

Universidade Federal de Ouro Preto

Núcleo de Geotecnia

Programa de Pós-Graduação em Geotecnia
PPGEO

Dissertação

**Avaliação Comparativa de
Modelos Constitutivos para
um Rejeito de Minério de
Ferro do Quadrilátero
Ferrífero**

André de Oliveira Faria

Ouro Preto
2022



UFOP

ANDRÉ DE OLIVEIRA FÁRIA

**AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE MODELOS
CONSTITUTIVOS PARA UM REJEITO DE
MINÉRIO DE FERRO DO QUADRILÁTERO
FERRÍFERO**

NUGEO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia do Núcleo de Geotecnia da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Geotecnia.

ESCOLA DE MINAS / UFOP

Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Lucas Deleon Ferreira.

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Guimarães Delgado.

OURO PRETO

2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F224a Faria, André de Oliveira.

Avaliação comparativa de modelos constitutivos para um rejeito de minério de ferro do quadrilátero ferrífero. [manuscrito] / André de Oliveira Faria. - 2022.

125 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Lucas Deleon Ferreira.

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Guimarães Delgado.

Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Núcleo de Geotecnia da Escola de Minas. Programa de Pós-Graduação em Geotecnia.

Área de Concentração: Geotecnia.

1. Barragens de rejeitos - Minérios de ferro. 2. Deformações e tensões. 3. Deformações e tensões - Modelo constitutivo. 4. Modelo Cam-Clay Modificado (MCC). 5. Deformações e tensões - Modelo constitutivo - NorSand. I. Delgado, Bruno Guimarães. II. Ferreira, Lucas Deleon. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 624.13

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

André de Oliveira Faria

Avaliação comparativa de modelos constitutivos para um rejeito de minério de ferro do Quadrilátero Ferrífero

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia do Núcleo de Geotecnia da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de **Mestre em Geotecnia**

Aprovada em 10 de novembro de 2022

Membros da banca

Prof. Dr. Lucas Deleon Ferreira - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)

Prof. Dr. Eleonardo Lucas Pereira - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Prof. Dr. Alessandro Cirone - (PUC/RJ)

O Prof. Lucas Deleon Ferreira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 06/12/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Lucas Deleon Ferreira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/12/2022, às 10:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0439247** e o código CRC **7300EC1B**.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais João Batista e Lenir, pelo amor incondicional e pelo incentivo incansável
na dedicação aos estudos.

Aos meus irmãos Vinícius e Ana Carolina, exemplos de pessoas e profissionais.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e por me proporcionar saúde e sabedoria todos os dias.

À Bruna, pelo amor e carinho diário.

Agradecimento especial ao Bruno Delgado, por todos os ensinamentos durante a orientação, por me apresentar os conceitos da Mecânica dos Solos Dos Estados Críticos e por mostrar a importância da aplicação da técnica na resolução dos problemas da engenharia geotécnica.

Ao professor Lucas Deleon, pelos ensinamentos durante a graduação e orientação de mestrado.

Aos amigos Mauro, Marcus e Felipe, pela amizade e exemplo de dedicação profissional.

Ao Ian Paes, pela disponibilidade durante as discussões técnicas realizadas ao longo do trabalho.

Aos amigos da Pimenta de Ávila, por me mostrarem diariamente a importância da qualidade técnica nos estudos e projetos desenvolvidos.

Ao Danilo Eloi, pela pronta disponibilização dos dados necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

À UFOP e Escola de Minas, pela formação acadêmica de qualidade e por me permitir o contato com tantas mentes brilhantes.

RESUMO

A Mecânica dos Solos em sua abordagem clássica apresenta limitações no que tange, principalmente, o comportamento plástico dos solos na medida em que aspectos de resistência e de deformabilidade são tratados de maneira distinta e simplificada. Neste contexto, a Mecânica dos Solos dos Estados Críticos propõe uma abordagem integrada do comportamento do solo, introduzindo o conceito de estado crítico associado à teoria da plastificação com endurecimento e amolecimento. Essa consideração permite um tratamento mais rigoroso na resolução dos problemas, em especial àqueles relacionados ao comportamento tensão-deformação. A disseminação desse conceito ainda é relativamente nova no Brasil, uma vez que o tema não é usualmente abordado na esfera acadêmica e tem sido aplicado pontualmente no mercado de trabalho, em que tradicionalmente são adotadas soluções de modelagem mais simples. Neste contexto, o objetivo deste trabalho consiste em comparar a capacidade preditiva de três modelos constitutivos para a simulação do comportamento de um rejeito de minério de ferro do Quadrilátero Ferrífero, considerando o modelo de Mohr-Coulomb, amplamente utilizado no mercado de trabalho, Cam-Clay Modificado e NorSand, os quais consideram o conceito de estado crítico em suas formulações. Para o desenvolvimento das modelagens foi utilizado o programa GeoStudio (SIGMA/W) e dados experimentais disponíveis na literatura. Os resultados numéricos a partir da utilização do modelo constitutivo Mohr-Coulomb confirmaram as suas limitações em termos de resposta perfeitamente plástica. Dentre os três modelos, o NorSand foi aquele que apresentou melhor representatividade numérica em relação ao comportamento experimental, o que pode estar atrelado à utilização do maior número de parâmetros, à aplicação do parâmetro de estado, bem como à natureza siltosa do rejeito analisado. Adicionalmente, observou-se dificuldade em simular o comportamento denso do material, o que pode estar associado à formação de planos de cisalhamento durante o ensaio triaxial, bem como à complexidade em modelar a ocorrência desse fenômeno em ensaios virtuais utilizando o modelo NorSand. Por fim, a melhor aderência aos resultados experimentais evidenciou a importância da aplicação da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos nos estudos tensão-deformação, a qual pode ser eventualmente adotada na simulação do comportamento de estruturas reais submetidas a altas tensões, como perspectiva de pesquisas futuras.

Palavras-chave: estado crítico; tensão-deformação; modelo constitutivo; Cam-Clay Modificado; NorSand.

ABSTRACT

Soil Mechanics in its classical approach has limitations regarding, mainly, the plastic behavior of soils insofar as aspects of strength and deformability are treated in a different and simplified way. In this context, Critical State Soil Mechanics proposes an integrated approach to soil behavior, introducing the concept of critical state associated with the theory of hardening and softening plasticization. This consideration allows a more rigorous treatment in solving problems, especially those related to stress-strain behavior. The dissemination of this concept is still relatively new in Brazil, where the topic is not usually addressed in the academic sphere and has been applied occasionally in the job market, where simpler modelling solutions are traditionally adopted. In this context, the objective of this research is to compare the predictive capacity of three constitutive models to simulate the behavior of an iron ore tailings from the *Quadrilátero Ferrífero*, considering the Mohr-Coulomb model, widely used in the job market, Modified Cam-Clay and NorSand, which consider the concept of critical state in their formulations. For the modelling development, the GeoStudio (SIGMA/W) and experimental data available in the literature were used. Numerical results from the use of the Mohr-Coulomb model confirmed its limitations in terms of a perfectly plastic response. Among the three models, the NorSand was the one that presented the best numerical representation in relation to the experimental behavior, which may be linked to the use of the largest number of parameters, to the application of the state parameter, as well as the silty nature of the tailings analyzed. Additionally, it was observed difficulty in simulating the material dense behavior, which may be associated with the formation of shear bands during the triaxial test, as well as the complexity in modeling the occurrence of this phenomenon in virtual tests using the NorSand model. Finally, the best adherence to the experimental results highlighted the importance of applying Critical State Soil Mechanics in stress-strain studies, which can eventually be adopted in the simulation of the behavior of real structures subjected to high stresses, as a perspective of future research.

Key words: critical state; stress-strain; constitutive model; Modified Cam-Clay; NorSand.

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Representação do comportamento plástico dos materiais.	27
Figura 2.2 - Superfície de Tresca.....	27
Figura 2.3 - Superfície de Von Mises.....	28
Figura 2.4 - Comparação das superfícies de Tresca e Von Mises.....	28
Figura 2.5 - Superfície de Drucker e Prager (1952).	29
Figura 2.6 - Superfície de Drucker <i>et al.</i> (1957) (adaptado de Nader, 1993).....	30
Figura 2.7 - Variações da superfície de escoamento (Silva, 1996).	31
Figura 2.8 - Endurecimento misto (Silva, 1996).	31
Figura 2.9 – (a) Endurecimento isotrópico e (b) Fluxo plástico associado (Schofield e Wroth, 1968).....	32
Figura 2.10 - Efeitos do cisalhamento no volume dos solos (adaptado de Casagrande, 1936).....	33
Figura 2.11 - Comportamento dos ensaios de cisalhamento direto em areias sob condição drenada (adaptado de Casagrande, 1975).	35
Figura 2.12 - Diagrama ilustrativo LCN e LEC (adaptado de Taylor, 1948).....	36
Figura 2.13 - Projeção da linha de estados críticos no plano τ - σ'	37
Figura 2.14 - Projeção da linha de estados críticos no plano q - p'	38
Figura 2.15 - LEC no espaço q , p' , e (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).	39
Figura 2.16 - Localização das regiões de comportamento contrátil, dilatante e estados impossíveis (adaptado de Maranhã das Neves, 2016).....	40
Figura 2.17 - Valores de q e p' (eixos normalizados) obtidos na ruptura (adaptado de Schofiel e Worth, 1968).....	41
Figura 2.18 - Plano inclinado (OA), Superfície de Hvorslev (AB) e Linha de Estados Críticos (B) (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).....	42
Figura 2.19 - Valores de q e p' (eixos normalizados) obtidos na ruptura (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).	42
Figura 2.20 - Famílias de ensaios drenados e não drenados no espaço q , p' , e (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).	43
Figura 2.21 - Superfície limite de estados (adaptado de Wood, 1990).	44
Figura 2.22 - Superfície limite de estados avaliada nos eixos normalizados (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).	44

Figura 2.23 - Variações de estado para ensaios em amostras de areia “fofa” e densa (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).	45
Figura 2.24 - Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais.	47
Figura 2.25 - Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb.	47
Figura 2.26 - Superfície limite dos estados do modelo Cam-Clay original (adaptado de Maranha das Neves, 2016).	49
Figura 2.27 - Região da superfície limite dos estados (adaptado de Roscoe e Burland, 1968).	50
Figura 2.28 - Relação entre p' e q na compressão isotrópica e no estado crítico.	51
Figura 2.29 - Projeção da superfície de cedência no plano q - p' para o modelo Cam-Clay original (adaptado de Silva, 1996).	52
Figura 2.30 - Incremento de deformação plástica no modelo Cam-Clay original (Maranha das Neves, 2016).	53
Figura 2.31 - Funções de plastificação (iguais às funções de potencial plástico) dos modelos Cam-Clay (Maranha das Neves, 2016).	54
Figura 2.32 - Superfície de cedência do modelo Cam-Clay Modificado projetada no plano q - p' (adaptado de Maranha das Neves, 2016).	55
Figura 2.33 - Superfície limite de estados nos modelos (a) Cam-Clay e (b) Cam-Clay Modificado (adaptado de Silva, 1996).	56
Figura 2.34 - Definição de parâmetro de estado (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	59
Figura 2.35 - Avaliação da trajetória de tensões para areias sob diferentes condições (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	60
Figura 2.36 - Avaliação da dilatância máxima para materiais arenosos submetidos ao ensaio de compressão triaxial drenado (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	61
Figura 2.37 - (a) Cam-Clay; (b) Modelo NorSand (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	62
Figura 2.38 - (a) Todos os ensaios na mesma escala; (b) Ensaio 874/MT; (c) Ensaio LDUL-1/PV; (d) Ensaio LDUL-2/PV e (e) Ensaio LDUL-3/PV em escala expandida (adaptado de Jefferies e Been, 2000).	63
Figura 2.39 - Superfície de escoamento para materiais no estado “fofo” (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	67
Figura 2.40 - Superfície de escoamento para materiais na condição densa (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	67

