

USANDO TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA: EXPLORANDO OS CONCEITOS DE FEIXE DE RETAS PARALELAS E CONCORRENTES

Ivan Nogueira dos Santos¹, Frederico da Silva Reis²

Resumo: O presente trabalho apresenta um recorte de nossa pesquisa de dissertação que está sendo desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. Inicialmente, fazemos uma breve revisão teórico-bibliográfica contemplando alguns trabalhos relacionados à utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino de Geometria Analítica Plana. A parte da pesquisa de campo aqui relatada e analisada refere-se à elaboração, implementação e avaliação de uma atividade exploratória sobre retas, em Laboratório de Informática, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFOP matriculados na disciplina Geometria Analítica Plana. As considerações parciais apontam a possibilidade de visualização de conceitos e propriedades, a realização de experimentações, com ênfase na interpretação de construções geométrico-gráficas e o dinamismo do ambiente de aprendizagem como as principais contribuições da utilização de tecnologias para o ensino de Geometria Analítica Plana.

Palavras-chave: Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação, Ensino de Geometria Analítica Plana, Educação Matemática.

1 O ensino de Geometria Analítica e as TICE'S

É inegável o relevante papel da Geometria Analítica na estrutura curricular dos cursos da área de Ciências Exatas. Como afirma RICHIT (2005, p. 41), a Geometria Analítica pode ser considerada:

[...] um dos alicerces do currículo básico do curso de Matemática, enquanto disciplina, tanto de licenciatura quanto de bacharelado e aparece no currículo da maioria dos cursos da área de ciências exatas (Engenharia, Arquitetura, Física, Ciência da Computação). Ainda, ela tem ramificações em outras disciplinas do currículo específico destes cursos, entre elas, Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Análise Matemática, Fundamentos de Geometria, Geometria Euclidiana, Física e Computação Gráfica.

No entanto, para uma parcela numerosa de estudantes que ingressam na universidade, nos mais diversos cursos da área de exatas, dentre eles, Licenciatura em Matemática, a disciplina Geometria Analítica Plana acaba sendo uma disciplina de contato inicial com um pensamento matemático mais

¹Mestrado Profissional em Educação Matemática-Universidade Federal de Ouro Preto.
ivansantos@ifam.edu.br

²Mestrado Profissional em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto.
fredsilvareis@yahoo.com.br

elaborado e, em decorrência desse processo de transição do Ensino Médio para o Superior, acaba se tornando uma fonte de grandes dificuldades.

Problemas com relação ao tempo destinado ao seu ensino devido a uma ementa carregada de conteúdos geram uma insuficiência para que o programa seja cumprido com a devida profundidade e abrangência. Essa situação pode ser comprovada pelos elevados índices de reprovações relatados em algumas pesquisas (DI PINTO, 2000; RICHIT, 2005). No caso de licenciandos em Matemática, futuros professores da Escola Básica, ao saírem da universidade, muitos vão apresentar deficiências conceituais nesta disciplina, “tendendo a continuar reproduzindo a problemática por eles enfrentada ou então, contribuindo para o descaso com a Geometria Analítica” (RICHIT, 2005, p. 42).

Numa tentativa de buscar caminhos alternativos para esses problemas, alguns pesquisadores em Educação Matemática (RICHIT, 2005; HAJNAL, 2007; SANTOS, 2008; GOULART, 2009; LUCAS, 2009) procuram investigar o uso de estratégias eficazes e auxiliares no ensino e aprendizagem da disciplina, com projetos, estudos de caso e também com pesquisas relacionadas ao uso de Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação – TICE’s.

Por acreditar que o uso de TICE’s pode ser mais do que uma fonte de entusiasmo para o desenvolvimento dos nossos alunos e mais do que uma alternativa metodológica para o desenvolvimento de nossa pesquisa, faremos uso do computador mediado por um software dinâmico, pois o desafio será o de alcançarmos produtividade e efetividade no processo de ensino e, com isso, romper com o modelo que privilegia um saber pronto e acabado e que estabelece uma relação hierarquizada entre professor e aluno.

