o pensamento humano e ressalta que o exercício de pensar torna os significados dos objetos ilimitados. As atitudes pelas quais as pessoas se diferem podem influenciar a tomada de decisão, adiantar conclusões e até impedir reflexões necessárias. O pensamento é próprio de cada pessoa. É um ato que pode acontecer em uma situação concreta particular, influenciado por experiências prévias.

O desenvolvimento do pensamento, no campo educacional, envolve múltiplos fatores. O entusiasmo do professor diante da prática educacional, por exemplo, pode provocar o interesse do aluno. Embora isso não seja um método sistematizado para a aprendizagem, poderá ser útil no desenvolvimento das relações que os alunos constroem com a matéria de estudo. Segundo Dewey (1959), quando o aluno se interessa pelos estudos, se dedica a pensar na matéria, perguntas espontâneas lhe surgem, sugestões afloram e criam um ânimo individual. Sendo assim, o professor exerce uma função mediadora importante nesse envolvimento do aluno com os estudos.

O pensamento reflexivo pode ser admitido como um norteador de expectativas do que o professor deseja alcançar, diante das ações encaminhadas ao aluno.

### **3.1. Pensamento reflexivo e o papel da dúvida**

Pensamento reflexivo é “a espécie de pensamento que consiste em examinar mentalmente o assunto e dar-lhe consideração séria e consecutiva.” (DEWEY, 1959, p. 13). O pensamento reflexivo não se limita a simplesmente pensar. Nem todo ato de pensar é tão proveitoso. Pensar incessantemente nisto ou naquilo, de forma

desordenada, não é pensamento reflexivo. Para Dewey (1959), o pensamento reflexivo é aquele que tem consequência e admite uma ordem consecutiva, de modo que as ideias se “relacionem” umas às outras e se “sustentem” umas às outras.

Na concepção de Dewey (1959, p. 19), o pensamento abrange a “observação ou percepção de um fato, seguida de mais alguma coisa não observada, mas trazida à mente, sugerida pelo objeto visto. Uma coisa leva a outra, como se diz”. Por certo, o objeto concreto, pode levar às reflexões um dado conceito abstrato. Por observações e comparações poderá atribuir sentido segundo experiências de quem observa. As relações que aproximam os conceitos dos significados poderão estabilizar a crença e fazer com que conceitos abstratos se tornem concretos para o aluno.

Para Dewey, “A reflexão não está nesse fato de que uma coisa indica, significa outra. Começa [...] quando experimentamos verificar sua validade e saber qual a garantia de que os dados existentes realmente indiquem a ideia sugerida de modo que justifique o aceitá-la” (DEWEY, 1959, p.21). Assim, no contexto escolar, determinadas relações entre propriedades ou conceitos existentes poderão se estabilizar com ações práticas envolvendo os alunos. A justificativa para essa afirmação vem do entendimento de como os resultados de uma atividade reflexiva estão relacionados com as ideias ou os conceitos utilizados para obtê-los. Dewey salienta que é importante buscar suporte para se acreditar, pois a crença exige provas. Assim, a

reflexão subentende que se crê (ou não se crê) em alguma coisa, não por causa dela própria e sim por intermédio de alguma outra que lhe sirva de testemunho, evidência, prova, documento, garantia, em suma, de fundamento da crença. (DEWEY, 1959, p.21).

Dewey (1959) concebe o pensamento como uma operação, segundo a qual fatos presentes sugerem outros fatos, uma provocação a acreditar no que é sugerido a partir de uma relação real nas próprias coisas.

O pensamento reflexivo pode ser definido em duas fases básicas. A primeira, vinculada à concepção do problema, situação de desconforto, o que provoca a investigação, e uma segunda, que caracteriza a reflexão sobre o problema no sentido de resolvê-lo.

De acordo com Dewey (1959, p. 24), “a necessidade da solução de uma dúvida é o fator básico e orientador em todo o mecanismo da reflexão”. A existência de uma

situação-problema, entendida como um problema para o aluno pode estimular a reflexão. Assim, o aluno, em dúvida frente a uma situação não resolvida é motivado a investigar (pensar). O ato de pensar não surge do nada. Não é, segundo Dewey (1959), uma “combustão espontânea”. Há necessidade de que alguma coisa o provoque. Não se conseguirá fazer pensar aquele que se encontra muito distante do que se sugere para pensar, aquele que não tem a maturidade necessária para abstrair. Nesse sentido, interpretando a reflexão de Dewey (1959), a dúvida é para o aluno como uma “mola propulsora” a desenvolver o pensamento.

Para Dewey (1959), o pensamento parte de uma situação duvidosa (indeterminada) para uma situação determinada, isto é: o ato de pensar surge por uma inquietação presente, uma situação de desconforto, algo que incomoda alguém. A situação determinada é, por conseguinte, a estabilização da situação duvidosa. Dewey (1959) afirma que a causa mais provável de a escola não conseguir que o aluno verdadeiramente pense esteja em não prever uma situação experimentada, não buscar relação entre situações cotidianas com o que se pretende explorar, que o “obrigue”<sup>7</sup> a pensar.

Para Dewey (1959, p. 105-106), “a função do pensamento reflexivo é, por conseguinte, transformar uma situação de obscuridade, dúvida, conflito, distúrbio de algum gênero, numa situação clara, coerente, assentada, harmônica”. Ele acrescenta que o pensamento reflexivo admite uma ordenação de ideias consecutivas e sucessivas, aproveitando sua força rumo a uma conclusão.

### **3.2 As fases do pensamento reflexivo**

De forma mais detalhada, a concepção de pensamento reflexivo (Dewey, 1959) é delineada em cinco fases, não necessariamente manifestando-se na ordem apresentada. De posse dessa reflexão que pode levar ao entendimento do que Dewey (1959) propõe, passa-se a uma descrição sintetizada das fases categorizadas pelo autor. Essas fases norteiam o desenvolvimento das atividades dinâmicas propostas neste trabalho.

1ª - sugestão - a curiosidade pode ser uma aliada da aprendizagem. Entretanto, Dewey ressalta que o grande desafio para o professor seria conseguir utilizar a curiosidade para

---

<sup>7</sup> Entende-se por “obrigue” frente ao pensamento reflexivo como o ato de se conseguir que o aluno se sinta estimulado a refletir sobre determinada situação sem que isso lhe seja imposto por alguém.

fins intelectuais, seja ela orgânica, da exploração física ou de interrogação verbal. Qualifica sugestão como o pensamento primitivo, espontâneo, imediato. É um pensamento antecipado por uma situação-problema, um “ensaio dramático”, ato espontâneo. Aquilo que primeiro lhe vem à mente diante de um problema. Sobre as dimensões da sugestão, afirma que o ser humano pode ter um pensamento imediato mais profundo, demorado, pelas variantes que associa ao fato, ou pode ter um pensamento menos aguçado, trivial. Muitas crianças são repreendidas pela lentidão ao responder a certas indagações. A lentidão, segundo Dewey, pode estar na concentração de energias para um ataque eficiente ao problema proposto. Salienta ainda que “pensar” não é uma faculdade simples, imutável. Dewey (1959) cita como exemplo, o problema de se ter que transpor uma vala. O primeiro pensamento talvez seja: vou saltá-la. Esse é um pensamento prematuro, sem reflexão, a sugestão. Segue-se à sugestão a identificação do problema, na segunda fase.

2ª intelectualização - é o ato de um pensar reflexivo sobre o problema, identificando as condições do embaraço que o definem efetivamente. No caso da vala, citada pelo autor, existia ali um buraco. Entretanto, o problema talvez não fosse o fato de existir o buraco, mas a extensão, as condições da rampa a sua volta *etc.* É o ato de conceber o problema, uma dificuldade para a qual se procura uma resposta. Conhecido o problema, precisa-se estabelecer um caminho a seguir.

3ª ideia - guia, hipótese - fase em que se propõe e assume um possível meio de se resolver um problema, após uma análise intelectual. Ao apontar a hipótese, a sugestão torna-se uma “probabilidade verificada”. É um ato de colocar sob controle, guiar um caminho, sem, contudo, vedar outras possibilidades, já que a hipótese não é a solução, é apenas uma proposta de rumo a seguir. O autor define hipótese como: “Os fatos ou dados põem-nos à frente o problema; o exame deste corrige, modifica, expande a sugestão original, que passa a constituir, destarte, uma suposição definida ou, dito mais tecnicamente, uma hipótese” (DEWEY, 1959, p.114). Com a guia da hipótese, o próximo passo é a execução do trabalho para superação do problema.

4ª raciocínio - é o momento de ampliar o conhecimento. Em casos mais complexos, uma ideia leva a outra, forma-se uma cadeia de raciocínio. Consiste no seu desenvolvimento, fornecendo termos “intervenientes ou intermediários” (DEWEY,

1959, p.117) que vão se juntando num todo consistente. Sugestões que pareciam extravagantes, a princípio, podem sofrer transformações, tornando-se adequadas. Nessa fase, o indivíduo analisa todas as possíveis inquietações e situações que se aproximam da situação-problema sugerida. Retomando o exemplo da vala, citado por Dewey, pode-se identificar muitas ações para transpor o problema. Ações que poderiam ser executadas, refletindo sobre suas consequências. O passo seguinte é a conclusão.

5ª verificação - é a fase de se levar à conclusão uma dada hipótese, até que novos fatos possam refutá-la. A verificação da hipótese, entretanto, pode levar ao êxito ou ao malogro. Mesmo o insucesso tem contribuições a dar, pois aponta mudança apresentando nova hipótese como alternativa de trabalho. De sorte que “não existe melhor pedra de toque para a capacidade de pensamento do que o uso que se faz dos próprios enganos e erros” (DEWEY, 1959, p. 118). O erro é, pois, o novo ponto de partida ou a conclusão a que se chega para um repensar posterior. A partir dessa concepção, pode se justificar o insucesso, ou o surgimento de resultados inesperados, em diversas práticas pedagógicas, como etapas de desenvolvimento do pensamento. No exemplo da vala, poder-se-ia ter planejado uma estratégia para transpô-la e não ter dado certo. Não é de todo perdida uma prática que aponta uma solução diferente da que se deseja alcançar, deve-se observá-la como o ponto de partida para outras ações.

Dewey afirma não serem fixas as cinco fases. Por exemplo: a hipótese pode surgir ao longo do raciocínio. A verificação pode não ser a conclusão do trabalho, mas a indicação de que a hipótese levantada não é coerente, abrindo precedente para o novo rumo a ser tomado. Não se pode abrir mão de se ter uma hipótese, na busca da solução para determinado desafio. A hipótese encaminha o raciocínio, funcionando, em nossa concepção, como “bússola” orientadora do trabalho. Segundo Dewey (1959), se a observação não for guiada por uma hipótese, ela apontará uma multidão de fatos que, desvinculados, se constituirão como dificuldade em relação à determinada situação. “A verdade é que uma ideia, intelectualmente, não pode ser definida por sua estrutura, mas só por sua função e uso” (DEWEY, 1959, p.139). Os significados deverão surgir, não por imposição, mas por experimentação.

Nesta concepção deweyana - de que os significados surgem no uso, na experimentação - propomos a significação dos conceitos de perímetro e área, no desenvolvimento das atividades desta pesquisa, esperando que os alunos façam uso dos



conceitos, apresentados pelo professor, em experiências anteriores e, estimulado pela condução das atividades, encaminhe-se para a significação.

### **3.3 O conceito**

Para Dewey (1959, p.152), “o conceito significa que determinado sentido ficou estabilizado e permanece o mesmo em diferentes contextos”. Toda ciência procura estabelecer um grupo especializado de conceitos, ou seja, “um jogo de significados e princípios, tão intimamente entrelaçados que qualquer um deles, sob determinadas condições, encerra algum outro, o qual, sob outras condições, encerra ainda outro, e assim por diante” (DEWEY, 1959, p.180). Pode-se dizer que conceito é a expressão dos múltiplos significados estabelecidos que se interagem e se interconectam. Dewey (1959) salienta que fórmulas, definições não possuem fins em si mesmas. São instrumentos que facilitam e levam à compreensão, fixam uma significação e a desdobram em ramificações. A validação final de um conceito, segundo Dewey (1959, p. 182), acontece “somente quando se observa por métodos de coleta ou experimentação que os fatos se coadunam, em minúcia e sem exceção, com os resultados teóricos”. Um conceito validado se firma como um significado estabilizado e somente poderá ser alterado quando uma nova pesquisa, responsavelmente, comprovar outro resultado ou extensão de resultados, antes definidos.

Segundo Dewey (1959), a separação dos conceitos e definições das suas funções, daquilo que representam, se mantém as significações conceituais presas ao espírito da memorização, à arbitrariedade informativa, torna-se difícil a compreensão dos conceitos. É importante, para o aluno, estabelecer relações, entender o porquê, experimentar o conceito em situação-problema típica para que a aprendizagem deixe de ser um “heterogêneo saco de retalhos” (DEWEY, 1959, p.184).

De acordo com Dewey (1959, p. 158), “os conceitos são gerais por causa do uso, da aplicação, não por causa de seus ingredientes”. E, ainda, na página 159: “no momento em que é conseguida uma significação, esta fica sendo uma ferramenta de trabalho para novas apreensões, um instrumento para a compreensão de outras coisas”.

### **3.4 A significação do conceito**

É propósito da pesquisa que os alunos desenvolvam a compreensão dos conceitos perímetro e área, isto é: atribuam significados por empregá-los na resolução de uma situação indeterminada, e, assim, reorganizem como o conceito está compreendido. Esse modo, de acordo com Dewey (1959), é uma ampliação da compreensão frente à situação presente. E é por essa experiência que essa compreensão torna-se instrumento para superar situações problemáticas futuras. A compreensão de dada relação pode ser reutilizada em outras situações.

A apreensão do significado se dá pela observação, comparação, relação que se estabelece entre uma coisa e outra.

Apreender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou de uma situação é ver a coisa, acontecimento ou situação, em suas *relações* com outras coisas: notar como opera ou funciona, que consequências traz, qual a sua causa e possíveis aplicações (DEWEY, 1959, p. 140, grifo do autor).

De acordo com Dewey (1959, p. 140), o ato de conhecer “tem em mira revestir coisas e acontecimentos com um sentido - isto é, entendê-los - consiste sempre em tirar a coisa investigada do seu isolamento”. Nessa perspectiva, com a atividade prática buscamos dar sentido aos conceitos de perímetro e área, relacionando-os a figuras geométricas dinâmicas e a situações em que os próprios conceitos são utilizados como instrumentos, objetivando a produção de significados para eles. É nessa lógica que Dewey vê a importância da atividade prática, pois afirma que

a aquisição de um significado definido e consistente tem como fonte primeira a atividade prática. Rodando um objeto, a criança põe em relevo sua redondeza; atirando-o ao chão, destaca sua elasticidade; levantando-o, faz-lhe do peso o seu fator distintivo principal. Não é através dos sentidos, mas por meio da reação, do ajustamento da resposta, que uma impressão reveste um caráter destacado das qualidades que despertam reações diferentes. (1959, p. 144-145).

Sobre a tendência de se julgar que o aluno sabe quando reproduz, Dewey chama a atenção:

Presume-se, com demasiada frequência, que a matéria ficou compreendida quando se gravou na memória, podendo ser reproduzida a qualquer momento. O resultado líquido de nossa argumentação é que

nada é verdadeiramente conhecido senão quando compreendido (1959, p. 150).

Essa memorização não pressupõe um entendimento das múltiplas relações entre o conceito e os contextos práticos. A memorização não pressupõe a utilização de um conceito em outras situações cabíveis. Percebe-se, assim, que o significado, de acordo com Dewey (1959), é uma relação entre intenção e extensão. A intenção é uma significação individualizada, isolada, homogênea. O emprego de uma significação para “enfeixar várias coisas”, segundo Dewey, caracteriza a extensão. As definições de perímetro e área determinam a intensão, ou seja, o que os distingue. Neste trabalho, as definições de perímetro e área se baseiam em Lima (1985). São utilizadas como instrumento para a significação dos conceitos. Embora possam parecer, de início, abstratas, para o aluno, espera-se que ele as utilize e estabeleça significados. Já a representação da definição nos casos particulares – medir a área de uma sala colando jornais de 1 metro quadrado no chão, usar o geoplano para representar polígonos identificando o perímetro e área, desenhar uma figura, usando geometria dinâmica para representar o quadro da sala de aula - caracterizam extensão da definição. Em termos educacionais, o professor mira a intensão, que são os conceitos em si, as propriedades e relações científicas. Para isso, pode-se utilizar da extensão, que são as representações particulares.

Dewey (1959) categoriza três tipos de definição: denotativa, expositiva e científica. Essas definições são aqui referenciadas por constituírem o caminho para o que Dewey (1959) chama “intensão”. A definição denotativa, voltada para os órgãos do sentido humano, e a definição expositiva, relevante por ser concebida como a definição que se processa pela observação das figuras, daquilo que representam pela sua aparência. O processo educacional mira a definição científica e utiliza as outras definições como “trampolim”, razão para apropriação dessas definições no estudo.

#### ***a) Definição denotativa***

Este significado pode ser atribuído ao experimentar o conceito. Por exemplo, não se pode aprender o significado de ódio, honestidade sem os ter experimentado. O significado denotativo se expressa nas qualidades observadas pelo sentido ou emoção humana diante dos objetos, figuras ou situações.

Esse método de delimitar uma significação, provocando certa atitude a respeito dos objetos, pode ser chamado denotativo ou indicativo. É o aplicável a todas as qualidades sensíveis - sons, sabores, cores; - e igualmente a todas as qualidades emotivas e morais. (DEWEY, 1959, p. 163).

Buscando-se uma aproximação entre os tipos de definição e a geometria plana, exemplificamos essas definições, utilizando como objeto de referência a figura retangular, o quadrado.

É difícil apresentar uma definição denotativa para o quadrado, por exemplo, sendo este um conceito abstrato (da geometria euclidiana), atribuindo-lhe características a serem captadas por órgãos dos sentidos.

Pode-se dizer que o significado somente passa a existir pela experimentação da pessoa, é o significado segundo valores de quem os atribui com suas delimitações.

#### **b) Definição expositiva**

Ao expor determinado objeto, procura-se fazer referência entre objeto e conceito, atribuindo-lhe significados. “As ilustrações fazem parte da categoria das definições expositivas; assim também as explicações dos sentidos das palavras que fornece o dicionário” (DEWEY 1959, p. 163). Voltando-se para os conceitos de perímetro e área, um aluno pode atribuir significados expositivos para o quadro da sala de aula, ao observar sua forma, seus lados como segmentos de reta que se encontra em um ponto comum (vértice). É possível identificar os ângulos retos nesses vértices, a delimitação de um plano por esses lados, significando o seu perímetro, enfim, a lousa onde se escreve representando a área do quadro.

Exemplo de definição expositiva: uma figura plana com quatro lados iguais e quatro ângulos retos.



FIGURA 9: Quadrado – Definição expositiva

Fonte: O pesquisador

Retomando o exemplo do quadrado, Dewey (1959, p. 163) considera a definição expositiva “importante sob o ponto de vista social e pedagógico, como uma transição

entre as definições denotativas e científicas”. A definição expositiva remete à extensão do abstrato, ao representar a figura, um artifício material no papel. O que poderia uma pessoa observar nesse desenho? Quando Dewey assume a definição expositiva como importante pedagogicamente, o autor chama a atenção para a necessidade da atribuição de significados, o que pode se concretizar com a exposição de objetos seguida da observação.

### c) *Definição científica*

É o significado que exprime as relações.

Não se baseia em qualidades imediatamente perceptíveis nem em propriedades imediatamente úteis; e, sim, na maneira por que certas coisas são causalmente relacionadas com outras; em suma, a definição científica exprime uma relação. (DEWEY, 1959, p. 165).

A definição científica pode ser expressa pelas propriedades, particularidades, minúcias que o mundo científico determina para um dado objeto. Distingue-se, com muita precisão, determinada forma. No exemplo do quadrado, poder-se-ia observar que é um retângulo com lados adjacentes congruentes, diagonais congruentes entre si, lados adjacentes formando ângulos retos *etc.* São definições que exprimem relações sobre a figura quadrado. Pode-se descrever a definição científica como uma definição mais rebuscada com termos técnicos, próprios da ciência. As relações descritas estão associadas a conhecimentos do campo científico que podem ou não ser do conhecimento dos alunos em dado momento.

Segundo Dewey (1959, p.178), “as concepções são os instrumentos intelectuais utilizados no material da percepção dos sentidos e da memória, para clarear o obscuro, pôr ordem no conflito aparente, trazer unidade ao fragmentário”. As concepções nascem das experiências e vão se aperfeiçoando. Os conceitos são concepções bem definidas que se transformam em um sentido estabilizado (definido). De modo geral, os significados expressam o conceito. Sobre a importância educacional dos conceitos, Dewey (1959) argumenta que devem conduzir à aprendizagem, segundo as fases de desenvolvimento, com doses de conceitualização diferentes. Para ele, o ponto final da compreensão é o conceito.

Faz-se necessário discutir os termos concreto e abstrato como compreensão. Segundo Dewey (1959, p. 218, grifo do autor), “o *concreto* indica uma significação nitidamente extremada de outras significações, de modo que facilmente se aprende por si mesmo. Ouvindo as palavras mesa, cadeira, fogão, casaco não precisamos refletir para saber o que significam”. Já o abstrato (p. 219) “é o teórico, aquilo que não se associa intimamente com nossas preocupações práticas”. Sobre as definições de concreto e abstrato, Dewey (1959) chama a atenção para o fato de que o entendimento de determinados termos, como concreto ou abstrato, depende do nível de desenvolvimento intelectual de cada indivíduo. E mais, para uma mesma pessoa, algo que se processa como abstrato em dado momento pode não o ser em outro momento. Dewey (1959, p. 219) argumenta que “ora, são as exigências da vida prática que principalmente fixam esses limites. Coisas como paus, pedras, carne, batatas, casas e árvores são feições constantes do ambiente, das quais temos de tomar conhecimento para viver”.

Por vezes, chegamos a conceber que a matemática excepcionalmente seria uma disciplina que carrega uma carga acentuada de termos abstratos. Cabe refinar a percepção, buscando entender considerações de Dewey (1959), quando afirma que muitas noções científicas são de caráter abstrato não porque exigem longo aprendizado da ciência, mas por terem o dever de proporcionar fim exclusivo de facilitar novos conhecimentos, investigações e outras especulações - a matemática é uma ciência que serve a tantas outras ciências, especialmente à engenharia nas mais diversas áreas. Pode residir aí a dificuldade em mostrar aplicações para os diversos conceitos e torná-los mais próximos das experiências individuais, em cada etapa de seu desenvolvimento. Nossos esforços se voltam para a necessidade da aplicação. Segundo Dewey (1959, p. 222), “o interesse pelos resultados, pelo eficiente desenvolvimento de uma atividade, deveria transferir-se, progressivamente, para o estudo dos objetos - de suas propriedades, consequências, estrutura, causas e efeitos”.

Segundo Dewey (1959), não se pode conceber o pensamento abstrato que cultiva a capacidade de planejar, inventar, prever *etc.* como o “fim”, e nem se apegar a aplicações práticas; o grande trabalho da educação é garantir um equilíbrio eficiente. Para que isso aconteça, na prática, educadores precisam observar atentamente os indivíduos e não impor a todos os mesmos modelos. Sugere-se, assim, associar o abstrato e o concreto às experiências dos alunos, que são distintas e demandam um

trabalho quase individual. Longe de se pregar utopias inexecutáveis, poder-se-ia assumir que as escolas têm incorporado mais o tipo de pensamento abstrato. Mirar o pensamento concreto implica a associação dos conteúdos às experiências individuais, promovendo interações pelas mais diversas formas possíveis. Diante da realidade das turmas, bastante heterogêneas e numerosas nas escolas, esse trabalho se torna difícil. Dewey (1959, p. 209) salienta que a materialização representa um interesse em usar de forma adequada “uma significação (sugestão, propósito, fim) em forma objetiva, por meio de materiais e processos apropriados”. A materialização dos conceitos, na proposta de Dewey, retrata a significação e compreensão dos mesmos. Quando o aluno é capaz de significar um conceito, este deixa de ser um conceito abstrato para ele.

### **3.5 Experiência individual/social**

Conforme destacado na introdução, a educação sofre influência das experiências individuais e sociais do indivíduo. De acordo com Dewey (1979, p. 3) “a sociedade subsiste, tanto quanto a vida biológica, por um processo de transmissão. A transmissão efetua-se por meio da comunicação – dos mais velhos para os mais novos – dos hábitos de proceder, pensar e sentir”. A comunicação das experiências se torna necessária à continuidade do que se processa de forma positiva e ainda, como ponto de partida para se modificar o que experimentalmente não funciona. Nesse sentido,

não só a vida social se identifica com a comunicação de interesses, como também toda a comunicação (...) é educativa. Receber a comunicação é adquirir experiência mais ampla e mais variada. Participa-se assim do que outrem pensou ou sentiu e, como resultado, se modificará um pouco ou muito a própria atitude. (DEWEY, 1979, p. 5-6).

Dewey (1979) destaca a importância da linguagem para a aquisição de conhecimento. Apresenta exemplos ilustrativos que definem a forma como o uso da linguagem se torna de fato esse fio condutor. O autor Dewey (1979, p. 16) cita o exemplo do “chapéu”. A criança, ao associar o objeto chapéu com o ato de se fazer um passeio, passa a atribuir significados ao objeto numa situação prazerosa em que mãe e filho se interagem. Os significados surgem por “experiências compartilhadas”, ou seja, o uso dos conceitos em atividades sociais. Os mesmos objetos poderão ser associados a outras situações similares e produzirem outros significados.

A procura e interpretação dos significados, o interesse pela associação fica, desse modo, condicionado às experiências prévias, cultura promovida pelas interações sociais. Assim, afirma Dewey (1979, p. 18) que, “de acordo com os interesses e as ocupações de um grupo, algumas coisas tornam-se objeto de grande estima; outras, de aversão”. Salienta ainda que

o que o ensino consciente e deliberado pode fazer é, no máximo, libertar as aptidões assim formadas para um mais amplo desenvolvimento, purgá-las de algumas de suas rudezas e fornecer objetos que tornem sua atividade mais rica de significação. (DEWEY, 1979, p. 19)

Dewey (1979, p.19-22) afirma que modos essenciais de falar, a abundância do vocabulário se torna uma necessidade social. Para ele, a escola pode se apropriar de três funções especiais: a) proporcionar um ambiente simplificado, selecionando e provocando uma compreensão progressiva das coisas; b) Criar um ambiente purificado para a ação, eliminando fatores indesejáveis; c) contrabalançar elementos do ambiente social e dar condições ao indivíduo de fugir das limitações do grupo social no qual está inserido, ampliando horizontes.

A escola pode se constituir como o principal meio de intercâmbio social. Desejando-se promover interação sadia, é importante cultivar algumas ações e inibir outras, de forma a garantir as condições mínimas necessárias. Significa, no decorrer das atividades dinâmicas, criar um ambiente propício, acalmando os exaltados, incentivando o pensamento progressivo acerca de uma situação, estimulando a evolução do aluno na compreensão dos conceitos.

Dewey (1979) salienta que a natureza da experiência encerra em si um elemento ativo e outro passivo combinados. O aspecto ativo está vinculado à experimentação, à tentativa em que determinado ato se processa. O aspecto passivo vem do ato de se perceber, sentir o efeito da ação. Para ilustrar, Dewey (1979, p. 152) cita o exemplo de uma criança que leva o dedo ao fogo. O momento ativo da experiência está na ação de levar o dedo ao fogo e, o momento passivo, na reação, quando a criança sente dor pela queimadura do fogo, percebendo a consequência da ação. Para Dewey (1979, p. 165), “pensar é o ato cuidadoso e deliberado de estabelecer relações entre aquilo que se faz e as suas consequências”.



Pelo pensamento, podemos prever o que pode acontecer em consequência de nossos atos. Essa previsão pode ser identificada como uma hipótese a ser analisada, que, na fase de análise, caracteriza o raciocínio.

A educação tem importante função social. Costumes, crenças, enfim, a cultura de um povo é comunicada e se desenvolve em grande parte nos ambientes educacionais. A interação social se processa também no diálogo da sala de aula. Dewey (1959) salienta que quando o aluno estuda assuntos muito distantes de suas experiências, tende a tornar-se irresponsável intelectualmente, adotando posturas tais como: fazer tudo como sugerido pelo professor para agradá-lo, concordar com o que lhe é passado sem fazer inferências e refletir sobre o assunto, não relacionar o novo estudo com outras crenças *etc.*

Como não vivemos em um mundo já constituído, mas em um mundo em contínuas mudanças, as experiências sociais sempre virão com novas sugestões, hipóteses de trabalho que poderão produzir outros significados pelas novas interações.

### **3.6 A postura do professor diante do pensamento reflexivo**

O professor, diante do pensamento reflexivo que se espera do aluno, precisa estar alerta as suas atitudes, ações, organização e condução de atividades, sendo criterioso nas interações com os alunos. Segundo Dewey (1959, p.271), “o problema do aluno encontra-se na matéria; o dos professores é saber o que está fazendo a mente dos alunos com a matéria”. Essa concepção do que e como ensinar e do como se compreende, o que representa cada informação exige uma postura, por certo, reflexiva do educador. Nesse sentido, o educador deve preocupar-se com a quantidade de informações acerca de um conteúdo, medidas a cada etapa e a cada realidade. Sobre a concepção de que o aluno pode não estar interessado por determinado assunto, Dewey (1979) salienta que não devemos atribuir a culpa à teoria do interesse ou, ainda, buscar uma isca agradável para então apresentarmos ao aluno o material (conteúdo) estranho e intragável. A falta de interesse pode estar relacionada ao fato de a matéria de estudo apresentar-se como estranha às atividades normais do aluno. Não se propõe utilizar o computador como isca. Espera-se

[...] descobrir objetos e modos de agir que se relacionem com as aptidões existentes. Fazer este material acionar a atividade para ela exercer-se com coerência e continuidade – eis o interesse do mesmo. Desde que o material atue desta maneira, não há necessidade de recorrer-se a artifícios que o tornem interessante, ou apelar-se para o esforço arbitrário e semicoagido (DEWEY, 1979, p. 139).

O professor, no processo educacional, precisa ter consciência do alcance de sua fala e cuidar-se para exercer bem a linguagem que pode atingir ou não o espírito dos alunos. Dewey (1979, p. 15) afirma que “a importância da linguagem para a aquisição de conhecimentos é, sem dúvida alguma, a causa principal da noção comum de que o conhecimento se pode transmitir diretamente de uma a outra pessoa”.

De acordo com Dewey (1959, p. 236-243), a educação deve buscar a linguagem intelectual. A simplicidade não pode significar adoção de um linguajar infantil. O profissional deve utilizar vocabulário preciso, empregando termos técnicos em seus devidos lugares, resguardando a exatidão das palavras. Termos técnicos não podem ser suprimidos nem exaltados. As apresentações muito extensas - veja Dewey (1959, p. 242) - especialmente nas aulas expositivas, podem provocar o rompimento da unidade do sentido, destruir a perspectiva, transformando um assunto numa acumulação de fatos desconexos. Para determinados assuntos ou situações, entretanto, a aula expositiva pode alcançar seus objetivos. É preciso, portanto, dosar e limitar a fala contínua. O processo ensino e aprendizagem não pode se constituir em monólogo. Nesse sentido, uma aula prática dialogada contribui muito para a aprendizagem.

Dewey (1959) apresenta outras importantes considerações sobre a postura do professor, que não deve antecipar as contribuições do aluno. É prudente intervir nos momentos críticos, onde a experiência dos alunos não favorece a compreensão, e esquivar-se de situações onde é possível que os alunos, por meio da evolução de seu pensamento, da discussão com seus pares, consigam avançar.

Nesse sentido, as atividades devem promover a interação e não servirem apenas como roteiros prontos e definidos, cabendo ao aluno somente fazer como escrito ou “desenhado”. É importante procurar que os alunos, nos grupos, busquem suas reflexões, provocar a interação dos conteúdos com as representações, como forma de favorecer uma aproximação, e fazer indagações sobre o espaço onde trabalham, associando-o a outros espaços maiores, fora daquele contexto. Dewey (1959, p. 265) afirma que “uma

pergunta sacode, esporeia a mente”. Os questionamentos encaminhados pelo professor podem render mais que muitos outros recursos pedagógicos.

De acordo com Dewey (1959), os casos em que os professores se apegam às fórmulas, enfatizando-as como técnicas de aprendizagem por meio da memorização, podem vir a constituir um processo de repetição, que se estabelece devido ao juízo, já estabilizado, de que conceitos e propriedades são definições. As fórmulas acabam por se tornar método de ensino. Afirma que

a repetição constante é que torna definido o método; a tal definição segue-se, naturalmente, a sua exposição em fórmula. Mas, como aos professores se afigura estar precisamente delimitado e definido aquilo que melhor compreendem, ficam nossas escolas dominadas pelo preconceito de que as crianças devem começar por fórmulas metódicas cristalizadas. (DEWEY, 1959, p. 132).

Entende-se o processo de formalização como uma possível acomodação. Repassar fórmulas, auxiliar o aluno na sua utilização é mais confortável e menos trabalhoso do que elaborar uma atividade, correndo os riscos de esta não atingir o objetivo ou não servir à aprendizagem.

Procura-se sustentação para o ensino e aprendizagem de geometria. Na ótica do pensamento reflexivo, propõem-se os conceitos de perímetro e área e os recursos tecnológicos como instrumentos para auxiliar na resolução de situações indeterminadas.

### **3.7 O pensamento reflexivo e a relação professor-aluno**

Conforme descreve Dewey (1959, p. 271), é preciso amplo conhecimento intelectual do professor sobre os conceitos, muito além do que o estabelecido por um plano de ensino determinado. Precisa ser suficientemente capaz de lidar com situações inesperadas, tirando proveito dos imprevistos, e, assim, acompanhar o verdadeiro entusiasmo do aluno pela matéria. Propondo-se uma interlocução da postura de Dewey (1959-1979) com a prática, as atividades dinâmicas, de forma diversificada e com gradativo grau de complexidade, poderão produzir questionamentos diversos. Os alunos podem mergulhar numa experimentação onde os conceitos são comuns, mas as experiências individuais são únicas. O professor, pela experimentação antecipada de uma prática, pode se proteger de algumas das dificuldades com experiências diversas.

Questionamentos podem, mesmo assim, surpreender. Entretanto, o professor não se obriga a apresentar respostas imediatas a todas as indagações.