Figura 2.41 - Evolução da superfície de escoamento (adaptado de Jefferies, 1993).....	69
Figura 3.1 - Distribuição granulométrica segundo ASTM D422.	72
Figura 3.2 - Curva de compressibilidade.....	72
Figura 3.3 - Variação da tensão desviadora (q) com a deformação axial (ϵ_a).....	75
Figura 3.4 - Variação da deformação volumétrica (ϵ_V) com a deformação axial (ϵ_a)...	75
Figura 3.5 - Trajetórias de tensão e envoltória de máxima tensão desviadora.....	76
Figura 3.6 - Projeção da linha de estados críticos no plano e - p'	77
Figura 3.7 - Projeção da linha de estados críticos no plano q - p'	78
Figura 3.8 - Metodologia utilizada na modelagem computacional.	79
Figura 3.9 - (a) Sólido axissimétrico; (b) Geometria adotada nas análises.	79
Figura 3.10 - Avaliação de sensibilidade da altura do CP durante as modelagens.	80
Figura 3.11 - Condições de contorno aplicadas para a etapa de adensamento.	81
Figura 3.12 - Condições de contorno aplicadas para a etapa de cisalhamento.....	82
Figura 3.13 - Avaliação ângulo de dilatância.	84
Figura 3.14 - Avaliação de sensibilidade do OCR para resposta tensão-deformação - CID-03 (200 kPa) Modelo Cam-Clay Modificado.	85
Figura 3.15 - Avaliação de sensibilidade do OCR para relação de deformações - CID-03 (200 kPa) Modelo Cam-Clay Modificado.	86
Figura 3.16 - Relação Ψ - D_{min}	88
Figura 3.17 - Relação D_{min} - $\eta_{máx}$	88
Figura 3.18 - Relação H - Ψ_0	89
Figura 4.1 - Tensão-deformação consolidada – Modelo Mohr-Coulomb.	90
Figura 4.2 - Relação de deformações consolidada – Modelo Mohr-Coulomb.....	91
Figura 4.3 - Variação do índice de vazios – Modelo Mohr-Coulomb.....	92
Figura 4.4 - Tensão-deformação CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.	93
Figura 4.5 - Relação de deformações CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.....	93
Figura 4.6 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.	94
Figura 4.7 - Tensão-deformação consolidada – Modelo Cam-Clay Modificado.	95
Figura 4.8 - Relação de deformações consolidada – Modelo Cam-Clay Modificado....	96
Figura 4.9 - Variação do índice de vazios – Modelo Cam-Clay Modificado.....	96
Figura 4.10 - Tensão-deformação – Modelo Cam-Clay Modificado.	97
Figura 4.11 - Relação de deformações – Modelo Cam-Clay Modificado.....	97

Figura 4.12 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	99
Figura 4.13 - Tensão-deformação consolidada – Modelo NorSand.....	100
Figura 4.14 - Relação de deformações consolidada para a condição NorSand Calibração.	100
Figura 4.15 - Relação de deformações consolidada para a condição NorSand Final... ..	101
Figura 4.16 - Variação do índice de vazios para a condição NorSand Calibração.....	101
Figura 4.17 - Variação do índice de vazios para a condição NorSand Final.....	102
Figura 4.18 - Avaliação de sensibilidade para calibração considerando $G_{ref} = 10$ MPa – Modelo NorSand condição “fofa”: (a) tensão de 400 kPa; (b) tensão de 200 kPa e (c) tensão de 100 kPa.	103
Figura 4.19 - Tensão-deformação CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.	104
Figura 4.20 - Relação de deformações CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.....	104
Figura 4.21 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.....	105
Figura 4.22 - Avaliação de sensibilidade χ para relação de deformações - CID-03 (200 kPa) Modelo NorSand.	106
Figura 4.23 - Avaliação de sensibilidade para calibração considerando $G_{ref} = 10$ MPa – Modelo NorSand condição densa: (a) Comportamento Tensão-Deformação e (b) Relação entre deformações axiais e volumétricas.	107
Figura 4.24 - Tensão-deformação Modelo Cam-Clay Modificado – Não Drenado.....	108
Figura 4.25 - Tensão-deformação Modelo NorSand – Não Drenado.....	108
Figura 4.26 – Análise de sensibilidade parâmetro k – Modelo Cam-Clay Modificado Não Drenado.	109
Figura A.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.	117
Figura A.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb..	117
Figura A.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.	118
Figura A.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb..	118
Figura A.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.	119
Figura A.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb..	119
Figura B.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	120
Figura B.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	120

Figura B.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	121
Figura B.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	121
Figura B.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	122
Figura B.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.	122
Figura C.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo NorSand.	123
Figura C.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo NorSand.	123
Figura C.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo NorSand.	124
Figura C.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo NorSand.	124
Figura C.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo NorSand.	125
Figura C.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo NorSand.	125

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Valores obtidos para os coeficientes CC , CS e CR	73
Tabela 3.2 - Valores obtidos para os coeficientes λ e k	74
Tabela 3.3 - Resumos das condições dos corpos de prova em cada fase dos ensaios (Eloi, 2021).....	74
Tabela 3.4 - Parâmetros etapa de adensamento.....	82
Tabela 3.5 - Parâmetros modelo Mohr-Coulomb.....	84
Tabela 3.6 - Parâmetros modelo Cam-Clay Modificado.....	86
Tabela 3.7 - Parâmetros modelo NorSand.....	89

Lista de Símbolos e Nomenclaturas

Nomenclaturas

ASTM	<i>American Society of Testing and Materials</i>
CID	Consolidação Isotrópica Drenada
CSL	<i>Critical State Line</i>
CSSM	<i>Critical State Soil Mechanics</i>
IFM	<i>Interactive Forward Modeling</i>
LCN	Linha de Consolidação Normal
LEC	Linha de Estados Críticos
OCR	<i>Overconsolidation Ratio</i>
PLCN	Pseudo Linha de Consolidação Normal

Alfabeto latino

c'	intercepto de coesão efetiva
d	operador derivada
D	taxa de dilatação
D_{min}	dilatação máxima
D^P	parcela plástica da dilatação
e_0	índice de vazios inicial
e_c	índice de vazios no estado crítico
e_i	índice de vazios no estado crítico para a condição de imagem
e_k	índice de vazios na linha k para $p' = 1 \text{ kPa}$
E	módulo de Young
E'	módulo de Young efetivo
E_{50}	módulo elástico secante
F, F'	função de plastificação
G	módulo de distorção ou cisalhante
G_s	densidade real dos grãos
H	módulo de endurecimento plástico
H_0	módulo de endurecimento plástico para a condição de parâmetro de estado igual a zero
H_y	módulo de endurecimento plástico como função do parâmetro de estado
I_1	primeiro invariante de tensões
J_2	segundo invariante de tensões
K	módulo de compressibilidade volumétrica
k	constante positiva característica do solo
k	inclinação da linha de recompressão/expansão

M, M_{tc}	razão de tensões no estado crítico (obtida em ensaio triaxial de compressão)
M_i	razão de tensões no estado crítico para a condição de imagem
m	expoente elástico
N	coeficiente de acoplamento volumétrico
p'	tensão média efetiva ou volumétrica
p'_c	tensão média efetiva no estado crítico
p_i	tensão média na condição de imagem
\dot{p}_i	incremento de tensão média na condição de imagem
$p_{i,máx}$	tensão média máxima na condição de imagem
p'_{ref}	tensão média efetiva de referência
p'_y	tensão média efetiva de cedência
q	tensão desviadora ou distorcional
Y	tensão de escoamento obtida através do ensaio de tração axial

Alfabeto grego

α	constante positiva característica do solo
χ, χ_{tc}	dilatância de estado (definida a partir do ensaio de compressão triaxial drenado)
χ_i	dilatância de estado na condição de imagem
Γ	intercepto da LEC com o eixo das ordenadas para o nível de tensão $p' = 1 \text{ kPa}$
δW	densidade de trabalho
ε_1	deformação principal maior
ε_3	deformação principal menor
ε_{ij}^p	componente incremento de deformação plástica
ε_s	deformação distorcional
ε_s^e	deformação distorcional elástica
ε_s^p	deformação distorcional plástica
ε_v	deformação volumétrica
ε_v^e	deformação volumétrica elástica
ε_v^p	deformação volumétrica plástica
$\delta\varepsilon_s, \dot{\varepsilon}_s$	incremento de deformação distorcional
$\delta\varepsilon_s^e$	incremento de deformação distorcional elástica
$\delta\varepsilon_s^p$	incremento de deformação distorcional plástica
$\delta\varepsilon_v, \dot{\varepsilon}_v$	incremento de deformação volumétrica
$\delta\varepsilon_v^e$	incremento de deformação volumétrica elástica
$\delta\varepsilon_v^p$	incremento de deformação volumétrica plástica
η	razão de tensões (q/p')
$\eta_{máx}$	razão de tensões máxima
λ	inclinação da LEC no espaço $e - p'$

λ	inclinação da LCN
σ'	tensão normal efetiva
σ_1	tensão principal maior
σ_3	tensão principal menor
σ'_1	tensão principal maior efetiva
σ'_3	tensão principal menor efetiva
σ'_{ij}	componente incremento de tensão efetiva
τ	tensão cisalhante
ν	coeficiente de Poisson
ν	volume específico
ϕ'	ângulo de atrito em termos de tensão efetiva
ϕ'_c	ângulo de atrito efetivo no estado crítico
ψ	ângulo de dilatância
Ψ	parâmetro de estado
Ψ_i	parâmetro de estado na condição de imagem

Lista de Apêndices

APÊNDICE A – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Mohr-Coulomb	117
APÊNDICE B – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Cam-Clay Modificado	120
APÊNDICE C – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Norsand	123

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	19
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	19
1.2. JUSTIFICATIVA	19
1.3. OBJETIVOS	20
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	21
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1. DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS TENSÃO-DEFORMAÇÃO	22
2.2. ELASTICIDADE.....	24
2.3. PLASTICIDADE.....	25
2.3.1. Função de Plastificação	26
2.3.2. Lei de Endurecimento.....	30
2.3.3. Lei De Fluxo e Critério de Estabilidade	31
2.4. MECÂNICA DOS SOLOS DOS ESTADOS CRÍTICOS	33
2.4.1. Conceito.....	33
2.4.2. Superfície Limite dos Estados	41
2.5. MODELOS CONSTITUTIVOS.....	45
2.5.1. Mohr-Coulomb	46
2.5.2. Cam-Clay Modificado	48
2.5.3. NorSand.....	57
CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS	71
3.1. CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA DO REJEITO.....	71
3.2. MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	78
3.2.1. Características do Modelo Numérico	78
3.2.2. Parâmetros dos Modelos Constitutivos	83
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	90
4.1. MOHR-COULOMB	90

4.1.2. Ensaio CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”).....	90
4.1.3. Ensaio CID-03 (Condição Densa).....	92
4.2. CAM CLAY MODIFICADO	95
4.2.1. Ensaio CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”).....	95
4.2.2. Ensaio CID-03 (Condição Densa).....	97
4.3. NORSAND	99
4.3.1. Ensaio CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”).....	99
4.3.2. Ensaio CID-03 (Condição Densa).....	104
4.4. RESPOSTA NÃO DRENADA – CAM-CLAY MODIFICADO E NORSAND..	107
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES	110
5.1. CARACTERIZAÇÃO DO REJEITO E MODELAGEM COMPUTACIONAL .	110
5.2. DESEMPENHO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS AVALIADOS	111
5.3. MODELO CONSTITUTIVO MAIS REPRESENTATIVO	112
5.4. SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS.....	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	114

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Mecânica dos Solos é a ciência aplicada que estuda o comportamento mecânico e hidráulico do solo. Segundo as ideias de Terzaghi e Peck (1967), não se pode aplicar aos solos leis teóricas de uso corrente desenvolvidas para outros materiais de engenharia, como o concreto e o aço. Logo, não é suficiente determinar em laboratório parâmetros de resistência e deformabilidade em amostras de solo e aplicá-los a modelos teóricos desenvolvidos para outros materiais.