Para dar sentido a esse projeto, escolhemos dentro da Matemática, a Geometria Analítica Plana, pela sua importância tanto do ponto de vista prático, quanto no aspecto instrumental na organização do pensamento lógico-dedutivo.

Apresentamos como desafios, conceber e implementar uma proposta pedagógica que atenda às recomendações dadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 2006, p. 52) quanto às esperadas atitudes dos alunos num processo de “aprendizado ativo e interativo”:

Se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar; dando ao aluno a oportunidade de construir modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições; criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar; valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de idéias e de práticas; desenvolvendo atividades lúdicas, nos quais o aluno deve se sentir desafiado pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes.

Nessa perspectiva, outra contribuição interessante vem de Gravina e Santarosa (1998, p. 9), ao afirmarem que, atualmente, podemos contar com ambientes informatizados de grande potencial para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, nos quais se privilegiam as ações dos alunos:

São programas onde os alunos podem modelar, analisar simulações, fazer experimentos, conjecturar. Nestes ambientes os alunos expressam, confrontam e refinam suas idéias, de forma ativa. E mais, o computador permite criar um novo tipo de objeto – os objetos concreto-abstratos: concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais [...] É a possibilidade de mudar os limites entre o concreto e o formal.

Em particular, ressaltamos o uso do computador e de softwares gráficos como ferramenta auxiliar no ensino de Geometria Analítica Plana, com destaque para a questão da visualização, da possibilidade de trabalhar com múltiplas representações e as possibilidades de experimentação, investigação e exploração que essa ferramenta pode trazer para a sala de aula. No entanto, esclarecemos que, para isso, essa ferramenta metodológica deve ser usada de forma a criar esse ambiente de investigação, de exploração, já que, segundo RICHIT (2005, p. 45):

A visualização de construções geométricas e/ou gráficas e de suas propriedades específicas, a qual pode ser favorecida pelo uso de softwares de geometria dinâmica, serve para ilustrar o caráter mais complexo e laborado deste tipo de construção e contribui para a formalização de conceitos, etapa esta de grande relevância no processo de construção do conhecimento matemático. O aspecto visual explicita as potencialidades das tecnologias informáticas na resolução de problemas diversos em Geometria e também em Geometria Analítica. Assim, ao trabalhar com estes recursos, os alunos podem por si mesmos, conjecturar e chegar a determinadas conclusões pela simples observação das invariantes numa manipulação dinâmica sem que seja necessário o professor adiantar as definições de certos conceitos.

Ainda sobre o papel da visualização na Educação Matemática, acreditamos como afirma Bairral (2009, p.61), que “é uma importante atividade cognitiva”. Nos processos de ensino e aprendizagem que fazem uso das TICE’s, é preciso que se leve em consideração o importante papel do professor. Ele não será substituído pelo computador, mas, “deverá estar preparado para fazer as conexões entre o conhecimento produzido pelo aluno nas suas experiências e explorações no ambiente informatizado com aquele conhecimento matemático que é o foco de ensino” (GOULART, 2009, p. 21). Já conforme Almeida (1997), o professor tem o papel de proporcionar situações que permita haver parceria e cooperação com os alunos e entre os alunos, afim de que seja possível a formalização de conceitos e a superação das metas atingidas.

Villarreal (1999), ao refletir a respeito dos experimentos que realizou, evidencia que a presença do computador torna a sala de aula um ambiente de conjecturas e refutações, onde os estudantes desenvolvem estratégias diferentes; uns centralizam o processo de visualização na elaboração de suas conjecturas e outros, preferem abordagens mais algébricas.

Defendemos a idéia de que as mídias informáticas devam fazer parte da prática docente daqueles que trabalham com a formação de futuros professores, para que estes possam, da mesma forma, desenvolver nos seus ambientes de trabalho, os saberes (pedagógico, específicos e formação tecnológica) adquiridos em sua formação inicial e também continuada.

Ademais, a presente pesquisa se justifica, pois, segundo Richit (2005, p. 42), “as pesquisas voltadas à Geometria Analítica são recentes e bastante escassas, principalmente na área da Educação Matemática, o que faz desta disciplina um campo de investigação ainda muito fértil”.