Referindo-se às atitudes e métodos, Dewey (1959) salienta que é preciso cultivar as atitudes favoráveis à investigação e verificação. Afirma ser duplo o problema do professor, diante do hábito de pensar. “Precisa estudar os traços e hábitos individuais e precisa estudar as condições que modificam, para melhor ou pior, as direções em que se expressam habitualmente os poderes individuais” (DEWEY, 1959, p. 64). Significaria ter capacidade de discernir entre atividades, diálogos, indagações encaminhadas pelo aluno, aquelas que realmente permitiriam seu avanço na compreensão dos conceitos, que lhe seriam úteis, daquelas que vêm apenas como especulação ou para passar o tempo (como exemplo, perguntas desarticuladas). Segundo Dewey (1959), observada a experiência profissional, admite-se como dever do professor, redobrada atenção sobre as reações dos alunos. A atenção do aluno sofre influência do método e até do comportamento atitudinal do professor, do seu jeito de falar, das respostas bem ou mal formuladas, entre outras ações. Nessa lógica, se o professor usar de sua personalidade para influenciar demasiadamente, o conteúdo pode perder o valor em si mesmo.

Outras influências permeiam o estudo e podem torná-lo uma repetição de ações sem objetivo e sem sentido. Às vezes, o professor direciona o ensino como se ele fosse “o dono da verdade”. Apressa-se à conclusão, assumindo para si a expressão comum e questionada: “fazendo como recomendo você conseguirá mais depressa o resultado” (DEWEY, 1959, p. 69). Dewey critica essa postura do professor como transmissor do conhecimento, uma vez que ele precisa comportar-se como mediador e facilitador. O fato de direcionar ou recortar o caminho do aluno não favorece o deslanchar do pensamento.

Outro ponto levantado por Dewey (1979, p. 154) é o “dualismo entre espírito e corpo”. Argumenta que, mesmo que a lição exija um trabalho intenso da mente, é indispensável acrescentar-lhe atividades corporais. Segundo Dewey (1979), ao esquecer o corpo, perde-se a oportunidade da interação dos conceitos com sua utilidade. Quando as crianças não veem utilidade nas expressões corporais, podem recalcar essas aptidões ou usá-las para a indisciplina, muitas vezes indesejável em uma sala de aula. Segundo Dewey (1979), é preciso educar para o uso harmonioso e significativo das aptidões corporais.

No desenvolvimento da pesquisa, sugerimos a exploração das atividades, passando pelas cinco fases do pensamento reflexivo. A elaboração das atividades leva em consideração experiências dos alunos, de forma a propiciar o pensamento. Assumimos uma postura mediadora, fazendo o possível para retirar dos alunos as informações. Trabalhamos as definições com o propósito da atribuição de significados e compreensão dos conceitos de perímetro e área.

Discutimos, a seguir, os recursos tecnológicos como ambiente para a pesquisa, em especial, o uso da geometria dinâmica.

## IV

### TECNOLOGIAS, EDUCAÇÃO E GEOMETRIA DINÂMICA

Neste capítulo, são apresentadas discussões sobre a tecnologia no processo de ensino e aprendizagem e uma abordagem sobre a geometria dinâmica, considerando especialmente o estudo de Gravina (2001).

#### 4.1 A informática na educação

Um dos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998, p. 8), faz referência às tecnologias, ao afirmar que o aluno deve “saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos”. Pode-se dizer que esse objetivo sinaliza para o reconhecimento da importância desses recursos para o processo educacional, o que prima pela aproximação da tecnologia com o cidadão, nos mais diversos espaços sociais, culturais, entre outros.

Espera-se que a escola se ocupe da formação do indivíduo em todos seus aspectos, preparando-o para ocupar um espaço na vida social. D'Ambrósio (1997), ao definir educação, afirma que o indivíduo precisa ser preparado para a interação. A sociedade informatizada (por exemplo, os supermercados, comércios em geral, bancos com caixas eletrônicos, sinais de trânsito, filas eletrônicas) exige essa formação informática do cidadão. Cabe também à escola promovê-la. Nesse sentido, Cox (2003, p. 25) afirma que “aceitar que a escola se distancie da necessidade do educando de capacitar-se como cidadão é, portanto, aceitar que a escola negligencie nossa condição de seres gregários e sociais”. É preciso, portanto, que a comunidade escolar assuma a instrução informática, como parte da formação integral do aluno.

Por outro lado, não se veem as tecnologias informacionais e comunicacionais (TIC's), por si só, como solução para a educação. Moran (2000, p.12) afirma que, “se ensinar dependesse só de tecnologias, já teríamos achado as melhores soluções há muito tempo”. Poder-se-ia citar outros argumentos para essa posição de Moran. O computador não é um ser pensante, apenas executa o que é programado. A utilização dos *softwares* e aplicativos poderá contribuir ou não. A elaboração, experimentação e encaminhamento de uma prática, nesse sentido, cabem ao educador. Além disso, a alimentação dos

dados, análise, interpretação, discussão cabem a quem se envolve com o ambiente, especialmente o aluno. As contribuições estão diretamente relacionadas com o envolvimento das partes e se constituem num ambiente de interação mútua do homem com a máquina, em que esta processa informações e externaliza resultados instantâneos, passíveis de observações e tomada de posição crítica.

Aos educadores, não basta estar diante de máquinas com grandes recursos, capazes de executar muitas tarefas. É preciso buscar a viabilidade dos recursos na condução do processo de ensino e aprendizagem, o que demanda formação em serviço, experimentação de novas práticas e revisão das concepções sobre os diversos conceitos e procedimentos. De acordo com Valente (1999), a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem apresenta desafios: entender o computador como nova maneira de apresentar o conhecimento, o que exige redimensionamento dos conceitos, busca da compreensão de novas ideias, análise cuidadosa do que significa ensinar e aprender, revendo o papel do professor.

É preciso ressaltar que

[...] a implantação da informática, como auxiliar do processo de construção do conhecimento, implica mudanças na escola que vão além da formação do professor. É necessário que todos os segmentos da escola – alunos, professores, administradores e comunidades de pais – estejam preparados e suportem as mudanças educacionais necessárias para a formação de um novo profissional. (VALENTE, 1999, p. 4).

Isso requer que os gestores escolares, supervisores, pais e ou responsáveis estejam convencidos da utilidade e da seriedade com que se introduz uma aula prática no laboratório de informática. Essa aceitação por parte da comunidade escolar pode levar algum tempo e emana da credibilidade que pode ser estabelecida diante de trabalhos que mostram resultados e apontam caminhos para outras experiências. Esse novo profissional idealizado por Valente (1999), em nosso ponto de vista, seria o profissional que por um lado tira proveito dos recursos tradicionais, mas que ao mesmo tempo esteja aberto às inovações tecnológicas, capacitando para a aplicação desses novos recursos como forma alternativa de se conseguir avançar, solidificando o processo ensino e aprendizagem proporcionando interação com as experiências vivenciadas pelo aluno no convívio social.

Nas pesquisas educacionais sobre o processo de ensino e aprendizagem usando tecnologias, Gravina (2001), Borba e Penteado (2001), Cox (2003), Valente (1999), entre outros, procuram discutir a importância do computador, a sua apropriação, o envolvimento teórico e metodológico com as atividades para que se constitua como um instrumento para aprendizagem. Cox (2003, p.7) argumenta que

faz-se necessário discutir, refletir e pesquisar o assunto com acurada crítica e criatividade, visando vencer o desafio proposto e ainda, com sobriedade, explorar o melhor dessas máquinas sem incorrer nos vultosos erros de subestimá-las, desperdiçando oportunidades, ou atribuir-lhes papéis miraculosos, superestimando-as.

Cox se mostra preocupada com o desprestígio ou a supervalorização irresponsável desse recurso. Ela relata ainda que, na prática, o uso de computadores na escola encontra-se em diferentes estágios, no Brasil. Diante dessa posição da autora, pode-se dizer que, enquanto algumas escolas ainda não têm sala de informática, outras têm a sala e não a utilizam. Há outras que se encontram em patamares mais avançados, com bibliotecas virtuais, otimização de rede e salas de teleconferências.

Valente (1993) afirma que a maior contribuição do computador, no meio educacional, está no fato de seu uso ter provocado questionamento sobre os métodos e processos utilizados para o ensino. Ao discutir a utilização do computador, sua apropriação diante das instituições educacionais, acaba-se por relacionar outros recursos tecnológicos utilizados, discutindo os mesmos questionamentos e apontando desvios de conduta na utilização. A aula prática utilizando informática deve ser preparada e fundamentada teoricamente como qualquer aula. As pesquisas sobre as vantagens, importância ou viabilidade da informática na sala de aula questionam também o uso dos recursos audiovisuais, das calculadoras e outros recursos. A discussão ganha força na forma de apropriação, porque procura discutir o como utilizar, como aplicar, em que tipo de atividade ou situação e a quem pode servir.

Para que o computador seja um instrumento útil na educação, segundo Valente (1993), em concordância com ideias educacionais de Dewey, é preciso que o professor assuma uma postura crítica no seu fazer pedagógico, deixando de assumir o papel de transmissor do conhecimento. Assim, relata que

o professor necessita ser formado para assumir o papel de facilitador dessa construção de conhecimento e deixar de ser o “entregador” da



informação para o aprendiz. Isso significa ser formado tanto no aspecto computacional, de domínio do computador e dos diferentes *softwares*, quanto no aspecto da integração do computador nas atividades curriculares. O professor deve ter muito claro quando e como usar o computador como ferramenta para estimular a aprendizagem. (VALENTE, 1999, p.109).

Desse relato de Valente, cabe destacar que o propósito da pesquisa aqui descrita foi adotar o computador como instrumento a ser utilizado pelo aluno. O maior interesse para a aprendizagem, entretanto, deve vir pela aproximação da atividade com o contexto e experiências do aluno. Além da mudança de postura do professor, segundo Valente (1999), o uso do computador requer maior envolvimento por parte do aluno. É preciso uma postura crítica e ativa do aluno comandando a máquina, tornando-se agente do processo de ensino e aprendizagem. Moran (2000, p.17) referenda essa postura ao afirmar que “alunos curiosos e motivados facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do professor, tornam-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor-educador”.

Situações inéditas são muito comuns ao utilizar-se a informática. Perguntas, nunca feitas antes, podem surgir nesse novo ambiente. Muitas situações poderão nem ser respondidas de imediato, conforme descreve Borba e Penteadó (2001).

Nesse sentido, é possível pensar a geometria dinâmica como recurso capaz de contribuir com a atribuição de significados a conceitos da geometria plana mencionados.

#### **4.2 A geometria dinâmica**

Com a geometria dinâmica, a geometria plana ganha movimento. O dinamismo pode constituir, conforme Dewey (1979), a atividade corporal para o aluno. Trabalhando os conceitos em práticas diversas, manuseando figuras e referenciando situações cotidianas, tende a trazer os conceitos mais próximos de si.

O dinamismo caracteriza-se por esse diferencial da manipulação, movimentos rápidos e visíveis que se estabelecem. O ensino da geometria pode se concretizar neste novo meio e de forma interessante, evidenciando propriedades que talvez possam não ser percebidas com facilidade em outros recursos.

O computador deve ser empregado como um ambiente propício e estimulador do pensamento. Na tela do computador, o aluno pode alterar os limites de uma figura, montar, remontar, fazer e desfazer com bastante facilidade. O professor precisa fazer com que o pensamento floresça do aluno, o que implica critérios para a condução das atividades.

Gravina (2001) procurou fazer uma aproximação da geometria dinâmica com o construtivismo, quando propôs aos alunos atividades que levassem à demonstração de determinados teoremas da geometria, utilizando recursos disponíveis do *software*. Este estudo aborda outro enfoque, o pensamento reflexivo. Propõe o uso dos conceitos e da geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de forma contextualizada, propondo situações próximas das experiências dos alunos, visando à reflexão e à atribuição de significados aos conceitos.

Há pontos comuns entre o trabalho de Gravina e a pesquisa que desenvolvemos. A autora se preocupa com o “fazer matemático” por parte do aluno. Verifica, com suas atividades, se há esse desenvolvimento crítico. Pretende-se aqui discutir esse pensamento do aluno, segundo concepções do autor norte americano John Dewey, apresentado no capítulo anterior. A pretensão é de que o aluno seja estimulado a pensar sobre determinada situação. Acredita-se no desenvolvimento do pensamento através das observações do aluno, diante de um desafio. Gravina entende que essa experimentação do pensamento é o que melhor promove aprendizagem, e descreve que

os contextos da descoberta e da justificação tornam-se de extrema importância nas situações de aprendizagem. Neles acontece o “pensar matemático”, caracterizado por experimentar, interpretar, visualizar, abstrair, conjecturar, errar e demonstrar, muito superior à aceitação, passiva, de conhecimentos apresentados como sequências bem ordenadas de “fatos” e argumentos “prontos”. (GRAVINA, 2001, p.17, grifos da autora)

Sobre a forma como se processa o pensamento, Gravina coaduna com outros autores e busca suporte para a cognição nas tecnologias da inteligência de Levy (1993). Para Pierre Levy (1993), o pensamento acontece em uma rede imbricada de diversos fatores que se misturam para produzir as transformações e, com isso, provocar a aprendizagem. Ele afirma que

a inteligência ou cognição é o resultado de redes complexas onde interage um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos

[...] o pensamento se dá em uma rede na qual neurônios, módulos cognitivos, humanos, instituições de ensino, línguas, sistemas de escrita, livros e computadores se interconectam, transformam e traduzem as representações. (LEVY, 1993, p.135-137).

Gravina apropria-se da nova linguagem informática, idealizada frente às potencialidades das tecnologias da inteligência da era da informática, defendida por Levy (1993). Ele teria proposto a ideografia dinâmica, ou seja, “uma tecnologia de apoio à imaginação, ao raciocínio e à comunicação, diferente das linguagens escritas até então disponíveis” (GRAVINA, 2001, p.38). Levy (1993) idealiza uma linguagem informática capaz de ceder espaço à imaginação do aluno, que contribua para o raciocínio e facilite a comunicação entre o homem e a máquina, algo que possa favorecer sobremaneira o processo de ensino e aprendizagem, trazendo em si as preocupações didático-metodológicas.

Com o uso do *software* de geometria dinâmica, conceitos geométricos, representações, o produto do pensamento pode ser comunicado para si e apresentado para o outro de forma imediata. Uma visualização rápida do objeto provoca outra investigação e busca uma aproximação com o pensamento do outro. Às vezes, precisará ser desfeita (outra potencialidade da geometria dinâmica). Muitas são as evidências de contribuição apontadas pela autora, ao afirmar que “os ambientes de geometria dinâmica apresentam-se como ferramentas de grande potencial para a exteriorização e versatilização de pensamentos de natureza visual” (GRAVINA, 2001, p. 41). Entende-se que o termo “exteriorização” foi empregado para identificar as imagens produzidas pelo *software*, com boa qualidade de apresentação “visual” e, “versatilização”, como sendo a capacidade de produzir diferentes formas instantaneamente.

Lançar mão desse recurso é experimentar a geometria dinâmica. Gravina (2001), em sua tese de doutorado, descreve a geometria dinâmica como ambiente informático que oferece ferramentas de forma a permitir a construção de objetos geométricos, utilizando das propriedades que os definem. E ressalta ainda sobre esse ambiente: “são micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador” (GRAVINA, 2001, p. 82). O fato de o aluno conseguir manipular o objeto, alterar sua forma, arrastar, aumentar e diminuir, mudar a

posição, fazer representações em perpendicular ou de forma inclinada de dois segmentos, entre outros, pode permitir reflexões mais aguçadas.

Não se descartam outros meios para as construções. Entretanto, percebe-se um diferencial nesses ambientes: as construções podem mudar de forma rapidamente, podem voltar às suas formas originais, sem prejuízos, em curto espaço de tempo. O fato de utilizar o computador também proporciona um estímulo a mais, pois visita um mundo bastante próximo do adolescente, o mundo da tecnologia. Gravina (2001, p. 36) ressalta ainda que “o suporte dos ambientes informatizados à pesquisa em matemática favorecem a exploração, a elaboração de conjecturas e o refinamento destas, e a gradativa construção de uma teoria matemática”. Se o aluno consegue perceber com clareza as representações, inferir suas propriedades, reconhecer particularidades das figuras geométricas, poderá elaborar suas próprias observações e propriedades acerca de dado objeto. O que se consegue visualizar, mexer, tocar, pode ser mais bem compreendido. O aluno poderá transformar uma figura quadrada numa figura retangular, não quadrada, em segundos, e fazer comparações pela observação das propriedades dos objetos. Se o aluno consegue perceber com clareza as propriedades e particularidades das figuras geométricas, será capaz de recriar, elaborar outras propriedades sobre o objeto. Suas observações levam a sua autoafirmação frente aos conteúdos teóricos.

A geometria dinâmica como ferramenta frente ao pensamento reflexivo apresenta-se como um desafio, visando à atribuição de significados aos conceitos pelo aluno. A elaboração das atividades segundo essa concepção e a forma como devem ser conduzidas precisam ser discutidas com a intenção de se alcançar o objetivo proposto. No capítulo seguinte, apresentamos as atividades e a interpretação que se estabeleceu diante dos conceitos de perímetro e área, pensamento reflexivo e *software* de geometria dinâmica.

## V

**O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS  
COM UTILIZAÇÃO DE *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA**

Ao desenvolvermos atividades práticas que incorporem o uso das ferramentas - os conceitos de perímetro, área e um *software* de geometria dinâmica - visamos à atribuição de significados, pelos alunos, para os conceitos de perímetro e área e, assim, a reorganização da compreensão desses conceitos. Apresentamos as atividades elaboradas, orientações para a condução e diretrizes para apreciação dos significados. Na contextualização, procuramos aproximação com as experiências prévias do aluno. O planejamento foi fundamentado em pesquisas, como o trabalho de Gravina (2001), e teve como norte teórico o pensamento reflexivo de Dewey (1959). Focamos a produção de significados para os conceitos em situações experimentadas. A geometria dinâmica foi abordada como um instrumento para a utilização dos conceitos na resolução de situações-problema. Os alunos já tinham noção dos conceitos abstratos, por terem tido contato com os mesmos na série anterior, em 2009.

Os recursos tecnológicos são empregados de forma autônoma pelos alunos, evitando-se orientar suas construções com passos detalhados. As atividades desenvolvidas contam com a criatividade dos alunos, sua capacidade de manuseio do equipamento, a reflexão que se processa na interação entre os pares, diante das situações propostas. Nossa expectativa era de que o desafio provocasse a investigação.

Dentre as atividades desenvolvidas, antecipamos que duas delas (terceira e quarta) buscaram “confrontar” as compreensões dos alunos sobre os conceitos de perímetro e área. O objetivo dessas atividades foi a atribuição de significados a cada conceito, visando distingui-los em uma situação hipotética. Tivemos o intuito de provocar o engajamento do aluno num contexto imaginário não muito distante de suas experiências, seja no espaço de convivência da escola ou outro lugar. Esperávamos que o aluno, frente a uma situação na qual os dois conceitos são exigidos para a sua resolução, procurasse viabilizar meios para distinguir, caracterizar ou relacionar os conceitos e, assim, atribuir significados a cada um.

O planejamento e desenvolvimento das atividades levaram em consideração que “[...] só traduzindo as novas perplexidades em termos do que é familiar e patente é que as compreenderemos e resolveremos.” (DEWEY, 1959, p. 142). Assim, as outras atividades realizadas em 2009 e o trabalho que realizamos com a atividade prévia de colagem do jornal de um metro quadrado para medir o chão da sala <sup>8</sup>, fundamentada em Dewey, também contribuíram para a extensão dos significados dos conceitos. Nos livros didáticos, é comum observar desenhos de figuras que se apresentam sobre malhas quadriculadas. O geoplano como ferramenta para compreensão já tem sido utilizado pela escola.

Facco (2003) fez atividades de composição e decomposição, usando figuras coloridas sobre a malha, objetivando a conceituação de área. De forma semelhante, usamos a composição e decomposição. Em vez de conceituar, buscamos a atribuição de significados aos conceitos abstratos para compreendê-los.

A utilização da geometria dinâmica está associada à habilidade do aluno no manuseio desse instrumento. Neste estudo, os alunos foram levados a conhecer o *GeoGebra*, suas ferramentas básicas para o trabalho com perímetro e área. As ferramentas - medida de perímetro e área, comando mover, o seletor com seu incremento - são recursos para a visualização. Em determinadas atividades, a habilidade de se lidar com o *mouse* está em jogo. Por exemplo, ao aproximar uma figura de outra, necessitando aproximar também os pontos que as definem.

Exercícios habituais desenvolvidos em sala de aula, como a construção de um retângulo para identificação do perímetro, foram testados com o *GeoGebra*. Associando o retângulo ao objeto quadro da sala de aula, o aluno é movido pelo desejo de se conseguir uma de suas dimensões, trabalhando com o *software* diante de uma situação contextualizada. Ao associar o retângulo ao quadro da sala, propiciamos a aproximação do conceito com a vivência do aluno.

A atividade da construção da letra R com 24 unidades de área no computador e, posteriormente, sua representação no papel é um trabalho de composição e decomposição. O desafio dessa atividade dinâmica era desenhar a letra R sobre a malha do *GeoGebra*, de forma que pudesse ser reconhecida como letra R e tivesse área de 24 unidades. Os alunos tiveram a oportunidade de experimentar o comando área, usar a

---

<sup>8</sup> Atividade realizada no início de 2010 envolvendo perímetro e área. Será relatado, em mais detalhes, na pesquisa de campo, capítulo VI.

malha quadriculada como unidade de área, e perceber a delimitação lateral da área pelas linhas de limite de cada letra. Ao construir a letra “R”, os alunos executaram a composição da área. Depois de construída a letra, instruímos o uso do processo inverso, da decomposição. Receberam um papel quadriculado com 24 unidades de área e deveriam recortar a letra “R” no mesmo formato que a desenharam no computador. Foi outra experiência associando a letra e o conceito de área a materiais manipuláveis. Como descreve Dewey (1959), ao fazer a letra com papel colorido, tesoura e lápis, o aluno utiliza a atividade corporal (física). Dewey (1959) afirma que não se deve conduzir a educação de forma puramente intelectual. O aluno precisa sentir que todo o seu corpo é útil no processo. Todos os movimentos e materiais utilizados, bem como as relações que foram produzidas, visam à compreensão dos conceitos.

O uso do conceito de área, por exemplo, pode acontecer nas diversas atividades práticas. De modo geral, é trabalhar com a ideia de uma região de uma superfície, ou seja, uma parte delimitada da superfície. A atribuição de significados ao conceito de área pode acontecer numa relação com o conceito de perímetro, em dada situação de interesse da pessoa.

Ressaltamos a questão da situação indeterminada em que o conceito está posto em relação a outro conceito (razão para relacionar o interior da figura aos quadrinhos da malha), no intuito de resolver a situação (isto é, tornar a situação determinada), e intelectualmente interessante o suficiente para provocar uma reflexão, por parte do aluno, a respeito do porquê das consequências do uso dos conceitos na resolução da situação, ou seja, pensamento reflexivo, assim, atribuindo significados ao conceito.

No caso de uma figura geométrica plana representada sobre uma malha, esta conduz ao conceito de área se os quadrinhos são compreendidos como unidades de área. A figura tem sua fronteira e o seu interior pode ser posto em relação a unidades de área (quadrinho). Dessa maneira, ao pensar uma figura em relação à malha, é possível atribuir significados para o conceito, ou seja, perceber área naquela figura.

Aproximar-se das experiências do aluno, propondo situações-problema, é uma chama no jogo de interesse pelos conceitos (perímetro e área). O intuito é de que o aluno os adote como seus, investigando de forma autônoma, com mediação e interferências do professor, de acordo com os caminhos desenvolvidos por ele.

As atividades foram desenvolvidas e conduzidas com base nas cinco fases do pensamento reflexivo, visando à construção de significados para os conceitos de perímetro e área.

Destacamos a importância da resolução de desafios pelo aluno para o desenvolvimento do pensamento. O ato de pensar é complexo e emana da individualidade sobre a interação social. Assim, ao encaminhar as atividades, pretendíamos estabelecer um ambiente próximo das experiências dos alunos, no qual houvesse harmonia entre o foco atribuição de significados e os conceitos, dando-lhes liberdade. Trabalhando com um “parceiro”, a proposta era explorar e utilizar esses conceitos, manuseando o *software* de forma que desenvolvesse o pensamento reflexivo. Na condução das atividades no laboratório, buscamos a aproximação entre figuras de geometria dinâmica, o contexto do cotidiano ou fatos hipotéticos e o conceito.

O professor, em sala de aula, deve repensar sua maneira de encaminhar as atividades e suas interferências, para que os objetivos em torno dos conteúdos sejam alcançados e encontre um nível intelectual de introdução dos conteúdos, sem perder de vista experiências e outras situações já experimentadas pelo educando.

O pensamento reflexivo, segundo Dewey (1959), exige uma ordem consecutiva de ideias, uma “cadeia de sugestões”. É preciso atenção, por parte do professor, na condução desse processo, assumindo uma postura mediadora, definindo quando e quanto de informações fornecer aos alunos, no intuito de que possam tomar o problema para si e tenham uma atuação autônoma, construindo uma compreensão básica para abordar e conjecturar a respeito de novos problemas.

### **5.1 As atividades exploratórias**

O desenvolvimento das atividades aplicadas no projeto-piloto e, posteriormente, na turma da pesquisa, teve como referência o pensamento reflexivo. Assim, as atividades trazem: a) um desafio ou situação hipotética a ser superada pelo aluno; b) questões exploratórias a serem desenvolvidas que têm como objetivo maior provocar o pensamento em torno da situação. Um contexto familiar ao aluno e um problema ou desafio acessível em termos de experiências prévias. A elaboração das atividades e a sua condução têm o intuito de que o desafio seja percebido pelo aluno e que ele seja estimulado a agir de forma reflexiva para resolver a situação. As questões exploratórias propostas visam a estimular a reflexão. A opção por investigar a significação dos



conceitos leva em consideração as definições de significado de Dewey (1959) e a distinção entre os dois conceitos apontada por Baltar (1996).

Neste capítulo, apresentamos as atividades desenvolvidas com os instrumentos de geometria dinâmica e, de forma mais detalhada, três delas. Importa expor a interpretação do pensamento de Dewey (1959) e a apropriação de sua teoria na elaboração das atividades, tendo em vista alcançar, com o aluno, o objetivo proposto de atribuição de significados.

As atividades foram desenvolvidas para serem realizadas em dupla, considerando a importância da discussão entre os pares, para a reflexão, e da troca de experiências sobre uma situação indeterminada. Dewey (1979) afirma que a educação é um processo social e, diante das muitas espécies de sociedade, interpõe critérios para a crítica e a construção educativa.

Os dois critérios escolhidos para aferir-se o valor de alguma espécie de vida social são a extensão em que os interesses de um grupo são compartilhados por todos os seus componentes e a plenitude e liberdade com que esse grupo colabora com outros grupos (DEWEY, 1979, p. 106).

Pela interação dos grupos, os alunos podem compartilhar ideias e compreensões sobre determinada situação, com base em experiências diversas, o que possibilita uma reflexão mais rica. Dewey (1979) retrata a importância da atividade conjunta. Para resguardar a afinidade entre os pares, na condução das atividades, as duplas foram organizadas pelos próprios alunos.

Referenciamos as fases do pensamento reflexivo nas atividades, através de questionamentos exploratórios encaminhados aos alunos. A intelectualização é a etapa em que o aluno procura delimitar e entender o problema a ser resolvido. É preciso que o vocabulário usado na exposição do problema seja suficientemente claro, sucinto e acessível. Após a intelectualização do problema, vem uma análise da situação de forma mais detalhada. Levantar hipóteses é apontar meios para resolver o problema. O aluno pode adotar caminhos diferenciados que levem à solução. A hipótese é o rumo para nortear o pensamento. Focado no problema, o aluno deverá propor um meio de resolvê-lo. A partir dessa escolha, ele verifica por que está ou não se aproximando da solução, e assim, estabelece relações do que faz com as consequências do que faz. Segue-se o raciocínio. Dessa etapa, talvez a mais demorada, vem a conclusão para dada hipótese.

No Quadro 1, apresentamos as cinco atividades realizadas em laboratório de forma resumida, com o objetivo a ser alcançado pelos alunos.

QUADRO 1: Relação de atividades da pesquisa no laboratório

ATIVIDADE 1 – SIGNIFICANDO PERÍMETRO NO CONTEXTO QUADRO DA SALA DE AULA		
OBJETIVOS	SITUAÇÃO	RECURSOS UTILIZADOS
<p>-Atribuir significados ao perímetro, usando como instrumentos o conceito e a geometria dinâmica, contextualizado em uma situação que envolve retângulos;</p> <p>-Identificar as contribuições da geometria dinâmica na significação do conceito de perímetro, no contexto da atividade proposta.</p>	Identificar o comprimento do quadro da sala de aula, dado o perímetro e um dos lados.	<p>*GeoGebra: uso do seletor, desenho de polígono, comando mover, visualização da figura.</p> <p>*Papel com questões exploratórias, lápis e borracha.</p>
ATIVIDADE 2 – ÁREA POR DECOMPOSIÇÃO		
OBJETIVO	SITUAÇÃO	RECURSOS UTILIZADOS
-Atribuir significados para área pelo uso do conceito na decomposição de uma figura para encontrar sua área.	Encontrar a área de uma figura irregular desenhada na tela do computador sobre a malha.	<p>*GeoGebra: polígono qualquer, dados os pontos, grifo de outros polígonos na decomposição, malha e pontos geométricos por coordenadas.</p> <p>* Papel com questões exploratórias, lápis e borracha, lápis coloridos.</p>
ATIVIDADE 3 – PERÍMETRO E ÁREA NO CONTEXTO DE UMA HORTA		
OBJETIVO	SITUAÇÃO	RECURSOS UTILIZADOS
1-Atribuir significados para perímetro e área pelo uso dos dois conceitos relacionados entre si.	1-Identificar dimensões que constituem o menor perímetro da horta da escola, diante de uma área definida (39 unidades), com o intuito de economizar material ao cercá-la.	<p>*GeoGebra: uso do seletor, construção de pontos com coordenadas vinculadas ao seletor, polígono qualquer, comando mover, malha e visualização.</p> <p>* Papel com questões exploratórias, lápis e borracha.</p>
ATIVIDADE 4 – ESTUDO DE ÁREA PELO USO DIANTE DE DUAS FIGURAS		
OBJETIVO	SITUAÇÃO	RECURSOS UTILIZADOS
Atribuir significados à área pelo uso do conceito como medida a ser minimizada, diante de duas figuras, em um contexto da geometria euclidiana em que uma delas representa a unidade de medida.	Encontrar a menor área para um triângulo contendo em seu interior um quadrado de uma unidade de área.	<p>*GeoGebra: Desenho de um quadrado com uma unidade de área, e um triângulo; uso do comando mover, comando área, comando perímetro, visualização e malha.</p> <p>* Papel com questões exploratórias, lápis e borracha</p>
ATIVIDADE 5 – ÁREA NO CONTEXTO DA CONSTRUÇÃO DE UMA LETRA EM “BLOCOS”		
OBJETIVO	SITUAÇÃO	RECURSOS UTILIZADOS
-Atribuir significados para área pelo uso do conceito em composição da área com geometria dinâmica e na decomposição, por meio de recortes de papel colorido.	Desenhar as letras iniciais do nome da escola com área de 24 unidades, em formato que possibilite reconhecê-las e recortar um papel colorido com 24 unidades, construindo a letra desenhada no GeoGebra.	<p>*GeoGebra: polígono qualquer, comando mover pontos, comando área, visualização.</p> <p>*Folha com questões exploratórias, folha colorida quadriculada, papel quadriculado para colagem, régua, lápis e borracha.</p>

As atividades foram elaboradas com o intuito de promover a compreensão por atribuição de significados aos conceitos. A elaboração de questões exploratórias, em cada atividade do laboratório, teve por propósito maior aproximação com as experiências dos alunos, provocando a discussão entre os pares. Embora as atividades tenham sido desenvolvidas com base nas fases de pensamento reflexivo, no encaminhamento dessas atividades não houve grande preocupação com o controle intelectual das fases. Dewey (1959) registra que é fundamental garantir as condições em que os estudantes são levados a trabalhar, garantindo o pensamento reflexivo. Logo, a dinâmica instruída pelo professor tem como meta que os alunos se desenvolvam em pensar reflexivamente na resolução de situações-problema.

Cada atividade proposta na pesquisa apresenta uma situação pretendida como desafio para o aluno. Desejamos, com a situação-problema, propor um estado de dúvida para o aluno. As questões exploratórias foram desenvolvidas para direcionar o pensamento e levar o aluno a se sentir diante de um desafio, conforme Dewey (1959). Estão propostas como ponto de partida, de inquietação.

De acordo com Dewey (1959), as experiências prévias são ponto de partida para se estabelecerem as sugestões. O pensamento não surge do nada, é preciso que algo o estimule. Visando a aproximação com as experiências dos alunos, procuramos um contexto para o desenvolvimento das atividades que lhes fosse familiar.

O *software* é um instrumento utilizado pelo aluno para trabalhar sua dúvida. Propomos usar recursos do *GeoGebra* como o seletor, a malha, o recurso de medidas, o recurso de movimento, arraste de pontos como forma de conseguir que o *software* fosse útil para o desenvolvimento do raciocínio, colaborando no entendimento do problema e na sua resolução. Segundo Gravina (2001, p. 193), esses ambientes “pertencem à classe dos *softwares* classificados na literatura como ambientes de expressão e exploração - são ferramentas que dão espaço para as ações dos alunos, para os experimentos de pensamento”. Nessa atividade, o aluno teve a oportunidade de perceber as consequências das suas ações com o *software*, observando a figura e as medidas dos comprimentos de seus lados. Permitiu a mudança rápida do desenho, construção de nova situação, proporcionando novas conjecturas frente à visualização dos resultados, diante do objetivo proposto.

As construções das figuras surgem por criatividade própria do aluno, parcerias com o pesquisador ou por orientações gerais contidas nas atividades, buscando atribuição de significados ou ressignificação dos conceitos de perímetro e área.

Apresentamos, de forma mais detalhada e com base em fases e aspectos do pensamento reflexivo, três das cinco atividades delineadas no quadro 1, dentre elas: a primeira sobre o perímetro; a terceira, envolvendo a relação perímetro e área, e a quinta e última, envolvendo conceito de área. Em nenhuma atividade apresentamos roteiros prontos, o que, aliás, contraria as ideias do pensamento reflexivo. A importância para a atividade e a dificuldade dos alunos em trabalhar com o seletor<sup>9</sup> levaram à antecipação de alguns passos que caracterizam instruções de montagem do ambiente de trabalho.

## 5.2 Primeira atividade: significando perímetro no contexto da sala de aula

A primeira atividade trabalha os significados para o perímetro. A situação apresentada como contexto refere-se ao quadro da sala de aula. O *software* e o conceito de perímetro são instrumentos para a resolução do problema.