O avanço da Mecânica dos Solos se dá pelo aprimoramento da experimentação, observação e análise do comportamento das obras, o que torna imprescindível a necessidade de se atentar para as peculiaridades dos solos com base no entendimento dos seus mecanismos de comportamento.

A Mecânica dos Solos dos Estados Críticos (*CSSM*, da sigla em inglês) propõe uma abordagem integrada do comportamento mecânico dos solos, correlacionando aspectos de deformabilidade e de resistência ao cisalhamento, tratados de maneira distinta pela Mecânica dos Solos Clássica.

Um solo alcança o estado crítico quando continua a se deformar sob tensão e volume constantes (Roscoe *et al.*, 1958).

Sabendo-se da existência de modelos que descrevem a resistência do solo sob aspectos relacionados à tensão, torna-se necessária a existência de modelos capazes de descrever a resistência em termos de tensão e deformação. Diante disso, a utilização da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos se apresenta como uma ferramenta fundamental para uma compreensão mais rigorosa do comportamento dos solos e de outros materiais particulados.

1.2. JUSTIFICATIVA

O estudo rigoroso do comportamento tensão-deformação dos solos e meios particulados em geral requer considerações que consigam prever com razoável confiabilidade o comportamento generalizado dos materiais, associado quer à resistência quer à deformabilidade, para o qual a

definição dos parâmetros obtidos nos ensaios de campo e laboratório configuram-se como fundamentais nesse processo. Neste contexto, a execução do presente trabalho se justifica como forma de contribuir com a necessidade da utilização dos conceitos da teoria dos estados críticos em estudos de tensão-deformação.

Dessa forma, fazem-se necessários estudos à luz da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos a fim de se obter parâmetros últimos intrínsecos a estes materiais, independente do estado de tensão e da condição de carregamento imposta (drenada ou não drenada). Nesse aspecto, possibilitando a obtenção de parâmetros necessários a fim de utilizar modelos constitutivos mais representativos do comportamento elastoplástico característico de solos e meios particulados em geral, como, por exemplo, rejeitos de mineração.

1.3. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho consiste em comparar a capacidade preditiva de três modelos constitutivos para a simulação do comportamento de um rejeito de minério de ferro do Quadrilátero Ferrífero, considerando o modelo de Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand.

Essa abordagem busca promover uma discussão sobre a necessidade da utilização dos conceitos da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos em estudos de tensão-deformação, considerada nos modelos Cam-Clay Modificado e NorSand, em complemento à ampla utilização comercial do modelo Mohr-Coulomb, o qual não considera a teoria dos estados críticos. Além de possibilitar uma avaliação do modelo constitutivo que melhor consegue capturar o comportamento de um rejeito de minério de ferro específico, objetivando análises mais confiáveis acerca da segurança das estruturas geotécnicas associadas a esse material. Ressalta-se que a utilização do modelo Mohr-Coulomb foi priorizada, dentre os modelos da literatura que não consideram a teoria dos estados críticos, tendo em vista a sua ampla utilização comercial.

Diante do exposto, tem-se como objetivos específicos deste trabalho:

1. Modelar pelo Método de Elementos Finitos (MEF) o comportamento tensão-deformação do material considerando três modelos constitutivos (Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand);
2. Comparar os resultados de cada modelo estudado com os resultados observados experimentalmente;
3. Definir o modelo constitutivo que apresenta o comportamento mais representativo ao observado nos ensaios triaxiais.

1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho foi elaborado em 5 capítulos. O presente capítulo busca oferecer uma introdução acerca do assunto, evidenciar a motivação que justificou o tema escolhido para a pesquisa, bem como os objetivos geral e específicos da dissertação.

O segundo capítulo fornece a revisão bibliográfica empreendida para a contextualização do estado da arte associado ao trabalho, iniciando pela abordagem das variáveis principais utilizadas em estudos tensão-deformação, os conceitos de elasticidade e plasticidade, bem como a aplicação da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos. Na sequência, é abordado sobre as formulações que caracterizam os modelos constitutivos de Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand, respectivamente.

No Capítulo 3 são apresentados os materiais e métodos envolvidos na pesquisa. Neste capítulo são ilustrados os ensaios experimentais que foram utilizados, a metodologia para o desenvolvimento das modelagens computacionais, bem como os parâmetros aplicados aos modelos numéricos adotados.

O quarto capítulo apresenta e discute os resultados obtidos através das análises numéricas de tensão-deformação. São feitas análises comparativas entre a resposta computacional e o comportamento experimental, discutindo para cada modelo estudado os resultados obtidos para as diferentes condições de estado inicial do rejeito adotado (condições “fofa” e densa).

Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas em decorrência do trabalho, bem como as sugestões para o desenvolvimento de pesquisas futuras.

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Os solos são meios particulados que respondem aos carregamentos a eles impostos por meio da interação interparticular, constituindo-se, assim, num meio essencialmente discreto. No entanto, dada a dificuldade prática em se compatibilizar as condições de equilíbrio em tais circunstâncias, a Mecânica dos Solos considera, por simplificação, que o comportamento mecânico dos solos, e demais materiais de constituição particulada, pode ser satisfatoriamente compreendido assumindo-se a hipótese de um meio contínuo cujo comportamento, no entanto, é regido pela tensão efetiva (decorrente dos efeitos da poropressão que podem atuar nos vazios do material) e não, exclusivamente, pela tensão total aplicada.

Modernamente algumas abordagens têm buscado sobrepujar essas simplificações por meio de métodos discretos com suporte computacional, como o Método dos Elementos Discretos (MED), com iniciativas em pesquisas aplicadas, que visam, inclusive, calibrar os modelos baseados na mecânica dos meios contínuos (Delgado, 2020). No entanto, o esforço computacional associado a tais modelos ainda é relativamente elevado e tais abordagens, por enquanto, permanecem afastadas das análises correntes no cotidiano da prática profissional. Nesse sentido, este trabalho se concentra ainda no domínio da mecânica dos meios contínuos, a qual trata das tensões e das deformações que se instalam num corpo deformável, constituído por um material contínuo, o qual não pode exibir descontinuidades ou sobreposições, buscando, porém, leis constitutivas que possam melhor representar o comportamento experimental observado nos materiais, no caso específico em questão, num rejeito de minério de ferro.

Entende-se por tensão, uma força atuando numa unidade de área, bem como por deformação, uma intensidade de deslocamento que se traduz por variação da distância em uma unidade de comprimento. Forças e tensões devem estar em equilíbrio, a fim de se evitar que o corpo sofra aceleração. Nesse mesmo sentido, os deslocamentos ao darem origem às deformações devem ser compatíveis, ou então o corpo pode exibir descontinuidades ou sobreposições (Maranha das Neves, 2016).

Em um estado de tensões axissimétrico, as variáveis de tensão e deformação são representadas de forma simplificada em termos de direções principais, em que, tomando o estado de tensão efetiva, tem-se que σ'_1 e σ'_3 representam a tensão principal maior efetiva e a tensão principal menor efetiva, respectivamente, sendo $\sigma'_2 = \sigma'_3$ (condição de axissimetria). Da mesma forma, tem-se que ε_1 e ε_3 representam as componentes de deformação associadas a essas tensões principais, respectivamente.

Nestes termos, sob a condição axissimétrica tem-se que a tensão média efetiva ou volumétrica (p') é responsável por gerar variação volumétrica no material, bem como a tensão desviadora ou distorcional (q) está associada à ocorrência das variações de forma, sendo expressas pelas Equações (2.1) e (2.2).

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \quad (2.1)$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad (2.2)$$

A relação entre essas tensões (η) é dada pela Equação (2.3):

$$\eta = \frac{q}{p'} \quad (2.3)$$

Com respeito às deformações resultantes das tensões p' e q , tem-se, na condição de axissimetria, que:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (2.5)$$

em que:

ε_v é a deformação volumétrica; e

ε_s representa a deformação distorcional.

Conhecidas tais relações, pode-se definir que o trabalho realizado durante um incremento de deformação volumétrica ($\delta\varepsilon_v$) e distorcional ($\delta\varepsilon_s$), δW (densidade de trabalho), pode ser dado pela Equação (2.6).

$$\delta W = q\delta\varepsilon_s + p'\delta\varepsilon_v \quad (2.6)$$

Maranha das Neves (2016) esclarece que tensões e deformações podem se relacionar por intermédio de equações constitutivas, de modo que a escolha da equação adequada depende do grau de aproximação com que se pretende descrever o comportamento real do material. Quanto maior for essa aproximação, maior será a complexidade da relação e, conseqüentemente, mais parâmetros relacionados com as propriedades mecânicas do material em causa.

2.2. ELASTICIDADE

Para os materiais elásticos, tem-se que o trabalho realizado pelas tensões externas durante um incremento de deformação é armazenado e pode ser recuperado no descarregamento da tensão inicialmente aplicada. Schofield e Wroth (1968) definem que um contínuo elástico isotrópico apresenta propriedades lineares que envolvem apenas duas constantes fundamentais dos materiais, sendo uma relacionada aos efeitos gerados pela tensão volumétrica e a outra pelos efeitos da tensão desviadora, respectivamente: i) módulo de compressibilidade volumétrica K e ii) módulo de distorção G . Nesse aspecto, tem-se que:

$$3G = \frac{dq}{d\varepsilon_s} \quad (2.7)$$

$$K = \frac{dp}{d\varepsilon_v} \quad (2.8)$$

Ainda segundo esses autores, é usual a definição de constantes elásticas alternativas a partir de ensaios de tração e compressão axial, de modo a obter-se o módulo de Young E (Equação 2.9), bem como o coeficiente de Poisson ν (Equação 2.10), fazendo:

$$E = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1^e} \quad (2.9)$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_3^e}{\varepsilon_1^e} \quad (2.10)$$

em que o sobrescrito e representa a parcela elástica da deformação avaliada.