2. Um pouco sobre nossa pesquisa

Desde o início de nossa pesquisa, as várias inquietações que mantínhamos como professor-pesquisador foram se reformulando, à medida em que refletíamos sobre as leituras realizadas e sobre o pouco que as pesquisas mostravam acerca da realidade do ensino de Geometria Analítica e as possibilidades de utilização de TICE's em seu ensino.

Com base nessas reflexões, formulamos a seguinte questão de investigação para nossa dissertação: Como o desenvolvimento de atividades exploratórias relacionadas aos conceitos de Retas, Circunferências e Cônicas utilizando TICE's podem contribuir para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica Plana?

Tal questão se enquadra nas linhas de pesquisa de Tecnologias em Educação Matemática e Ensino de Geometria Analítica Plana, desenvolvidas na Linha de Pesquisa Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática do Mestrado Profissional de Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, no qual nossa dissertação está sendo desenvolvida, devendo ser defendida no 2º semestre letivo de 2011.

Para o presente trabalho, trabalharemos com o seguinte recorte da questão de investigação: Como o desenvolvimento de uma atividade exploratória relacionada aos conceitos de Feixes de Retas Paralelas e Concorrentes, utilizando TICE's pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica Plana?

Como objetivos a alcançar no presente trabalho, podemos enunciar:

- Elaborar, implementar e avaliar uma atividade exploratória utilizando TICE's relacionadas a diversos conteúdos de retas trabalhados em Geometria Analítica Plana;
- Desenvolver tal atividade com alunos da disciplina Geometria Analítica Plana, matriculadas no curso de Licenciatura Plena da Universidade Federal de Ouro Preto;
- Identificar algumas contribuições da utilização de TICE's para os processos de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica Plana.

3. Apresentando o contexto da pesquisa

A atividade exploratória aqui relatada e analisada foi desenvolvida no 1º semestre letivo de 2011, com 42 alunos da única turma da disciplina MTM 244 – Geometria Analítica Plana, ministrada pelo orientador de nossa pesquisa.

A disciplina MTM 244 é obrigatória e integra a grade curricular do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. A disciplina tem uma carga horária de 60 horas/aula, sendo assim distribuída: 50 horas/aula em sala de aula, consistindo de aulas expositivas ministrada pelo professor responsável pela disciplina, sendo observadas pelo presente pesquisador; 10 horas/aula em Laboratório de Informática, consistindo da implementação das atividades da pesquisa de dissertação pelo presente pesquisador, sendo observadas pelo professor responsável.

Ao todo, foram planejadas 5 (cinco) atividades exploratórias que foram desenvolvidas em 2 (duas) horas/aula cada, ao longo do semestre letivo, em alternância com as aulas expositivas na medida do

desenvolvimento dos tópicos do conteúdo programático. As atividades envolveram conteúdos de retas, circunferências e cônicas (elipses, hipérbolas e parábolas) e foram aplicadas em grupos de 3 (três) alunos, sendo incentivada a discussão entre eles.

As atividades aconteceram no Laboratório de Informática do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto, equipado com aproximadamente 20 (vinte) computadores, nos quais foram instalados o *software* GeoGebra. A escolha do GeoGebra deu-se pelo fato de ser um software livre, com uma interface amigável, com possibilidade de se trabalhar de forma conjunta as representações algébrica e geométrica, além de fornecer ferramentas interessantes para uma exploração dinâmica dos conteúdos, como os seletores de movimentos.

4. Apresentando a atividade exploratória e os instrumentos de coleta de dados

Na elaboração das atividades exploratórias, procuramos explorar os principais conceitos e propriedades dos seguintes conteúdos programáticos: Sistema Cartesiano; Retas; Circunferências; Cônicas.

A atividade exploratória que apresentamos aqui envolveu alguns conteúdos de retas que não foram trabalhados em sala de aula, apenas no Laboratório de Informática, quando da realização da atividade:

1. O caso de duas Retas Paralelas

OBJETIVO: Explorar / argumentar / inferir a condição de paralelismo entre duas retas a partir dos gráficos / equações.

a) Vamos plotar o gráfico das retas no GeoGebra: $r: 2x + 3y - 5 = 0$ e $s: 4x + 6y + 5 = 0$

b) Pela observação dos gráficos, o que você pode concluir acerca das retas?

c) Na Janela de Álgebra do GeoGebra, vamos selecionar a equação da reta r , clicar com o botão direito do mouse e escolha a opção “Equação $y = kx + d$ ” para obter a equação reduzida da reta. Agora, vamos identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r . Logo após, façamos o mesmo com a reta s .

d) A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam paralelas?