**Situação apresentada aos alunos:** *Pretendemos reformar o quadro da sala de aula seguindo a sugestão da professora de Matemática. O quadro deve ter 1,5 metros de altura e ser construído de tal forma que não ultrapasse 15 metros em toda sua volta. Qual seria o comprimento ideal para alcançarmos essas medidas?*

**Instrumentos:** *software* de geometria dinâmica e conceito de perímetro.

A figura 10 representa o desenho para resolução desse exercício. São utilizados dois seletores: “a” e “b”. Esses seletores, utilizados como coordenadas dos pontos que formam os vértices do retângulo, permitem o movimento da figura. A cada novo valor selecionado para a variável seletor, outra figura se forma, com medidas diferentes da anterior. Isso permite um movimento, possibilita a observação quase que contínua da figura e, conseqüentemente, a possibilidade de se estabelecer conjecturas a cada nova situação. Foi necessário sugerir aos alunos o desenho das figuras a partir dos seletores,

---

<sup>9</sup> Seletor é um recurso do *GeoGebra*. Criar um seletor é definir um intervalo de dados, representado por um segmento sobre a tela do *GeoGebra*, com limite inferior, superior e um incremento que representa de quanto em quanto (escala), segundo a qual o seletor vai deslocar pelo movimento provocado pelo operador.

diante do pouco domínio do *software*, colocando as orientações na folha de atividade, conforme apêndice E.

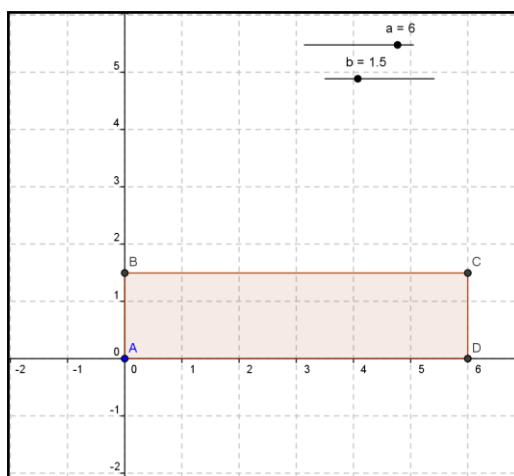


FIGURA 10: Imagem *GeoGebra* - Atividade dinâmica 1

Os seletores *a* e *b* permitem o deslocamento dos lados *CD* (para direita ou esquerda) e *BC* (para cima ou para baixo) respectivamente. Ao definir os vértices para o retângulo, foram utilizadas as seguintes coordenadas: *A* (0,0), *B* (0, *b*), *C* (*a*, *b*) e *D* (*a*, 0). O seletor provoca o movimento do retângulo, pois o retângulo foi construído usando as coordenadas definidas e estas estão vinculadas aos seletores. Movendo um dos seletores ou os dois, tem-se nova representação de retângulo. O intervalo de variação é sugerido na opção incremento, ao construir o seletor que deve ser definido antes da definição dos pontos. Nessa atividade, os seletores movimentam de décimo em décimo de unidade. Foi sugerido que utilizassem os limites 0 (inferior) e 7 (superior) para os dois seletores.

Sugerimos, aos alunos, comparar o quadro da sala de aula à figura desenhada no *software*, esperando que observassem as medidas, formato e relação entre a figura e o quadro, vinculando-os ao conceito de perímetro. A situação envolve o espaço de convivência do aluno. Reportam-se aos recursos da geometria dinâmica para auxiliar na resolução da questão. O aluno tem a oportunidade de fazer simulações com o desenho do quadro feito no *software*, por manusear o seletor, alterando de modo “contínuo” as medidas do comprimento, abrindo a possibilidade de conjecturas.

Com a intenção de apresentar essas possibilidades dos ambientes informatizados, Gravina e Santarosa (1998) destacam:

o que se pretende destacar é o quão natural e intensas se tornam, nestes ambientes, as ações, reflexões e abstrações dos aprendizes. O suporte

oferecido pelos ambientes não só ajudam a superação dos obstáculos, inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, mas também podem acelerar o processo de apropriação do conhecimento (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 21).

**Objetivo para o aluno:** Encontrar o comprimento do quadro com altura e perímetro já definidos.

**Objetivos quanto à significação:**

- a) atribuir significados ao perímetro de um retângulo pelo seu uso, ao encontrar uma das medidas do quadro no contexto de uma situação com o quadro da sala de aula;
- b) identificar as contribuições da geometria dinâmica na significação do conceito de perímetro, no contexto do exercício proposto e da figura montada na tela do computador.

Encaminhamos o trabalho, remetendo-nos às cinco fases de pensamento reflexivo, observando os seguintes aspectos:

- a) diante da situação apresentada, dê sugestões a respeito das dimensões do quadro e de como poderão chegar à medida que falta. É importante lembrar que a primeira fase do pensamento reflexivo prevê um pensamento sugestivo do problema. Onde está o problema? O que está faltando? O que é perímetro? Uma “tempestade” de ideias;
- b) a condução tem por propósito levar os alunos, a partir das sugestões, a identificarem o problema que precisam solucionar;
- c) do problema vem a proposta do que fazer: é a definição de uma hipótese.

Possibilidades:

- c.1) se utilizarem os seletores do *software*, movimentando-os e observando o tamanho das medidas dos lados, será possível chegar ao perímetro proposto e encontrar o tamanho do comprimento que falta;

c.2) se forem movimentando o seletor e fazendo a operação de soma dos lados, considerando-se  $2h + 2c$  como perímetro, será possível definir o comprimento do quadro ao encontrar o perímetro sugerido;

c.3) se movimentar a figura que representa o quadro pelos seletores e considerar os quadrinhos da malha como unidades de medida, pode-se contar os quadrinhos e observar quando atinge o perímetro e altura propostos;

d) a fase do raciocínio prevê etapas da ação-consequência. O que o aluno faz e a que leva sua ação?

Possibilidades de investigação:

d.1) identificando o quadro como um retângulo e com altura definida, representar a altura na figura, tomar uma posição de comprimento e observar a construção;

d.2) identificar nova posição para o comprimento da figura, considerando o quadrinho como uma unidade, nova observação e conjecturas do que acontece com o perímetro e tamanho do comprimento;

e) é a fase de verificação da hipótese, que poderá ser aceita ou refutada.

Pode-se perguntar ao aluno: sua ideia foi confirmada? Foi encontrado o valor da medida? Que medida de lados e que formato encontrou para a figura? Poderá identificar a medida do comprimento usando o *software*? Sua figura tem a altura sugerida e perímetro sugerido? Qual é o comprimento afinal?

### **Questões exploratórias:**

Cinco questões foram elaboradas e encaminhadas aos alunos, conforme apêndice E (folha que acompanhou a atividade), no sentido de orientar as cinco fases do pensamento reflexivo, levando o aluno a desenvolver significados para o conceito de perímetro diante da situação apresentada. As questões podem estimular a discussão com os pares e até indagações ao professor, articulando o pensamento em torno do problema.

### 5.3 Segunda atividade: Significando área pelo uso em figura irregular.

**Situação desafiadora:** *Calcular a área total da figura plana irregular disposta sobre a malha quadriculada, sem usar recursos de medidas do software.*

Essa atividade objetiva a atribuição de significados para área, por meio da decomposição similar ao trabalho de Facco (2003). Os alunos seguem passos para a construção de uma figura irregular, onde é possível identificar a área a partir da decomposição em retângulos e triângulos retângulos.

Veja uma forma de decomposição na figura 11.

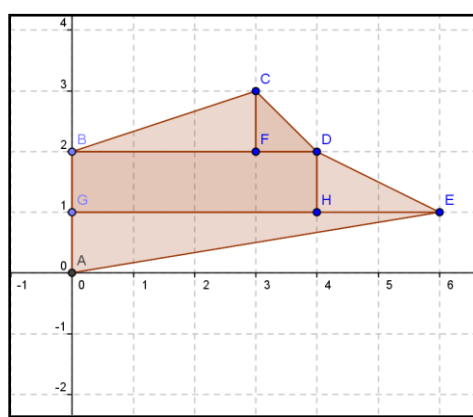


FIGURA 11: Imagem *GeoGebra* Atividade dinâmica 2

Procuramos apresentar essa possibilidade para o cálculo da área. Dentre os “conceitos e procedimentos para o 3º ciclo” (6º e 7º ano do Ensino Fundamental), na parte de grandezas e medidas, os PCN’S (1998, p. 74) relatam a forma de ensinar à qual deve o professor se apropriar, fazendo o “cálculo de área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas”. Mais informações sobre essa atividade podem ser vistas no apêndice F.

Por experiências anteriores e pela forma de abordagem do assunto em sala de aula, os alunos podem buscar a composição de retângulos, através de triângulos retângulos que os compõem, como forma de identificar a área. Observar o retângulo que deu origem ao triângulo, ao dividi-lo ao meio, pode favorecer a dedução empírica da fórmula ou até mesmo a identificação da área da figura decomposta. É comum abordar a fórmula do triângulo, a partir da decomposição do retângulo no dia a dia da sala de aula.



Entretanto, propomos apenas que observassem e identificassem a área das figuras irregulares a partir da malha e usassem a criatividade para estabelecer a medida.

Sobre essa atividade, é importante destacar que o fato de sugerirmos a construção de uma figura irregular não acontece por acaso. Diante da referência teórica do pensamento reflexivo, foi nosso objetivo em todas as práticas, que os alunos desenvolvessem o pensamento reflexivo. Se tivéssemos apresentado aos alunos um retângulo com medidas clássicas (Ex.: comprimento 6 unidades e largura 3 unidades; quadrado de lado 3 unidades) o aluno não faria nenhum esforço para chegar ao resultado, não haveria, por certo discussão com o colega e pouco contribuiria para melhorar a compreensão, devido ao pouco ou quase nulo, envolvimento do aluno com o conceito, geometria dinâmica e situação-problema.

#### **5.4 A terceira atividade: significando a relação entre perímetro e área**

Ao trabalhar com os conceitos de perímetro e área, bem como ao analisar resultados de provas externas as quais se submetem os alunos, há uma preocupação com a não distinção dos dois conceitos. Apresentamos, portanto, uma primeira atividade sobre perímetro, a segunda sobre área, e essa terceira que contempla os dois conteúdos numa possível relação.

A situação-problema hipotética dessa atividade envolve uma possível horta da escola, espaço a ser dedicado ao plantio de hortaliças como complemento da merenda escolar.

**Situação hipotética da semi-realidade:** *A diretora da escola pretende utilizar uma área de 39 metros quadrados para o plantio de hortaliças que serão usadas como complemento da merenda escolar. Precisa cercar a horta em volta com placas de cimento, deixando apenas duas entradas de 50 cm. Cada placa tem um metro de comprimento. Como devem ficar as medidas dos lados da horta de forma a ter mais economia de placas, sem quebrar placas, em formato retangular? Quantas placas serão necessárias?*

É preciso que o aluno consiga interpretar a situação proposta. Nessa atividade, foi preciso utilizar o quadro para reapresentar a situação-problema, que não ficou clara para alguns alunos.

Para se conseguir uma aproximação dos conteúdos abstratos com situações cotidianas próximas do aluno, é preciso que se tenha informações desses alunos. O maior interesse do aluno deve estar condicionado ao método de ensino, à relação que se faz entre o conteúdo e suas experiências, a forma de abordagem e até a forma como se conduz determinadas atividades.

A figura 12 refere-se ao desenho que os alunos foram instruídos a construir, seguindo informações do apêndice G, especialmente quanto ao uso do seletor. Nessa atividade, é possível observar tanto o conceito de perímetro como o de área. A área da figura foi fixada em 39 unidades. Não atribuímos um quantitativo de área que levasse a uma construção óbvia, o que poderia encurtar o alcance da reflexão. Se fosse sugerida uma área de 25 unidades quadradas, poderiam apontar resultados mentais imediatos. Mas o intuito foi levar o aluno a se sentir diante de um desafio e, assim, usar os instrumentos sugeridos no sentido de superá-lo e atribuir significados aos conceitos de perímetro e área.

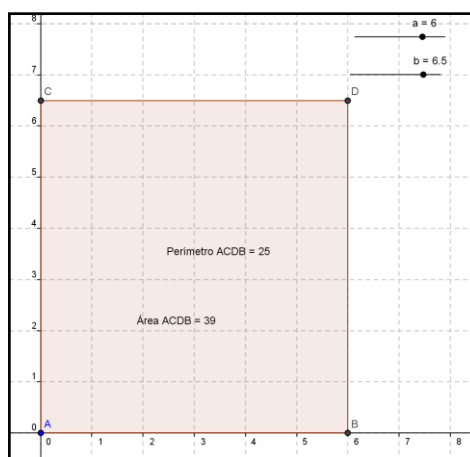


FIGURA 12: Imagem *GeoGebra* - Atividade dinâmica 3

O seletor foi utilizado novamente para construir as coordenadas dos pontos que serviram de vértices para a figura retangular, como na primeira atividade. Os seletores *a* e *b* permitiram o deslocamento dos lados *BD* (para direita ou esquerda) e *CD* (para cima ou para baixo), respectivamente. Foram utilizadas as seguintes coordenadas para os pontos: *A* (0, 0), *B* (*a*, 0), *C* (0, *b*) e *D* (*a*, *b*). Nessa atividade, foi sugerido incremento de 0,5 para o seletor.

Essa construção dinâmica permite o manuseio e mudança de tamanho dos lados de forma rápida. O fato de o aluno conseguir manipular o objeto, alterar sua forma, arrastar, aumentar e diminuir, mudar a posição, permite a realização de simulações que não se conseguiria em curto intervalo de tempo e com a devida perfeição se fosse efetuada, por exemplo, o desenho a lápis e papel. Pretendíamos que o aluno conseguisse, pela visualização e manuseio, usar os conceitos de perímetro e área na referida situação. Por exemplo, ao fazer um quadrado sobre a malha, poderá observar os lados, vértices, identificar o número de quadradinhos que estão em seu interior, definir o comprimento a sua volta pela simples contagem de distâncias visíveis na malha, buscando significado para as unidades de medida, tanto de área como perímetro.

Esperávamos que o aluno, conduzindo as simulações diversas, fosse impulsionado pelo desafio. Usando como instrumentos o perímetro e a área, visse mais que um processo de tentativa e erro. Que a atividade trouxesse subsídios para atribuição de significados aos conceitos, solucionasse a dúvida, desenvolvendo seu entendimento dos porquês dos resultados das simulações.

#### **Objetivo para o aluno**

Identificar dimensões que constituem o menor perímetro da horta da escola, diante de uma área definida, levando à economia de materiais ao cercá-la.

#### **Objetivo da atividade frente à pesquisa**

Atribuir significados para perímetro e área pelo uso, em uma relação em que os conceitos se envolvem numa situação hipotética próxima das experiências dos alunos.

#### **Encaminhamento da atividade**

Encaminhamos o trabalho remetendo às cinco fases do pensamento reflexivo, orientando-nos por informações como as seguintes:

1ª sugestão: A partir da proposta de se conseguir uma horta que gaste a menor quantidade possível de placas para cercá-la e diante da construção da figura que se movimenta, o que lhe vem à mente? Haverá um formato com essa área e menor perímetro? A situação lhe sugere o que de imediato? Anote sua sugestão inicial.

2ª intelectualização do problema: Qual é o desafio? Descobrir qual é esse formato, identificar as medidas, identificar o formato e as medidas? O que representa, no desenho da horta, o perímetro? O que, no desenho da horta, representa a área? Onde poderiam ser colocados os portões? Anote suas observações e o que representa para você o desafio a ser superado.

3ª proposição de uma hipótese: Se... Então... (pode ser verificada ou não).

Partindo da definição de que perímetro é o contorno, e área, o interior da figura, pode-se ir movendo o seletor e observando as medidas. Então haverá uma posição dos seletores que forneça a área sugerida e menor perímetro, a ser observado, à sua volta.

4ª raciocínio: Construção lógica, etapa da elaboração, execução passo a passo, ação sobre o desafio. Etapa de investigação, discussão entre os pares, observação e troca de ideias, verificações com manuseio do *software*. Pode-se sugerir que façam representações, observem e anotem as construções; discutam sobre o que observam e voltem a movimentar a figura; procurem identificar o perímetro e a área no desenho e o que representam em relação à horta.

5ª verificação: A hipótese é confirmada ou rejeitada? Leva a outra hipótese? Após a investigação é possível se concluir o quê? Qual seriam as dimensões para essa horta, nas condições apresentadas na situação-problema? Não tendo chegado a nenhuma relação possível, que outra hipótese poderá ser testada nessa questão? Que relação se pode definir entre o perímetro e a área?

### **Questões exploratórias encaminhadas aos alunos conforme apêndice G**

As questões exploratórias dessa atividade se direcionam discretamente para as fases do pensamento reflexivo e algumas das questões exploram os significados dos conceitos de perímetro e área, observando a extensão do conceito sobre uma situação cotidiana e sobre a possibilidade de novas aplicações. Ao explorar o desenho por movimentos e visualização, o aluno faz uso dos instrumentos da geometria dinâmica e pode raciocinar sobre o problema proposto.

Destacamos a questão 6 desse apêndice G:

**Questão 6** - Essa atividade lembra alguma situação de aplicação em seu cotidiano. Dê um exemplo escrevendo uma situação de seu dia a dia onde possa utilizar esse princípio de comparação entre perímetro e área.

Essa questão foi elaborada com o objetivo de se obter informações dos alunos sobre os significados dos conceitos e, sobretudo, da relação que pode ser estabelecida entre os dois conceitos em dada situação. Até que ponto e em que condições podem ser

percebidas essas relações de influência do perímetro sobre a área e vice-versa. Nas figuras retangulares, foco desse estudo, é possível visualizar essa relação.

Uma figura retangular, ao se aproximar do quadrado, apresenta menor perímetro e maior área. Em outras palavras, podemos construir retângulos com a mesma área e diferentes perímetros, ou construir retângulos com áreas distintas e mesmo perímetro. Apresentamos a figura 13 para exemplificar essa relação a qual esperávamos que fosse percebida pelos alunos.

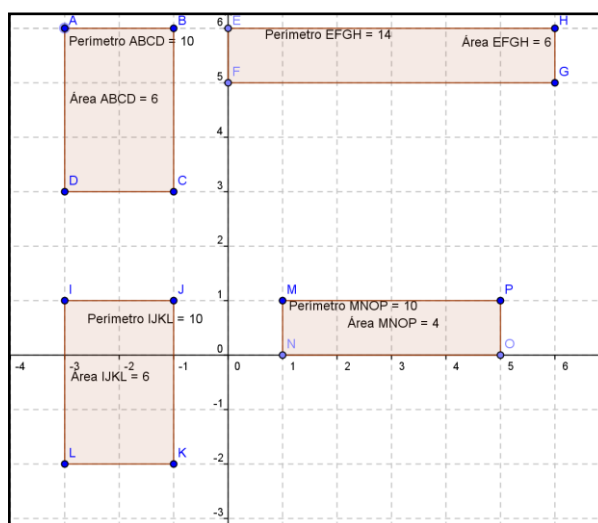


FIGURA 13: Imagem relação perímetro x área com retângulos

É preciso que os alunos atribuam significados a essa relação, nos objetos que estão construindo ou observando. A geometria dinâmica possibilita a visualização dessa situação, utilizando-se da animação com os seletores.

### 5.5 A quarta atividade : Significando área pelo uso em duas figuras planas

Essa atividade teve como objetivo a atribuição de significados à área pelo uso do conceito, diante de duas figuras, em um contexto em que uma delas representa a unidade de medida. Veja o desenho da figura 14, onde o quadrado representa a unidade de medida de área. Detalhes dessa atividade podem ser observados no apêndice H.

Situação contextual: *Como organizar um triângulo em volta de um quadrado de uma unidade, de forma que o triângulo tenha o menor perímetro e menor área possível?*

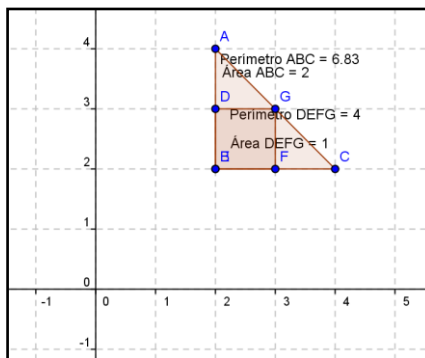


FIGURA 14: *GeoGebra* - Atividade 4 - Triângulo x quadrado

Dewey (1959) afirma que aprender o significado de uma coisa é ver essa coisa em suas relações com outras coisas. Assim, ao apresentarmos uma situação em que duas figuras distintas se relacionam, buscamos proporcionar ao aluno a atribuição de significados por estabelecer relações entre as figuras, especialmente trabalhando com grandezas. Essa relação tende a fortalecer a compreensão dos conceitos, pelos significados que cada aluno pode atribuir em suas observações.

As figuras foram selecionadas na intenção de propiciar a atribuição de significados pelo uso do quadrado como unidade. O quadrado de uma unidade representa a unidade de área, observada em todas as atividades, sobre os desenhos, através da malha do *software*. Colocando-se um triângulo a sua volta, é possível acentuar a observação de que nem sempre a unidade de área está contida em quantidade inteira de vezes em outra figura ou objeto, e que nem sempre é possível estabelecer uma quantidade inteira de área. Essa atividade remete à atividade prévia feita com jornal no chão e à definição de área como grandeza. O objetivo foi levar o aluno a perceber a importância, limitações e multiplicidade de unidades de medidas de área que podem ser tomadas como referência em cada uma das situações-problema.

## 5.6 A quinta atividade: significando área por composição e decomposição

No ano de 2010, a Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira” completou 100 anos e mobilizou-se para as comemorações do centenário. Propomos então, como atividade aos alunos, desenhar e recortar em folha de papel colorido as letras iniciais do nome da escola: E E R O, com 24 unidades de área. A utilização de uma situação atual é

reforçada pelo autor Dewey (1979), quando salienta a necessidade de uma maior aproximação com as experiências vivenciadas pelo aluno.

**Situação-problema apresentada:** *Pretendemos que utilizem uma folha de papel ofício de 20cm por 30cm para desenhar cada uma das letras (siglas) que representam o nome da escola (E.E.R.O). Esperamos que utilizem uma folha inteira na construção de cada letra (com 24 unidades de área), sem desperdiçar. Qual é o melhor formato para a letra, aproveitando todo o papel?*

Nota: Quando propomos a atividade, utilizamos na situação a palavra “melhor”. Depois, acabamos por entender como um termo desapropriado. A concepção de “melhor” é subjetiva. Deveríamos ter usado, por exemplo, a expressão “letra a ser reconhecida como tal” ao invés de “melhor formato”. Reconhecemos como uma falha na escrita desta atividade de laboratório.

O objetivo da atividade para o aluno foi desenhar as letras iniciais do nome da escola com área definida e com formato que pudessem ser reconhecidas. Em outra etapa, seria novamente construída, decompondo uma folha de papel colorido com 24 unidades de área (sem sobra e sem falta de papel), colado sobre o papel quadriculado, fazendo um letreiro com as iniciais da escola. Assim configurado, o desafio é triplo: desenhar uma letra em formato que possa ser reconhecida e com área definida (composição), decompor uma folha quadriculada de 24 unidades e recompor a letra na forma em que foi desenhada. Veja, na figura 15, a imagem do desenho de uma dupla no *GeoGebra* e, na figura 16, a colagem da mesma letra em papel quadriculado colorido..

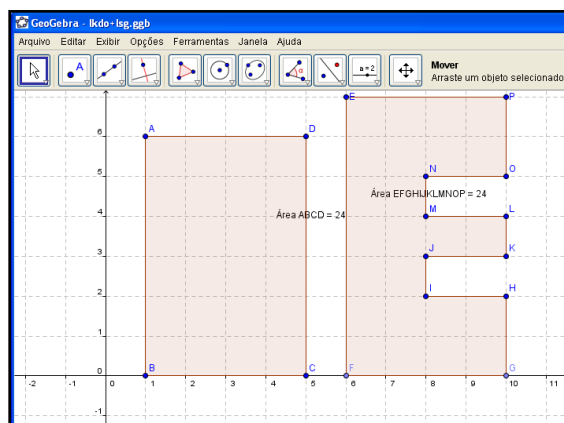


FIGURA 15: Imagem - Ativ. dinâmica 5  
Fonte: Construção dos alunos LKDO e LSG

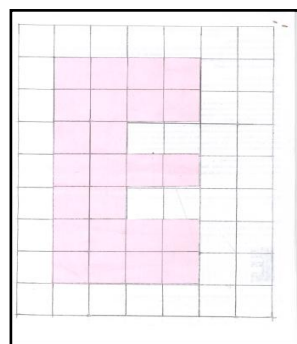


FIGURA 16: Colagem em papel  
Fonte: Dupla LKDO e LSG

Segundo Dewey(1959), uma atividade precisa ser um desafio para o aluno. Ao desenhar a letra, usando o computador, o aluno está procurando resolver uma situação-problema. Conduzimos a atividade de forma que o aluno utilizasse o conceito de área, refletindo sobre a relação entre a sua escolha ao desenhar e os resultados dessas escolhas em termos de área. A área da letra poderia ser identificada pelo comando de medida de área ou pela contagem dos quadrinhos sobre a malha, concebidos como unidade de área. Ao relacionar a malha com um conjunto de regiões quadradas, onde cada uma representa a unidade de área, com a exigência de que a letra tivesse 24 unidades, esperávamos que os alunos atribuíssem significados ao conceito de área, realizando transformações no desenho para construir a letra com a área especificada. A compreensão do conceito se dá pelo significado que é atribuído na construção das letras.

Para o desenho com o uso do *software*, o aluno utilizou um polígono qualquer. Depois pôde utilizar o comando mover <sup>10</sup> para arrastar e mudar pontos de lugar, na busca da área sugerida. Sobre a utilização da geometria dinâmica, conforme já identificado por Gravina (2001), alguns recursos estão à disposição do aluno nessa atividade: manipulação, visualização rápida da figura formada e movimento da figura em novas construções. Poderiam comparar a letra com determinada área a uma folha quadriculada com área de 24 unidades.

#### **Objetivo para o aluno:**

Desenhar as letras iniciais do nome da escola com área 24 unidades e melhor formato para o aluno.

#### **Objetivos da atividade frente à pesquisa**

Atribuir significados para área pelo uso do conceito na composição, através da geometria dinâmica, e decomposição, por meio de recortes de papel colorido.

#### **Sobre a construção e questões exploratórias (APÊNDICE I)**

Os alunos, especialmente nessa atividade, tiveram liberdade para a construção das letras por não trabalhar com seletor. O pesquisador, quando solicitado, sugeriu comandos com os quais poderiam trabalhar.

---

<sup>10</sup> Mover é um comando do *GeoGebra* que permite o deslocamento de um objeto na tela de trabalho do *software* de uma posição para outra posição. Pode-se mover um ponto geométrico. No caso das figuras geométricas, ao deslocar um ponto que caracteriza um vértice, a figura, após o movimento, toma outro formato. Pode ser usado para deslocar o seletor.



As questões exploratórias encaminham para o pensamento reflexivo em suas fases. Procurou-se pela atribuição de significado de área, por observá-la em sua definição como superfície limitada por uma fronteira. Esperávamos que observassem os limites representados pelos segmentos de contorno das letras e a área compreendida como o interior da letra (colorido), os quadrinhos que compõem a letra em seu todo.

### **Questões motivadoras de reflexão encaminhadas pelo pesquisador**

- a) Vocês acham possível encontrar uma letra com 24 unidades?
- b) Qual a dificuldade?
- c) Proponham uma maneira de resolver e sigam-na.
- d) O que vão usar como unidade de medida para identificar a área em cada letra?
- e) Supondo que cada quadrinho tenha 1 cm de lado, qual seria a área da letra “E” que vocês desenharam?
- f) Comparem com a figura do retângulo. Possui a mesma área?
- g) Existem outras formas? Discutam, façam outro desenho. Comparem.

No próximo capítulo, fazemos uma avaliação das atividades que foram realizadas aproximando pensamento reflexivo e geometria dinâmica. Apresentamos as informações, análise e discussão que se processa nesse contexto.

## VI

# AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES DINÂMICAS: A PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo, relatamos os três principais momentos da pesquisa de campo, os métodos e procedimentos utilizados, apresentando dados coletados e a discussão dos resultados, frente à observação de evidências da atribuição de significados, pelos alunos, aos conceitos.

Com o conjunto de atividades elaboradas, na ótica do pensamento reflexivo e realizadas com o suporte da geometria dinâmica, os seguintes objetivos básicos foram perseguidos:

1. A atribuição de significados ao perímetro de um retângulo pelo uso do conceito, relacionando-o à resolução de um exercício ou situação hipotética, usando como instrumento a geometria dinâmica;
2. A atribuição de significados para área pelo seu uso, referenciando ainda a unidade de área como grandeza, utilizando instrumentos de geometria dinâmica e outros materiais manipulativos;
3. A atribuição de significados para área e perímetro, pela relação entre os dois conceitos pelo seu uso, em uma situação que exija a comparação destes, decomposição ou composição, tendo como instrumento a geometria dinâmica.

Em geral, a pesquisa investiga situações nas quais o aluno atribui significados aos dois conceitos, perímetro e área, observando atividades que já acontecem normalmente no âmbito da sala de aula, e testando outras atividades elaboradas com geometria dinâmica, à luz do pensamento reflexivo.

As questões exploratórias das atividades, além do propósito de estimular o pensamento reflexivo, objetivaram maior apropriação dos dados, favorecendo a leitura e registro da participação dos alunos na pesquisa.

### **6.1 Métodos e procedimentos**

A pesquisa de campo baseia-se no trabalho com uma turma de 32 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira”. Observamos a prática

docente sobre o ensino de geometria com atividades em sala de aula e programamos atividades com geometria dinâmica. Procuramos analisar as contribuições da geometria dinâmica e o alcance do pensamento reflexivo encaminhando-os como instrumentos à produção de significados para os conceitos. Nessa concepção, as atividades são elaboradas e conduzidas de acordo com o planejamento, apresentado no capítulo anterior. A partir das informações, propõe-se encaminhar orientações didáticas para se trabalhar com os conceitos de perímetro e área com *software* de geometria dinâmica e pensamento reflexivo tendo em vista a atribuição de significados desses conceitos pelo educando. A pesquisa de campo se dividiu em três momentos:

- a) observação de aulas práticas da turma da pesquisa, envolvendo perímetro e área, em 2009;
- b) projeto-piloto com voluntários de uma turma distinta da turma da pesquisa, em horário extraescolar, em 2010;
- c) Atividades exploratórias da pesquisa, em 2010, fora e dentro do laboratório de informática da escola, com a turma da pesquisa.

No primeiro momento, em dezembro de 2009, observamos duas aulas com a turma da pesquisa, naquela época, no 6º ano do Ensino Fundamental. As observações aconteceram em aulas nas quais a professora da turma realizou atividades práticas com os alunos sobre os conceitos de perímetro e área.

No segundo momento, do projeto-piloto, realizamos oito atividades no laboratório de informática da escola, com alunos de uma turma do 7º ano, turno da manhã, nos meses de março e abril de 2010. Nesse projeto, sobre os conceitos de perímetro e área, foram testadas as atividades práticas desenvolvidas com o uso do *GeoGebra*. Os resultados desses testes forneceram informações úteis para ajustar as atividades e os instrumentos que seriam utilizados na coleta de dados da pesquisa de campo.

O terceiro momento aconteceu a partir do dia 07 de abril de 2010, com a turma do 7º ano do turno da tarde. Foi interrompido no mês de maio, devido a uma greve dos professores da rede estadual, e retomado em 02 de junho de 2010. Houve uma reunião com os alunos e pais para apresentação do projeto de pesquisa e assinatura do termo de consentimento. Esse terceiro momento subdividiu-se em cinco etapas, a saber:

- a) questionário para os alunos para levantamento do perfil da turma;
- b) o pré-teste, que objetivou sondar a compreensão já estabilizada sobre os conceitos de perímetro e área;
- c) atividades práticas em sala - duas atividades práticas aconteceram em uma sala de recreação, ociosa, com cerca de 80 metros quadrados. Essas duas atividades foram elaboradas com a colaboração da professora da turma e conduzidas por ela, uma envolvendo perímetro, e outra envolvendo área. Tiveram como objetivo observar o alcance dessas práticas em um ambiente próximo, mas fora da sala de aula, utilizando alguns instrumentos de medidas (régua, trena), objetos materiais (jornal), num processo de experimentação dos conceitos;
- d) atividades com geometria dinâmica - as cinco atividades expostas no capítulo V, com o *software GeoGebra*, foram conduzidas apoiando-se na concepção deweyana de pensamento reflexivo, no período entre 07 de junho e 28 de julho de 2010. Todas as atividades aconteceram nos horários das aulas de Matemática, nas quartas-feiras, com a colaboração da professora da turma;
- e) pós-teste aplicado aos alunos para obter mais informações a respeito da atribuição de significados aos conceitos de perímetro e área e das contribuições do *software*.

As informações foram coletadas junto à turma pesquisada, durante o trabalho, por meio de observações do pesquisador, entrevista à professora da turma, conversa com os alunos, gerando relatórios das observações a cada atividade, observações contidas em relatório da professora da turma que acompanhou e participou das atividades, e especialmente pelas anotações dos próprios alunos diante das questões exploratórias encaminhadas pelo pesquisador, a cada uma das atividades desenvolvidas no laboratório. Os métodos e procedimentos empregados fazem referência à metodologia da “observação participante”, descrita por Fiorentini e Lorenzato (2006), segundo a qual, o pesquisador assume a condução dos trabalhos, encaminhando as atividades, e, ao mesmo tempo, faz coleta de dados para avaliação dos resultados, registrando o comportamento do grupo na pesquisa.

A realização da pesquisa no 7º ano, em 2010, vai de encontro ao pensamento de Dewey, frente à possibilidade de se usar os conceitos como instrumento para a resolução de problemas. Ao propor a pesquisa numa turma que já havia tido um contato inicial com os conceitos de perímetro e área no 6º ano, tem-se um propósito: avaliar como percebem os

conceitos e como os compreendem e os significam, utilizando especialmente os recursos de geometria dinâmica, contextualizados com outras estratégias didáticas, dentro de uma perspectiva de ensino baseada no pensamento reflexivo.

Escolhemos, em 2010, a mesma turma na qual fizemos observação de aulas práticas em 2009 para dar sequência à pesquisa. A pesquisa começa com a observação desses alunos na sala de aula, com atividades sobre o assunto em 2009, e se estende no primeiro semestre de 2010. Envolve os mesmos alunos em 2009 e 2010. Apenas uma aluna foi transferida em 2010, dos 32 participantes.

Utilizou-se para levantamento de informações: a) observação de práticas: caderno de campo do pesquisador; b) projeto-piloto: caderno de campo e folhas de respostas das atividades, e c) atividades exploratórias: questionário socioeconômico e cultural do aluno, folhas de respostas, pré-teste, avaliação final, caderno de campo, relatório da professora da turma a respeito das atividades realizadas e arquivos gravados pelos alunos.