Adicionalmente, pode-se relacionar os módulos E , G , K e o coeficiente ν tomando:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.11)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.12)$$

2.3. PLASTICIDADE

Enquanto no domínio da elasticidade o trabalho realizado pelas tensões externas pode ser recuperado na fase de descarregamento, para o incremento de deformações plásticas o trabalho realizado é dissipado, de modo que estas deformações não são recuperáveis na fase de descarregamento.

Para os materiais perfeitamente elásticos é considerada a linearidade entre o incremento de tensão e o incremento de deformação, de modo que os problemas podem ser resolvidos a partir da aplicação de cada incremento de tensão ao corpo não solicitado (ou já plastificado), com a posterior sobreposição das soluções considerando cada problema a parte. Nesse aspecto, para os materiais inelásticos, é necessário considerar a aplicação de incrementos de tensão em um corpo já inicialmente solicitado, de modo que cada deformação será dependente da tensão no interior do corpo em um estágio particular de carregamento, bem como dependente do incremento particular de tensão externa.

Jefferies e Been (2016) defendem que a Teoria da Plasticidade é uma metodologia dominante para a modelagem constitutiva de geomateriais, uma vez que ela é capaz de capturar os comportamentos observados experimentalmente destes materiais de forma computável, a partir das considerações matemáticas estabelecidas.

Ainda segundo os referidos autores, uma das diferenças principais entre a plasticidade e a elasticidade está no tratamento das deformações. Na elasticidade, considerando a condição isotrópica, os incrementos de deformações principais estão na mesma direção dos incrementos das tensões principais (coaxialidade entre tensões e deformações). Para a plasticidade, o desenvolvimento teórico se concentra inicialmente na identificação do

estado de tensões sob as quais as deformações plásticas ocorrem, a fim de definir a superfície de escoamento ou de cedência plástica (lugar geométrico dos estados de tensões que levam às deformações plásticas). Adicionalmente, faz-se necessária a definição adicional da magnitude e da direção em que as deformações plásticas ocorrem.

Diante do exposto, para descrever as relações de tensão-deformação inerentes ao comportamento plástico, são necessárias as definições dos conceitos de: i) função de plastificação (ou de cedência); ii) lei de endurecimento e iii) lei de fluxo.

2.3.1. Função de Plastificação

As funções que definem a combinação de tensões nas quais o material se plastifica, segundo uma dada teoria da resistência dos materiais, são definidas como funções de plastificação, as quais podem ser representadas no espaço de tensões principais para materiais isotrópicos conforme indicado na Equação (2.13).

$$F = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (2.13)$$

em que $f(\sigma) < 0$ corresponde ao regime elástico do material, enquanto $f(\sigma) = 0$ corresponde à ocorrência de deformações plásticas (irreversíveis) e $f(\sigma) > 0$ representa os estados impossíveis.

No âmbito das deformações plásticas, um material pode ser denominado perfeitamente plástico ou com o comportamento de endurecimento/amolecimento, a depender da sua função de plastificação. Tomando essa função fixa, tem-se que o material é perfeitamente plástico, enquanto caso a função de plastificação admita mudanças em virtude das deformações plásticas, o material pode apresentar comportamento de endurecimento ou amolecimento, conforme apresentado na Figura 2.1.

Deve salientar-se que em cada um dos casos apresentados na Figura 2.1 (perfeitamente plástico, endurecimento e amolecimento) as deformações totais para um dado nível de tensão são a soma das componentes elásticas e plásticas.

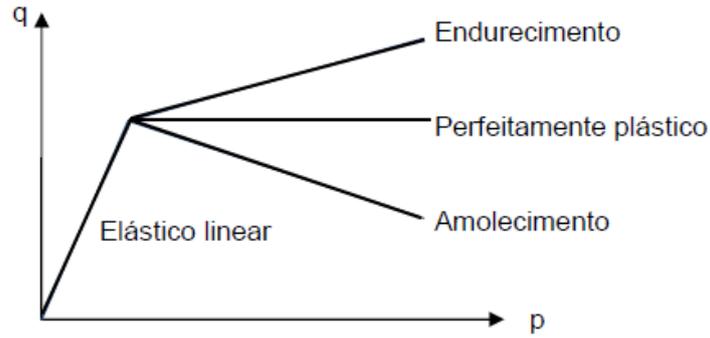


Figura 2.1 - Representação do comportamento plástico dos materiais.

A partir de experiências em metais, é possível citar as funções de plastificação de Tresca e Von Mises. O primeiro critério sugere que a plastificação ocorre quando a tensão cisalhante máxima atinge o valor crítico k , descrito pela Equação (2.14).

$$F = \sigma_1 - \sigma_3 - 2k = 0 \quad (2.14)$$

Em que a representação da função de plastificação de Tresca no espaço de tensões principais é dada por uma superfície prismática de base hexagonal, centrada no eixo hidrostático ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) conforme apresentado na Figura 2.2.

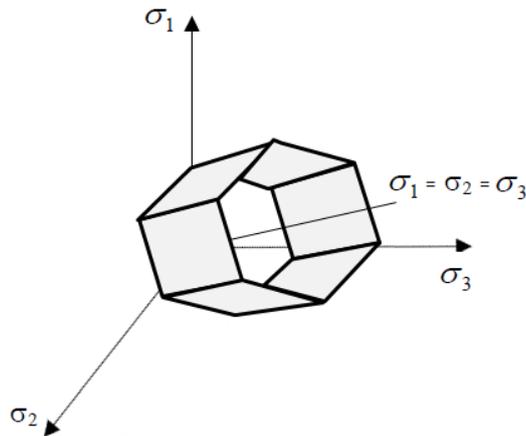


Figura 2.2 - Superfície de Tresca.

Segundo o critério de Von Mises, a plastificação ocorre segundo a Equação (2.15).

$$F = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2Y^2 = 0 \quad (2.15)$$

em que Y representa a tensão de escoamento obtida através do ensaio de tração axial. A representação da função de plastificação no espaço de tensões pode ser definida segundo uma superfície prismática de base cilíndrica centrada no eixo hidrostático (Figura 2.3).

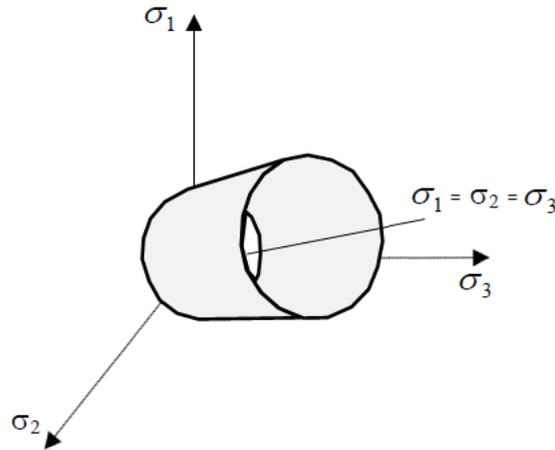


Figura 2.3 - Superfície de Von Mises.

A Figura 2.4 apresenta o comparativo dos dois critérios de plastificação, os quais se assemelham pela não alteração do formato das superfícies de escoamento consoante o incremento da tensão volumétrica (p'), o que é característico de materiais com comportamento perfeitamente plástico (Schofield e Wroth, 1968).

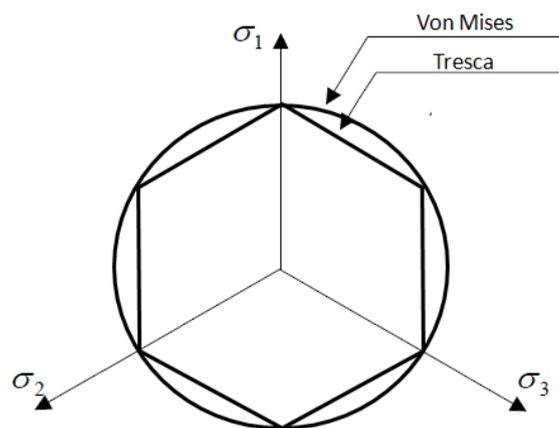


Figura 2.4 - Comparação das superfícies de Tresca e Von Mises.

No campo da Mecânica dos Solos, e objetivando contornar algumas limitações dos modelos de plastificação anteriores, Drucker e Prager (1952) propuseram uma generalização do critério de Von Mises, por meio de uma função de plastificação que define uma superfície cônica de base circular descrita pela Equação (2.16).

$$F = J_2 - (k + \alpha I_1)^2 = 0 \quad (2.16)$$

em que I_1 e J_2 representam o primeiro e segundo invariantes de tensões, bem como α e k representam constantes positivas e características do solo.

No espaço de tensões principais a superfície de Drucker-Prager apresenta o formato tridimensional conforme indicado na Figura 2.5.

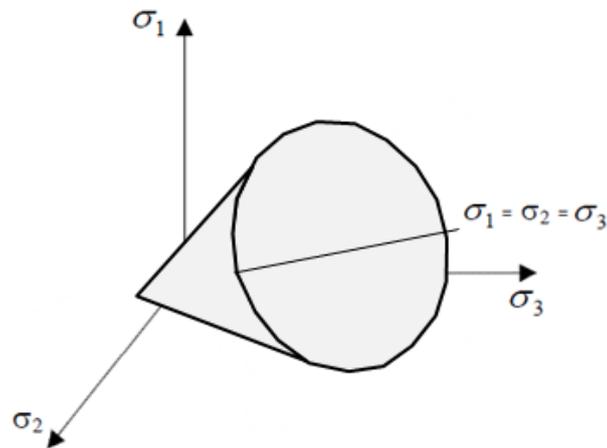


Figura 2.5 - Superfície de Drucker e Prager (1952).

Após observado que a superfície proposta levava à previsão exagerada das deformações plásticas, Drucker *et al.* (1957) propuseram uma nova superfície de escoamento fechada (Figura 2.6), afirmando que os solos não podem ser tratados como materiais plásticos perfeitos e que seu comportamento se assemelha ao de materiais elastoplásticos com endurecimento e amolecimento. Adicionalmente, os autores indicaram que a superfície de escoamento dos solos deve obrigatoriamente interceptar a diagonal (eixo isotrópico) do espaço de tensões ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$).

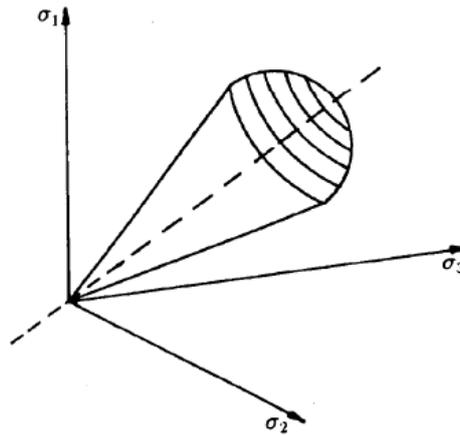


Figura 2.6 - Superfície de Drucker *et al.* (1957) (adaptado de Nader, 1993).