2. Construindo um Feixe de Retas Paralelas

OBJETIVO: Investigar / conjecturar / deduzir as principais características de um feixe de retas paralelas.

a) Vamos criar um seletor $c \in [-15, 9]$ com incremento 3. No campo de entrada de dados do GeoGebra, vamos digitar a equação $r: x - 2y + c = 0$. Agora, vamos movimentar o seletor e observar a reta r . O que você observa?

b) Agora, vamos clicar com o botão direito do mouse sobre a reta, selecionar “Habilitar Rastro” e movimentar, para verificar a validade de suas observações do item anterior.

c) Vamos escolher alguns valores para c no intervalo dado (por exemplo, um valor positivo, um valor negativo e o valor nulo) e anotar a equação geral de cada uma das retas. Agora, vamos plotá-las no

GeoGebra, obter a equação reduzida e identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear de cada uma das retas.

d) A partir do que você observou, agora vamos tentar generalizar. Como seria a equação geral do Feixe de Retas Paralelas a uma certa reta $ax + by + c = 0$? Justifique.

3. O caso de duas Retas Concorrentes

OBJETIVO: Explorar / argumentar / inferir a condição de concorrência entre duas retas a partir dos gráficos / equações.

a) Vamos plotar o gráfico das retas no GeoGebra: $r: 3x - 4y - 10 = 0$ e $s: x + y - 1 = 0$

b) Utilizando a barra de ferramentas, vamos clicar no 2º botão e, em seguida, em “Interseção de Dois Objetos”. Agora, clique sobre o ponto de interseção na tela. Qual é o ponto de interseção das duas retas? Anote suas coordenadas.

c) Na Janela de Álgebra do GeoGebra, selecionar a equação da reta r , clicar com o botão direito do mouse em seguida clicar em “Equação $y = kx + d$ ” e obter a equação reduzida da reta. Agora, vamos identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r . Logo após, façamos o mesmo com a reta s . Finalmente, verifique algebricamente qual é o ponto de interseção das duas retas.

d) A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que você pode concluir acerca da condição geral para que duas retas sejam concorrentes?

4. Construindo um Feixe de Retas Concorrentes

OBJETIVO: Investigar / conjecturar / deduzir as principais características de um feixe de retas concorrentes.

a) Vamos criar um seletor $m \in [-10, 10]$ com incremento 1. No campo de entrada de dados do GeoGebra, vamos digitar a equação $r: y + 1 = m(x - 2)$. Agora, vamos movimentar o seletor. O que você observa sobre o comportamento da reta?

b) Agora, vamos clicar com o botão direito do mouse sobre a reta, selecionar “Habilitar Rastro” e movimentar, para verificar a validade de suas observações do item anterior.

c) Vamos escolher alguns valores para m no intervalo dado (por exemplo, um valor positivo, um valor negativo e o valor nulo) e anotar a equação geral de cada uma das retas. Agora, vamos plotá-las no GeoGebra e obter o ponto de interseção entre elas. A seguir, vamos verificar que este ponto satisfaz à equação de cada uma das retas.

d) A partir do que você observou, agora vamos tentar generalizar. Como seria a equação fundamental do Feixe de Retas Concorrentes em um certo ponto $P(x_0, y_0)$. Justifique.

Basicamente, podemos classificar nossa pesquisa como qualitativa em seus objetivos e métodos, uma vez que objetivamos investigar as contribuições da utilização do software GeoGebra para o ensino de Geometria Analítica Plana, a partir das observações feitas em sala de aula e das interações acontecidas entre os alunos no Laboratório de Informática. Como instrumento de coleta de dados, além da própria atividade exploratória que foi recolhida, optamos pela aplicação de um questionário de avaliação da atividade, com algumas perguntas abertas, visando identificar os aspectos em que a utilização do software contribuiu para uma ressignificação dos conceitos e propriedades trabalhados.