## **6.2 Sobre o local da pesquisa de campo**

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira”, na cidade de Entre Rios de Minas, no estado de Minas Gerais, instalada em 09/11/1910. Considerando a data de instalação, pode-se dizer que completou 100 anos no dia 09/11/2010. Segundo consta em seu regimento interno, a instalação foi possível graças ao então senador, o Sr. Francisco Ribeiro de Oliveira, cujos sobrenomes deram nome à escola, em sua homenagem. Funciona desde essa época e hoje tem o ensino fundamental (6º ao 9º ano), ensino médio regular, educação de jovens e adultos (EJA), projeto acelerar para vencer (PAV), curso Normal (Magistério), programa educacional profissional integrado ao programa de jovens e adultos (PEP EJA) e aprofundamento de estudos (AE). Dentre os objetivos específicos da escola, conforme consta em seu regimento, no capítulo III, Art. 5º, destaca-se três itens relacionados à pesquisa:

- a) promover estudos, buscando a adequação de novos métodos à situação de ensino e aprendizagem;
- b) manter intercâmbio comunidade-escola, oportunizando a integração do aluno ao meio físico e social;
- c) vincular educação escolar, trabalho e práticas sociais.

Buscar novos métodos para o ensino aprendizagem, propor a integração do aluno com o meio físico e sua vivência diária, e ainda, o vínculo da escola com o trabalho e práticas sociais está de acordo com as reflexões de Dewey (1959), quanto à concepção de educação.

A escola tem mostrado um desempenho expressivo nas provas externas e tem ocupado lugar de destaque nos resultados de avaliações estaduais e no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), entre as escolas públicas, bem como na olimpíada brasileira de escolas públicas.

A escola conta com 11 salas de aula de 42 metros quadrados em média, um laboratório de ciências biológicas com 40 metros quadrados, uma sala de informática <sup>11</sup>, uma área de lanche de 100 metros quadrados e pátio cimentado. Dispõe, entre os recursos audiovisuais, de: TV's 30" com DVD, vídeo, data show, micro system, microscópio, câmera digital e notebook. Possui *internet* banda larga. A secretaria é informatizada.

Conta com 41 profissionais. Os professores, em sua maioria, são habilitados para as disciplinas que lecionam. Hoje, pode-se dizer que cerca de 70% dos professores são efetivos. Entre os professores inclui-se este pesquisador como componente do quadro. No quadro dos professores habilitados, inclui-se a professora da turma, que aceitou cooperar com a pesquisa e permitiu o relato de sua prática diária sobre o tema.

De acordo com o censo escolar 2010, são 32 turmas cadastradas e um total de 894 alunos, sendo que 80 deles frequentam aulas regulares pela manhã, e retornam para atividades complementares à noite. Do total de alunos, 105 vêm da zona rural e dependem do transporte escolar que é custeado pela prefeitura municipal. Alunos que necessitam trabalhar durante o dia optam pelo turno noturno. Os alunos são enturmados por idade e aqueles cuja idade equipara-se à série, sem repetência, tendem a ficar no turno da tarde.

### **6.3 Observação de práticas em 2009**

A seguir, relatamos os trabalhos executados em aulas práticas, desenvolvidas pela professora com a turma da pesquisa, em 2009, e observados pelo pesquisador. Foram observadas duas atividades pedagógicas, envolvendo os conceitos de perímetro e área.

---

<sup>11</sup> A sala de informática contava com apenas oito computadores para esta pesquisa. Com o programa do MEC, o PROINFO (Programa Nacional de Informática na Educação), lançado em 1997, em 07/07/10, a escola ganhou uma nova sala de informática, com 17 computadores. Entretanto, as máquinas somente foram instaladas em setembro/2010, quando já havíamos realizado a pesquisa de campo.

Uma delas realizada pelos alunos em suas casas e socializada na sala de aula, e outra realizada na escola com o geoplano.

O trabalho com geometria, assim como conteúdos de álgebra, observado na escola, raramente transcende o espaço da sala de aula, usando o quadro-negro e giz em aulas, na maioria, expositivas. A professora da turma tem inovado suas aulas, especialmente diante de tópicos de geometria.

Essas atividades foram observadas com os alunos no 6º ano, em novembro e dezembro de 2009, série em que os dois conceitos - perímetro e área - aparecem de forma bastante acentuada. Descrevemos a seguir essas práticas observadas.

### **6.3.1 Perímetro e área – atividade extraclasse**

A professora propôs aos alunos um trabalho com perímetro e área no espaço físico de suas casas. O aluno deveria desenhar e localizar, pelas principais ruas, a sua casa em relação à escola, e fazer o desenho da planta baixa de sua casa. Sobre o desenho, foi sugerido que observassem a área e o perímetro de cada cômodo. Por fim, voltando-se para o seu quarto, o aluno deveria indicar a maior quantidade possível de formas geométricas desse espaço, possíveis de se identificar a área e o perímetro. Anotações deveriam ser feitas sobre o formato, sobre as medidas e cálculos em relação aos dois conceitos.

Os alunos conseguiram apontar as medidas de seu quarto, calcular a área e o perímetro. Cerca de um terço dos alunos, entretanto, tiveram problema com as vírgulas nas medidas aproximadas. Pode-se perceber a noção de área em algumas formas e objetos da casa: parede, teto, chão, tampo da mesa, tela do computador *etc.*

A variedade de informações e particularidades de cada casa pode ter minimizado o alcance dessa prática. Anotamos observações dos alunos confrontando conceitos com objetos/situações do ambiente observado, o que tange para uma possível significação no contexto dessa aproximação com o cotidiano. A socialização mediada pela professora, na sala, ressaltou pontos importantes da relação estabelecida entre os conceitos e objetos apontados pelos alunos.

### **6.3.2 O geoplano para estudo de perímetro e área**

Na segunda atividade, foi proposto o uso do geoplano <sup>12</sup> para representação de figuras geométricas e identificação do perímetro e área pelos alunos. Na escola, foram construídos geoplanos, usando tampos de carteiras velhas e pregos. No processo de construção, os alunos, medindo com a régua, riscaram uma malha quadriculada, no tampo de algumas carteiras velhas. Um auxiliar de serviços gerais da escola se encarregou de fixar os pregos nos cruzamentos dos segmentos riscados. As formas geométricas puderam ser construídas, unindo-se os pregos com gominhas (elásticos). O objetivo da atividade foi identificar, nessas formas, o perímetro e a área. Com as gominhas, os alunos fizeram várias figuras: quadrados, retângulos, triângulos, pentágonos, *etc.*

Observou-se nessa atividade que, ao representar quadrados e retângulos sobre a malha, em que os lados (segmentos) se posicionam de forma perpendicular ou paralela, o aluno identificou as medidas com facilidade. Isso permitiu observação rápida das figuras, e identificação do perímetro como sendo o contorno da própria gominha. Foi possível ainda observar a área como sendo a superfície delimitada pela gominha. No desenho de triângulos, trapézios e outras figuras, onde a gominha segue por diagonais sobre o plano, houve dificuldade em identificar as medidas da área e do perímetro. A professora, percorrendo os grupos, questionou os alunos sobre os possíveis meios de se encontrar as medidas e surgiram, de forma tímida, algumas ideias: medir a diagonal do triângulo com a régua, para calcular o perímetro da figura; dividir a figura em outras formas geométricas, especialmente no caso do cálculo da área. As formas geométricas irregulares foram motivo de desconforto para o aluno nesse trabalho.

Constatou-se que o material trouxe contribuições para o estudo, permitiu manipulação e representação das figuras, analisando os elementos que as compõem. O desenho das figuras pela gominha foi bastante rápido, permitindo que o aluno observasse as figuras retangulares precisas, referindo-se às medidas. Permitiu ainda a criatividade do aluno e a observação da área no interior do quadriculado, pela malha. As medidas se limitam a quantidades inteiras de quadrinhos, tornando-se inviável observar medidas pelas diagonais.

#### **6.4 O projeto-piloto**

---

<sup>12</sup> A palavra geoplano vem do inglês “*geoboards*” ou do francês “*geoplans*”. A parte “*geo*” refere-se à geometria e “*plan*” significa plano. É um recurso didático usado para o trabalho com conceitos da geometria plana. Serve para construir polígonos usando gominhas (elásticos) para formar as figuras.



O projeto-piloto foi desenvolvido em abril de 2010. Contou com oito alunos do 7º ano da turma da manhã, que retornavam à escola à tarde, voluntariamente. Esses alunos têm um perfil diferenciado: são mais carentes, de famílias humildes, muitos deles fora da faixa etária e série regular (repetentes). Já foram reprovados nessa série ou em séries anteriores. Julgamos que, testando as atividades em uma turma que, pelos resultados da escola, apresentava maior dificuldade de aprendizagem, talvez, pudesse contribuir mais no sentido de avaliarmos o alcance das atividades.

Foram motivados pelo interesse em fazer algo na sala de informática, o que era uma novidade para eles. Buscou-se avaliar a viabilidade das atividades preparadas e identificar possíveis ajustes a serem feitos, em torno do objetivo para a pesquisa de campo. Os alunos estiveram presentes durante oito encontros com o pesquisador. Diante das observações percebidas na aplicação das atividades, modificações foram encaminhadas.

Percebeu-se claramente o interesse dos alunos ao trabalhar com o *software* e manipular seus recursos. A utilização de uma situação cotidiana no problema foi positiva, no sentido da aproximação do aluno com o conceito. Eles não encontraram dificuldade nas construções, mas não houve boa aceitação quando solicitado que descrevessem suas conclusões e observações. Devido à dificuldade na escrita, algumas medidas foram tomadas no intuito de melhorar as atividades:

- a) adaptação da linguagem em algumas atividades, tornando-as mais acessíveis para os alunos do 7º ano<sup>13</sup>;
- b) limitação do número de questões, evitando desmotivação para a escrita;
- c) otimização de algumas questões que poderiam ser respondidas de forma mais rápida, apresentando opções de múltipla escolha.

O número reduzido de alunos do projeto-piloto facilitou o trabalho coletivo e o atendimento individual. As manifestações dos alunos apontaram o interesse por desenvolver as atividades, apesar da dificuldade em caminhar sozinhos e explorando, de forma reflexiva, a situação-problema apresentada.

## 6.5 As atividades do pesquisador no campo

---

<sup>13</sup> O 7º ano refere-se à antiga 6ª série do Ensino Fundamental. Nas escolas estaduais de Minas Gerais, em 2010, o ensino fundamental já contava com nove anos de estudo, sendo o ingresso aos 6 anos de idade.

Esse trabalho envolve uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual “Ribeiro de Oliveira” e pode ser classificado como uma “observação participante”, dentre as modalidades apontadas por Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 106). As atividades elaboradas foram testadas numa turma de 32 alunos. Ao aplicar as atividades, observa-se o comportamento dos alunos e anotam-se as observações. O pesquisador conduziu as atividades como um mediador, encorajando o trabalho autônomo, procurando interferir o mínimo possível.

A pesquisa foi encaminhada visando avaliar a proposta de compreensão dos significados dos conceitos de perímetro e área, envolvendo geometria dinâmica e pensamento reflexivo. Conforme relata Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 110), esta pesquisa tende a apropriar-se dos dados, especialmente de forma qualitativa, diante do objetivo de verificar os significados e da própria natureza dos dados obtidos, diante dos instrumentos utilizados. Não se descarta, entretanto, a quantificação, principalmente, quando se procura observar a contribuição da geometria dinâmica.

Serão apresentados os dados, seguidos de discussão concomitante a cada seção, visando facilitar o entendimento. Relatam-se informações do questionário socioeconômico e cultural, teste inicial, práticas desenvolvidas na sala de aula, as cinco atividades dinâmicas do laboratório, teste final, avaliação da pesquisa pelos alunos e, ao final, uma discussão geral sobre os dados.

Uma das preocupações deste trabalho se relaciona aos recursos de aprendizagem. O questionário socioeconômico e cultural, encaminhado aos alunos da turma da pesquisa, mostra um bom contato com os recursos tecnológicos.

### **6.5.1 Dados do questionário socioeconômico e cultural da turma**

Propor atividades do interesse dos alunos, exige um conhecimento maior das condições em que vivem, verificando, por exemplo, se há uma aproximação maior, ou não, com os recursos e métodos a serem utilizados. As informações sobre os alunos revelaram a identidade do grupo da pesquisa.

O computador existe em mais da metade das casas desses alunos. Pode-se dizer que, mesmo não o tendo em casa, de alguma forma, a maioria tem acesso a esse recurso tecnológico. Muitos dos alunos fazem cursos de informática, outros possuem contato através do comércio que vende o serviço tecnológico em salas de jogos ou bate-papos.

Sobre os objetos que os alunos gostariam de ter em suas casas, o levantamento está representado no gráfico 1. É relevante observar o interesse por computador, visto que construíram essas respostas em uma questão aberta.



GRÁFICO 1: Objetos de interesse do aluno  
Fonte: Questionário dos alunos - Questão 17

Outra questão que merece destaque é o fato de 16 alunos possuírem *internet* em suas casas. A respeito do uso do computador, dentre os *sites* que mais acessam na *internet*, estão os de relacionamento: *Orkut* (24) e *MSN* (19). Além destes, 21 acessam a *internet* para pesquisa, 4 para ver notícias, 5 acessam jogos, 3 acessam músicas. Sobre o tempo de *internet* diário, 9 acessam de 1 a 2 horas, 4 acessam de 2 a 3 horas, 4 acessam menos de 1 hora, sendo que 5 acessam mais de 3 horas e 10 deles, raramente.

A respeito de atividades diárias, dos 32 alunos da turma, 7 alunos fazem curso de computação, 4 fazem curso de violão, 4 fazem dança, 3 fazem música. Outras atividades aparecem com menor frequência, como curso de inglês, manicure, artes, *etc.* Dentre as atividades que mais praticam nos finais de semana, aparece o futebol (15); a natação (7); acesso à *internet* (5); visitas (4); bicicleta, queimada, jogos (3).

Sobre o tempo dedicado aos estudos em casa, a maioria sinaliza que dedica entre 1 e 2 horas por dia fora da escola.

Dentre os objetos que os alunos manifestaram interesse em ter em suas casas, como mostra o gráfico 1, 50% escolheram o computador ou *internet*. Isso mostra a absorção da mídia eletrônica sobre esse grupo. Sobre o recurso de ensino e aprendizagem aqui proposto, mostrou-se não muito distante da realidade do aluno. O computador foi novidade para os alunos desta pesquisa, apenas como instrumento didático: os alunos não tinham conhecimento do *software GeoGebra*.

As informações do questionário permitem identificar melhor o grupo de alunos, seus interesses e costumes. Traz informações que apontam sua evolução e participação

diante do mundo tecnológico e da convivência social. É também subsídio para a reflexão, por parte do pesquisador, sobre as experiências dos alunos que coadunam com a proposta de Dewey.

### 6.5.2 Teste inicial

O teste inicial (APÊNDICE B) foi aplicado à turma da pesquisa em abril de 2010, antes das atividades com geometria dinâmica. Serviu como subsídio para o desenvolvimento das atividades e possível observação de avanço em relação aos significados. Permitiu avaliar, de forma pontual, a compreensão em relação aos conceitos pelos alunos. Foi aplicado individualmente na sala de aula, usando lápis e borracha para responder.

A apresentação dos dados do teste inicial leva em consideração contextos e relações com experiências prévias dos alunos. Na análise, para identificação de significados que evidenciam distinção entre o conceito de perímetro e conceito de área, utilizou-se das categorias estabelecidas por Baltar (1996).

Os alunos foram identificados com letras maiúsculas do alfabeto e, no decorrer de todo o levantamento de dados e discussão, são referenciados por essas letras. Descrevemos, a seguir, informações voltadas para o objetivo da pesquisa.

- A questão 3 do teste inicial: **Descreva com suas palavras onde se aplica perímetro.**

a) Significado computacional em contexto de geometria plana

AMM - *Para saber a soma dos lados de algo.*

LLOR - *O perímetro pode ser aplicado fora do quadrado, pois perímetro é lado + lado.*

IBS - *Na escola quando estudamos a soma de todos os lados.*

LSG - *No cálculo dos lados de alguma forma.*

As respostas desses alunos, que perímetro de uma figura é a soma dos comprimentos de seus lados, parecem vinculadas a um significado matemático, em termos de medidas. Interpretam-se essas expressões como indicativo da atribuição de significado computacional, segundo Baltar (1996 apud BALDINI, 2004, p. 20-21). A resposta de IBS aproxima-se do contexto escolar. Quando o aluno cita “*na escola quando estudamos a soma de todos os lados*”, isso representa a significação que ele expressa, naquele momento,

para o conceito. É sua forma de verbalizar o seu conhecimento. Entende perímetro como soma das medidas.

*b) Significado topológico e definição conceitual*

GMDR - *Em volta da carteira.*

JSR - *Na quina da mesa etc.*

CARR - *Terreno*

AVRL - *Por exemplo, um quadrado, ele tem perímetro.*

Essas respostas envolvem o contexto de geometria plana de forma mais geral. Interpretam-se essas expressões como próximas do significado topológico, segundo Baltar (1996 apud BALDINI, 2004, p. 20-21), e do próprio conceito de perímetro associado ao contorno de algum objeto.

*c) Significado computacional equivocado*

EMM - *Lado vezes lado.*

Essa resposta do aluno EMM não indica compreensão do conceito de perímetro. Utiliza-se de uma expressão errada, que não representa o conceito de perímetro (conceito de área). A expressão usada por esse aluno, bem como outras respostas de outros alunos, do mesmo gênero, utilizadas como tentativas de distinguir os conceitos, explicitam a definição pelo uso de fórmulas de cálculo (principalmente voltando-se para os retângulos) e expressam significado computacional, segundo Baltar (op.cit.). Sobre a possível associação da expressão do aluno com fórmulas, pode-se observar que, por vezes, ele aplica fórmulas, sem estabelecer vínculo com uma situação ou com seu sentido. Por outro lado, as experiências dos alunos com esses conceitos são, frequentemente, pelo uso de fórmulas de cálculo de área e perímetro, no dia a dia da sala de aula. Dewey (1959, p.132) argumenta que “a capacidade de reter e destacar (abstrair, analisar) os aspectos de uma experiência que, pela lógica, são os melhores, fica prejudicado se for prematuramente exigida a sua formulação explícita”. Sobre a postura do professor diante dos conteúdos e fórmulas, argumenta Dewey (1959, p. 132) que como “aos professores se afigura estar precisamente delimitado e definido aquilo que melhor compreendem, ficam nossas escolas dominadas pelo preconceito de que as crianças devem começar por fórmulas metódicas e cristalizadas”. O aluno pode ter reproduzido aqui o que consegue perceber dos conceitos, apenas pela experiência da sala de aula.

- A questão 4 do teste: Descreva com suas palavras onde se aplica área.

Essa questão procura sondar a compressão de área. Agrupamos aqui as respostas em 4 categorias.

*a) Significado computacional em contexto de geometria plana*

LLOR - *A área pode ser aplicada dentro do quadrado, pois área é lado x lado.*

IBS - *Também na escola quando estudamos sobre a multiplicação do lado e da altura.*

Observa-se coerência entre as respostas dadas à área nesse item, comparando-as à questão 3 (item a) sobre perímetro. Os alunos LLOR e IBS expõem novamente o significado computacional. Entretanto, nessas respostas, fica mais bem evidenciada a aproximação com a fórmula, pelo significado computacional. Convém notar que esses alunos associaram o conceito de área com a área de um retângulo.

*b) Significado topológico e definição quantitativa*

LSG - *No cálculo da área interna de alguma forma.*

CARR – *Terreno.*

AVRL - *Quando quiser calcular a área de um terreno.*

PPC - *Para medir a parte de dentro de um terreno, em metros quadrados.*

Os alunos atribuem significados interpretados como topológico, dentre as categorias de Baltar (op.cit.), e definição quantitativa de área ao citar “medir” e “metros quadrados”, aproximando-se da definição de área de Lima (1985).

*c) Significado computacional equivocado*

LCMM - *É o contorno de uma figura, lugar ou objeto.*

Essa resposta aponta para um significado topológico, segundo Baltar (op.cit.), desvinculado do conceito de área.

*d) Definição expositiva (definição de Dewey)*

LKDO - *Em um objeto reto.*

A expressão “reto” pode indicar segmento ou superfície. É prudente não firmar um propósito em relação a essa expressão, já que tende a mostrar uma possível confusão entre os conceitos de perímetro e área.

- A questão 7 do teste inicial

Nessa questão, os alunos deveriam observar o quadro da sala de aula, que está sempre à sua frente, e assinalar, entre as alternativas apresentadas, a expressão que indicava elementos do quadro que representavam o perímetro. Assinalaram suas respostas conforme opções fornecidas, o que se expõe no quadro 2.

QUADRO 2: Questão 7 teste inicial – Perímetro

<b>Observando o quadro de giz da sala de aula, assinale o que para você representa perímetro.</b>	
<i>Descrição do objeto (opções fornecidas aos alunos)</i>	<i>Nº de alunos que a assinalaram</i>
A parte de baixo onde fica repousado o pó de giz	3
A parte verde onde a professora escreve	4
Os quatro cantos do quadro	10
O conjunto de todas as régua que estão à volta do quadro	22

Fonte: Dados dos alunos

A questão remete à associação do conceito de perímetro com situações e objetos próximos das experiências dos alunos. No quadro 2, vinte e dois alunos assinalaram o objeto “conjunto de régua que contornam o quadro”, o que poderia se identificar como uma significação topológica de perímetro, nesse contexto. Quanto aos 10 alunos que assinalaram a terceira opção, não se pode generalizar uma compreensão, por não se ter informação clara do que os alunos teriam entendido com a expressão “cantos do quadro”. Os demais alunos fazem considerações equivocadas do conceito, ao assinalarem o primeiro e segundo item desse quadro 2.

Baseado nas informações desse teste inicial pode-se constatar que os alunos apresentam certa dificuldade em evidenciar os conceitos estudados em objetos materiais e em descrever a utilidade desses conceitos em aplicações contextualizadas. Demonstram fragilidade na compreensão dos conceitos.

### **6.5.3 As práticas desenvolvidas na sala em 2010**

As duas atividades que se seguem foram desenvolvidas pelo pesquisador com a colaboração da professora. Conduzidas pela professora da turma, foram observadas pelo

pesquisador no 1º semestre de 2010, com os 32 alunos cursando então o 7º ano. Objetivaram a atribuição de significados a perímetro e área, no contexto da sala de aula.

As atividades aconteceram em uma sala maior (80 m<sup>2</sup>), com menos carteiras. A turma foi dividida em grupos de quatro alunos. Os grupos foram formados por atribuição de números sequenciais a cada aluno, seguindo as filas da sala onde estudam. A professora da turma foi contando de 1 a 8 e cada aluno memorizou seu número. O número foi usado para formar o grupo para essas duas atividades.

QUADRO 3: Grupos de alunos - Atividades práticas em sala

NOME DO GRUPO	ALUNOS PARTICIPANTES
GRUPO 1	LKDO, TGS, LRP, EMM
GRUPO 2	LSG, GCF, TOC, BCRS
GRUPO 3	GLAS, JCSS, JVSS, JSR
GRUPO 4	AMM, JPMA, NCO, MCOS
GRUPO 5	LMR, LLOR, CARC, IBS
GRUPO 6	MAM, PPC, GSR, RAM
GRUPO 7	LCMM, GMDR, DAL, LGSU
GRUPO 8	AVRL, BRML, CARR

Fonte: Dados da observação do pesquisador

### 6.5.3.1 Atividade 1 – Perímetro da sala com a trena

Essas duas atividades trabalham com os conceitos da pesquisa, utilizam a manipulação e experimentação destes em objetos, no ambiente da escola. São práticas que vêm acontecendo nas atividades pedagógicas da escola. Tiveram como objetivo a observação e análise, servindo como experiências prévias às atividades dinâmicas, uma extensão dos conceitos, na sala de aula, para auxiliar o trabalho na tela do computador.

A professora da turma encaminhou uma atividade envolvendo perímetro, na sala de recreação. Propôs aos alunos calcular quantas régua de proteção seriam necessárias para uma sala que não as tinham à altura da carteira do aluno. Fizeram a atividade elaborada, medindo o contorno da sala com trenas e discutindo sobre as questões pertinentes, como a “incômoda” presença de uma porta, sobre a qual foi preciso repensar o contorno. Durante o trabalho dos alunos, evitamos maiores interferências. Apenas procurávamos clarear



dúvidas dos alunos e/ou perguntas no intuito de provocar o pensamento. Depois, a professora orientou alguns grupos que retomassem a atividade para permitir maior compreensão. O trabalho foi organizado com grupos de quatro alunos, conforme o quadro 7. Além de executar as medidas, deveriam responder às questões propostas sobre cada atividade.

Apresentam-se os resultados de três dos oito grupos, selecionados por serem grupos em que os alunos apresentam dados mais próximos dos objetivos da pesquisa que permitem maior vinculação com os dados do laboratório.

- **Questão 1, item C - Como acham que podem conseguir superar o desafio?**  
**Anote sua hipótese**

Nota: o desafio nesta atividade era encontrar o perímetro da sala de aula usando a trena.

QUADRO 4: Questão 1 - item C - Perímetro

GRUPO 1	Somando todos os lados da sala até chegar ao total.
GRUPO 3	Medindo com a trena e somando.
GRUPO 6	Multiplicando lado vezes lado.

Fonte: Dados dos alunos da pesquisa

Esse item procura aproximar e provocar o pensamento do grupo de alunos diante da situação-problema, no sentido de apontarem hipóteses para resolução da questão. Traz em si uma das fases do pensamento reflexivo. Nota-se, na resposta do Grupo 6, “multiplicando lado vezes lado”, significação computacional equivocada. Significados podem surgir pelo uso dos conceitos e de instrumentos que sirvam como meio de apuração desses conceitos. Neste caso, evidencia a tendência em reproduzir experiências da memorização de perímetro como a soma dos lados.

- **Questão 3 - Com base em suas observações, escreva uma definição para esse conteúdo.**

QUADRO 5: Questão 3, atividade 1- Perímetro

GRUPO 1	A soma de todos os lados de alguma coisa. Ex. cômodo, quadro, mesa etc.
GRUPO 3	A soma das medidas dos lados.
GRUPO 6	As régua de madeira serão o perímetro e chegaremos à conclusão para o contorno da sala.

Fonte: Respostas dos alunos

Essa questão provoca uma aproximação com o contexto proposto, experimentado pelo aluno. Embora, ao fazer a medição do contorno da sala, o aluno, conhecedor do conceito, possa ter feito uso de cálculos mentais, propõe-se rever a compreensão do conceito a partir da situação criada.

É oportuno registrar que no final da questão apresentada, o pesquisador usou a palavra “conteúdo”. Repensando a proposta da significação, poder-se-ia ter utilizado a palavra “conceito”, menos comum na sala de aula.

- **Questão 4 - Descrevam uma situação de seu dia a dia, um objeto ou um ambiente onde se evidencie o conceito matemático aqui trabalhado. Descrevam e apontem onde o conceito estudado aparece.**

QUADRO 6: Questão 4, atividade 1- Perímetro

GRUPO 1	Na sala de aula. Quando vamos medir em casa.
GRUPO 3	Quadro: As régua de metal.
GRUPO 6	O contorno das régua de um quadro, de uma carteira. Assim, medimos a área de dentro e compramos a régua conforme a medida.

Fonte: Respostas dos alunos

Embora esperássemos que os alunos descrevessem situações mais próximas de suas experiências particulares, em outros ambientes tais como: casa, lote, quadra de esporte, piscina, campo de futebol, quarto *etc*, eles acabaram por citar informações próximas do ambiente escolar, com algumas outras respostas discretas, fora desse ambiente.

### 6.5.3.2 Atividade 2 – Área utilizando colagem de jornais

Os alunos trabalham com o conceito de área, ao medir a área da sala de aula, utilizando outra área menor, o jornal de um metro quadrado, usando uma espécie de composição com folhas de jornal. Um dos objetivos dessa atividade foi perceber esse jornal como uma unidade de área.

Esta segunda atividade, desenvolvida pela professora e observada pelo pesquisador, versa sobre conceito de área. Foi trabalhada na sala com os mesmos oito grupos da primeira atividade, usando-se alguns objetos: fita adesiva, tesoura, trena, lápis e jornal. O objetivo da atividade era conseguir que os alunos atribuíssem significado à área, como uma superfície limitada pelas fronteiras, e estabelecessem comparação com o metro quadrado (unidade de medida). Os alunos deveriam medir a área da sala com um jornal de um metro

quadrado, que eles mesmos deveriam construir, e verificar se um metro quadrado era uma área suficiente para se assentar cada aluno na sala de aula. A proposta foi relacionar o metro quadrado com a área mínima, estabelecida por resolução estadual sobre ocupação do espaço físico da sala de aula pelos alunos. Foi uma forma encontrada para fazer com que o aluno pudesse experimentar seu pensamento, no sentido de compreender o que representa o metro quadrado.

Seguem respostas transcritas de dois grupos para uma questão da atividade sobre perguntas exploratórias da professora.

- **Questão 6 - Observe as dimensões do metro quadrado. Essa unidade metro quadrado poderia ser utilizada para medir a superfície do território brasileiro? Explique.**

G1 - *Quanto maior for a superfície a medir, deve-se utilizar uma maior unidade de medida, outra maneira de medir.*

G8 - *Nós poderíamos ter uma medida de comprimento que medisse grande espaço sem ser o jornal.*

Procura-se investigar aqui a relação do conceito de área e a sua compreensão naquela pequena superfície da sala de aula, contextualizando com outras superfícies maiores. Essa inquirição teve o intuito de provocar o aluno a repensar sobre as grandezas, unidades de medidas usadas para estabelecer as áreas. O significado do conceito de área, associado a outras superfícies, é uma forma de levar esse conceito para além do ambiente escolar. As respostas de G1 e G8 apontam uma compreensão da relação entre a unidade de medida e as superfícies do cotidiano.

Sobre o desenvolvimento da atividade, observou-se que o processo de criação não acontece num mesmo ritmo com todos os alunos. O manuseio do material (jornal, tesoura, fita adesiva, trena, régua), o ato de medir ou colar jornais, o fato de terem citado outras unidades de medida (G8 - questão 6) vêm de experiências prévias dos alunos, que tendem a influenciar a maneira de pensar e a insistir com definições já experimentadas para o conceito, tais como o cálculo da área por utilização de fórmulas. Essa percepção fica clara ao observar dois grupos que, conhecendo a fórmula de cálculo de área, sugeriram medir dois lados com a trena e multiplicá-los. Entende-se que mesmo o uso da fórmula pode ser aplicável se conseguir levar à compreensão um dado conceito.

#### 6.5.4 As atividades com *software* de geometria dinâmica da pesquisa

Cinco atividades foram aplicadas aos alunos, divididos em dois grupos de 16 alunos, já que dispúnhamos de apenas oito computadores. Além das atividades, três encontros iniciais foram realizados para contato inicial e conhecimento do *GeoGebra* pela turma, realizados de 07 e 09 de junho. As atividades práticas aconteceram no período de 16/06 a 28/07, e o teste final e avaliação em 29 e 30/07/10, sendo que esses dois últimos foram aplicados na sala individualmente, sem o computador. Enquanto metade da turma desenvolvia as atividades no laboratório; os demais alunos ficaram sob os cuidados da supervisora ou vice-diretor da escola, com outras atividades orientadas pela professora da turma, sobre esses conceitos. As atividades incorporam a geometria dinâmica e carregam a expectativa do desenvolvimento do pensamento reflexivo. Aspectos defendidos por Dewey (1959) sobre a postura do professor são observados na condução dos trabalhos. Todas as cinco atividades que seguem foram desenvolvidas pelos alunos, em duplas, no laboratório. A cada atividade, recebiam uma folha onde registravam suas observações. Fizemos um encontro extra, retornando ao laboratório para explorar mais a letra “R” da última atividade.

No levantamento dos dados, coletamos informações que julgamos consistentes diante do objetivo de se investigar a atribuição de significados e dados que retratam a importância do instrumento geometria dinâmica. A discussão remete ao objetivo de verificar contribuições à produção de significados, realizando-se interpretações das informações, com base na concepção do pensamento reflexivo, contribuição do *software* de geometria dinâmica, e o uso dos conceitos de perímetro e área. A maior contribuição da coleta de dados tende a vir das escritas dos próprios alunos.

As cinco fases de pensamento reflexivo de Dewey (sugestão, intelectualização, hipótese, raciocínio e verificação) são observadas no levantamento de resultados, especialmente quando esboça o pensamento reflexivo do aluno. As categorias de significados de Baltar (1996) (topológico, dimensional, computacional e variacional) auxiliam quanto ao tipo de significações matemáticas que se manifestam na interlocução dos estudantes com as situações-problema, especialmente na comparação/diferenciação entre perímetro e área. As definições de Dewey (denotativa, expositiva e científica) são apoio para evidenciar e classificar significados apontados pelos alunos e que os levam a compreender.

Propondo a compreensão dos conceitos, trabalha-se para que os significados possam surgir, apoiando-se em experiências prévias no contexto das atividades dinâmicas.

Experimenta-se a aproximação dos conceitos com situações particulares, tomando essas particularidades como extensão para o conceito.

#### 6.5.4.1 Primeira atividade dinâmica: perímetro e o quadro da sala

Na primeira atividade realizada na sala de informática (seção 5.2), os alunos foram instruídos a construir uma figura retangular no *GeoGebra* na qual as coordenadas dos vértices foram definidas com os dois seletores, para permitirem o movimento da figura. A atividade teve como objetivo principal perceber as partes do retângulo que representam o seu perímetro, e atribuir-lhe significado por relacioná-lo ao conjunto dos lados do quadro da sala de aula. A atividade foi desenvolvida em dupla e os dados foram registrados, quase sempre das mesmas duplas, aquelas que parecem apontar informações mais próximas do objetivo da pesquisa (APÊNDICE E).

**Situação apresentada ao aluno:** *Pretendemos reformar o quadro da sala de aula seguindo a sugestão da professora de Matemática. O quadro deve ter 1,5 metros de altura e ser construído de tal forma que não ultrapasse 15 metros em toda sua volta. Qual seria o comprimento ideal para alcançarmos essas medidas?*

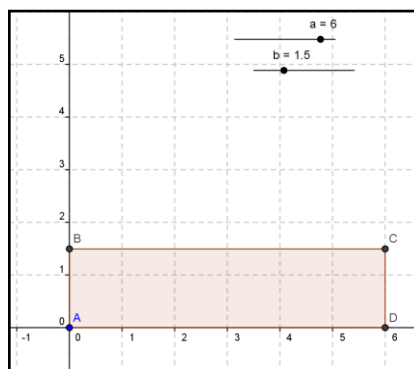


FIGURA 17: Imagem *GeoGebra* - Atividade dinâmica 1

Seguem recortes das manifestações dos alunos e discussão prévia.

- **Questão a - Ao ler a situação acima, com que desafio vocês se identificam? Qual a sugestão da dupla?**

CARC e GLAS - *Que se somarmos e acharmos o perímetro de 15 cm solucionará o problema.*

LRP e NCO - *Que nós devemos ter um quadro com 1,5 metros de altura e não devemos ultrapassar 15 metros em toda sua volta.*

DAL e TGS - *O desenho mostra o quadro da situação-problema.*

As respostas desses alunos evidenciam que, de certo modo, conseguiram interpretar a proposta do exercício. Entende-se que é um grande passo para se solucionar uma dúvida tê-la entendido, conforme a segunda etapa das fases de Dewey (1959), a intelectualização do problema.