Um outro critério de plastificação muito difundido, e empregado em análises diversas envolvendo solos e rejeitos, é também baseado em plasticidade perfeita, tendo sido posteriormente adaptado para incorporar uma superfície de escoamento interceptando o eixo isotrópico. Trata-se do modelo de Mohr-Coulomb e será abordado em detalhes, posteriormente, por ocasião da apresentação dos modelos constitutivos utilizados neste trabalho.

2.3.2. Lei de Endurecimento

A função de plastificação define apenas o critério de ocorrência das deformações plásticas. A variação da superfície de escoamento durante o carregamento, estabelecendo as condições para as plastificações subsequentes, é caracterizada pela lei de endurecimento.

Segundo Owen e Hinton (1980), a superfície de escoamento varia para cada estágio da deformação plástica, com exceção dos materiais tratados como perfeitamente plásticos, para os quais não há variação dessa superfície, conforme Figura 2.7a. Para aqueles que apresentam comportamento de endurecimento, há três casos típicos: i) endurecimento isotrópico: ocorre a expansão uniforme da superfície de escoamento sem translação (Figura 2.7b); ii) endurecimento cinemático: ocorre a translação da superfície no espaço de tensões, como um corpo rígido (Figura 2.7c) e iii) endurecimento misto: combinação dos dois tipos anteriores, através da expansão e translação da superfície de escoamento (Figura 2.8).

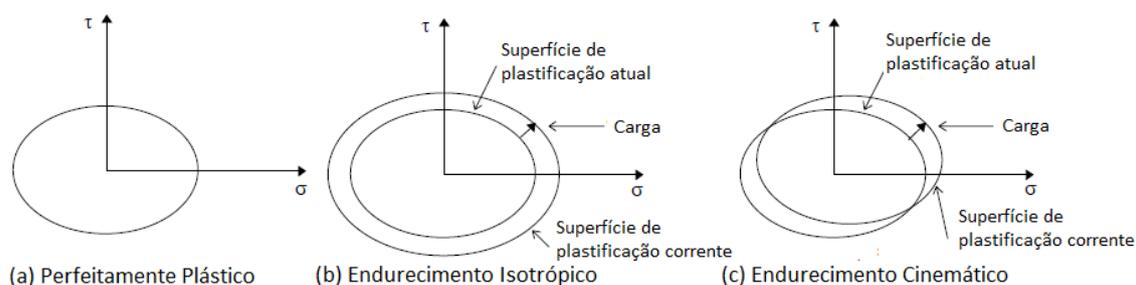


Figura 2.7 - Variações da superfície de escoamento (Silva, 1996).

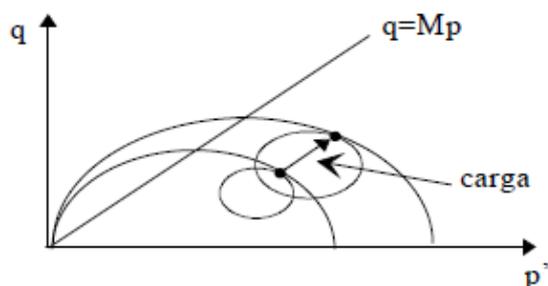


Figura 2.8 - Endurecimento misto (Silva, 1996).

Para alguns materiais, a superfície de escoamento pode apresentar o comportamento de amolecimento (interpretado como um endurecimento negativo), em que o nível da tensão de plastificação em um ponto diminui com o aumento da deformação plástica.

2.3.3. Lei De Fluxo e Critério de Estabilidade

A determinação da orientação dos incrementos de deformação plástica em um dado material quando inicia-se a sua plastificação, sob determinado estado de tensão, é descrita pela lei de fluxo. Essa lei é definida por uma função chamada de potencial plástico, a qual pode ser igual à função de plastificação, o que caracteriza a lei de fluxo associada e garante a condição de normalidade entre o vetor componente de incremento de deformação plástica (ε_{ij}^p) e a superfície descrita pela função de plastificação (F), conforme ilustrado na Figura 2.9.

Da Figura 2.9a, tem-se que o vetor σ'_{ij} representa uma combinação de tensões que leva o material ao ponto de plastificação, de modo que o conjunto de pequenos vetores representa a combinação de diferentes componentes de incrementos de tensão capazes de

resultar no mesmo endurecimento isotrópico, levando o material para uma nova superfície de escoamento ($F' = 0$).

A Figura 2.9b mostra o vetor normal à superfície de escoamento, indicando que não importa qual vetor de incremento de tensão é aplicado, o mesmo incremento de deformação plástica irá ocorrer, uma vez que sua ocorrência está ligada à combinação dos incrementos de tensão que levaram o material à plastificação, definida anteriormente pela função de plastificação. Assim, tem-se que os incrementos de deformação plástica não estão relacionados diretamente aos incrementos de tensão e não são diretamente proporcionais a esses componentes de tensão.

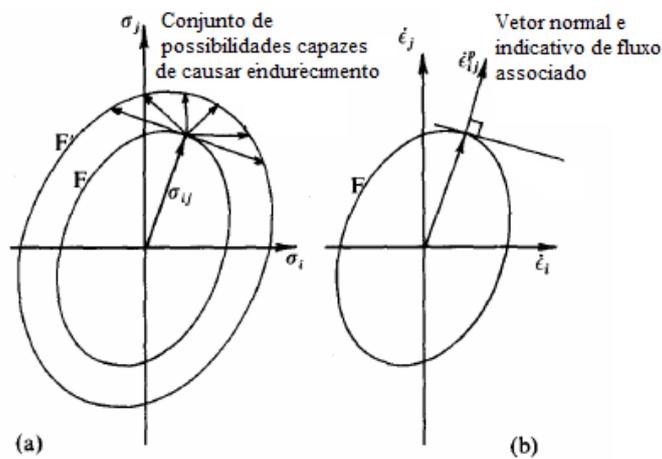


Figura 2.9 – (a) Endurecimento isotrópico e (b) Fluxo plástico associado (Schofield e Wroth, 1968).

Tomando o interesse particular na classe de materiais plásticos que apresentam endurecimento, bem como na condição de fluxo associado, Drucker (1964) fornece o conceito de estabilidade, definindo que para todos os vetores de incremento de tensão direcionados para fora da superfície de escoamento, o vetor produto do incremento de tensão com o vetor incremento de deformação plástica sempre será positivo, garantindo que nunca haja qualquer energia que o sistema não consiga dissipar ou absorver, conforme descrito pela Equação (2.17).

$$\sigma'_{ij} \epsilon_{ij}^p \geq 0 \quad (2.17)$$

2.4. MECÂNICA DOS SOLOS DOS ESTADOS CRÍTICOS

2.4.1. Conceito

O estado crítico é considerado como o estágio final que o solo atinge quando continua se deformando sob tensão e volume constantes, independente do estado inicial (tensão e/ou compactidade) ou da sua condição de carregamento.

Casagrande (1936), ao avaliar o comportamento de areias no estado “fofo” e compacto, por meio de ensaios de cisalhamento direto em condição drenada, encontrou que as areias “fofas” ao serem cisalhadas apresentavam comportamento contrátil e aquelas na condição compacta indicavam comportamento dilatante, conforme indicado na Figura 2.10.

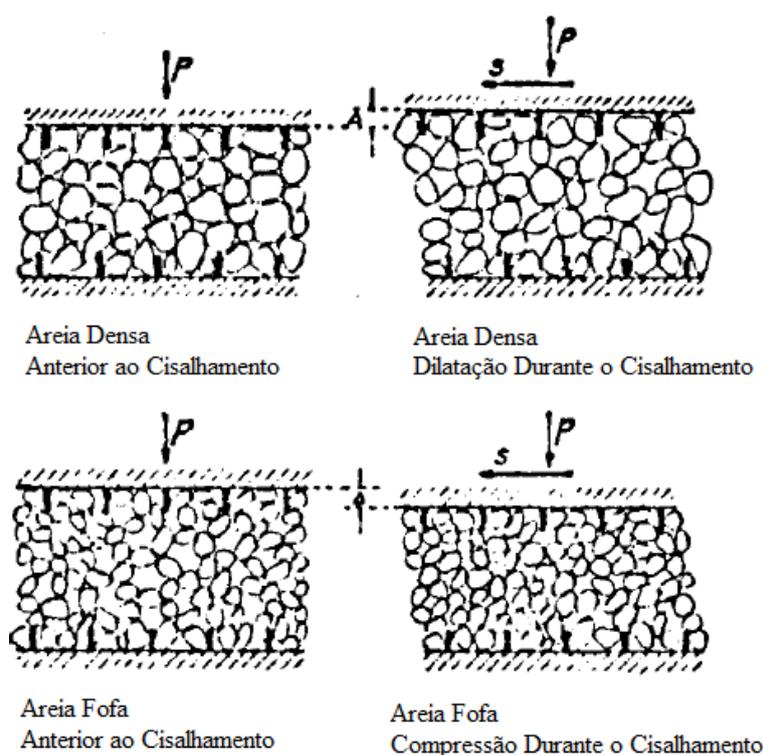


Figura 2.10 - Efeitos do cisalhamento no volume dos solos (adaptado de Casagrande, 1936).

Para grandes deformações (superiores a 10%), Casagrande (1975) observou que os materiais apresentavam o mesmo índice de vazios, o qual ele denominou índice de vazios crítico (e_c). Para explicar o conceito de índice de vazios crítico o autor utilizou resultados obtidos em ensaios de cisalhamento direto em condição drenada, com tensão normal de

100 kPa para três condições de compacidade: i) areia “fofa”, ii) areia densa e iii) amostra com índice de vazios crítico, conforme observado na Figura 2.11.

Na Figura 2.11c as linhas Lc, Dc e Mc representam as curvas de adensamento das amostras determinadas em ensaios de adensamento oedométrico e os pontos x, y e z representam as condições de início do cisalhamento direto. Nesse aspecto, pela Figura 2.11b tem-se que a curva L’ fornece a resposta contrátil da areia “fofa” quando submetida ao cisalhamento, bem como a curva D’ representa a resposta dilatante para a areia densa e a linha horizontal M’ representa o índice de vazios crítico que ambas as amostras alcançariam caso o cisalhamento continuasse ou se os ensaios iniciassem para essa condição de índice de vazios. Adicionalmente, o conjunto de pontos que caracterizam os índices de vazios críticos para cada nível de tensão confinante foi definido como Linha E (da expressão em inglês, *E Line*). Lógica semelhante é avaliada para a Figura 2.11a, na qual observa-se que ambas as amostras (“fofa” e densa), quando submetidas ao aumento de tensão cisalhante, alcançam a mesma resistência última.

Para responder o que aconteceria caso uma areia saturada na condição “fofa” fosse submetida ao cisalhamento sob volume constante (condição não drenada), Casagrande (1975) considerou a condição de adensamento da amostra e tensão confinante representada pelo ponto “p” da Figura 2.11c. Dessa forma, adotando a restrição de volume, a tendência da amostra a se contrair durante o cisalhamento não drenado levaria ao aumento da poropressão, reduzindo a tensão efetiva até alcançar a linha de estados críticos no ponto “q”.