Acreditamos que as justificativas e descrições apresentadas pelos participantes nos possibilitaram a elaboração de algumas categorias de análise, as quais passamos a descrever, como forma de obter um conjunto de respostas à nossa questão de investigação.

5. Considerações finais do presente trabalho

No início do semestre letivo, percebemos que uma grande parcela de alunos demonstrou não possuir qualquer tipo de experiências com a utilização de TICE's no estudo de Matemática. Porém, imediatamente demonstraram interesse e curiosidade na possibilidade do seu uso no ensino de Geometria Analítica Plana.

Pudemos perceber que, durante o próprio desenvolvimento da atividade, os alunos se sentiram mais à vontade para as discussões nos seus grupos de estudos, tendo havido, inclusive, vários depoimentos / comentários satisfatórios em relação às contribuições da atividade realizada no laboratório para a aprendizagem dos conteúdos abordados. Acreditamos que isso foi natural, na medida em que os alunos foram se familiarizando com o software e suas potencialidades (VILLARREAL, 1999).

Na avaliação dos participantes, as principais contribuições foram:

- A possibilidade de visualização de conceitos e propriedades importantes de conteúdos de retas, proporcionada pelo software ao trabalhar de forma simultânea com as janelas algébrica e gráfica;
- A realização de experimentações, com ênfase na interpretação de construções geométrico-gráficas necessárias para o estabelecimento de um feixe de retas paralelas e de um feixe de retas concorrentes;
- O dinamismo do ambiente de aprendizagem propiciado pelas tarefas que demandaram a criação de seletores, pois estes ao serem movimentados e terem seu rastro habilitado, possibilitaram a elaboração e a verificação de várias conjecturas.

De nossa observação durante a implementação da atividade e do restante das aulas, notamos uma mudança considerável na postura dos alunos frente à realização das demais atividades (não apresentadas aqui), ocorrendo uma participação mais ativa, autônoma e crítica. Essas mudanças também se refletiram na sala de aula, com os alunos apresentando uma postura mais questionadora e reflexiva contrastando com a posição tradicional mais passiva, inicialmente manifestada.

Portanto, com nossa pesquisa, esperamos contribuir para a discussão sobre o ensino de Geometria Analítica Plana em ambientes informatizados e assim, dar uma pequena contribuição para a solidificação das pesquisas sobre TICE's na Educação Matemática, enquanto campo do saber.

Referências

- [1] ALMEIDA, M. E. B. T. M. P. *Conhecimento, Aprendizagem e Prática Pedagógica com o Computador*. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, VIII, São José dos Campos, 1997. Anais... São José dos Campos: SBIE, p. 867-869, 1997.
- [2] BAIRRAL, M. A. *Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2009.

- [3] DI PINTO, M. A. *Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica: as pesquisas brasileiras da década de 90*. Dissertação. Mestrado em Educação Matemática. Faculdade de Educação – Pontifícia Universidade Católica – PUC. São Paulo, 2000.
- [4] GOULART, J. B. *O estudo da equação $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ utilizando o software Grafeq – uma proposta para o Ensino Médio*. Dissertação. Mestrado em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009.
- [5] GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados*. In: Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, IV, Brasília, 1998. Anais... Brasília: RIBIE, p. 1-23, 1998.
- [6] HAJNAL, F. *O estudo do paralelismo no ensino da Geometria Analítica Plana: do empírico ao dedutivo*. Dissertação. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. São Paulo, 2007.
- [7] LUCAS, R. D. *GeoGebra e Moodle no ensino de Geometria Analítica*. Dissertação. Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2009.
- [8] PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias*. Brasília: Secretaria de Educação Básica – Ministério da Educação, 2006.
- [9] RICHIT, A. *Projetos em Geometria Analítica usando software de Geometria Dinâmica: repensando a Formação Inicial Docente em Matemática*. Dissertação. Mestrado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 2005.
- [10] SANTOS, R. S. *Tecnologias digitais na sala de aula para aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica: manipulações no software GrafEquation*. Dissertação. Mestrado em Ensino de Matemática. UFRGS. Porto Alegre, 2008.