- **Questão b - O que precisa ser identificado na figura que, para a dupla, se caracteriza como problema?**

A dupla (LRP e NCO) descreveu seu entendimento: *“Que nós devemos ter um quadro com 1,5 metros de altura e não devemos ultrapassar 15 metros em toda sua volta”.*

Ao registrar “em toda sua volta”, indica uma compreensão do significado de perímetro, como a fronteira ou contorno que delimita uma região, o que aproxima ao conceito de perímetro definido no capítulo II.

- **Questão d - Movimente a figura, discuta com o colega e busque a solução do problema. Descrevam os passos executados.**

JVSS e IBS - *Quando eu movimentei o seletor “A” para a direita, andei seis quadrinhos que representam seis metros, e quando eu movimentei o seletor B para direita, andei um quadrinho e meio que representam um metro e meio (altura).*

DAL e TGS - *Movimentamos o seletor e achamos a medida de um dos lados e para achar o que faltava fizemos a seguinte conta:  $1,5+1,5+6,0+6,0 = 15$ .*

LSG e LKDO - *Mexemos no polígono com o seletor. Colocamos a medida correta no seletor. Definimos o seletor B com a altura 1,5 que representa 1,5 m. Portanto, nas 2 alturas temos 3 m. Do total de 15 m tiramos 3 e achamos que cada lado mede 6.*

Os seletores, nessa atividade, são ferramentas especiais que facilitam o manuseio da figura. Por exemplo, releia o que escreve LSG e LKDO - *“Mexemos no polígono com o seletor. Colocamos a medida correta no seletor. Definimos o seletor B com a altura 1,5 que representa 1,5 m. Portanto, nas 2 alturas temos 3 m. Do total de 15 m tiramos 3 e achamos que cada lado mede 6”.* Deve-se observar que o movimento da figura, a

associação desta com o quadro da sala de aula, buscando encontrar o seu contorno (perímetro) mostram a utilidade da figura na resolução da situação-problema. Retrata um processo de extensão do conceito de perímetro, interpretando Dewey (1959, p. 162) em caso particular, ou seja, representando o perímetro pelo contorno do quadro nessa situação.

Além de estabelecer uma relação entre a figura e o quadro, o aluno foi levado a perceber que elementos do retângulo compõem o perímetro. Ao movimentar o seletor, a altura e comprimento do quadro mudam. Se a atenção se fixa nos tamanhos dos lados da figura (e não na área delimitada pela figura), tem-se um significado unidimensional do contorno da figura, apontado por Baltar (1996), que distingue perímetro de área.

É significativo notar que algumas duplas descreveram o quadrinho da malha como correspondente à medida de um metro, o que se aproxima do quadro da sala de aula, observado por eles, conforme descreve a dupla JVSS e IBS: “Quando movimentamos o seletor “A” para a direita, andamos seis quadrinhos que representam seis metros, e quando movimentamos o seletor B para direita, andamos um quadrinho e meio que representa um metro e meio (altura)”.

#### 6.5.4.2 Segunda atividade dinâmica: encontrando a área de uma figura geométrica “irregular”

**Situação apresentada ao aluno:** *Calcular a área total da figura plana irregular, disposta sobre a malha quadriculada, sem usar recursos de medidas padrão.*

**Desenho sugerido pelos pontos geométricos dados:**

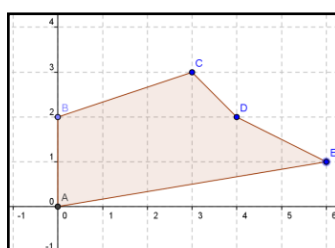


FIGURA 18: Imagem *GeoGebra* - segunda atividade - polígono irregular

É importante destacar que os alunos fizeram o desenho da figura sobre a malha do *GeoGebra*, conforme sugerido, sem maiores dificuldades. Entretanto, como não foram sugeridos meios para encontrar a área e não foram dadas medidas, tiveram alguma dificuldade em identificar e calcular a área por decomposição. Esperávamos que

conseguissem facilmente identificar, no desenho sobre a malha, os quadrinhos e partes de quadrinhos que se completavam para formar a unidade como unidades de área.

Essa atividade evidenciou a decomposição como forma de significar a área (APÊNDICE F). Para auxiliar aqueles que encontraram dificuldade, tanto o pesquisador como a professora da turma interferiu no sentido de fazê-los pensar a questão. Depois de algumas interferências e questionamentos, os alunos fizeram a decomposição da figura irregular, quase todos da mesma forma, apresentando-a em um conjunto de retângulos e triângulos. Veja a decomposição na figura 19.

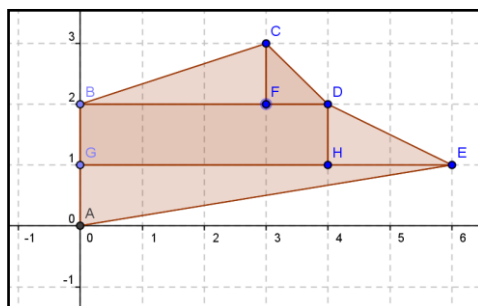


FIGURA 19: Imagem atividade dinâmica 2 - Polígono irregular decomposto

Ao decompor o polígono em retângulos e triângulos, o *software* destacava com cor mais forte as novas construções. A malha foi utilizada por muitos para contar as unidades de área das novas figuras.

Apresentamos respostas dos alunos sobre questões exploratórias. Na questão 2, sobre as sugestões das duplas diante do problema, pode-se destacar que os alunos buscam associar a área em termos de unidade de área à figura.

- **Questão 2 - O desafio é calcular a área dessa figura observando o desenho. Como pretendem fazer isso (sugestão)?**

CARC e GLAS - *Utilizando o argumento de que cada quadrado equivale a  $1 m^2$ .*

MCOS e LLOR - *Somar cada quadrinho do desenho como se fosse de  $1 cm$ .*

AMM e GMDR - *Somar os quadrinhos da malha.*

Os dois primeiros alunos expressam a definição expositiva (Dewey, 1959), quando associam o conceito à figura, em termos de unidades de medida (quadrinhos). Dão indícios da exploração da relação entre a unidade quadrinho e o metro quadrado, uma tendência para definição científica descrita por Dewey (1959). O último se apropria do significado



computacional de área, estabelecendo o quadrinho como unidade de medida, conforme Baltar (1996).

- **Questão 3 - Desenvolvimento. Faça o desenho na malha abaixo, mostrando seu raciocínio. Descreva todos os passos do cálculo, anote as medidas e o resultado.**

Foi possível observar, nos desenhos dos alunos, que utilizam a recomposição quando procuram associar duas pequenas partes que poderiam formar um quadrinho e, assim, contar como unidade de área, encontrando a área total (FIG. 20).

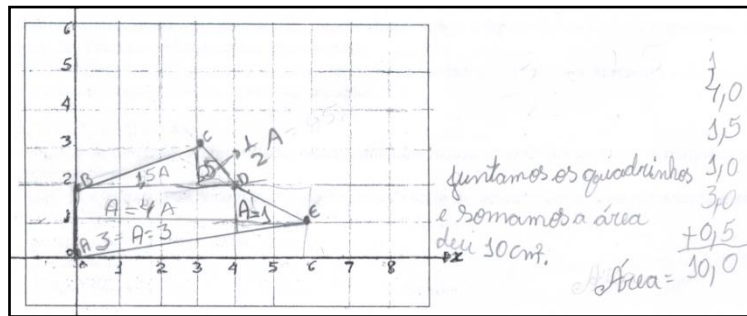


FIGURA 20: Segunda atividade - Questão 3 - Dados do aluno

Fonte: Desenho de JCSS e LCMM

Alguns alunos, por experiências prévias, identificam a área dos triângulos como sendo a metade da área dos retângulos que os constituíram, contando e dividindo o número de quadrinhos por dois. Em todos os casos utiliza o conceito de área como superfície plana limitada, onde a superfície está representada pelos quadrinhos contados e o limite são os segmentos de contorno de cada retângulo ou triângulo.

- **Questão 4 - De que forma o computador contribuiu na atividade?**

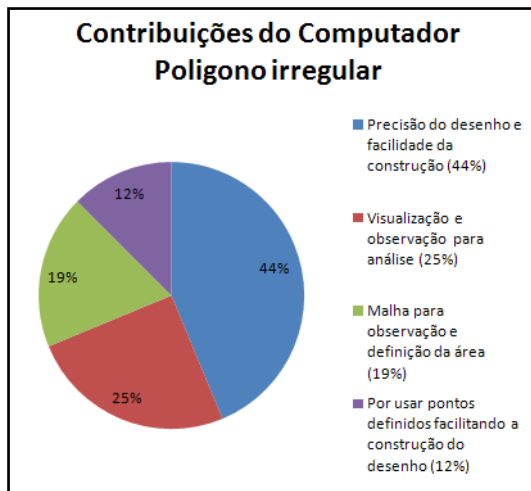


GRÁFICO 2: Segunda atividade dinâmica

As respostas espontâneas dos alunos foram categorizadas pelo pesquisador. A partir dos dados dos alunos, pode-se destacar que 44% deles apontam a facilidade da construção, representação de pequenas figuras, quando da decomposição de uma figura maior, importante ferramenta do *software*. Além da construção, a visualização das figuras sobre a malha tem papel fundamental para a significação da área. Pode-se identificar como um diferencial, em relação a uma construção a lápis e papel, já que o computador permite fazer, apagar, refazer em curto espaço de tempo e com maior precisão. Essas mudanças rápidas do desenho permitem a observação e o diálogo dos alunos para uma tomada de postura, em relação ao problema e ao significado da área.

#### **6.5.4.3 Terceira atividade dinâmica: relação entre perímetro e área**

**Situação apresentada aos alunos:** *A diretora da escola pretende utilizar uma área de 39 metros quadrados para o plantio de hortaliças que serão usadas como complemento da merenda escolar. Precisa cercar a horta em volta com placas de cimento, deixando apenas duas entradas de 50 cm. Cada placa tem um metro de comprimento. Como devem ficar as medidas dos lados da horta, de forma a ter mais economia de placas e sem quebrá-las, em formato retangular? Quantas placas serão necessárias?*

Essa atividade procura levantar a relação de interdependência entre os dois conceitos matemáticos diante de figuras retangulares. Observam-se os significados dessas relações com base nas definições de Baltar (1996), que distingue os dois significados, e na definição científica de Dewey (1959), que exprime propriedades científicas. Procura-se viabilizar meios para que o aluno consiga distingui-los e compará-los. Permite-se ainda refletir se há de alguma forma, a interferência do perímetro sobre a área ou vice-versa. Solicitamos que o aluno descrevesse essa relação entre os dois conceitos (APÊNDICE G).

O *software*, usado como instrumento, mostra a figura sombreada que coloca em destaque a região delimitada, representando a “horta” (FIG. 21).

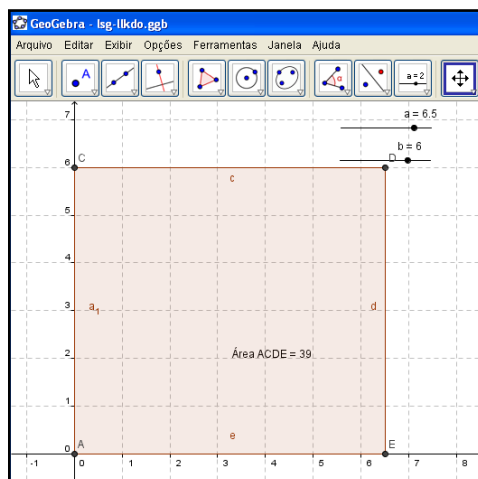


FIGURA 21: Imagem da terceira atividade dos alunos (LSG e LKDO)

Nessa atividade, os alunos utilizaram o recurso de área e perímetro do *GeoGebra*, para identificar medidas. Tiveram um pouco de dificuldade para perceber como entraria os portões sugeridos na situação em seus desenhos. Foi preciso interferências do pesquisador para que construíssem relações entre o perímetro e a área que observaram. Chegaram a dizer que não havia como construir aquele retângulo com 39 unidades de área. O fato de não apresentar o valor de perímetro e nem medidas de lados deixou a situação-problema distante das experiências prévias.

Solicitamos aos alunos que descrevessem o que representava o perímetro e a área, diante da situação-problema.

Veja as transcrições das respostas de alguns deles sobre perímetro (a) e área (b), respectivamente.

- **Questão 2** a) **O que representa, para vocês, o perímetro, na horta? Descreva.**
- b) **O que representa, na horta, a área? Anote.**

LSG e LKDO - a) *O espaço que as placas ocupam.*

b) *O espaço utilizado para as plantações.*

LKDO e LSG, por exemplo, expressam o que delimita a região (a) (placas - fronteira - unidimensional) e a região delimitada (b) (área para plantação - bidimensional), como possível compreensão dos significados de perímetro e área, respectivamente. No entanto, utilizam a expressão “espaço” de forma incorreta (linguagem coloquial), por não

representar cientificamente perímetro ou área. Interpretam os conceitos, aplicando a significação topológica e dimensional, segundo Baltar (1996), para distingui-los.

Em cinco grupos, as respostas apontam significados não tão claros, pelo menos na escrita dos alunos. Transcrevemos aqui duas respostas sobre o que representa perímetro na situação-problema: DAL - “*As retas e quadrinhos*”; LGSL - “*Contando a horta*”. DAL e LGSL não deixam claro suas interpretações. As retas em conjunto poderiam representar o perímetro. Já a expressão “quadrinhos” se aproxima mais do conceito de área. Esses significados são de características topológicas (Baltar, 1996). A expressão de LGSL se aproxima do significado computacional (Baltar, 1996), embora sem especificar como contar e o que contar.

- Questão 4 - Procuramos saber como encontraram a solução para o problema.

Das 16 duplas, uma dupla não compareceu nesse dia, quatro duplas não deixam claro como resolveram o problema, e as outras 11 duplas todas apontam que utilizaram o seletor para “movimentar” a figura e buscar a solução do problema. Por exemplo, CARR e GSE responderam: “*Quando mudamos o seletor, achamos uma área de  $39\text{ m}^2$  e perímetro grande. Quando mudamos novamente, conseguimos uma área de  $39\text{ m}^2$  e perímetro pequeno*”.

Observa-se a importância da geometria dinâmica, interpretando Gravina (2001, p. 41), quando fala em “exteriorização”, pela facilidade em observar as figuras construídas, e “versatilidade”, pela possibilidade de fazer alterações na figura, movendo apenas o seletor. A escrita dos alunos aponta a importância do seletor na atividade, dando movimento à figura e possibilitando a reflexão dos alunos frente a situações novas, o que permite a utilização dos conceitos perímetro e área no problema em um contexto e podem levar à atribuição de significados distintos a esses conceitos.

Os alunos não chegaram a concluir toda a segunda questão da situação apresentada, dando a resposta quanto ao número de placas, quando deveriam retirar do perímetro as duas entradas de 50 cm (uma unidade). Essa dificuldade está condicionada mais à interpretação da situação proposta em si que à dificuldade com significados dos conceitos. O tempo foi insuficiente para estimularmos os alunos a concluir algo sobre essa segunda questão. Poderíamos tê-los induzido através de questionamentos.

Solicitamos aos alunos que identificassem e escrevessem a relação entre os dois conceitos.

- **Questão 5 - [...] Descreva a relação que observaram entre a área e o perímetro.**

Transcrevemos algumas frases dos alunos que indicam certa compreensão da relação entre os conceitos de perímetro e área.

IBS e JVSS - *Conforme estiver a figura, o perímetro será maior ou menor, de acordo com a área.*

CARC e GLAS - *Porque dependendo da forma da figura o perímetro muda e a área não.*

Essas duas respostas apontam para a definição expositiva de Dewey (1959), que se exprime por características observadas na figura (formato), quando, pela visualização da figura, apontam significados, e encaminham para definição científica (que se exprime pelas relações), quando procuram descrever a relação entre os conceitos de perímetro e área, embora de forma peculiar.

JPMA e RAM - *Que a área maior e o perímetro menor são mais econômicos.*

Essa expressão chama a atenção por apontar a compreensão da proposta apresentada na situação problema. Ao mostrarem entendimento sobre o problema proposto permite-se interpretar que superam a fase de intelectualização do problema, proposta no pensamento reflexivo de Dewey (1959).

- **Questão 6 - Essa atividade traz alguma lição para o seu cotidiano?**

Seguem transcritas respostas dos alunos:

CARC e GLAS - *Na construção de uma casa, por exemplo, o ideal seria não construir uma casa comprida e sim quadrada.*

CARR e GSE - *Eu posso pagar menos ao colocar uma cerca em volta da casa.*

IBS e JVSS - *Quando formos construir uma casa, usamos isso para fazer a sala, o quarto e a cozinha, fazendo-os no formato do quadrado para aproveitar mais o espaço.*

As expressões apresentadas pelos alunos transportam o conceito abstrato de perímetro e área (intensão de Dewey) para situações bastante particulares, em outros contextos, mostrando seus significados. Os alunos conseguem associar os conceitos de perímetro e área com outras situações ou aplicações em seu dia a dia, motivados pela questão. Interpreta-se que indicam definição científica de Dewey (1959), por serem

capazes de identificar características necessárias e suficientes para exprimir a relação dos conceitos, apesar de não usarem expressões que caracterizam propriedades do campo científico. Quando os alunos CARC e GLAS afirmam que seria melhor construir uma casa quadrada, podem estar relacionando o consumo de materiais com paredes à sua volta (perímetro) para se conseguir uma boa superfície interna (área), induzido pela reflexão estabelecida nesta atividade, sobre a relação perímetro e área.

#### 6.5.4.4 Quarta atividade dinâmica: significando área com duas figuras

A quarta atividade desenvolvida no laboratório também objetiva buscar significado para o conceito de área.

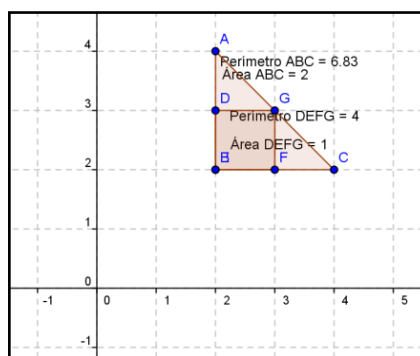


FIGURA 22: Imagem GeoGebra - Atividade 4

**Situação apresentada aos alunos:** *Como organizar um triângulo em volta de um quadrado de lado uma unidade, de forma que o triângulo tenha a menor área.*

As questões exploratórias se dirigem no sentido da comparação da área do quadrado com a do triângulo, no intuito de que os alunos estabeleçam significados para área e para a unidade de área (APÊNDICE H).

Apresentam-se a seguir dados dessa atividade, dos itens que se destacaram frente ao objetivo da pesquisa.

- **Questão 1** – (...) **Descreva a relação entre a medida da área do triângulo e do quadrado.**

LKDO e LSG - *Observamos que a área do quadrado é de  $1 \text{ cm}^2$ , então dentro do triângulo se tem sete quadrados.*

A expressão que a dupla utiliza na comparação entre o quadrado (uma unidade) e o triângulo se aproxima da definição do conceito de Lima (1985), quando descreve que

medir área é comparar uma superfície com outra superfície, tomada como unidade de área. A definição dada pelos alunos, ao estabelecer essa relação, apoia-se na exposição dos objetos (ilustrações). Quando a dupla LKDO e LSG cita um centímetro quadrado ( $1 \text{ cm}^2$ ), parece associar o quadrinho com outra unidade de medida já experimentada. Nesse sentido, Dewey (1959, p. 101) relata que a “inferência ocorre por intermédio, ou através, da sugestão despertada pelo que é visto e lembrado”. Pela proporção do desenho sugerem, por conta própria, a unidade centímetro quadrado. Não é de se desprezar essa unidade apresentada pelos alunos, já que significar a área subentende, em termos de grandeza, associá-la a uma unidade de medida.

- **Questão 2 - Propomos que movimente o triângulo através dos pontos, usando comando mover (...). Procure a posição mais próxima entre quadrado e triângulo. Anote área e perímetro do triângulo. Descreva observações entre a medida da área desse triângulo em relação ao triângulo anterior.**

LSG e LKDO - *Em relação à figura anterior, a figura reduziu bastante sua área.*

Interpretamos como definição expositiva (Dewey, 1959) a expressão que o aluno escreve acima, referindo-se à área do triângulo menor, comparado a outro triângulo. Assim interpretado por perceberem o significado, observando a figura maior, o número de quadrinhos em seu interior e depois a outra figura menor, com quantidade menor de quadrinhos.

- **Questão 5 - De que forma você acha que o *software* contribuiu nesse trabalho? (respostas espontâneas)**

MCOS e LLOR - *Facilitou bastante o trabalho, senão teríamos que medir a figura.*

DAL e TGS - *Ajudou a movimentar a figura com mais facilidade.*

Diante do objetivo de verificar contribuições da geometria dinâmica, são apontadas pelo menos duas características próprias do *GeoGebra* em relação à atividade: o recurso da medida de área, fornecendo a qualquer momento e em diversos desenhos instantaneamente a medida, e o recurso dos movimentos proporcionados às figuras de forma rápida e precisa, possibilitando conjecturas por parte dos alunos.

Outras respostas sobre as contribuições do *software* estão relacionadas no quadro 7.

QUADRO 7: Atividade 4 – Contribuição do *software*

• <u>Questão 5</u> – <i>De que forma você acha que o software contribuiu nessa atividade?</i>	
<i>Descrição das categorias (elaborada pelo pesquisador a partir das respostas livres dos alunos)</i>	<i>Nº de alunos com respostas na categoria</i>
Mostrando a área e o perímetro nas diversas situações	8
Pelo movimento da figura e pela malha	4
Ajudou a analisar e achar menor área e perímetro	2
A melhorar as notas e aprender	1

Fonte: Dados dos alunos na pesquisa

Nessa atividade, o *mouse* é um instrumento que precisa ser operado com precisão. A dificuldade no manuseio dificultou a aproximação das figuras. A manipulação repetitiva do triângulo à volta do quadrado procura apresentar especialmente a unidade de área. Essa intenção deve ser trabalhada pelo professor, aproveitando o gosto pela utilização do *software*.

Apesar de oito alunos apontarem que a apresentação do comando área, por parte do *software*, contribuiu com essa atividade, no teste final, alguns citam como desvantagem do *software* o fato de ter o cálculo pronto. Sobre essa desvantagem, por observação da professora da turma, que conhece os alunos, argumenta que são alunos com melhor desempenho nas aulas de matemática: aprendem com facilidade, mesmo quando trabalham com situações e conceitos de forma abstrata. Trazer o cálculo pronto dá a impressão de que nada terão que fazer, e isso tende a representar o inverso de uma aula de matemática tradicional, que normalmente dá ênfase aos cálculos aritméticos e utilização de fórmulas. Entretanto, o propósito das atividades foi atribuição de significados aos conceitos e grandezas, e não trabalho com fórmulas e priorização de cálculos.

No *software*, os alunos se valem da visualização das duas figuras, do movimento que proporcionam ao triângulo, apresentando rapidamente novas formas para discussão. As duplas de alunos se interpelam, procurando encontrar o triângulo com área mais próxima do quadrado. Observam a forma como as figuras se dispõem uma em relação à outra, suas dimensões, formatos e características. Depois, descrevem as relações entre as áreas, comparando a área do triângulo com a área do quadrado de uma unidade.

#### 6.5.4.5 Quinta atividade dinâmica: área por composição e decomposição



Como as demais, essa atividade foi motivada por uma situação-problema. Sugeriu-se o tamanho 20 cm de largura e 30 cm de comprimento, por utilizar a folha de papel ofício que tem mais ou menos essas dimensões. A folha foi quadriculada na escala 5cm para cada lado do quadrinho. Portanto, uma folha de papel ofício colorido, dividida, contava com 4 quadrinhos de 5 cm em sua largura e 6 quadrinhos de 5 cm no seu comprimento. Deveria ser recortada, utilizando os quadrinhos para compor uma das letras iniciais da escola. Para cada letra o aluno recebia uma folha quadriculada com 24 quadrinhos.

**Situação-problema apresentada:** *Pretendemos que utilizem uma folha de papel ofício de 20 cm por 30 cm para desenhar cada uma das letras (siglas) que representam o nome da escola (E.E.R.O). Espera-se que utilizem uma folha inteira na construção de cada letra (com 24 unidades de área), sem desperdiçar. Qual é o melhor formato para a letra, aproveitando todo o papel?*

Das atividades anteriores, a primeira retrata apenas o perímetro, a segunda, o conceito área. Na segunda atividade, o processo de decomposição foi percebido como útil ao desenvolvimento. A terceira atividade trabalha a relação perímetro e área, e a quarta atividade o conceito de área em duas figuras distintas. Essa última pretendeu explorar mais o significado de área. O aluno usa o conceito em três etapas distintas: no desenho sobre a malha do *software*, ao recortar uma folha quadriculada colorida com 24 unidades e ao colar sobre o papel quadriculado, representando a mesma letra já desenhada com o *software* na tela do computador.

Essa atividade objetivou que os alunos atribuíssem significados ao conceito de área, no seu uso, como instrumento, na construção das iniciais do nome da escola (E. E. R. O.). O desafio de construir a letra no *software* com área definida despertou o interesse dos alunos. Veja apêndice I dessa atividade.

A proposta era a construção das três letras. No primeiro dia, com essa atividade, não foi possível fazer a letra “R”. Os desenhos dos alunos foram observados posteriormente, através do arquivo gravado no computador, e comparado com a letra colada sobre o papel quadriculado. Após a construção da letra “E”, o pesquisador se reuniu com toda a turma em sala de aula e socializou os resultados obtidos nessa primeira construção. Mostrou a importância de se observar atentamente à figura, discutiu com a

turma meios de se utilizar o *software*, sanando algumas dificuldades que surgiram em relação ao *GeoGebra*.

Percebendo que a letra “R” era mais trabalhosa, verificou-se a disposição da turma em voltar a essa atividade. Diante do interesse dos alunos, outro encontro foi realizado, exclusivamente para fazer a letra “R”. Como já haviam tido um contato inicial com a atividade, houve menos interferência do pesquisador e da professora da turma. Os alunos rapidamente construíram a letra, sendo que, das nove duplas que entregaram, oito acertaram a área. A maioria deles utilizou o comando área para identificar 24 unidades. Alguns preferiram contar os quadrinhos sobre a malha.

Ao fazer a colagem em papel, o aluno estava limitado pela quantidade de papel colorido que havia recebido (24 quadrinhos), na mesma escala do quadriculado da outra folha maior, onde deveria colar a letra. O *software* foi utilizado para construir a letra no computador e como consultor durante a colagem no papel. Observa-se que a construção do *GeoGebra* e a colagem para a mesma letra, da mesma dupla, têm o mesmo formato.

As figuras 23 e 24, da dupla LKDO e LSG, a seguir, servem para ilustrar esse trabalho. Esse formato de letra “E” foi desenhado desta forma por várias duplas.

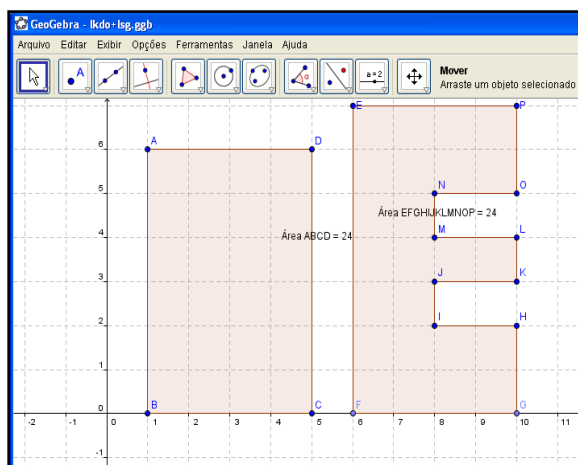


FIGURA 23–Imagem *GeoGebra* atividade 5

Fonte: LKDO e LSG

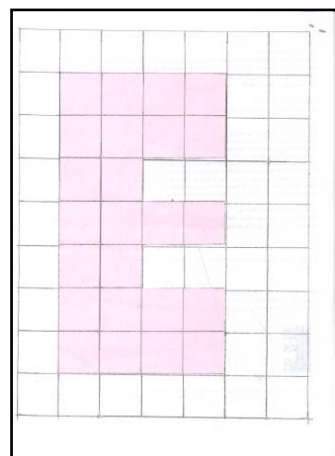


FIGURA 24 - Atividade 5 - Colagem em papel Fonte: Alunos LKDO e LSG

Nessa atividade, destacamos alguns relatos dos alunos e algumas construções.

- **Questão 1** - Observe a letra construída. Anote a área desta primeira construção. Possui a área sugerida? Qual é a sugestão da dupla para alcançar o objetivo?

LRP e NCO - *Construir a letra de qualquer jeito e depois ir ajustando até chegar à área.*

JSR e AVRL - *Contar os quadradinhos.*

GCF e PPC - *Arredar (mover) cada ponto até chegar à área desejada.*

A resposta de LRP e NCO tende para a possibilidade de tentativa e erro, que não se caracteriza como o pensamento reflexivo, segundo Dewey (1959). Entretanto os instrumentos usados para coleta de dados não são suficientemente capazes de apontar dados para essa analogia. JSR e AVRL, ao escreverem “contar os quadrinhos”, significam a área pela superfície delimitada pelos quadrinhos, e a dupla GCF e PPC também percebe a área como a superfície interna, limitada pelos lados comandados pelos pontos (vértices). São significados expositivos, interpretando definições de Dewey (1959).

- **Questão 2 - Descrevam, com suas palavras, a dificuldade que precisa ser superada.**

EMM e TOC - *Deixar o “R” na forma certa.*

IBS e JVSS - *Fazer o “O” com a área de 24 centímetros quadrados*

Ao fazerem menção à “forma certa”, os alunos se mostram preocupados com a área definida e com o formato da letra. Foi uma preocupação geral da turma, durante essa atividade, conseguir letras cada vez mais aparentes. Isso denota a força da expressão “melhor”, usada pelo pesquisador. A dupla IBS e JVSS, com sua expressão “24 centímetros quadrados”, indica estar associando área a experiências anteriores, vinculadas à unidade de medida.

- **Questão 3 - O que representa, no desenho, a área?**

DAL e TGS - *O conteúdo que há dentro do desenho (a parte colorida).*

Os registros dos alunos evidenciam significados do conceito área, interpretados sobre as letras. Vão ao encontro do objetivo da pesquisa de se conseguir significar para compreender melhor o conceito. Aproximam-se da definição conceitual de área, segundo Lima (1985), com o apoio do *software*, pelo sombreamento do interior dos polígonos.

Ainda sobre essa atividade, vale destacar que, das nove duplas que entregaram a atividade colada no papel para análise, sete fizeram a letra “E” com as 24 unidades,

conforme desenho do computador. Outras cinco duplas não conseguiram terminar a atividade nesse encontro.

Seguem-se figuras construídas pelos alunos. Foram selecionadas porque retratam a criatividade dos alunos, apresentando objetos distintos, e pela proximidade com o objetivo proposto. No caso da letra “O”, a dupla JVSS e IBS fez questão, durante o trabalho no laboratório, que o pesquisador observasse o que estava fazendo. Pode-se ressaltar o interesse desses alunos, motivados pela construção da letra e pela satisfação em perceber que haviam construído uma letra simétrica e com a área sugerida. A figura por eles construída facilita a visualização da área, mesmo sem o comando de medida.

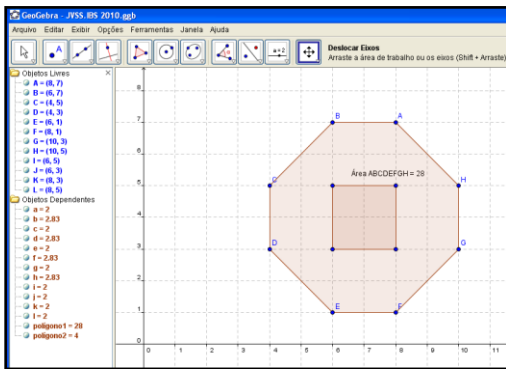


FIGURA 25: Imagem - Letra “O”  
Atividade dinâmica 5  
Fonte: Dupla JVSS e IBS

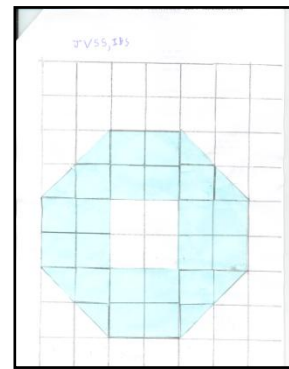


FIGURA 26: Colagem letra “O” papel  
Fonte: Alunos JVSS e IBS

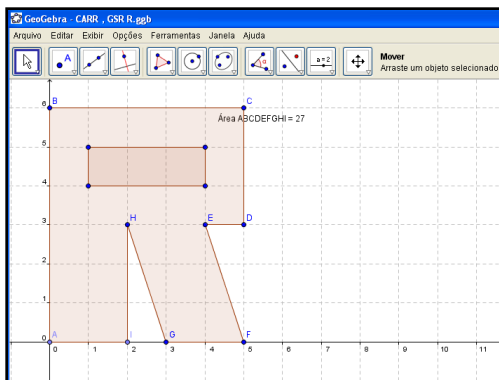


FIGURA 27: Imagem - letra “R” Atividade 5.  
Fonte: Dupla CARR e GSR

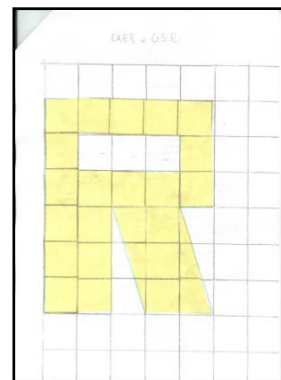


FIGURA 28: Colagem “R” em papel  
Atividade 5  
Fonte: Dupla CARR e GSR

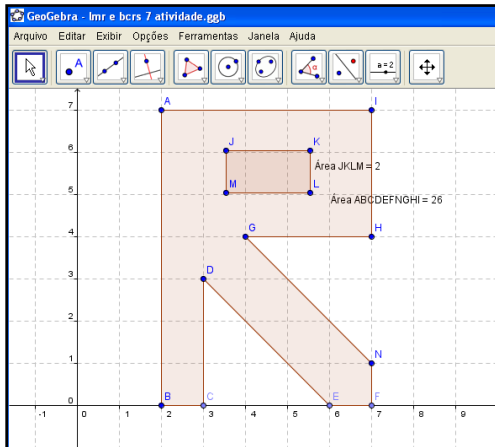


FIGURA 29: Imagem letra “R”

Fonte: Dupla LMR e BCRS

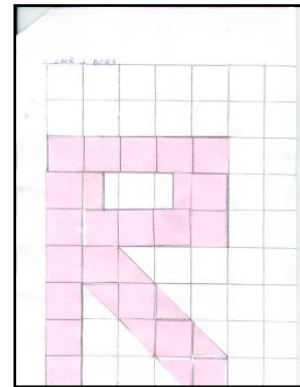


FIGURA 30 : Colagem papel “R”

Fonte: Dupla LMR e BCRS

No *software* precisam trabalhar com o conceito de área como superfície limitada. O limite são as linhas do contorno da letra. A área, o interior da figura que estava sendo apresentada pelo comando área ou pelo número de quadrinhos do interior da letra. No caso do papel, a malha quadriculada serviu de limite e o papel colorido representou a área a ser utilizada. São formas distintas e similares de apropriação dos significados que podem levar à compreensão.