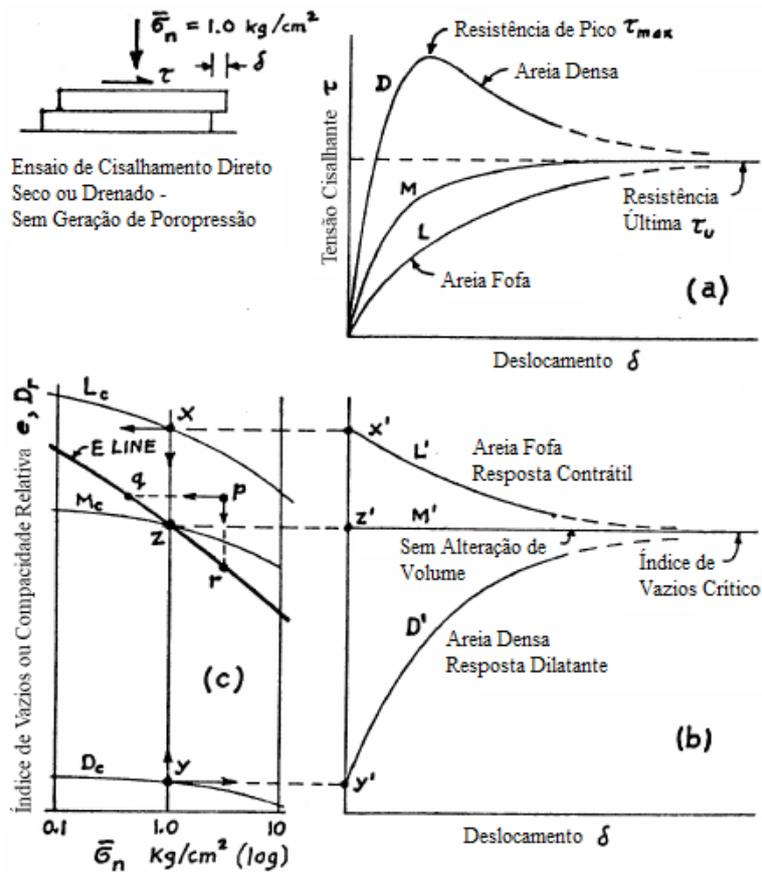


Figura 2.11 - Comportamento dos ensaios de cisalhamento direto em areias sob condição drenada (adaptado de Casagrande, 1975).

Taylor (1948) observou que o índice de vazios crítico é afetado pela tensão média efetiva, se tornando menor com o aumento das tensões aplicadas à massa de solo. O autor procurou avaliar o comportamento do solo durante a fase de plastificação, condição não considerada inicialmente nas considerações de Terzaghi, e observou que a relação entre o índice de vazios final e o logaritmo da tensão aplicada pode ser dada como uma linha reta paralela e ligeiramente inferior à Linha de Consolidação Normal (LCN), classificada como a condição última ou estática do material (Figura 2.12). Tal observação permitiu concluir que a relação entre o índice de vazios crítico e a tensão média efetiva ou volumétrica (p') aplicada define a Linha de Estados Críticos (LEC), ou *Critical State Line* (CSL, da sigla em inglês).

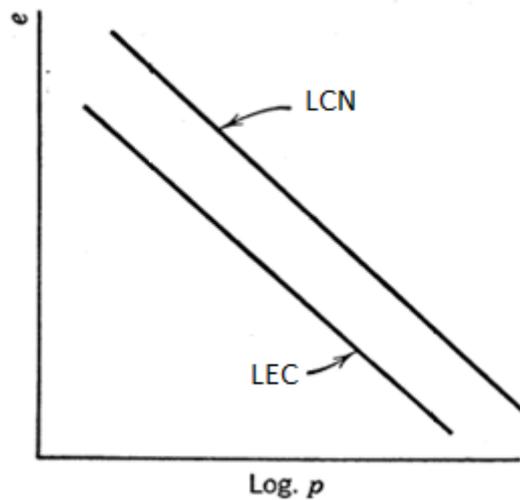


Figura 2.12 - Diagrama ilustrativo LCN e LEC (adaptado de Taylor, 1948).

Na década de 1960, Gonzalo Castro (Castro, 1969) realizou um conjunto de ensaios triaxiais com controle de tensão a fim de reproduzir as condições de carregamento de campo avaliadas por Casagrande (1936). Esses ensaios em areias “fofas” resultaram em rupturas por liquefação, levando ao final dos testes à condição definida como estado permanente de deformação.

Poulos (1981) formalizou a definição de estado permanente de deformação como o estado em que a massa está se deformando continuamente sob volume constante, tensão efetiva normal constante, tensão cisalhante constante e velocidade constante. Definindo a relação entre o índice de vazios crítico e a tensão média efetiva como Linha de Estado Permanente.

A fim de examinar as possíveis diferenças entre a LEC e a Linha de Estado Permanente, Been *et al.* (1991) concluíram que, para fins práticos, ambas as condições podem ser assumidas como equivalentes.

Em busca de quantificar de forma matemática a correlação entre o índice de vazios crítico e a tensão média efetiva e determinar a LEC, pode-se tomar a relação semilogarítmica para todos os solos segundo a Equação (2.18).

$$e_c = \Gamma - \lambda \ln (p'_c) \quad (2.18)$$

em que:

e_c é o índice de vazios crítico;

Γ é o intercepto da LEC com o eixo das ordenadas para o nível de tensão $p' = 1$ kPa;

λ é a inclinação da LEC; e

p'_c é a tensão média efetiva no estado crítico.

Pela Equação (2.18) tem-se que o índice de vazios crítico existente em um volume unitário de partículas em plastificação irá diminuir com o aumento do logaritmo da tensão média efetiva aplicada.

Complementarmente à avaliação do índice de vazios em relação à tensão média efetiva para definição da LEC, deve-se determinar também esta condição através da razão de tensões no espaço formado pela tensão cisalhante (τ) e tensão normal efetiva (σ') (Figura 2.13), determinando o ângulo de atrito efetivo no estado crítico ou a volume constante (ϕ'_c), ou através de ensaios triaxiais, no espaço formado pela tensão desviadora (q) e tensão média efetiva (p'), conforme indicado na Figura 2.14 determinando o parâmetro M .

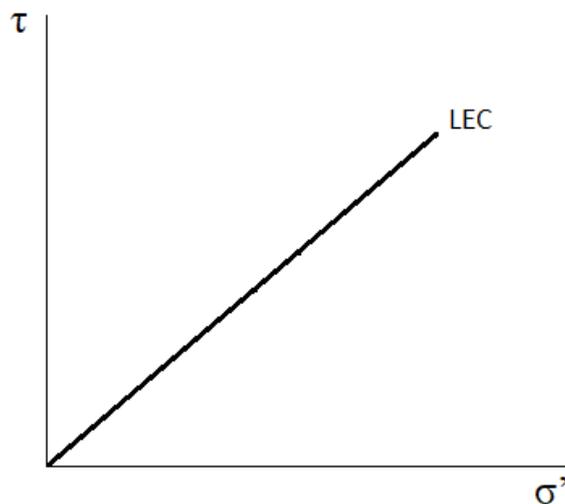


Figura 2.13 - Projeção da linha de estados críticos no plano $\tau - \sigma'$.

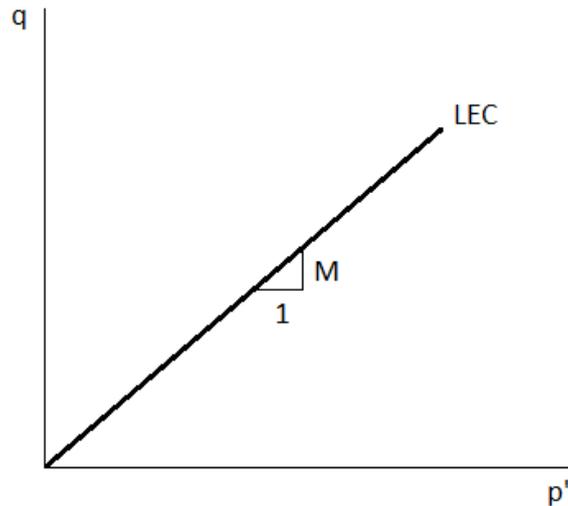


Figura 2.14 - Projeção da linha de estados críticos no plano $q - p'$.

O parâmetro M representa a inclinação da linha de estados críticos no plano $q - p'$, representado matematicamente para condições de ensaios de compressão triaxial segundo a Equação (2.19).

$$q = Mp' \quad (2.19)$$

Para ensaios de compressão triaxial pode-se determinar M por meio da correlação com o ângulo de atrito efetivo no estado crítico (ϕ'_c) determinado no plano $\tau - \sigma'$ (Figura 2.13), fazendo:

$$M = \frac{6\text{sen}\phi'_c}{3 - \text{sen}\phi'_c} \quad (2.20)$$

No caso de ensaios triaxiais em extensão a Equação (2.20) assume a forma:

$$M = \frac{6\text{sen}\phi'_c}{3 + \text{sen}\phi'_c} \quad (2.21)$$

Segundo Jefferies e Been (2016) podem ser encontrados na literatura três meios para determinação do módulo M em compressão, a saber: (a) ensaios triaxiais de compressão drenados em amostras de densidade variável; (b) ensaios triaxiais de compressão na condição drenada ou não drenada em amostras de areias “fofas” e (c) ensaio de

cisalhamento DSS (*direct simple shear*), sendo os métodos indicados em (a) e (b) os mais usuais.

Ainda segundo Jefferies e Been (2016), para amostras no estado “fofo”, o ensaio não drenado deve ser sempre o ponto inicial de partida na tentativa de se obter a LEC, visto sua praticidade comercial. No entanto, no ensaio drenado a amostra move-se para o estado crítico a uma taxa mais lenta quando comparado à condição não drenada, o que torna mais clara a visualização do estado crítico, além da vantagem em determinar o índice de vazios e a tensão média no estado crítico com maior precisão.

Tomando as abordagens apresentadas, tem-se que a LEC corresponde a uma relação única entre τ , σ' , e , sendo definida no espaço q , p' , e através das Equações (2.18) e (2.19). A Figura 2.15 fornece a representação tridimensional da LEC, de modo que a projeção dos pontos A, B e C contidos na Linha de Estados Críticos é feita a partir da indicação dos pontos A_1 , B_1 e C_1 no plano $q - p'$ e dos pontos A_2 , B_2 e C_2 no plano $e - p'$, o qual também compreende a indicação da LCN.

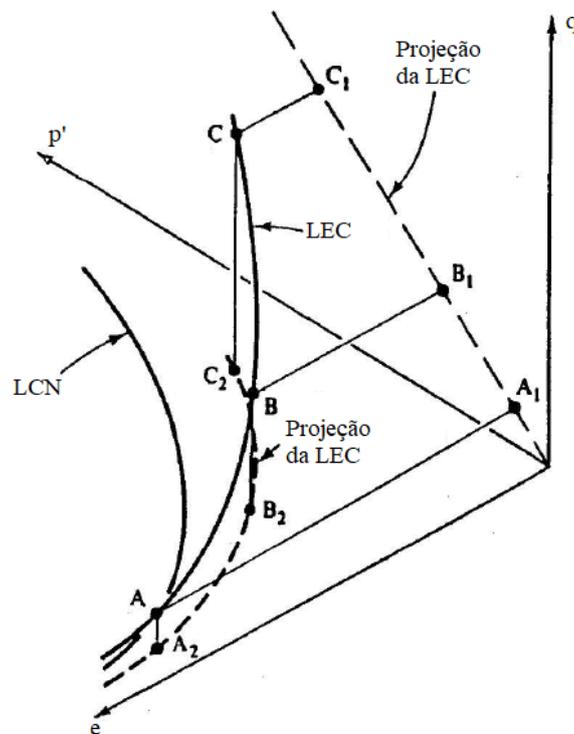


Figura 2.15 - LEC no espaço q , p' , e (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

O conhecimento da posição da LEC, bem como do estado que o material se encontra permite a definição da sua resposta mecânica durante o cisalhamento. Nesse aspecto, Schofield e Worth (1968) definem duas regiões distintas, as quais indicam padrões de comportamento do solo sob cisalhamento, consoante a posição de estado inicial em relação a LEC:

- Lado úmido: estado no qual o material se encontra mais “fofo” do que na condição de estado crítico e diminui de volume durante o cisalhamento drenado ou exibem aumento de poropressão sob cisalhamento não drenado. Esse estado caracteriza os materiais contráteis, normalmente adensados (NC, da sigla em inglês para *Normally Consolidated*) e ligeiramente sobreadensados (OC, da sigla em inglês para *Overconsolidated*);
- Lado seco: estado no qual o material se encontra mais denso que no estado crítico e aumento de volume quando submetido ao cisalhamento drenado, bem como exibe diminuição de poropressão para a condição de cisalhamento não drenado. Esse estado caracteriza os materiais dilatantes, fortemente sobreadensados (OC).

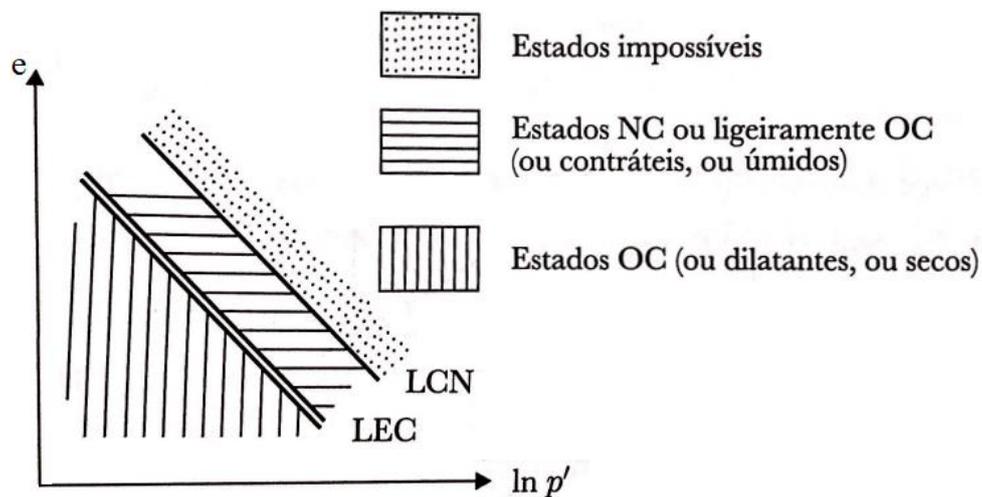


Figura 2.16 - Localização das regiões de comportamento contrátil, dilatante e estados impossíveis (adaptado de Maranha das Neves, 2016).

Os estados impossíveis descrevem a região acima da LCN, a qual não pode ser alcançada pelos materiais quando submetidos a carregamento ou descarregamento.

2.4.2. Superfície Limite dos Estados

Os solos, tanto no campo quanto em laboratório, podem atingir o estado crítico ao serem carregados a partir de um estado inicial. A trajetória de estados, representada pelo trajeto que a amostra descreve do estado inicial até o estado crítico, quando avaliada para diferentes índices de vazios, resulta em uma superfície limite de estados. Este conceito, por contribuição dos trabalhos desenvolvidos por Hvorslev na década de 1930, define que o estado de um solo, descrito e definido no espaço q, p', e , reside sempre dentro de uma superfície de estado limite, a qual separa os estados dos solos possíveis dos impossíveis.

Hvorslev (1937) verificou que, a partir de ensaios de cisalhamento direto em amostras de argilas considerando diferentes índices de vazios iniciais, os índices de vazios na ruptura se agrupavam segundo uma superfície de estado.

Parry (1960), por meio da execução de ensaios triaxiais em amostras de argila sobreadensadas nas condições drenada e não drenada, observou que os valores de pico, quando avaliados nos eixos normalizados em relação à tensão média efetiva no estado crítico, definem uma reta que intercepta a linha de estados críticos (Figura 2.17), a qual confirma a existência da superfície citada por Hvorslev (1937), classificada como superfície limite dos estados de pico e situada no lado dilatante em relação ao crítico.

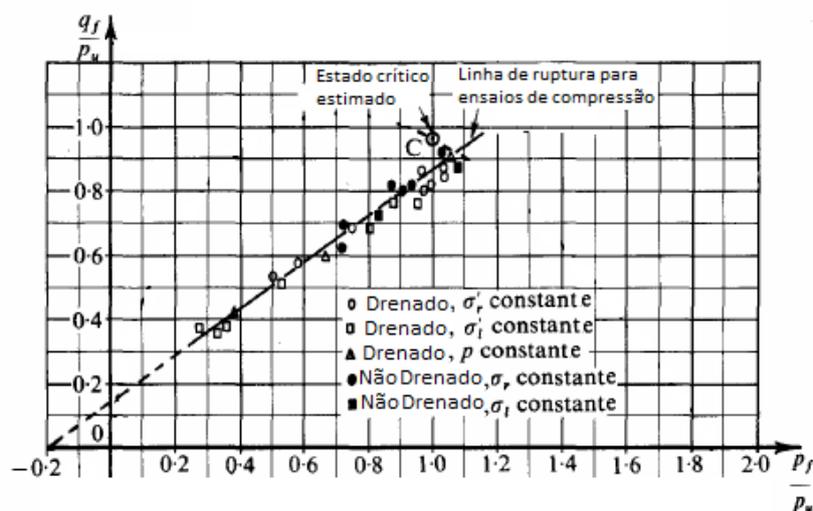


Figura 2.17 - Valores de q e p' (eixos normalizados) obtidos na ruptura (adaptado de Schofiel e Worth, 1968).

Para baixos valores de tensão, a superfície é limitada por um plano inclinado que representa a superfície limite de estados sob tração. Assumindo que o solo não é capaz de suportar tensões efetivas de tração, o maior valor de q/p' que o material poderia suportar é aquele descrito pela condição de $\sigma'_3 = 0$, ou seja, $q = 3p'$, conforme apresentado pela reta $\overline{0A}$ na Figura 2.18.

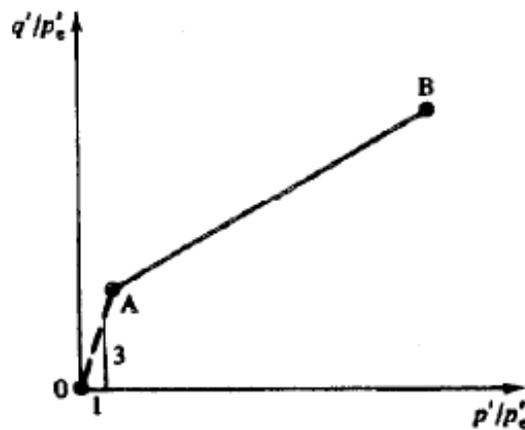


Figura 2.18 - Plano inclinado (0A), Superfície de Hvorslev (AB) e Linha de Estados Críticos (B) (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

Vale ressaltar que esse plano inclinado ($\overline{0A}$) não separa estados possíveis de estados impossíveis, mas sim estados de compressão (interiores à superfície de Hvorslev) de estados de tração (condição que os solos não podem suportar). Além disso, os resultados mais representativos de ensaios em amostras de argilas normalmente adensadas, os quais demonstraram a existência da superfície de estados de solos contráteis, são apresentados por Atkinson e Bransby (1978), conforme indicado na Figura 2.19.

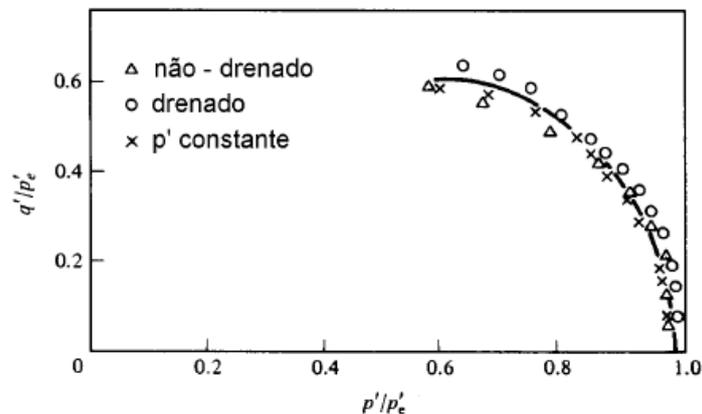


Figura 2.19 - Valores de q e p' (eixos normalizados) obtidos na ruptura (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

Os referidos autores definem que as trajetórias de estado para as famílias de ensaios drenados e não drenados em amostras normalmente adensadas indicam uma superfície tridimensional no espaço q, p', e , que contém a LCN e a LEC, conforme apresentado na Figura 2.20.

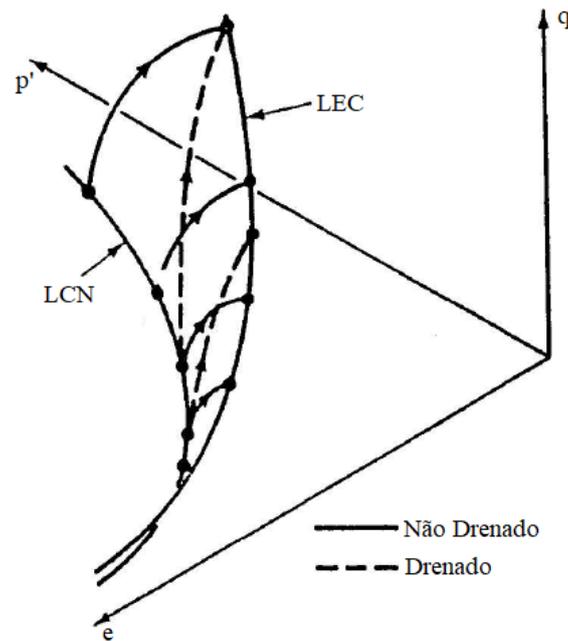


Figura 2.20 - Famílias de ensaios drenados e não drenados no espaço q, p', e (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

Tal superfície é nomeada de Superfície de Roscoe, em homenagem ao fundador do *Soil Mechanics Group* da Universidade de Cambridge, escola onde foi desenvolvido o modelo Cam-Clay.