Procuramos saber dos alunos sobre contribuições do computador nessa atividade, voltando-se para os objetivos propostos nesta pesquisa, verificando, assim, o alcance das atividades.

As respostas foram apresentadas espontaneamente pelos alunos e selecionadas por apresentarem informações distintas e pertinentes diante do objetivo da pesquisa.

- **Questão 4 – De que forma o computador lhes ajudou a entender perímetro e área?**

EMM e TOC - *Clicando em área e aí aparece a área da letra.*

LKDO e LSG - *Facilitou o entendimento através da malha e por poder movimentar os pontos do polígono.*

IBS e JVSS - *Com o comando mover do GeoGebra que me ajudou a chegar à área de 24 cm quadrados.*

BRML e MAM - *Visualizar a área, observar a medida.*

Nos registros dos alunos citados, observa-se a presença distinta de alguns recursos que caracterizam a geometria dinâmica, tais como: o comando de medida de área, a malha do *GeoGebra*, o comando mover, a facilidade e exatidão das figuras para visualização rápida.

Sobre as contribuições nessa atividade específica, os dados dos alunos foram ainda categorizados e estão expressos no gráfico 3.

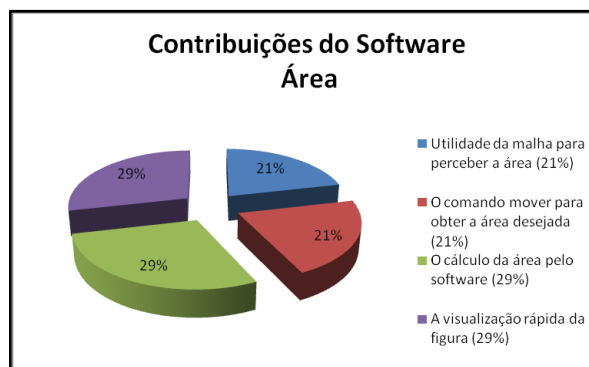


GRÁFICO 3: Contribuições do *software* na atividade 5, questão 4

Fonte: Dados dos alunos categorizados

O trabalho foi desenvolvido por comparação, movimento e interlocução do conceito com a figura e a medida de área na tela do computador. Essa atividade, com a autonomia aos alunos quanto ao formato da letra, apenas resguardando a exigência de que tivesse 24 unidades de área, proporcionou maior naturalidade e dinamismo na utilização da geometria dinâmica. A atividade levou os alunos a desenharem a letra com certa aparência, gozando da simetria presente em muitas das letras do alfabeto.

Destacam-se algumas das contribuições observadas pelos alunos: o movimento rápido da figura, a mudança de formato e da área em fração de segundos e a visualização instantânea. As informações, o pensamento de um aluno é levado rapidamente ao outro pela construção que desenvolve no computador, sendo que a cada momento um dos dois alunos manuseava a figura. A rapidez proporcionou a completude das ideias, colaborando também na solução da situação desafio interpretada pelos alunos.

Alguns fatos observados retratam o ambiente de interação. A necessidade da retomada do desenho anterior, da comparação de duas ou mais formas, o destaque do

colorido da letra, a possibilidade de relacionar duas áreas, especialmente no caso da letra “R”, quando o aluno precisa identificar que a parte superior interna da letra não seria contada no cálculo e deveria ser subtraída do valor numérico para a área, usando o comando área. Sobre possibilidades para a atribuição de significados, eles podem se consolidar na visualização das duas áreas da letra e, em outro momento, ao recortar quadradinhos de papel e colar sobre outro quadriculado, sendo que a quantidade de papel colorido oferecido a cada aluno era exatamente correspondente a 24 unidades de área.

Após o trabalho no laboratório, o pesquisador passou a agrupar os dados coletados e construiu um relatório condensado com as principais informações que foram levadas ao conhecimento da professora da turma e dos alunos.

### **6.5.5 Teste final**

O teste final foi aplicado pela professora da turma que, com todas as observações em mãos, conversou com a turma fazendo comentários sobre o desenvolvimento nos trabalhos. Consta de 10 questões e foi aplicado individualmente na sala de aula. Embora as atividades tenham sido aplicadas em grupos ou duplas, sendo cinco delas no laboratório, julgou-se melhor a aplicação individual do teste final, tendo em vista que o teste inicial também havia sido aplicado individualmente, e por entender que, talvez, os alunos pudessem mostrar mais resultados do trabalho desenvolvido e fazer comentários particulares de seu entendimento. Algumas questões foram alteradas em relação ao teste inicial, com a pretensão de se conseguir mais informações em relação ao objetivo da pesquisa. Procuramos contemplar a diversidade e a clareza das respostas com os dados aqui selecionados. Com exceção das questões 1 e 2, todas as outras, desse teste, estão associadas a objetos e ou situações próximas das experiências do aluno. Ao resolver as questões, os alunos associaram o objeto ao conceito. No teste inicial, a maioria dos alunos expressava os significados voltados para os cálculos, descrevendo os conceitos pela forma distinta de se calcular o perímetro e a área, características do significado computacional dentre as categorias de Baltar (1996). Ao longo da pesquisa e no teste final, procuram interpretá-lo através de objetos materiais ou representações contextualizadas, tornando a associação entre o conceito e as figuras significativa, fazendo interpretações variadas dos conceitos, voltando-se para outras categorias de significação, como o significado topológico ou dimensional de Baltar

(1996) e definição expositiva de Dewey (1959). Dewey (1959, p. 161-162) classifica essa representação em situações particulares como uma extensão dos conceitos.

Nas questões 1 e 2, os alunos deveriam descrever o que é perímetro (a) e área (b). Apresentamos descrições dos alunos para as duas questões, respectivamente:

- **Questão 1 - Fizemos atividades envolvendo o perímetro. Descreva com suas palavras o que é perímetro (a).**
- **Questão 2 - Descreva, com suas palavras, o que é área (b).**

LSG - a) *O Contorno de objetos e coisas. Ex.: molduras [...];*

b) *O espaço contido dentro do contorno. Ex. uma foto [...].*

AVRL - a) *Por exemplo: Tenho um quarto e quero saber o perímetro, vou sempre somar as medidas. Isso é perímetro para mim.*

b) *Área é simplesmente isso: é o número de quadrinhos.*

O aluno LSG havia descrito no teste inicial que aplicaria perímetro “*no cálculo dos lados de alguma forma*” e aplicaria área “*no cálculo da área interna de alguma forma*”. Já nas respostas dadas no teste final, ele procura apresentar objetos como referência para o que representam os conceitos pesquisados. Observa-se nas expressões do aluno uma tendência a desvincular o conceito da fórmula, aproximando-se de representações em objetos materiais, buscando significação para os conceitos, tornando-os concretos do ponto de vista da compreensão. Aproxima-se da definição científica de Dewey (1959), quando estabelece relação entre o “contorno” que representa perímetro, item a, e sua definição para área, voltando a citar a palavra “contorno”, no item b.

O aluno AVRL, além de descrever, fez um desenho (FIG. 31) para mostrar o que quis dizer. Poder-se-ia interpretar seu desenho, diante da questão 2 (área), como oscilando entre a ideia de contar os quadrinhos do interior da figura e conhecimentos prévios, retornando à fórmula do cálculo de área de um retângulo (comprimento x largura). Esse aluno, no teste inicial, questionado sobre a aplicação de área, descreve: “*Quando quiser calcular a área de um terreno*”. Como não se preocupou em apresentar fórmulas para os alunos, a maneira como apresenta sua manifestação pode ser interpretada como uma tendência de reorganização em sua forma de compreender o conceito, tendendo a despertar para uma visão prática, aplicada, menos abstrata, quando



cita “é o número de quadrinhos”, e quando em seu desenho quadricula o retângulo. A representação da área com desenho quadriculado pode ter sido motivada pelo trabalho de visualização na tela do computador, pois, não foi solicitado que fizessem desenhos.

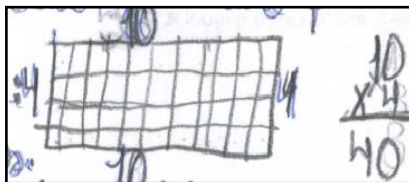


FIGURA 31: Teste final - Questão 2 - Desenho aluno  
Fonte: AVRL

Apresentamos outras respostas para as questões 1 - perímetro (a) e 2 - área (b):

MAM - a) *A parte que o rodeia, por exemplo: um lote todo cercado, o perímetro é a cerca que rodeia o lote. Uma casa: o perímetro são as paredes em volta da casa.*

b) *Área é a parte de dentro, [...], uma casa, área é a parte de dentro da casa, quartos, banheiros, cozinha, etc.*

CARC - a) *O contorno, a “área” em volta da figura. Ex.: A barra de ferro que fica em volta da carteira, na escola.*

b) *É a área de dentro da figura. Ex.: A foto dentro do porta-retrato.*

GMDR - a) *É a soma dos lados do polígono.*

b) *Quando formos medir área e o desenho tiver quadriculado, simplesmente tem que contar os quadrinhos.*

PPC - a) *Perímetro é a soma de uma figura, ou desenho. Ex.: Os quatro cantos de uma mesa, de um quadrado, etc.*

b) *Área é você multiplicar lado vezes lado.*

O aluno MAM citou as paredes do quarto como representando o perímetro. Se esse aluno observou a parede como o limite da área do chão do quarto, por exemplo, seu contorno, significa o perímetro e vai de encontro à definição. Por outro lado, a parede poderia também ser vista como outra área, em outro plano. Julga-se que os alunos, na

faixa etária em questão, não tenham conhecimento científico para fazer essa analogia e usar essa compreensão.

O aluno PPC apresenta um exemplo de figura, para mostrar como compreende o conceito de área. Pareceu submeter sua definição ao cálculo da área de um retângulo pela fórmula, quando expressa área como sendo “*lado vezes lado*”. Essa resposta não esclarece até que ponto esse aluno consegue significar área como um plano limitado, passível de se medir em diversas unidades de grandeza. Pode-se interpretar que esse aluno não avançou muito (FIG. 32).

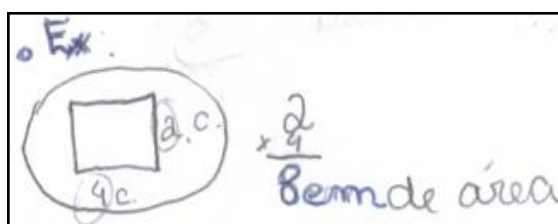


FIGURA 32: Teste final - questão 2

Fonte: Dados do aluno PPC

Em geral, quando se analisa aqui os registros dos alunos, quanto à compreensão dos conceitos de perímetro e área, percebemos uma tendência de aproximação destes com situações bastante particulares. Essa tendência poderia ser creditada ao encaminhamento da pesquisa: atribuir significados e compreender os conceitos num processo de extensão em situações diversas. Dewey (1959) classifica como intensão o conceito em si, estabilizado, definido cientificamente. Como extensão do conceito, pode-se reconhecer os múltiplos casos particulares apresentados pelos alunos, objetos vinculados a cada um dos conceitos.

Pelas respostas escritas dos alunos nas questões 1 e 2, procuraram definir o conceito de forma mais contextualizada, falando de objetos que representam um e outro. Observa-se que quase não os confundem. Numa tentativa de explicar, às vezes, não usam termos apropriados. Por exemplo, a resposta do aluno RAM, quando utiliza a palavra “*volume*” de forma incorreta do ponto de vista científico, palavra que não foi mencionada nas atividades da pesquisa. O erro, segundo Dewey, significa que o aluno ainda não conseguiu atingir a compreensão suficiente de dada questão. Nesse caso, talvez esse aluno não compreenda o significado de volume e o empregou de forma equivocada (linguagem coloquial), ou faltou-lhe a palavra apropriada.

Sobre objetos que representam área, da questão 4, do teste final, mostram-se os dados da pesquisa categorizados no quadro 8.

QUADRO 8: Teste final - questão 4

<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Questão 4 - Dentre os objetos abaixo, assinale aqueles que dão a ideia de uma área:</b></li> </ul>	
<i>Descrição (fornecida no item)</i>	<i>Nº de alunos que assinalaram</i>
O gramado de um campo de futebol	26
O comprimento de um lápis	1
O canto de encontro entre duas paredes	3
A superfície taqueada da sala de aula	26

Fonte: Dados dos alunos

Dos 31 alunos, 26 assinalam corretamente a primeira e última opção. Embora essa questão não apareça no teste inicial mostra pelo grande número de acerto, que os alunos conseguem significar área em alguns objetos do dia a dia.

Com a questão 8 do teste final, sobre a relação perímetro e área, desejou-se saber:

- Questão 8 - Se sua casa tivesse em construção e lhe fossem dados os dois formatos abaixo e tivesse que escolher um deles para ser o banheiro, qual dos dois escolheria? (assinale com um x) Por que o escolheria?**

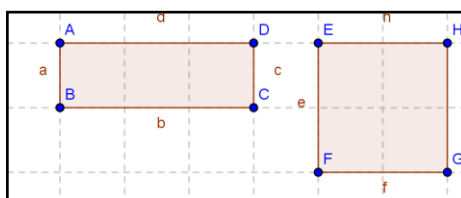


FIGURA 33: Teste final - questão 8 - Perímetro x área

Fonte: Dados do pesquisador

Nota: As duas figuras apresentam o mesmo perímetro sendo que o quadrado possui maior área. Propositamente, esperávamos uma discussão da relação entre perímetro e área por parte dos alunos.

As respostas dessa questão 8 foram agrupadas, segundo as descrições dos alunos. Dos 31 alunos, 27 marcaram o quadrado, sendo que 14 procuraram justificar suas respostas. Veja as justificativas categorizadas.

QUADRO 9: Teste final - questão 8

<i>Descrição (não fornecida - categorizada)</i>	<i>Nº de alunos que assinalaram</i>
Menor perímetro e maior área (quadrado)	6
Possui maior área (quadrado)	2
Por que é maior (quadrado)	7
O retângulo: Mais largo (GLAS), área igual e poupa espaço (MCOS); É mais espaçoso no comprimento, apesar da largura, dá para colocar mais coisas (LRP)	3

Fonte: Dados de respostas dos alunos

Esperávamos que marcassem o quadrado por ter maior área com o mesmo perímetro, espelhando-se no trabalho desenvolvido na terceira atividade dinâmica em que foi discutida a relação perímetro e área. Foi estabelecida a relação entre o consumo de material para cercar a horta à sua volta (perímetro), comparando-o com a área conseguida em seu interior para o plantio. Entretanto, três alunos assinalaram o retângulo e procuram justificar, referindo-se ao banheiro como uma propriedade particular, bastante familiar. Pode-se avaliar que, nesse ponto, se distanciam da definição científica apontada por Dewey (1959) quando deveriam exprimir propriedades características da relação entre perímetro e área. Das justificativas daqueles que assinalaram o quadrado, pode-se destacar o aluno LGSU, que escreve - “*porque tem 4 quadradinhos e o outro tem 3 quadradinhos*”, e MAM - “*pois ele tem maior área e se comparado com o perímetro da outra figura os dois são iguais*”. A relação da área com os quadradinhos remete a significados para o conceito área. A relação descrita por MAM remete para a definição científica, embora tenha utilizado linguagem padrão, não sendo possível avaliar o quanto significa para o aluno essa comparação. Dewey (1959) trata a definição científica como a definição que exprime as relações.

A questão 9 do teste final apresentou uma letra “H” sobre a malha quadriculada com a seguinte questão:

- **Questão 9 - Qual a área e o perímetro da letra “H” abaixo?**

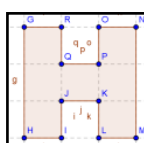


FIGURA 34 – Imagem teste final - Letra H - Perímetro e área

A letra foi apresentada e nenhuma unidade de medida ou número que expressasse grandeza de medida foi associada a ela, no teste.

Observa-se que 52% dos alunos acertaram o perímetro, partindo da premissa de que cada lado do quadrinho representava uma unidade, 35% responderam sete unidades, numa possível confusão com a área. Em relação à área, 64% atribuem corretamente a medida como sendo sete unidades, usando os quadrinhos como unidade de medida, um número significativo, já que foi preciso identificar o significado de medida pelos quadrinhos. Esses alunos parecem centrados na definição de perímetro e área e conseguem significá-los no desenho da letra “H”. O perímetro, como sendo o contorno da letra “H”, e área, como os quadrinhos coloridos que a compõem. Nesse teste, alguns alunos questionaram a professora da turma sobre a falta das medidas, fato que pode estar relacionado às experiências prévias do contato com os conceitos na sala de aula.

A questão 10 do teste final apresenta o mesmo polígono irregular da segunda atividade para cálculo da área, colocado sobre a malha e sem medidas. Dos 31 alunos, 17 conseguiram encontrar a área em número de quadrinhos corretamente (10 unidades). Os demais tiveram, na maioria, respostas próximas, em torno de 8 a 12 unidades. Apenas 3 encontraram resultados entre 16 e 18 unidades.

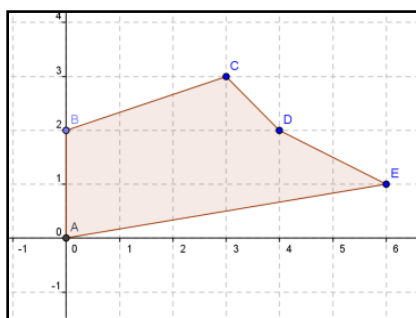


FIGURA 35 – Imagem teste final - questão 10

Como já tiveram contato com essa figura antes, os alunos procuraram decompor a figura irregular para o cálculo da área. Isso está bastante claro no desenho apresentado por LKDO (ligando partes de figura para obter outra figura conhecida) e CARC (enumerando as partes). Na atividade dinâmica 2, tiveram oportunidade de decompor a figura, marcando retângulos e triângulos, identificando a área em separado e, depois, dando a área total da figura. Ao fazerem essa questão 10, não dispunham do *GeoGebra*. Usaram então os recursos de ligar figuras que se completavam ou enumerar as figuras

que associaram para conseguir identificar a área. Há evidências de que os alunos atribuem significados ao conceito área, desprendendo-se, tanto quanto possível, da visão bastante consolidada por experiências anteriores de que área é “multiplicação”, que área é “lado vezes lado”.

A forma de se encontrar a área não foi sugerida. A aplicação dessa atividade fora do laboratório levou o aluno a outro desafio: expressar significados percebidos com geometria dinâmica de outra maneira, usando sua criatividade. Dewey (1959) argumenta que quando o aluno compreende é capaz de aplicar o conhecimento em outras situações, envolvendo-se em outros desafios. O fato de fazer a mesma decomposição sem o *software* é mais um teste dessa compreensão. Veja a figura 36 de CARC que remete a essa análise.

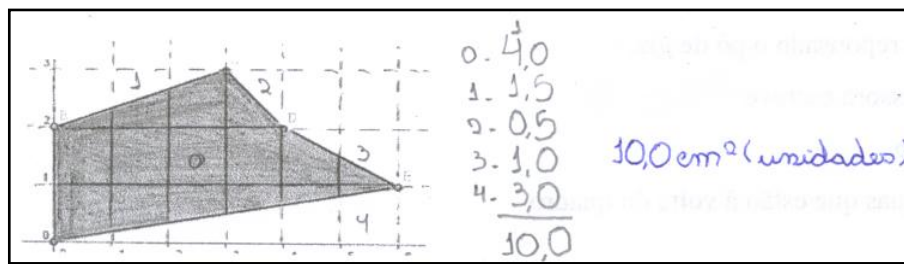


FIGURA 36: Desenho no teste final - questão 10 - área

Fonte: CARC

Esse desenho do aluno CARC evidencia que sua interpretação, para encontrar a área total, vem da decomposição da figura, conforme pesquisa de Facco (2003). Essa característica está evidenciada pelos números que utilizou para separar a figura em cinco partes, enumerando-as de 0 a 4. Entretanto, não deixa claro como concluiu a medida da área de cada pequena figura. Poderia tê-la obtido pela visualização sobre a malha, percebendo a quantidade de área em quadrinhos e partes de quadrinhos por simples contagem, ou por relacioná-la como parte de um retângulo maior (método empírico usado por professores para dedução da fórmula).

As figuras 37 e 38, a seguir, foram utilizadas para comparação entre o desenho da atividade 2, dupla LKDO-LSG, apresentando avanço dos significados, embasando-se no referencial teórico, ao observar o desenho do teste final de LKDO, já que este último teste foi individual. Vale ressaltar que o outro aluno da dupla (LSG), no teste final, também procura contar os quadrinhos da mesma forma que LKDO.

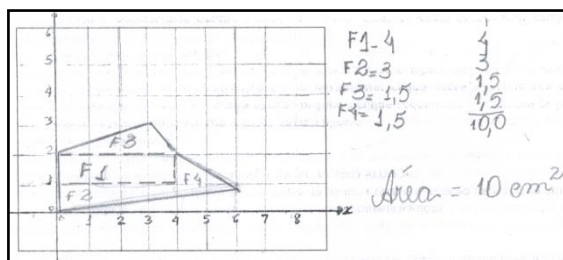


FIGURA 37: Atividade dinâmica 2

Fonte: LKDO e LSG

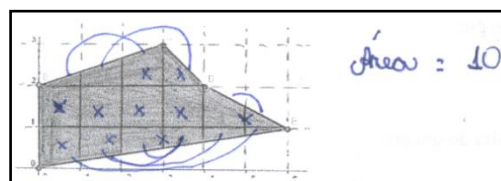


FIGURA 38: Teste final - questão 10

Fonte: LKDO



Na figura 37, atividade 2, a dupla LKDO e LSG tenta o cálculo por decomposição da figura. Entretanto, erra na visualização de “F3”, ao definir como 1,5 e não 2, como deveria, e “F4”, definido com 1,5 e não 1, como deveria.

A figura 38 mostra a obtenção da área por composição. É visível no desenho que o aluno procura identificar a área através de quadrinhos e partes de quadrinhos que se completam. Os arcos feitos pelo aluno, ligando duas partes de quadrinhos, mostram o procedimento e a forma como ele organizou seu pensamento. Identifica área como superfície e a associa à medida de grandeza “quadrinho”. Daí a necessidade do aluno em juntar quadrinhos para formar a área.

Comparando o trabalho executado nos dois desenhos, percebe-se que o aluno LKDO avança em termos de significados de medida. Na figura 38, consegue perceber metade de quadrinho em dois formatos distintos e os liga para formar a unidade, acertando a área, fazendo ligações significativas e corretas. Pode-se dizer que utiliza a definição expositiva de Dewey (1959) na significação de unidade de área (quadrinho), visitando ainda o conceito de área como superfície limitada pelos lados dos quadrinhos.

### 6.5.6 Avaliação da pesquisa pelos alunos

Nesse instrumento (APÊNDICE K) foram encaminhadas 7 perguntas que exploram especialmente a utilização do *software* de geometria dinâmica e aproximação dos conceitos com situações cotidianas. Em algumas questões, descrevemos os resultados de forma agrupada; em outras, transcrevemos as redações dos alunos. Nos casos em que algumas respostas foram selecionadas, tem-se o único propósito de apresentar para discussão fatos relevantes diante do objetivo deste trabalho. Referente ao objetivo das atividades em termos de significação dos conceitos de perímetro e área,

algumas afirmações de alunos chama a atenção pela simplicidade, espontaneidade, mas, sobretudo, pelo que representa em relação à pesquisa.

- **Questão 3 - Depois da pesquisa, houve alterações na sua forma de interpretar área e perímetro?**

PPC - *Antes não sabia por que na área só multiplicava dois lados. Agora sei calcular melhor a área.*

Esse aluno dá indicativos de que conhecia a fórmula da área do retângulo e não sabia por que a usava. Não expressa até que ponto conseguiu compreender e de que forma, mas sinaliza que antes se prendia mais ao significado abstrato do conceito, de acordo com Dewey (1959). A expressão “*agora sei calcular melhor a área*” pode estar associada a significados obtidos pelo trabalho de extensão do conceito.

- **Questão 4 - O fato de utilizar objetos da sala ou fazer referências a outros objetos próximos do cotidiano para dar significado aos dois conceitos ajudou no seu entendimento?**

30 alunos - Sim      1 aluno - Não

LCMM - *Pois confundia área e perímetro, agora não os confundo mais.*

TGS - *Pois com objetos sabemos a real área e perímetro deles.*

AMM - *Ajudou-nos a entender melhor e também visualizar melhor.*

O aluno que responde “não” esclarece ao pesquisador que já tinha, em sua opinião, conhecimento suficiente sobre os conceitos perímetro e área. Os demais alunos apontam como importante a associação dos conceitos a objetos, figuras (definição expositiva) e ou situações do dia a dia (experiências) para melhor compreensão. O aluno AMM aponta a “visualização”, na tela do computador, como ponto positivo. Vai ao encontro do que já referenciou Gravina (2001) sobre visualização. O aluno TGS, ao expressar “*pois com objetos sabemos a real área e perímetro deles*”, aponta indício de que pelas representações particulares (extensão), o conceito tornou-se menos abstrato.

- **Questão 5 - Você acha que as atividades com o GeoGebra favoreceram as reflexões em relação aos conteúdos perímetro e área?**

30 Alunos - Sim      1 Aluno - Não



IBS - *Quando movemos a figura para chegar até a área desejada, quando ele mede a área para a gente.*

GLAS - *Pois vendo a figura já dá para imaginar como é que vamos fazer.*

AMM - *Pois nos ajudava a contar melhor e aprender melhor a usar o perímetro e a área.*

CARR - *Fazemos o desenho mais rápido e não precisamos fazer conta para achar a área, lá é só clicar e pronto, achei a área.*

BRML - *Fazendo figuras e usando a área e o perímetro.*

As expressões utilizadas pelos alunos (movendo, mede, vendo, contar, mais rápido e figura) apontam recursos da geometria dinâmica. Traduzem utilidades desse recurso no processo de ensino e aprendizagem de geometria, conforme relatado por Gravina (2001).

O aluno CARC escreve “*Fez com que eu pensasse melhor e da mesma maneira me ajudou a solucionar os problemas, melhorando assim minha compreensão em relação a perímetro e área*”. Como essa citação do aluno foi movida pela questão 5, pode-se interpretá-la como evidência da importância do *software*, fazendo um vaivém entre o abstrato (conceito) e o concreto (representações na tela) próximo da interpretação de Gravina (2001) para concreto-abstrato. Aparece ainda informação do aluno, a respeito do pensamento, que pode ter sido induzida pela questão.

- **Questão 7 - Descreva quais seriam as vantagens e desvantagens de se utilizar o *software* para ensinar conteúdos de geometria.**

Sobre as vantagens, alguns alunos dos 31 que responderam, descreveram mais de uma. Já sobre as desvantagens, apenas 12 alunos se manifestaram. As respostas livres foram categorizadas e são apresentadas nos gráficos 4 e 5.

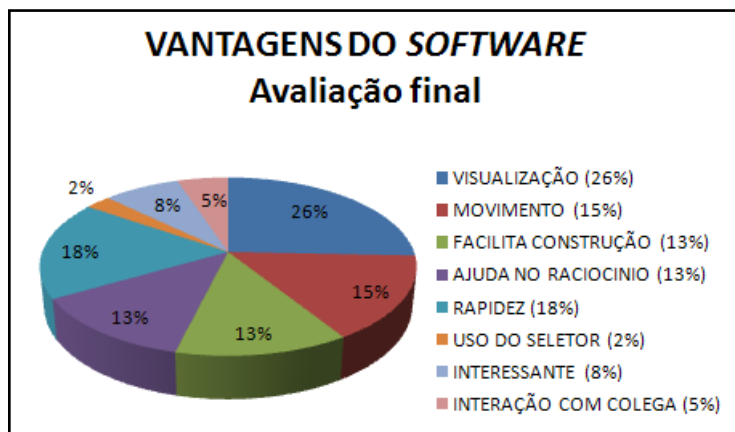


GRÁFICO 4 - Vantagens do *software* – Avaliação  
Fonte: Respostas dos alunos categorizadas

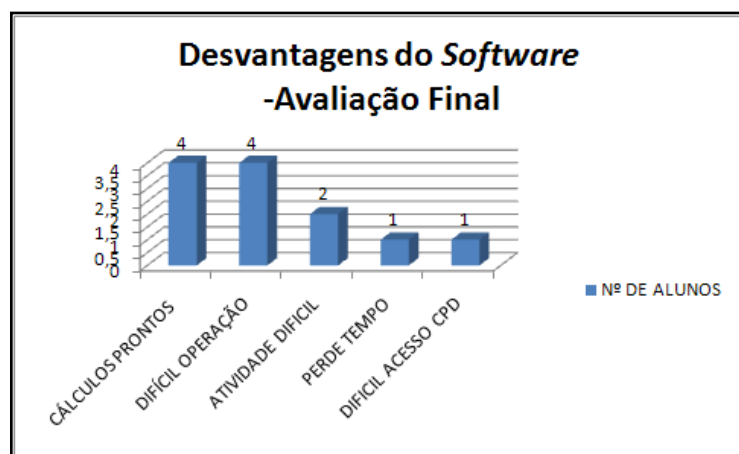


GRÁFICO 5 - Desvantagens do *software* - Avaliação  
Fonte: Respostas dos alunos categorizadas

Merece destaque a visualização, rapidez das construções e o movimento provocado às figuras. Os alunos citam as vantagens do *software*, assim descritas: o desenho melhor construído, mais fácil de visualizar, maior rapidez ao se construir, perfeição das construções, o movimento provocado pelos seletores *etc.* Os seletores permitem observar duas ou mais situações em curto espaço de tempo e permitem conjecturas simultâneas. A variedade de formas obtidas nas construções rápidas permite usar os conceitos com maior frequência.

A desvantagem sobre os cálculos prontos refere-se à ferramenta área e comprimento do *software*. Para determinadas atividades, sugerimos o uso dessas ferramentas. Alguns poucos alunos não julgaram esses recursos como facilitadores apropriados, alegando que não teriam o que fazer. Não tivemos oportunidade de

estabelecer um diálogo com esses alunos para verificar se tinham compreensão dos conceitos formalizada ou se simplesmente insistiam na associação dos conceitos a fórmulas para cálculo sem muita compreensão do que faziam, presos a memorização. O objetivo da pesquisa não era o cálculo, mas a significação do conceito através de casos particulares (extensão), podendo surgir até mesmo das unidades de grandezas diversas, fato pelo qual não foram apresentadas medidas e unidades de medidas padrão. Assim, julgamos a argumentação da desvantagem pouco relevante.

## **6.6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Propomo-nos a avaliar o alcance da pesquisa, relacionando-a com aspectos básicos em relação ao objetivo de atribuição de significados aos conceitos, a capacidade de interação do pesquisador com a teoria de Dewey (1959 - 1979), aproximando tanto quanto possível as atividades e sua condução do pensamento reflexivo, e o alcance das atividades dinâmicas no processo de ensino e aprendizagem, voltando-se a aspectos já defendidos por Gravina. As definições apresentadas por Dewey (1959) (denotativa, expositiva e científica) são abordadas como indicativo à produção de significados. Referenciamos ainda as classificações que distinguem os significados dos conceitos de perímetro e área, apontadas por Baltar (1996) (topológica, dimensional, computacional e variacional). Os conceitos, utilizados como instrumentos, caracterizam-se como “intensão”, ou seja, a definição científica. A “extensão”, caracterizada como a representação dos conceitos em casos particulares, evidencia-se pelas atividades dinâmicas, representação de situações-problema elaboradas na tela do computador para significação do conceito. O uso do conceito, defendido por Dewey (1959), estende-se num processo de vaivém entre a definição do conceito e o empenho por significados nas representações sugeridas.

### **6.6.1 A premissa do pensamento reflexivo**

Reportamos à proposta do pensamento reflexivo para condução da análise. Dewey (1959) o apresenta como uma das formas de se conduzir o pensamento. Propõe que essa forma de pensamento seja guiada por cinco fases que a caracterizam: sugestão, intelectualização, hipótese, raciocínio e verificação. Ao propor as fases, Dewey estabelece uma sequência norteadora, segundo a qual ocorre o pensamento e a significação. A atribuição de significados é o caminho para a compreensão dos conceitos. Segundo Dewey (1959), os significados podem surgir num processo de extensão do conceito através da experimentação em situações particulares. Os conceitos abstratos vão se tornando concretos para o aluno pelo que passam a representar, pelos significados que vão sendo atribuídos. Para Dewey (1959), materializar um conceito é promover essa transição do abstrato para o concreto, que pode acontecer pela aproximação dos conceitos com experiências prévias e situações vivenciadas pelo aluno.

As atividades da pesquisa se fundamentaram nesta lógica: Os alunos já tinham um contato inicial com os conceitos de perímetro e área, e trabalharam as atividades fazendo

uso desses conceitos. As situações particulares para a extensão do conceito foram desenvolvidas e experimentadas na sala e no laboratório com as atividades dinâmicas.

Entre as atividades, destaca-se a desenvolvida com jornal no chão. Ao recortar e colar o jornal de um metro quadrado, o aluno usa o conceito de área, dando-lhe significados pela representação da área como superfície coberta pelo jornal, e trabalha a área como grandeza, ao utilizar um metro quadrado de jornal para identificar certa superfície da sala. O aluno faz uma aproximação da definição de área e área como grandeza, aplicada à situação particular da representação com o jornal. Essa atividade se apresenta ainda como uma situação prévia às atividades do laboratório, onde a unidade de grandeza passa a ser vista especialmente pela área de um quadrinho, definido pela malha. Procuramos, nessa atividade do jornal, estimular a reflexão sobre a área destinada a cada aluno (um metro quadrado). Essa situação retrata o conforto ou desconforto a que se submete o aluno, despertando seu interesse. Vai ao encontro da proposta do pensamento reflexivo de aproximar o conceito abstrato de área a situações experimentadas pelo aluno em seu cotidiano: a área mínima de um metro quadrado para cada aluno, tomada como regra para ocupação da sala de aula, instiga a significação do conceito de grandeza sobre dada superfície (a sala de aula).

Os significados por eles construídos podem materializar os conceitos e consolidar suas crenças de tal forma que estabelecerão relações apropriadas entre esses e outros fatos em que possam associá-los. Concordamos com Dewey (1959), ao afirmar que de nada adiantarão experiências que não consigam ampliar significados, melhorar a compreensão para ações futuras.

Destacamos o alcance das fases do pensamento reflexivo na pesquisa como um todo. A sugestão, intelectualização e hipótese são etapas que surgem a partir da proposição de uma situação cotidiana, posta para o aluno. Na situação apresentada, as descrições dos alunos na folha, sobre questões exploratórias, apontam essas três fases. Nota-se que conseguem identificar a situação a ser resolvida, embora, em alguns casos, e para alguns alunos, tenha o pesquisador feito algum atendimento individual. As questões exploratórias encaminhadas no laboratório contribuíram para que os alunos vivenciassem essas fases. Entretanto, apesar dessas questões em que o aluno é levado a descrever as etapas de sua construção e, ainda, dos questionamentos do pesquisador que foram anotados, os dados apresentados pelos alunos na pesquisa foram insuficientes para evidenciar todas as fases do pensamento reflexivo. Relata-se a dificuldade em obter informações que apontam a fase do

raciocínio, pela forma como foram obtidos os dados. Nessa pesquisa, a etapa da construção das figuras, reflexão, diálogo entre colegas, questionamentos dos alunos ao professor para possível tomada de decisão, caracterizam a fase do raciocínio.

Cabe relatar a importância do trabalho em dupla ou grupo de alunos, favorecendo a discussão e propiciando desenvolvimento do pensamento. Dewey (1959) afirma que o significado se estabelece em uma relação entre ação e sua consequência. A ação, no plano da coletividade, torna-se mais aparente. A criatividade se estampa na completude de ideias compartilhadas entre os alunos, por exemplo, quando produzem uma letra “O” com perfeita simetria e se vangloriam por essa construção. Ações formuladas e encaminhadas criam o ambiente para observação do que está acontecendo após a ação - a consequência. O exercício de trabalhar com as figuras no *GeoGebra*, observando o que acontece a cada etapa, com base em uma hipótese formulada sobre determinado problema, caracteriza o que Dewey (1979) chama ação-consequência.

O teste inicial representou o nível de significação dos alunos com base em experiências prévias, que provêm do trabalho com perímetro e área em séries anteriores. Notamos acentuada relação feita pelos alunos entre os conceitos e fórmulas para o cálculo, especialmente em relação ao conceito de área, quando definem que a área pode ser obtida “*multiplicando lado x lado*”. Os alunos pareceram bastante focados nas definições e nas figuras retangulares ao fazerem o cálculo da área. Isso remete ao trabalho desenvolvido na sala de aula que se acentua, normalmente, sobre essas figuras. No teste inicial, procuramos observar os significados que os alunos atribuíam aos conceitos e as características que usavam para diferenciá-los. Foram utilizadas as categorias de Baltar (1996, apud Baldini, 2004) que distinguem os conceitos perímetro e área, para interpretar características apontadas pelos alunos. Aparece com maior frequência, nesse teste, o significado computacional que se relaciona com a forma distinta do cálculo de perímetro e área, em termos de grandeza, seguido pelo significado topológico, por observação mais direta dos conceitos nas extensões (representação em situações particulares).

Trabalhando isoladamente o conceito de perímetro ou de área, com a evolução dos trabalhos no laboratório, a definição expositiva dos conceitos foi-se destacando entre as definições apontadas por Dewey (1959), conforme citado a cada dado levantado. Isso é visto com naturalidade, pois, essa definição não se prende aos órgãos do sentido humano. Está vinculada à exposição e observação do objeto ou figura. Por outro lado, esse tipo de definição está aquém de relações mais profundas, que emanam do conhecimento científico

acerca do conteúdo, por exemplo, quando se trabalha a relação entre perímetro e área de um retângulo, como na atividade dinâmica 3. Contextualizada com a horta da escola, essa atividade evidencia significados que caracterizam cada conceito. Remonta relações que se estabelecem pelas características dos conceitos de forma concreta, referindo-se à situação-problema e, além disso, quando o aluno passa a descrever a relação usando propriedades e definição dos conceitos mais próximo da linguagem científica.

Apresentamos indícios de evolução, diante do objetivo da atribuição de significados, comparando os dados do teste inicial, uma atividade e teste final, observando o aluno LSG, no quadro 10, sobre o conceito de perímetro, e no quadro 11, sobre o conceito de área.

QUADRO 10 : Comparativo - conceito de perímetro – significados			
Expressões apresentadas pelo aluno LSG			
Teste inicial		Atividade dinâmica 3	Teste final
<i>No cálculo dos lados de alguma forma (p. 99)</i>	⇒	<i>No espaço que as placas ocupam (p. 114) (referindo-se a placas em volta da horta)</i>	⇒ <i>O contorno de objetos e coisas. Ex. moldura (p. 126) (referindo-se à moldura do quadro)</i>
Fundamentação teórica do pesquisador			
<i>Utilização de significado computacional - Baltar (1996) - Tendência por cálculos (fórmulas)</i>	⇒	<i>Utilização do significado topológico de Baltar (1996) - Voltando-se para a representação do conceito nos objetos – Ausência de significado computacional que aproxima das fórmulas</i>	⇒ <i>Utilização do significado topológico de Baltar (1996); definição expositiva - Dewey (1959) - aproximando o conceito dos objetos; aproximação com a definição do conceito por Lima (1985)</i>

QUADRO 11 : Comparativo - conceito de área – significados			
Expressões apresentadas pelo aluno LSG			
Teste inicial		Atividade dinâmica 3	Teste final
<i>No cálculo da área interna de alguma forma (p. 101)</i>	⇒	<i>O espaço utilizado para as plantações (p. 114)</i>	⇒ <i>O espaço contido dentro do contorno. Ex. uma foto (p. 126)</i>
Fundamentação teórica observada pelo pesquisador			
<i>Significado computacional (cálculo) e significado topológico discreto (interna) Baltar (1996)</i>	⇒	<i>Utiliza da significação topológica Baltar (1996), ao representar o conceito pela superfície da plantação.</i>	⇒ <i>Significação topológica - Baltar (1996); definição expositiva de Dewey (1959), referindo-se ao objeto foto; utiliza o conceito definido por Lima (1985), ao citar superfície dentro do contorno.</i>

A significação topológica, que caracteriza a diferenciação por serem objetos distintos perímetro (contorno) e área (superfície), vinculada a características próprias da definição, acentua-se nas atividades de laboratório e no teste final que procuram pela atribuição de significados sem se preocupar com fórmulas e com unidade de medida. A definição expositiva destaca-se entre as definições apresentadas por Dewey (1959), apontada na representação dos conceitos vinculados aos objetos ou figuras.

### **6.6.2 O alcance da geometria dinâmica**

Em outra vertente, avaliamos contribuições da geometria dinâmica à atribuição de significados, do ponto de vista do alcance das atividades, particularidades apresentadas pela extensão dos conceitos, aplicabilidade e forma de apropriação. Propõe-se ressaltar pontos positivos dessa experiência e, ainda, referenciar possíveis limitações da pesquisa que poderão ser trabalhadas, em outro momento, visando a aproveitar o recurso dentro dessa perspectiva.

O aluno, conforme relata Dewey (1959), vai ter interesse, quando a experiência for significativa para ele. Portanto, terá interesse em aprender matemática, usando o computador, quando perceber maior facilidade ao se envolver com esse recurso. Assim o computador passa a ser interessante do ponto de vista do ensino e aprendizagem. Os alunos mostraram interesse em desenvolver o trabalho no computador, por perceber que ali poderiam superar o desafio de cada situação-problema, entre elas: a medida do comprimento do quadro, relacionada ao perímetro; a cerca de uma horta com área definida, levando à economia, relacionando o perímetro à área; o desafio de se construir as letras iniciais do nome da escola com área determinada. A representação dinâmica pode ser vista como uma espécie de materialização do conceito com base em Gravina (2001) e em nossa interpretação de que materializar é representar por meio de figuras, objetos ou situações.

A primeira atividade dinâmica envolve especificamente a definição de perímetro como contorno de um objeto (o quadro). Da geometria dinâmica, aproveitou-se o recurso oferecido pelo seletor (FIG. 39 e 40). Vinculados aos vértices da figura que representou o quadro, os seletores possibilitaram o movimento. Os alunos observaram representações diversas da figura associada ao quadro. Trabalharam o conceito de perímetro usando o contorno do quadro, as medidas do comprimento e da altura do contorno da figura.



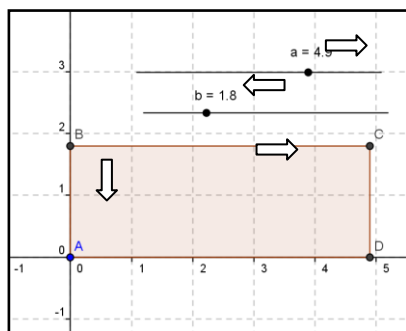


FIGURA 39: Imagem atividade 1  
perímetro qualquer

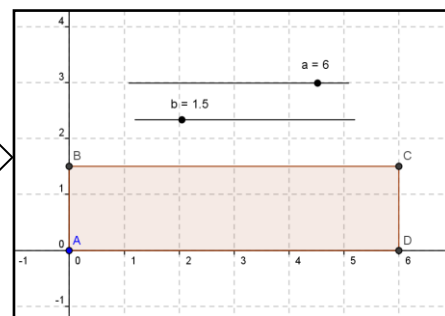


FIGURA 40: Imagem atividade 1  
perímetro 15 unidades

As representações possibilitaram ao aluno significar perímetro naquela situação. Essa aplicação torna o conceito de perímetro menos abstrato para o aluno e viabiliza a extensão do conceito para aplicações futuras. Cabe destacar a definição de perímetro como grandeza e associá-la à geometria dinâmica. Nessa atividade, o aluno não teve informações do recurso perímetro do *GeoGebra* e o trabalho de reconhecimento do perímetro do quadro foi interpretado pelo reconhecimento do número de quadrinhos, em dimensão linear, à volta da figura. Procura-se, dessa forma, desvincular-se das fórmulas, evitando medidas de comprimento tradicionais (metro, centímetros). Isso leva o aluno a perceber que, em diferentes situações, poderá ter diferentes unidades de medida, estabelecidas por situações diversas, com as quais deverá ser capaz de lidar, tendo em vista o alcance de uma significação geral, que ele atribui às unidades de medidas de área e perímetro.

Das atividades envolvendo o conceito de área, destaca-se a última, com as letras do nome da escola. Ao desenvolverem essa quinta atividade dinâmica, os alunos já contavam com a experiência do manuseio do *software*. Instrumentos como o recurso do uso da malha, a referência de unidade de área, o conceito de área eram mais familiares para o aluno. A segunda atividade, que tratou da decomposição, foi uma experiência prévia. Aqui o aluno é levado a compor a letra com 24 unidades de área. Permitiu-se que os alunos utilizassem o comando área do *software*. Ao trabalhar com a construção da letra, leva-se o aluno a interpretar o conceito de área naquela figura. Observa-se o contorno que limita a área e o colorido que a define associado à medida. As figuras 41 e 42 ilustram o movimento executado no *GeoGebra*.

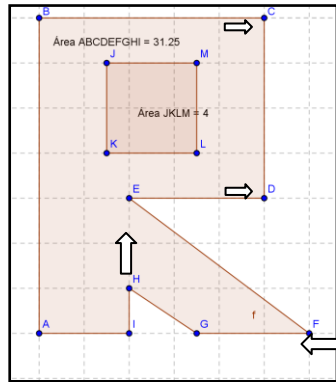


FIGURA 41: Imagem R com área 27,25 unidades quadradas

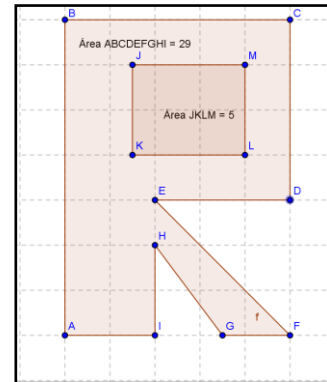
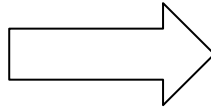


FIGURA 42: Imagem R com área 24 unidades quadradas

Podemos destacar a precisão da construção do desenho, facilidade de deslocar um ponto da letra, apresentando novo formato e nova área rapidamente. A observação da área pela malha ou pelo comando área, o destaque em cor diferenciada que mostra com nitidez cada letra retratam a “versatilização” e “exteriorização”, descritas por Gravina (2001). Apropriando-se dos termos citados por essa pesquisadora no que se refere à *geometria dinâmica*, diante das atividades, apontamos características de:

- a) versatilização: construção de polígonos regulares e irregulares através dos ícones de comandos presentes na tela, possibilidade da utilização dos comandos de medida de área e perímetro verificando de forma rápida a nova medida diante do movimento das figuras provocado pelo seletor, possibilidade de utilizar a janela de álgebra, alteração da escala dos dois eixos e o recurso da malha como unidade de medida de área e perímetro;
- b) exteriorização: a qualidade visual dos polígonos sobre a malha, a representação precisa das figuras, visualização de mais de um polígono, destacados por cores, possibilidade de verificar a medida de área e perímetro simultaneamente na tela, utilização da malha como recurso para visualizar a área de forma significativa, tomando o quadrinho como unidade de medida, a possibilidade de visualizar simultaneamente a mudanças dos lados de um polígono, sua área e seu perímetro encaminhando a discussão dos alunos.

Retomamos aqui algumas pesquisas relatadas que envolveram os mesmos conceitos. Em sua pesquisa, Secco (2007) aplicou atividades em três etapas: atividades com material manipulável para validação empírica, atividades com *software*, validadas em construções geométricas, e atividades dedutivas para introdução das fórmulas de cálculo de

área. Faz um trabalho visando ao progresso da passagem da linguagem informal para a linguagem matemática formalizada. Essa pesquisa tem outra vertente: aborda os conceitos como instrumentos, numa proposta que parte do formal (conceito como definição-intensão) e vai para a extensão do formal nos casos particulares (representação da área na letra), concluindo que contribuiu para a produção de significados para os conceitos. Das definições de Dewey (1959) que apontam significados, a definição expositiva acentua-se nas atividades pela capacidade de levar o aluno a perceber significados do conceito na observação da figura, e por referenciar os conceitos nessas situações particulares, descrevendo essa sua observação.

Baldini (2004) aponta que trabalhar área sobre dois aspectos - geométricos e numéricos - pode ser mais significativo para o aluno. Desprezando o uso de fórmulas ou demonstrações, nesta pesquisa, utilizamos esses dois aspectos mencionados por Baldini. Os cálculos estão associados à visualização, por meio dos recursos como a malha e comandos área e perímetro. Já o aspecto geométrico foi observado pela construção das figuras e objetos, pela relação estabelecida com outros objetos do cotidiano, através da situação-problema, decomposição e composição, relacionando mais de uma figura, condicionadas à observação e à interpretação dos alunos.

Por fim, avaliamos como positivos os sinais que são apontados pelos alunos como forma de ressignificação dos dois conceitos. A pesquisa acentua-se no desenvolvimento das atividades, envolvendo o conceito de área, que se destaca especialmente pela atividade com as letras da escola. A proposta de se trabalhar extensão para a compreensão dos conceitos pode ser estendida para outros tópicos da geometria, e até mesmo da álgebra, como caminho para significar e aplicar os conceitos em situações diversas que se processam em ambientes da sala de aula ou da vivência diária.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

*“A verdade, porém, é que a síntese tem lugar cada vez que apreendemos a ligação dos fatos com uma conclusão, ou de um princípio com os fatos.” (DEWEY, 1959, p. 133)*

Discutir a utilização de *software* de geometria dinâmica para o ensino e a aprendizagem envolve discutir objetivos e metodologias para empregá-lo como instrumento didático e, ainda, discutir esse recurso frente a outros recursos e experiências que normalmente têm acompanhado o trabalho do professor.

O ensino e aprendizagem de matemática carecem de informações consistentes, instruindo o trabalho pedagógico. Prevalendo os significados, espera-se conseguir maior aplicação por maior aproximação dos conceitos, em especial, da geometria com o cotidiano. Não conseguindo perceber a utilidade, o aluno ficará a indagar o porquê de tantos cálculos e fórmulas.

Os recursos tecnológicos, bem como o uso de computadores na condução de atividades visando à aprendizagem, começam a ganhar força nas escolas públicas. Entretanto, problemas ligados à falta de profissionais, técnicos especializados, segurança nas escolas e falta de capacitação são fatores que podem retardar ou inibir essa prática. As pesquisas encaminhadas nessa linha tendem a minimizar alguns desses problemas e propiciar a utilização desses recursos.

A pesquisa objetivou que o aluno atribuísse significados aos conceitos. Isso é uma preocupação diante da forma como ainda são vistas a maioria das aulas de matemática e o processo de ensino e aprendizagem. Espera-se que prevaleça significar para compreender. Isso demanda uma mudança de postura do professor, planejando ações que persigam esses objetivos.

Ao longo deste trabalho, procuramos estabelecer uma concepção para o pensamento reflexivo, proposto como referência para a prática pedagógica, através da elaboração, implementação e análise de atividades com geometria dinâmica. Apresentamos uma vertente para a utilização da informática, com o propósito de verificar se o conjunto de atividades elaboradas e aplicadas verdadeiramente contribuía para a atribuição de significados aos dois conceitos de perímetro e área pelos alunos. É importante que o professor tenha um olhar teórico, uma vez que os aspectos pedagógicos do processo de elaboração, manipulação e validação precisam ser

direcionados à luz de uma teoria. O pensamento reflexivo do aluno era uma das metas deste estudo. Não é uma tarefa fácil conseguir que o aluno verdadeiramente pense, afirma John Dewey (1959). Entretanto, esse tipo de pensamento pode desencadear na compreensão e sugerir que seja perseguido pelos educadores.

Os registros dos alunos sinalizam um crescente sobre a proposta de compreensão dos conceitos. Com naturalidade, marca-se a viabilidade do computador como instrumento didático no trabalho com a geometria. O educador pode elaborar e testar atividades concebidas à luz de referencial bem fundamentado, como o pensamento reflexivo proposto aqui. Convém notar que o pensamento reflexivo trata de pensar o porquê dos resultados sobre dada ação. Requer uma cadeia de ideias, e não uma espécie de “tentativa e erro”. O *software* pode facilitar o comportamento de tentativa e erro, e assim, poder-se-ia antecipar que indícios de pensamento reflexivo são difíceis de notar nas atividades.

Utilizar o pensamento reflexivo, segundo Dewey (1959), exige aproximação do conteúdo escolar com situações já experimentadas pelo aluno. Entretanto, como acontece na maioria das escolas, as turmas são muito heterogêneas. Assim era a turma da pesquisa, conforme se pode perceber pelo questionário socioeconômico e cultural (crianças que gostam das mais diversas atividades culturais e atividades de entretenimento). Foi um desafio produzir atividades próximas das experiências dos alunos, que lhes fossem interessantes, o que não se garante para a totalidade dos alunos.

Buscou-se promover a interação com situações experimentadas e com fatos e/ou objetos próximos do cotidiano. Destacam-se nas atividades a relação de perímetro com o quadro da sala de aula, a relação perímetro e área com a horta, para plantio de hortaliças, e o trabalho com as letras iniciais da escola, em comemoração ao seu centenário. Foram situações construídas com intuito de promover extensão do conceito e provocar o interesse do aluno.

Dewey (1959) aponta o desafio como motivador do pensamento. As situações que envolvem as atividades do laboratório trazem uma situação-problema, com o propósito de que se estabeleça como desafio para o aluno e promova a inquirição, a procura.

Diante da indisposição de alguns alunos em desenvolver seu pensamento consistente sobre determinadas questões, é preciso repensar as atividades, considerando a turma, grau de maturidade, particularidades de cada sala de aula. Contribuições importantes foram sugeridas para o alcance das atividades. É preciso que o problema seja, tanto quanto possível, familiar para o aluno e que contenha um desafio instigante. Funcionará como motivador da tarefa para ele. A relação entre a atividade de representação dinâmica e uma situação do cotidiano pode ser estabelecida e estimulada pelo professor. É o que denominamos contextualização dos conceitos.

Neste estudo, a elaboração das atividades se constituiu como um desafio. Pela experiência de 20 anos em sala de aula, às vezes, em uma ou outra atividade, o pesquisador deixa-se levar por aspectos tradicionais. Pode-se mencionar, por exemplo, o fato de usar a palavra “conteúdo”, na questão três do trabalho com a trena na sala de aula, quando poderia ter utilizado o termo “conceito”, um termo menos comum. Algumas observações dessa natureza podem ser reparadas para possível aplicação das atividades no futuro. Nesta lógica, deve-se cuidar no trato com a fala coloquial. Da mesma forma que o aluno utiliza expressões, aparentemente, caracterizadas como erros matemáticos ao descrever os conceitos, a linguagem coloquial do profissional pode desvirtuar os significados.

A pesquisa pode contribuir com o trabalho da escola, especialmente em geometria. Essa experiência despertou o interesse da professora titular, que nunca antes havia levado uma turma ao laboratório para a utilização dos recursos tecnológicos. Hoje se sente mais segura em trabalhar, pelo menos com esses conceitos de perímetro e área, na sala de informática. Está convencida de que o recurso recupera o interesse, contribui com o processo de ensino e aprendizagem e, para muitos, recupera a autoestima. Tanto os alunos como a professora, depois do trabalho encaminhado, julgam o *software* viável e fácil de manusear. Assim relatou a professora da turma. A qualidade dinâmica do *software* complementa outros recursos que possuem um formato estático, como desenhos em livros-texto e geoplano. A escolha de recursos metodológicos deve levar em conta o público-alvo.

Veem-se aspectos que diferem o *GeoGebra* de outros recursos, como o geoplano. No *software*, é possível conseguir o movimento (seletor ou comando mover) e grifo das figuras (um polígono sobre outro), recursos especiais, como o comando área

e perímetro (cálculo) em certas atividades, a capacidade de fazer, refazer e desfazer figuras rapidamente, o movimento rápido da figura, permitindo nova visualização para conjecturas, e a precisão dos desenhos na tela.

Na perspectiva de criar um ambiente diferenciado daqueles já utilizados para o ensino de perímetro e área na sala de aula, pode-se trabalhar prioritariamente com objetos que não tenham formas retangulares, como proposto na última atividade com as letras. Entretanto, isso não minimiza os alcances da pesquisa por ter-se identificado, ainda que pelos retângulos em algumas atividades, uma forma alternativa de representação, observação e discussão dos conceitos (tratando área como um conjunto de quadrinhos sobre a malha) para sua significação. A exibição dos eixos “X” e “Y” não é necessária para a realização das atividades, podendo ocultá-los para a caracterização do ambiente.

É possível executar atividades com desenhos livres, buscando trabalhar com a ideia de área aproximada por falta, dentro das definições de Lima (1985), utilizando visualização de quadrinhos e parte de quadrinhos sobre a malha ou comando área do *GeoGebra*.

Para o campo científico, fica mais um indicativo de que a utilização dos *softwares* no processo de ensino e aprendizagem deve continuar sendo alvo de outras investigações. Tantos outros conceitos de geometria poderão ser testados, em estudos que associem a teoria do pensamento reflexivo com a geometria dinâmica. Contrariando a proposta de utilizar a tecnologia para desenvolver atividades pré-elaboradas como receitas a serem seguidas, propomos estudos que levem à elaboração de atividades que possibilitem a reflexão do educando, por meio de seu envolvimento em um desafio contextualizado, capaz de permitir aproximação dos conceitos com o mundo, atribuindo significados que levem à estabilização desses conceitos pela sua compreensão e os façam menos abstratos, permitindo-se outras aplicações.

Dos pressupostos teóricos experimentados na pesquisa, podem-se destacar alguns elementos para se conseguir avançar, os quais, acreditamos, contribuirão na melhoria do ensino de matemática, especialmente de geometria:

- a) a contextualização das atividades - ao propormos uma situação-problema, procuramos uma aproximação do conteúdo com outros fatos, experiências já

vivenciadas que podem aumentar o grau de importância dado pelo aluno àquele conceito. A contextualização pode ser apresentada como elemento motivador, pela aproximação com o cotidiano e pela existência de um desafio a ser superado pelo aluno;

b) a busca da reflexão - o processo ensino e aprendizagem deve se direcionar para a autocrítica, pensamento reflexivo, discussão entre os pares, inquietação diante das teorias. Evitar a memorização automática, em prol de maior compreensão e possível significação dos conceitos. Assume-se isso como um desafio;

c) o papel do professor - reforça-se a importância do educador movido por estratégias fundamentadas em teorias que educam como o pensamento reflexivo. Deve-se adotar uma postura de questionador, mediador, à procura das reflexões do educando. Não é se mostrar frágil nem vulgarizar os conceitos, mas persistir na necessidade da informação, da evolução intelectual, sem se prender à postura de que toda informação, toda a teoria de que se necessita já foi criada e resta ao aluno arquivá-la. Num processo de compreensão o aluno poderá recriar;

d) ambientes de aprendizagem - os recursos didáticos, entre eles, os *softwares* de geometria dinâmica, apontam caminhos para a condução prática e precisam ser utilizados para o que denominamos materialização dos conceitos. Acredita-se que a compreensão está intimamente relacionada com o conjunto de significados que vão se formando por essas relações estabelecidas na utilização dos conceitos, em experiências práticas;

e) as atividades - pode-se afirmar que elaborar atividades interessantes para o aluno, que o estimulem à compreensão, que fundamentem a crença por refletir e buscar entendimento, que constituam um desafio diante da geometria dinâmica, não é tarefa fácil. É um processo em construção. As atividades aqui contidas foram elaboradas e experimentadas nesse trabalho. Nada impede que sejam aplicadas, melhoradas, refinadas ou recriadas, buscando melhorar o processo de ensino e aprendizagem;

f) a compreensão dos significados pelo uso - conforme defende John Dewey (1959), um conceito passa a ter sentido para o educando quando ele consegue



utilizá-lo em situações diversas, experimentar uma relação do conceito abstrato com o objeto, com uma situação mais próxima de si e de seu domínio, associar o conceito a diferentes situações e perceber que permanece o mesmo. Passa a ser algo estabilizado e possível de se distinguir em qualquer situação. Apresentou-se proposta de extensão do conceito em particularidades visando à compreensão.

Ao pensar a compreensão do conceito pelo uso é preciso, antes, o conhecimento do conceito. A proposta aqui apresentada redundando na utilização dos conceitos em uma atividade prática diferenciada, associando-os a um contexto que possa se aproximar de experiência que o aluno já possua e, assim, conseguir a compreensão por meio de significados por ele atribuídos.

Abre-se aqui uma vertente do processo de ensino e aprendizagem, caracterizada pela aproximação dos conceitos a situações diversas. Na introdução deste trabalho, abordamos essa carência da aproximação dos conceitos abstratos com a vida, em seus diferentes espaços de convivência. A aplicação prática dos conceitos na educação é uma necessidade. Pode parecer difícil, diante da complexidade dos conceitos e nível da turma, ou pela limitação teórica em que se encontram parte dos educadores. Entende-se que demanda um conhecimento em um nível superior àquele que se deseja discutir com o aluno. Nesse sentido, a experimentação de situações, como as apresentadas nesta pesquisa, pode funcionar como impulso para a criatividade do educador.

Evidências persistem: o conceito precisa ser trabalhado para a produção de significados, o que se dará com as múltiplas experiências. A prática pedagógica cumprirá seu papel, quando for capaz de contribuir para a reflexão, postura irrequieta do aluno e conseguir uma aproximação entre conceitos e significados. Nesse sentido, afirma Dewey que

se as significações de uma série de experiências se tornarem suficientemente claras para servirem de princípio ao agrupamento dessas experiências em suas mútuas relações, tornar-se-á essa série de particulares uma ciência; isto é, a definição e a classificação são a marca de uma ciência, [...] (DEWEY, 1959, p. 162)

Grandiosa é a arte de ensinar. Esperamos contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. Pressupostos poderão se constituir, no futuro, em outras investigações, norteados pela compreensão dos conceitos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acesso a pagina: <http://www.curriculosemfronteiras.org/classicos/teiapple.pdf> em novembro de 2010,19h.

Acesso a pagina: <http://revistaescola.abril.com.br/historia/pratica-pedagogica/lev-vygotsky-teorico-423354.shtml> em 18 de novembro de 2010, 18 h.

Acesso à página: <http://www.ufpa.br/eduquim/construtquestoes.htm> em 18 de novembro de 2010, 18 h

AZÊVEDO, Ivanilka Lima. **Geometrizando no segundo ciclo:** Relato de intervenção pedagógica voltada à construção de conceitos geométricos no ensino fundamental- Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2005.

BALTAR, Paula Moreira. Tese de Doutorado. “**Enseignement et apprentissage de la notion d`aire de surface planes: Une etude de l`dissociation aire/perimetre pour des rectangles.** Petit X, n° 34. PP. 5-29, 1996.

BANDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do Conceito de Área e Perímetro: Uma sequência didática com Auxílio de *software* de geometria dinâmica.** Dissertação de mestrado da Universidade Estadual de Londrina. Paraná, 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** 2ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104p.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de desenvolvimento da Educação:** Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores, Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 193 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CARRAHER, Terezinha N.; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. **Na vida dez, na escola zero.** 10ª Ed. São Paulo: Cortez, 1995. 182 p.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino de Matemática.** 2ª Ed. rev. São Paulo: Cortez, 1994. 119 p.

COX, Kenia Kodel. **Informática na Educação Escolar.** Campinas, SP: Autores Associados (Coleção Polêmicas do nosso tempo, 87), 2003. 124 p.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** Da teoria à prática. 2ª Ed. Campinas, SP: Papyrus Editora, 1997. 121 p.

DANTE, Roberto Luiz. **Tudo é Matemática**: 5ª série. 1ª edição. São Paulo: Editora Ática, 2002.

DEWEY, John. **Como Pensamos** - Como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo: uma reexposição. Tradução e notas de Haydée de Camargo Campos. *Atualidades Pedagógicas*. 3ª edição. V. 2 São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959, 292 p.

DEWEY, John. **Democracia e educação**. Introdução à filosofia da educação. Tradução de Godofredo Rangel e Anísio Teixeira. *Atualidades pedagógicas*. 4ª edição. V. 21. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979, 420 p.

DEWEY, John. **Vida e educação**. Tradução e estudos preliminares por Anísio S. Teixeira. 6ª edição. São Paulo: Editora Melhoramentos, 1967, 112 p.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva; SILVA, Maria Célia Leme da. **Abaixo Euclides e acima quem?** Uma análise do Ensino de Geometria nas Teses e Dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. *Práxis Educativas*. Ponta Grossa, PR, V.1, N.1, p. 87-93, jan-jul 2006.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área**: uma proposta de ensino e aprendizagem. Dissertação de mestrado. PUC/SP, 2003.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sérgio. **Investigação em educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP. Ed. Autores Associados, 2006. 226 p.

GIOVANNI, José Ruy et al. **A Conquista da Matemática**: Teoria e Aplicação: 5ª série. Edição renovada. São Paulo: Editora FTD, 1992.

GONÇALVES, Edna Cavalcanti Novaes. **A Geometria nas séries iniciais do Ensino fundamental**. *Educação Matemática em Revista*. SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 13, nº 20/21, 2006. p. 30-38.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo** – UFRGS – Tese de doutorado – Porto Alegre, Agosto de 2001. 262 p.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. IN: IV CONGRESSO RIBIE, N. 2, 1998, Brasília: Informática na educação: teoria & prática, 1998. P. 1-24.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática e realidade**: 5ª série. 2ª edição. São Paulo: Editora Atual, 1991.

IMENES, Luiz Márcio. Lellis, Marcelo Cestari. **Matemática para todos**: 5ª série. 2ª edição. São Paulo: Editora Scipione, 2002.

JAKUBOVIC, José e Lellis, Marcelo Cestari. **Matemática na medida certa: 5ª série.** 3ª edição. São Paulo: Scipione, 1995

LEVY, Pierre. **Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática.** São Paulo SP: Editora 34, 1993.

LIMA, Elon Lages. **Áreas e Volumes: Fundamentos da Matemática Elementar.** Sociedade Brasileira de Matemática. RJ, 1985.

LORENZATO, S. Por que não ensina geometria? **Educação Matemática em Revista,** Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. p. 4-13, Ano III, nº 4 - 1º SEM. 1995.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. Avaliação da Educação. SIMAVE/PROEB. **Boletim pedagógico Matemática: 9º ano do Ensino fundamental.** 2006. 65 p.

MORAN, J. M. **Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas.** In: MORA, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica. Campinas, SP: Papirus, 2000, p. 11-65.

PAVANELLO, Regina Maria. **Formação de Possibilidades cognitivas em Noções Geométricas. 1995.** (Doutorado em Metodologia de Ensino) – Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 1995.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: Causas e conseqüências.** Revista Zetetiké, Ano 1, número 1, 1993, p. 7-17.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática: 5ª série.** 1ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 1996

RISSI, Márcia Catarin. **Produção Didático-Pedagógica Professor PDE - Objeto de aprendizagem colaborativa.** Secretaria de Estado da Educação. Governo do Paraná. Maringá, 2008. Acesso em setembro de 2010 e disponível na página <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/251-2.pdf> .

SECCO, Anderson. **Conceito de área: Da composição e decomposição de figuras até as fórmulas.** Dissertação de mestrado. PUC/SP. São Paulo, 2007.

VALENTE, J. A. (1993). **Diferentes usos do computador na educação** (Tendências da Informática em educação). Brasília N.57, p. 3-16, jan/mar.

VALENTE, J.A. **Análise dos diferentes tipos de *software* usados na educação.** In: Valente, J.A. (org). O computador na Sociedade do Conhecimento. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999.

APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO-CULTURAL DO ALUNO

Querido aluno, você está participando de um trabalho de pesquisa em Educação Matemática. Os estudos feitos pelo mestrando José Paulo de Asevedo Machado poderão auxiliar o corpo docente em práticas futuras. Portanto, responda com sinceridade e honestidade a todos os questionários. São apenas instrumentos de pesquisa e se reservam a esta. Nenhuma outra divulgação será feita. Como estamos desenvolvendo atividades para uma classe, precisamos saber um pouco mais com quem estamos trabalhando. Obrigado.

1) Você é um aluno de 6ª série (7º ano)

Novato                       Repetente

2) Mora no perímetro:

Urbano     Rural

3) Sua Mãe trabalha fora de casa?

Não trabalha     Todo o dia                       Durante o tempo que estou na escola

4) Sua Mãe trabalha:

Em casa de família     Carteira assinada - Contrato     Voluntária     Outros

5) Seu pai está no momento executando trabalho:

Aposentado                       Autônomo                       Empregado                       Desempregado

6) Qual a profissão de sua mãe? \_\_\_\_\_

7) Qual a profissão de seu pai? \_\_\_\_\_

8) Além de ir à escola, você faz algum outro curso fora de casa?

Sim                       Não                      Qual? \_\_\_\_\_

9) Quanto tempo estuda, em casa por dia?

Menos de 1 hora     De 1 a 2 horas                       De 2 a 3 horas                       Raramente

10) Que atividades você pratica nos finais de semana? \_\_\_\_\_

Onde? \_\_\_\_\_

11) Você faz algum curso artístico, cultural, musical ou de conhecimento?

Sim                       Não                      Quais? \_\_\_\_\_

12) Qual a renda média total das pessoas que vivem em sua casa? \_\_\_\_\_

Menos de um salário mínimo     De 1 a 2 salários     De 3 a 4 salários

Mais de 4 salários e menos de 6 salários     Mais de 6 salários

13) Quantas pessoas vivem em sua casa, contado com você?

2 pessoas     3 pessoas     4 pessoas     5 pessoas     Mais de 5 pessoas

14) Com que frequência acessa a *internet* por dia?

Menos de 1 hora     De 1 a 2 horas     De 2 a 3 horas     Raramente

Mais de 3 horas

15) O que você costuma acessar na *internet*? Assinale todos que usar

Site de notícias     Pesquisas     Orkut     MSN     \_\_\_\_\_

16) Que atividade cultural você gostaria de fazer e não está fazendo?

17) O que você gostaria de ter em sua casa e não tem? Por que gostaria?

## APÊNDICE B – TESTE INICIAL SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM

Caro (a) aluno (a);

O presente teste faz parte do trabalho de pesquisa do Curso Mestrado Profissional em Educação Matemática do professor José Paulo de Asevedo Machado. É de suma importância que você o faça com carinho, atenção e sendo muito sincero em suas respostas. Sua contribuição é valiosa e de vital importância ao trabalho do professor. Não se preocupe, pois este questionário não servirá como instrumento de avaliação e atribuição de nota. É apenas um instrumento de coleta de dados da pesquisa.

1) Você está ingressando no 7º ano do Ensino fundamental. Sentiu diferença em relação às séries iniciais?

Muita       Razoável     Pouca       Nenhuma

2) Nos cinco anos iniciais ouviu falar sobre o estudo de Geometria em Matemática, com que frequência?

Muitas vezes       poucas vezes       raras vezes       nenhuma vez

3) Descreva com suas palavras onde se aplica o conceito de perímetro?

4) Descreva com suas palavras onde se aplica o conceito de área?

5) Dentre os objetos escritos abaixo, assinale aqueles que poderiam representar medidas de comprimento:

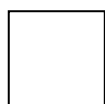
tamanho de uma corda;

altura de uma torre de televisão;

espaço da mesa do professor onde se colocam os livros;

o espaço interno de uma bola de futebol.

6) Observando a figura abaixo, como você calcularia a área e o perímetro dessa figura, sabendo-se que tem 2 cm de lado e é um quadrado? (Pode desenhar ou usar fórmula)



PERÍMETRO=\_\_\_\_\_

ÁREA:\_\_\_\_\_

7) Observando o quadro-de-giz da sala de aula, assinale o que para você representa perímetro?

A parte de baixo onde fica repousado o pó de giz.

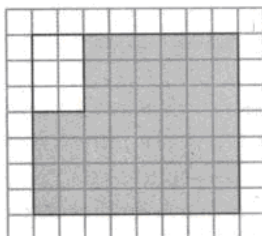
A parte verde onde a professora escreve

Os quatro cantos do quadro

( ) O conjunto de todas as réguas que estão à volta do quadro.

8) Resolva a questão envolvendo área de uma sala de aula retirada do Simave/2006.

Fernanda desenhou sua sala de aula em uma malha quadriculada, reservando um espaço para o “Cantinho de Leitura”. Veja o que ela fez:



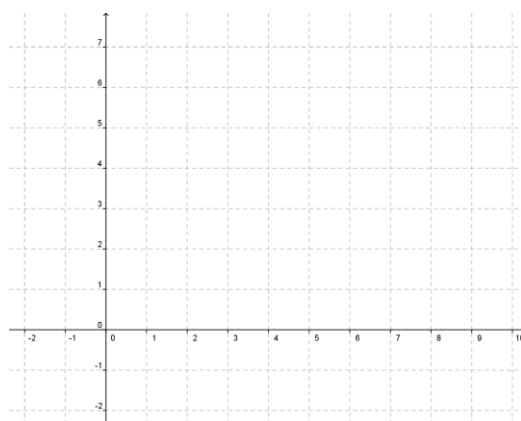
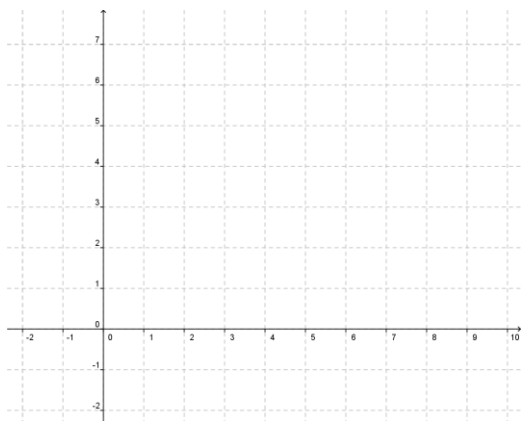
O lado de cada quadradinho corresponde a 1 m.

A área que corresponde à região cinza é igual a

- A)  $56 \text{ m}^2$
- B)  $50 \text{ m}^2$
- C)  $20 \text{ m}^2$
- D)  $9 \text{ m}^2$

RHTE: Boletim Pedagógico Matemática - 5ª ano do E. F. Simave - 2006, pag. 46

9) Use os quadriculados abaixo. Construa, no primeiro, uma figura retangular de perímetro 14 centímetros e, no segundo, outro de área 6 centímetros quadrados em formato diferente. Utilize cada quadrinho como sendo 1 cm de lado. Calcule a área do primeiro retângulo e o perímetro do segundo retângulo. Escreva suas conclusões, comparando os resultados do perímetro e área das duas figuras. \_\_\_\_\_



Muito obrigado!



APÊNDICE C - ATIVIDADE 1 – SIGNIFICANDO PERÍMETRO NA SALA DE AULA

CONTEXTO: *Os alunos, observando o ambiente da sala de aula onde estudam perceberam que as carteiras, frequentemente encostavam-se na parede e, com o passar do tempo, iam riscando-a até furá-la. Começamos a pensar algo para evitar o estrago. Decidimos colocar uma régua de proteção em volta de toda a sala de forma que a carteira não mais se encoste à parede. Quantos metros de régua de madeira deveremos comprar para executar com êxito a tarefa?*

OBJETIVO PARA O ALUNO:

Identificar a medida da sala para uma possível colocação de réguas à sua volta.

RECURSO: Trena ou régua de medida, lápis e caderno.

QUESTÕES EXPLORATÓRIAS

1) Na situação proposta acima, você, com certeza, segue intuitivamente alguns passos.

Descreva:

a) Sugestão inicial:

b) Você identifica algum desafio? Qual?

c) Como acha que pode conseguir superar o desafio? Anote sua hipótese.

d) Passos do desenvolvimento:

e) Chegou a que solução?

(2) Como você descreve o cálculo de todo o contorno da sala. É capaz de associá-lo a algum conteúdo matemático?

3) Com base em suas observações escreva uma definição para esse conteúdo.

4) Descreva uma situação de seu dia a dia, um objeto ou um ambiente onde se evidencia o conceito matemático aqui trabalhado. Descreva a aplicabilidade do conceito estudado.

AValiação da atividade: \_\_ÓTIMA \_\_MUITO BOA \_\_BOA \_\_RUIM

#### APÊNDICE D: ATIVIDADE 2: SIGNIFICANDO A ÁREA NA SALA

CONTEXTO: *Para garantir um espaço físico mínimo para cada aluno determinou-se que este deveria ser de 1 metro quadrado. Assim, uma sala de 40 metros quadrados seria suficiente para 40 alunos. Considere o espaço da sala de aula onde você estuda e responda: quantos alunos podem estudar em sua sala, levando em conta apenas esse parâmetro?*

OBJETIVO PARA O ALUNO: Identificar quantos alunos poderia estudar na sala de aula em função do parâmetro metro quadrado por aluno.

RECURSOS: Tesoura, trena ou fita métrica, dois, papel jornal, carteira e cadeira da sala de aula e o aluno.

#### QUESTÕES EXPLORATÓRIAS:

- 1) Sugerimos medir a sala em metros quadrados usando o jornal.
- A) Como pode construir um metro quadrado com o jornal? B) Coloque a cadeira e a carteira do aluno sobre o jornal de um metro quadrado, observe e anote suas conclusões.
- 2) Comparando o tamanho da sala com o jornal, a área de um metro quadrado parece grande, pequeno, médio, apropriado para fazer uma relação entre as duas superfícies? Anote.
- 3) Como medir a sala, usando o jornal para identificar quantos metros quadrados tem? Execute, anote e verifique qual a área total.
- 4) É possível calcular a área dessa sala sem utilizar o jornal tantas vezes no seu espaço total? Identifique pelo menos uma forma e escreva-a. Pode desenhar para mostrar seu raciocínio.
- 5) Em nossa prática, no dia a dia, é comum ambientes no formato da sala de aula. Cite pelo menos um exemplo. Desenhe, anote as medidas e calcule a área.
- 6) Observe as dimensões do metro quadrado. Essa unidade metro quadrado poderia ser utilizada para medir a superfície do território brasileiro. Explique.

AVALIAÇÃO: \_\_ÓTIMA    \_\_MUITO BOA    \_\_BOA    \_\_RUIM    Comente:

APÊNDICE E - PRIMEIRA ATIVIDADE DINÂMICA - SIGNIFICANDO  
PERÍMETRO

SITUAÇÃO DA SEMI-REALIDADE: *Pretendemos reformar o quadro da sala de aula seguindo a sugestão da professora de Matemática. O quadro deve ter 1,5 metros de altura e ser construído de tal forma que não ultrapasse 15 metros em toda sua volta. Qual seria o comprimento ideal para alcançarmos essas medidas?*

**OBJETIVO PARA O ALUNO**

-Encontrar a medida ideal para o comprimento do quadro de forma a conseguir atender a proposta da professora.

Podemos identificar a medida do comprimento usando o *software*, observando as figuras retangulares. Vamos sugerir alguns passos para propiciar o movimento da figura no *software*.

**SUGESTÕES DE PASSOS – GeoGebra**

Primeiro, vamos definir dois seletores que serão usados na identificação dos pontos. O seletor é um comando do *software* que permite a variação da coordenada do ponto quando o variamos. Ou seja, a coordenada do ponto ficará dependente da posição em que o colocarmos. Definimos um intervalo de variação que vai nos atender e também de quanto em quanto estará esse seletor variando, o que aqui chamamos de incremento.

1- Definindo o primeiro seletor. Usando o penúltimo comando da barra de ferramentas, clique na opção seletor, depois clique sobre a malha onde desejar que ele fique posicionado (sugestão: canto superior direito da tela). Ao clicar na malha, aparecerá uma nova tela para definir valores máximo, mínimo e incremento. Digite valor mínimo (0) , máximo (7) e incremento (0.1). Esse incremento permitirá uma variação decimal, um décimo de unidade a cada toque para direita ou para a esquerda.

2- Definindo o segundo seletor. Usando o mesmo penúltimo comando da barra de ferramentas, clique na opção seletor, depois clique sobre a malha, abaixo e próximo do seletor “a” já criado. Ao clicar na malha, aparecerá uma nova tela para definir valores máximo, mínimo e incremento. Digite valor mínimo (0), máximo (7) e incremento (0.1).

Pronto! Temos dois seletores.

Vamos agora construir pontos sobre a malha para fazermos a figura. Alguns deles usarão valores do seletor e mudarão quando mudarmos o seletor de posição.

3- O primeiro ponto, será posicionado no encontro dos dois eixos (0,0)

Posicione o cursor no quadro de entrada de dados em branco na parte inferior (ENTRADA)

Digite na ENTRADA: (0,0) e tecle ENTER.

4- Defina um segundo ponto, agora usando o seletor. Vamos construir o ponto B em que a coordenada da horizontal é zero e a coordenada da vertical é o seletor b.

Digite na caixa de ENTRADA: (0,b) e tecle ENTER

5- Defina um terceiro ponto onde as coordenadas são os dois seletores

Digite na ENTRADA: (a, b) e tecle ENTER.

6-Defina um último ponto com as coordenadas apenas do seletor “a”.

-Digite na ENTRADA: (a, 0) e tecle ENTER.

(É importante observar a ordem da letra e do número no ponto)

7-Vamos agora unir os pontos para formar o polígono A, B, C, D.

Procure a opção polígonos: 5ª figura na sequência das ferramentas e clique sobre ela.

-Depois, selecione a primeira opção: Polígono - Clique nesta opção.

-Clique em seguida sobre os quatro pontos A, B, C, D sequencialmente e, por último, volte a clicar sobre o ponto A para fechar o polígono.

Agora anote:

a) Ao ler a situação problema e após fazer o desenho, qual o primeiro pensamento (sugestão, comentário inicial ou ideia imediata) que a dupla teve?

b) O que precisa ser identificado na questão que, para a dupla, se caracteriza como problema (desafio)?

c) Qual a forma provável de se chegar à solução desse desafio? Pense e anote sua hipótese.

d) Trabalhando para encontrar a solução! Movimente a figura, discuta com o colega e busque solucionar seu problema. Descreva as etapas executadas para achar a resposta.

e) A que resultado a dupla chegou? Tem a ver com a identificação do problema inicial e a hipótese levantada? Escreva as conclusões.

## APÊNDICE F – SEGUNDA ATIVIDADE DINÂMICA– SIGNIFICANDO ÁREA POR DECOMPOSIÇÃO E RECOMPOSIÇÃO

CONTEXTO: Diante de um polígono irregular, que recurso utilizar para encontrar a sua área?

### PASSO A PASSO DA CONSTRUÇÃO

Será construída uma figura irregular de 5 lados. Esta figura estará limitada por lados que passam por 5 pontos que gostaríamos que os fizessem nos locais sugeridos. Já vimos que os pontos se posicionam sobre a malha e sobre os eixos, de forma organizada. Cada ponto está localizado a algumas unidades para a direita ou para a esquerda em relação ao eixo horizontal e a algumas unidades para cima ou para baixo em relação ao eixo vertical. Para facilitar, vamos construir a figura no canto superior direito da malha. O primeiro passo é definir os cinco pontos sobre a malha. Vamos lá:

Na parte inferior da tela existe um quadro com a indicação ENTRADA

Procure localizar esse quadro e clique dentro do quadro. Nesse espaço, fará entrada de dados. Digite:

(0,0) ENTER (0, 2) ENTER (3, 3) ENTER (4, 2) ENTER (6, 1) ENTER

Observe os cinco pontos sobre a malha. Construa uma figura em que estes pontos sejam os vértices. Procure, na parte superior, a quinta ferramenta. Clique sobre a ferramenta em seu canto inferior direito e selecione a primeira opção Polígono. Clique sequencialmente sobre os pontos A, B, C, D, E; depois repita sobre o ponto A para fechar a figura.

### OBJETIVO PARA A DUPLA

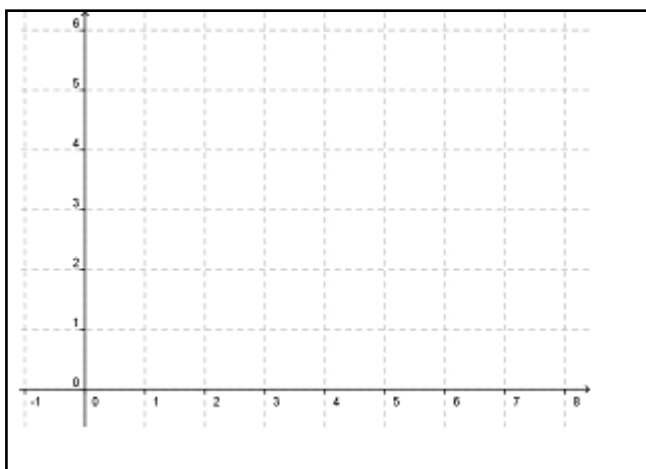
-Identificar um meio de achar a área para o polígono irregular

### QUESTÕES EXPLORATÓRIAS A SEREM RESPONDIDAS PELA DUPLA

4.1) Descreva o que foi observado em relação à figura. Como é a posição de um lado considerando seu vizinho e a malha? Anote.

4.2) O que se caracteriza para a dupla como um desafio? Como pretende superá-lo (sugestão)?

4.3) Desenvolvimento. Faça o desenho na malha abaixo, mostrando seu trabalho. Procure anotar as etapas e o resultado.



4.4) De que forma o computador contribuiu na atividade?

5) Conceito para atividade: ( ) Ótima ( ) Muito Boa ( ) Boa ( ) Média ( ) Ruim

APÊNDICE G: TERCEIRA ATIVIDADE DINÂMICA – SIGNIFICANDO PERÍMETRO E ÁREA PELA RELAÇÃO EM UM CONTEXTO  
 SITUAÇÃO DA SEMI-REALIDADE: *A diretora pretende utilizar uma área de 39 metros quadrados para o plantio de hortaliças que serão usadas como complemento na merenda escolar. Precisa cercar a horta em volta com placas de cimento, deixando apenas duas entradas de 50 cm. Cada placa tem um metro de comprimento. Como devem ficar as medidas dos lados da horta, obtendo economia de placas, sem quebrá-las, em formato retangular?*

#### OBJETIVOS PARA A DUPLA

1-Identificar se dimensões diferenciadas pode diminuir custos, levando à economia de materiais para uma situação problema.

2-Propor as medidas para a construção da horta da escola de acordo com a área pretendida e condições dadas.

Propõe-se uma construção em formato retangular, usando seletor.

#### PASSO A PASSO – *GeoGebra*

1- Defina o seletor “a” com limites 0 e 8 e com incremento 0,5; usando o comando penúltimo da barra de ferramentas.

Clique na opção seletor, depois clique sobre a malha onde deseja inseri-lo. (canto superior direito da tela); Defina valor mínimo (0), máximo (8) e incremento (0,5).

2- Defina o seletor “b” (0 a 8) incremento 0,5; repetindo a sequência anterior. Coloque esse segundo seletor sobre a malha, no canto superior direito próximo ao seletor a.

3- Defina um ponto geométrico na origem dos eixos (0,0)

Posicione o cursor no quadro de entrada de dados, em branco, na parte inferior (ENTRADA)

\*Digite na ENTRADA: (0,0) e tecle ENTER.

4- Defina um ponto geométrico com as coordenadas B(0, b)

\*Digite na ENTRADA: (0,b) e tecle ENTER



5- Defina um ponto geométrico com as coordenadas  $C(a,b)$

\*Digite na ENTRADA: (a, b) e tecla ENTER.

6-Defina um ponto geométrico com as coordenadas  $D(a, 0)$

\*Digite na ENTRADA: (a, 0) e tecla ENTER

7- Para identificar o polígono definido pelos pontos A, B, C, D como vértices, selecione a opção polígonos: 5ª figura na sequência das ferramentas e clique sobre ela. Selecione a primeira opção: polígono e clique nesta opção; clique sobre os quatro pontos A, B, C, D, vértices do polígono sequencialmente e, depois, retorne ao A para fechar o polígono.

8- Utilize o comando área do *GeoGebra*. Selecione a 8ª opção de ferramentas. Em seguida, clique sobre a 4ª opção área e, depois, clique sobre a figura, para que todo seu contorno fique em negrito. Será exibida a área da figura. Ao alterar os seletores, a área vai se recalculando.

9- Para usar o comando perímetro selecione novamente a 8ª opção, depois selecione a 3ª opção (distância, comprimento ou perímetro), e em seguida clique sobre a figura formada, com todos seus lados em negrito. Será dado o perímetro para esse formato.

PRONTO! Tem-se o polígono que se altera segundo as mudanças do seletor e apresenta automaticamente a medida do perímetro e área em cada nova situação.

#### EXPLORANDO A ATIVIDADE

1) SUGESTÃO: O que lhe vem à mente quando depara com essa situação? Haverá um formato especial que corresponda a essa área sugerida, com menor perímetro?

2) INTELECTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA:

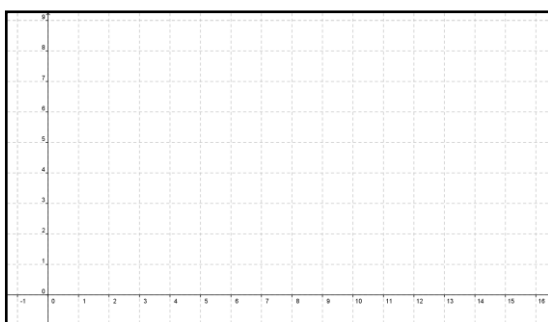
a) O que representa o perímetro, na horta? Descreva!

b) O que representa, na horta, a área? Anote!

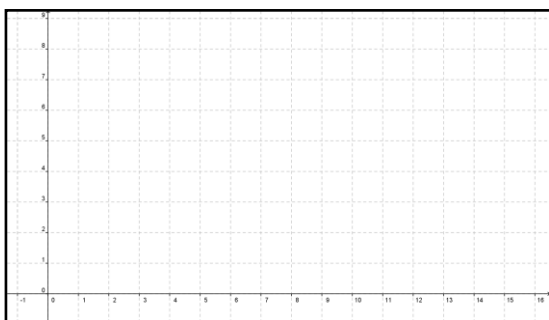
c) Qual o desafio, neste momento, para a dupla? Anote.

3) PROPOSIÇÃO DE HIPÓTESE: A hipótese pode ser descrita como um caminho a seguir para encontrar a solução.

4) Explorando o desenho, movimente a figura, observe o perímetro e a área. Torne a movimentar e observe. Repita o processo até encontrar um formato que, para a dupla, esteja de acordo com o desafio proposto. Descreva como a dupla chegou a essa conclusão. Faça esse desenho no quadro abaixo.



5) Depois de mudar as medidas dos lados, observe o perímetro e a área em cada situação. Descreva a relação que observou entre a área e o perímetro. Use o quadriculado para desenhar e ajudar na sua interpretação.



6) Essa atividade lembra alguma situação de aplicação em seu cotidiano? Dê um exemplo, escrevendo uma situação de seu dia a dia em que possa utilizar esse princípio de comparação entre área e perímetro.

Conceito para a atividade: ( ) Ótima ( ) Muito Boa ( ) Boa ( ) Média ( ) Ruim

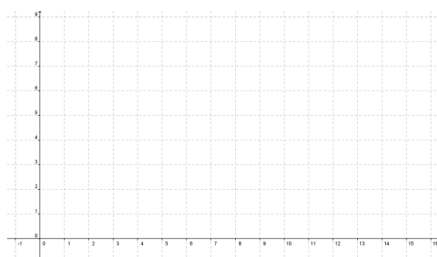
APÊNDICE H: QUARTA ATIVIDADE DINÂMICA – SIGNIFICANDO ÁREA  
PELO USO DO CONCEITO ENVOLVENDO DUAS FIGURAS

**SITUAÇÃO-PROBLEMA:** *Como desenhar um triângulo em volta de um quadrado de lado uma unidade, de forma que o triângulo tenha a menor área.*

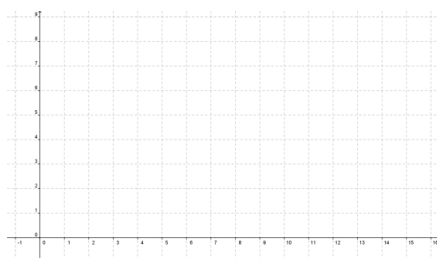
**OBJETIVO PARA A DUPLA:** Identificar o melhor formato para o triângulo, que contenha um quadrado de uma unidade de área, de forma a garantir menor área e perímetro para o triângulo.

**QUESTÕES EXPLORATÓRIAS:**

1) Desenhe o quadrado de uma unidade. Faça, em seguida, um triângulo à sua volta, deixando o quadrado dentro do triângulo. Utilize as ferramentas para calcular a área e anote-a. Descreva a relação entre a medida da área do triângulo e do quadrado.



2) Movimente o triângulo, através do comando mover, 1ª ferramenta do *software*, mantendo o quadrado em seu interior. Procure a posição mais próxima entre o quadrado e o triângulo. Anote a área do triângulo. Descreva observações entre a medida da área desse triângulo em relação ao triângulo anterior, (do item 1) e entre o triângulo e o quadrado.



- 3) Qual foi o maior desafio nesse trabalho?
- 4) O que representa a área do quadrado, no desenho?
- 5) De que forma o *software* contribuiu nessa atividade?

Avalie a atividade: ( ) Ótima ( ) Muito Boa ( ) Boa ( ) Média ( ) Ruim

## APÊNDICE I: QUINTA ATIVIDADE DINÂMICA – SIGNIFICANDO ÁREA ATRAVÉS DAS LETRAS

**SITUAÇÃO-PROBLEMA:** *Pretende-se que utilize uma folha de papel quadriculado de 24 unidades para desenhar cada uma das letras (siglas) que representa o nome da escola (E, E, R, O). Espera-se que use uma folha toda sem desperdiçar papel na construção. Qual é o formato da letra que possa ser reconhecida e tenha a área de 24 unidades?*

**OBJETIVO PARA A DUPLA:** Desenhar a letra em formato reconhecível com 24 unidades de área

Opções de construção

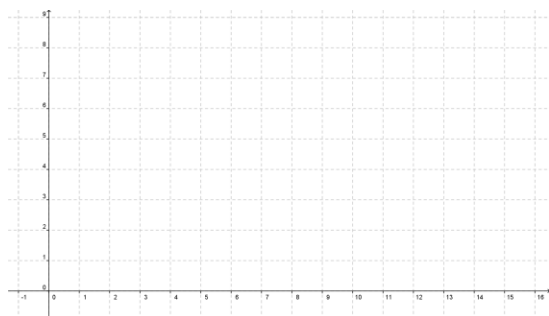
- 1) Carregue o *GeoGebra* e exiba a malha. Você poderá construir as letras usando o comando polígono qualquer. Clique na 3ª opção, depois na 2ª opção; em seguida vá contornando a letra a ser construída. Use o comando área para visualizar a área.
- 2) Mantenha a escala como sendo um quadrinho por unidade para facilitar a visualização.
- 3) Faça as letras do alfabeto: “E”, “R” e “O”. Procure sempre manter a letra com, pelo menos, um quadrinho de espessura. Vá clicando sobre a malha, nos cruzamentos, de forma a fechar a letra escolhida.
- 4) Outra forma de construir as letras é definir os pontos sobre a malha e depois ligá-los com auxílio de segmentos.
- 5) Faça ao lado do seu desenho da letra um retângulo com 24 unidades sobre a malha, com a mesma escala e procure comparar a letra que vai sendo construída com o retângulo quadriculado ao seu lado.

### QUESTÕES EXPLORATÓRIAS

- 1) Observe a letra construída. Anote a área desta primeira construção. Possui a área sugerida? Qual é a sugestão da dupla para alcançar o objetivo?

2) Descreva as dificuldades que precisam ser superadas:

3) Depois de definida a letra, faça o desenho abaixo e cole o papel colorido sobre o quadriculado. Faça os cálculos e verifique se a letra tem o tamanho desejado.



4) O que representa, no desenho, a área?

5) De que forma o computador ajudou-lhe a entender a área?

6) Avaliação da atividade: ( ) Ótima ( ) Muito Boa ( ) Boa ( ) Média ( ) Ruim

## APÊNDICE J - TESTE FINAL SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM

Caro (a) aluno (a);

O presente teste faz parte do trabalho de pesquisa do Mestrando José Paulo de Asevedo Machado. É de suma importância que você o faça com carinho, atenção e sendo muito sincero em suas respostas. Sua contribuição será valiosa ao trabalho do professor.

1) Fizemos atividades envolvendo o perímetro. Descreva o que é perímetro.

2) Descreva o que é área.

3) Dentre os objetos escritos abaixo, assinale aqueles que poderiam representar medidas de perímetro de um objeto:

( ) A moldura que contorna um porta retrato

( ) A altura de uma torre

( ) O espaço da mesa do professor onde se coloca os livros

( ) A madeira que contorna o quadro negro da sala de aula

4) Dentre os objetos abaixo, assinale aqueles que dão a ideia de área:

( ) O gramado de um campo de futebol

( ) O comprimento de um lápis

( ) O encontro entre duas paredes

( ) A superfície taqueada da sala de aula

5) Observando o quadro de giz da sala de aula, assinale o que para você representa perímetro?

( ) A parte de baixo onde fica repousado o pó de giz

( ) A parte verde onde a professora escreve

( ) Os quatro “cantos” do quadro

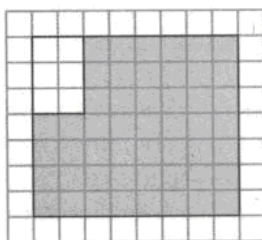
( ) O conjunto de todas as régua que estão à volta do quadro.

6) Se uma sala de aula retangular tem 7 metros de comprimento, qual deve ser a largura para que seu perímetro seja 26 metros?

Largura=\_\_\_\_\_

7) Resolva a questão a seguir, retirada do SIMAVE 2006, envolvendo área de uma sala de aula.

Fernanda desenhou sua sala de aula em uma malha quadriculada, reservando um espaço para o “Cantinho de Leitura”. Veja o que ela fez:



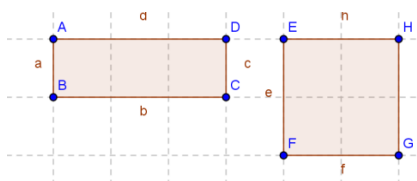
O lado de cada quadradinho corresponde a 1 m.

A área que corresponde à região cinza é igual a

- A) 56 m<sup>2</sup>
- B) 50 m<sup>2</sup>
- C) 20 m<sup>2</sup>
- D) 9 m<sup>2</sup>

RHTE: Boletim Pedagógico Matemática: 5ª ano do E. F. Simão - 2006, pag. 46

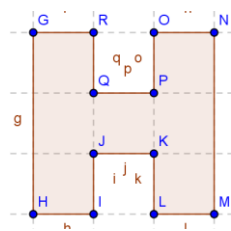
8) Se sua casa estivesse em construção e lhe fosse dado os dois formatos abaixo para escolher um deles para ser o banheiro, qual dos dois escolheria (assinale com um x)? Por quê?



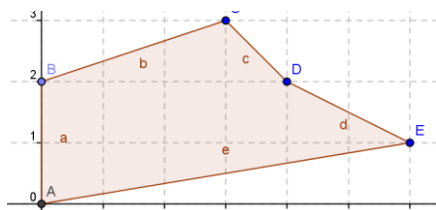
9) Qual a área e o perímetro da figura que representa a letra H abaixo?

Perímetro:

Área:



10) Calcule a área da figura abaixo:



Muito Obrigado!

## APÊNDICE K- Avaliação final da pesquisa:

<p><b>Caro (a) aluno (a),</b></p> <p><b>Gostaria de saber um pouco mais de sua opinião sobre a pesquisa com “geometria dinâmica” realizada por nós no laboratório. Para isso, basta responder com sinceridade às questões.</b></p>	<p><b>Para uso do pesquisador.</b></p> <p>Nº _____</p>
--	--

1. Antes da pesquisa, em relação à “geometria”, você pode dizer que:

( ) Gostava muito    ( ) Gostava    ( ) Era indiferente    ( ) Não gostava

2. Depois da pesquisa, em relação à “geometria”, você pode dizer que:

( ) Gosta muito    ( ) Gosta    ( ) É indiferente    ( ) Ainda não gosta

3. Depois da pesquisa, houve alterações na sua forma de interpretar área e perímetro?

( ) Sim                      ( ) Não.

Comente\_\_\_\_\_

4. O fato de utilizar objetos da sala de aula ou fazer referências a outros objetos próximos do cotidiano para dar significado aos dois conceitos facilitou o seu entendimento?

( ) Sim            ( ) Não    Explique\_\_\_\_\_

5. Você acha que as atividades com o *GeoGebra* favoreceram as reflexões em relação aos conteúdos área e perímetro? ( ) Sim            ( ) Não.

Se sim, de que forma?\_\_\_\_\_

6) Você seria capaz de identificar alguma relação entre perímetro e área?  
Escreva\_\_\_\_\_

7) Descreva quais seriam as vantagens e desvantagens de se utilizar o *software* para ensinar conteúdos de geometria:

a)Vantagens\_\_\_\_\_

b)Desvantagens\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_. Muito obrigado!



## APÊNDICE L – Relatório de observação da primeira atividade com geometria dinâmica no laboratório pela professora titular da turma

*A turma foi dividida em dois grupos: um grupo com 16 alunos e o outro com 15 alunos. No laboratório, eles se assentaram em duplas. Foi entregue uma folha a cada dupla, contendo orientações para a realização da atividade do dia. Deveria utilizar o software para construir uma figura semelhante ao quadro da sala de aula e resolver o problema proposto: que comprimento deveria ter o quadro se tinha 1,5 m de altura e 15 metros em todo seu contorno? Foi sugerido que seguissem as orientações propostas para a construção da figura, utilizando os seletores. Os alunos, facilmente conseguiram construir a figura, usando os pontos definidos com o seletor. Em uma das duplas, uma aluna não identificou a semelhança entre a figura e o quadro da sala de aula, depois de feita a figura. Outra aluna iniciou os cálculos, a partir da altura dada, usando raciocínio dedutivo com lápis e papel. Pensou:  $15 \text{ metros} - 1,5\text{m} - 1,5 \text{ m} = 12$ .  $12/2 = 6$ . Diante desse fato, pergunta-se: qual o entendimento dos significados do perímetro para ela? Outra dupla conseguiu associar a figura ao quadro, falando do formato retangular que se assemelhava ao quadro. A malha do GeoGebra se apresentou como recurso importante para a visualização rápida da altura de um lado, de outro, e depois, para observar o comprimento do quadro em sua parte inferior e superior. A dupla que utilizou o raciocínio dedutivo sobre a questão foi logo aos cálculos. Identificou as dimensões e, depois, representou a solução da questão no GeoGebra. Ainda sim, o software serviu como instrumento de validação dos cálculos. Uma dupla percebeu, com facilidade, que o retângulo representava o quadro e fez logo uma construção aproximada; mas manteve-se, por bom tempo, o comprimento do quadro com cinco unidades ao invés de seis, pois errava a soma. Houve também dificuldades de interpretação. Quando solicitado que descrevessem os passos executados para encontrar a solução, preocupavam-se em relatar os passos da construção desde seu início. O que mais interessava ao pesquisador era saber como estavam pensando para encontrar a solução.*

*As questões de exploração das atividades necessitam de reflexões mais profundas, discussões e é evidente que o aluno não está ainda muito habituado a este tipo de trabalho. Sempre ia ao encontro do professor ou do pesquisador para perguntar o que fazer. Isso mostra o interesse e, ao mesmo tempo, a dificuldade em buscar a*

*solução com raciocínio próprio. Foi notável o interesse dos alunos em participar e fazer a construção das figuras. O aluno mais inquieto na sala de aula teve um comportamento quase exemplar na realização dessa atividade*

*Marta Azevedo Machado*