A partir da combinação da superfície de Roscoe (situada no lado contrátil em relação à LEC) e de Hvorslev (situada no lado dilatante em relação à LEC), obtém-se uma superfície limitada para a combinação de estados possíveis para solos normalmente adensados e sobreadensados, conforme apresentado na Figura 2.21 e na Figura 2.22.

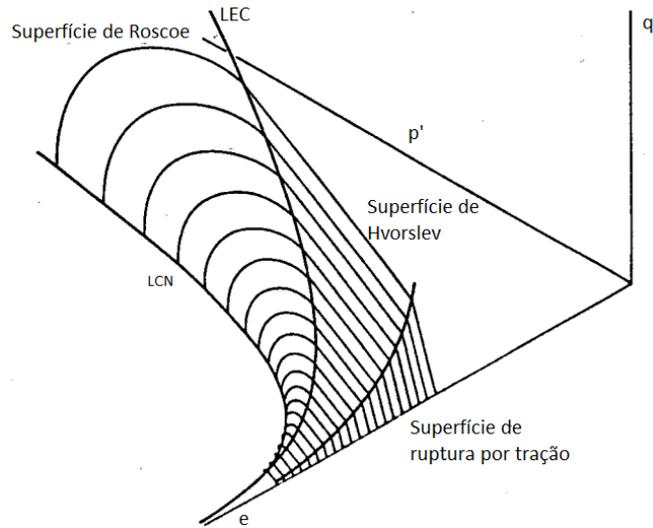


Figura 2.21 - Superfície limite de estados (adaptado de Wood, 1990).

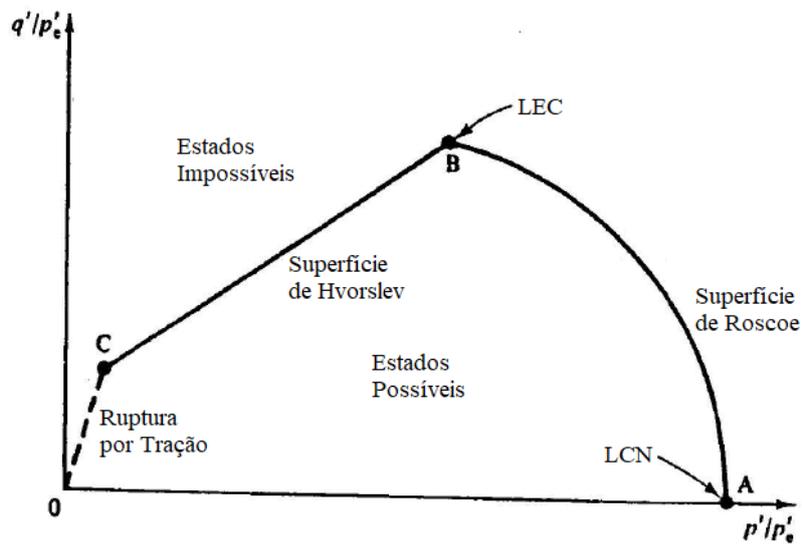


Figura 2.22 - Superfície limite de estados avaliada nos eixos normalizados (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

Para materiais arenosos, Atkinson e Bransby (1978) reportam que o comportamento durante o cisalhamento pode ser generalizado com base no mesmo conceito, incorporando a ideia da mesma superfície limite de estados indicada anteriormente para argilas, conforme evidenciado nos resultados dos ensaios ilustrados na Figura 2.23.

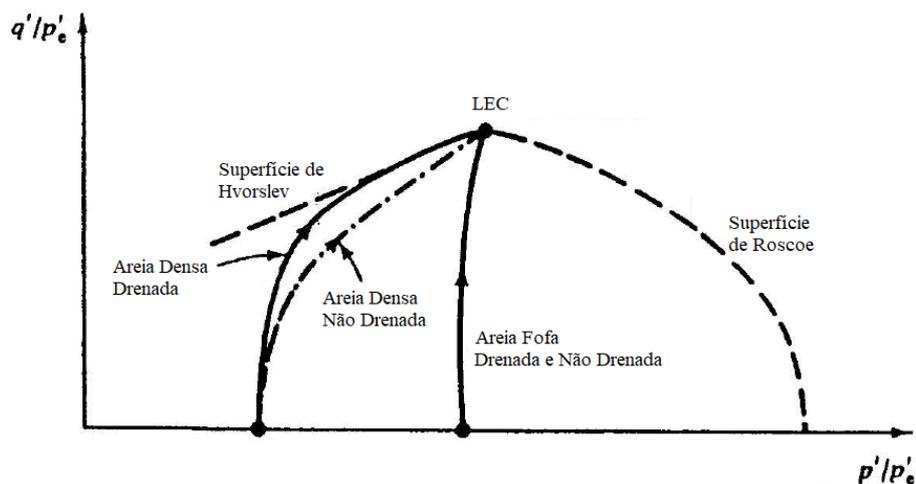


Figura 2.23 - Variações de estado para ensaios em amostras de areia “fofa” e densa (adaptado de Atkinson e Bransby, 1978).

Relativo ao comportamento dos materiais quanto à deformação, tem-se que um solo cujo estado se desloca para o interior da superfície apresentará apenas deformações elásticas, enquanto aquele que se mantém na própria superfície limite apresentará deformações elásticas e plásticas, coexistentes. Adicionalmente, uma vez atingida essa superfície, o estado não se desloca para o seu exterior (Maranha das Neves, 2016).

2.5. MODELOS CONSTITUTIVOS

O comportamento de deformabilidade dos solos e geomateriais não é um elemento dissociado do comportamento de resistência e vice-versa. A correlação entre a deformabilidade e resistência está associada por meio de uma superfície de escoamento tridimensional que envolve q , p' , e , a qual pode ser representada através de equações matemáticas descritas em modelos constitutivos elastoplásticos, nos quais as deformações podem ser tratadas nos domínios elástico e plástico separadamente.

Ortigão (2007) afirma que os modelos elastoplásticos diferem quanto à forma ou à equação matemática assumida para representar a superfície de escoamento plástico. Tais modelos manifestam um ou mais tipos de comportamento de plastificação, sendo eles: elástico perfeitamente plástico (plasticidade perfeita), plastificação com endurecimento ou plastificação com amolecimento.

Existem diferentes modelos constitutivos que adotam parâmetros distintos a fim de caracterizar o comportamento tensão-deformação de uma estrutura. Tais parâmetros podem ser estimados por interpretação e calibração de investigações geológico-geotécnicas, com o intuito de obter-se uma avaliação do comportamento dos materiais que compõem a estrutura em estudo.

No presente trabalho serão abordados os modelos de Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand. O primeiro por ser amplamente utilizado, o segundo por ter sido um dos modelos pioneiros propostos que incorporam a elastoplasticidade e o terceiro por estar em evidência atualmente, dada a sua proposição inicial de melhor representar o comportamento de areias, principalmente em estado “fofo” e, conseqüentemente, tem sido conjecturado como uma boa possibilidade para análise do comportamento de rejeitos de mineração dispostos hidraulicamente.

2.5.1. Mohr-Coulomb

O modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb é o mais comum na análise de geomateriais e solos. Neste modelo é estabelecida uma relação linear entre a tensão de cisalhamento num plano e a tensão normal atuante nele, sugerindo que a plastificação começa quando a resistência ao cisalhamento (τ) satisfaz a Equação (2.22):

$$\tau = c' + \sigma' \tan(\phi') \quad (2.22)$$

em que:

c' é o intercepto de coesão efetiva;

σ' é a tensão normal efetiva; e

ϕ' é o ângulo de atrito em termos de tensão efetiva.

A função de plastificação/ruptura, em termos de tensões principais é dada segundo a Equação (2.23):

$$F_s(\sigma) = (\sigma'_1 - \sigma'_3) - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \cdot \text{sen}\phi' - 2 \cdot \text{cos}\phi' \cdot c' \quad (2.23)$$

em que:

σ'_1 é a tensão principal maior efetiva; e

σ'_3 é a tensão principal menor efetiva.

No espaço das tensões principais, esta função representa uma pirâmide de seção transversal hexagonal (Figura 2.24), a qual é fixada no espaço de tensões e não muda de tamanho com a ocorrência de deformações plásticas. Dessa forma, o modelo é normalmente descrito como elástico perfeitamente plástico.

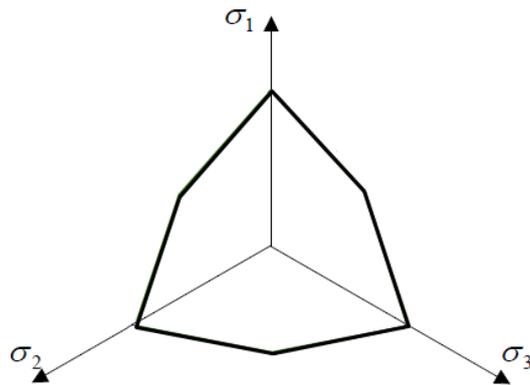


Figura 2.24 - Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais.

A Figura 2.25 fornece a superfície de Mohr-Coulomb para o espaço tridimensional.

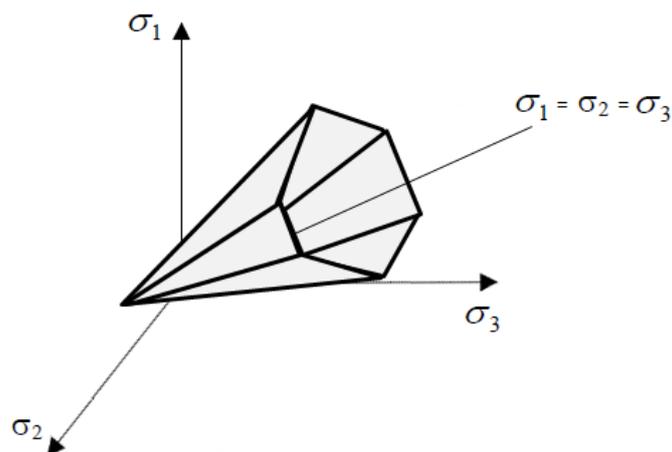


Figura 2.25 - Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb.

Dentre as limitações da utilização do modelo, verifica-se que a condição de plastificação perfeita torna-se inviável, uma vez que, a deformação volumétrica referente à parcela

plástica continua a se desenvolver indefinidamente com cisalhamento adicional, quando se tem a condição de ângulo de dilatação (ψ) maior que zero.

2.5.2. Cam-Clay Modificado

No final da década de 1950 o grupo de Mecânica dos Solos da Universidade de Cambridge, liderado por K.H. Roscoe, deu início a uma série de pesquisas voltadas para o comportamento de materiais argilosos, apoiando-se em uma sólida base experimental desenvolvida pelos membros do grupo e por pesquisas externas, bem como utilizando os conceitos da Teoria da Plasticidade estabelecidos por Drucker *et al.* (1957).

A criação do modelo Cam-Clay foi possível através da evolução dos estudos iniciais de Roscoe *et al.* (1958), em que partindo do conceito de estado crítico fundamentado por evidências experimentais, a teoria do modelo foi desenvolvida até a sua descrição final por Schofield e Worth (1968) e posteriormente modificado por Roscoe e Burland (1968), quando passou a ser referenciado como Cam-Clay Modificado.

Segundo Schofield e Worth (1968) o modelo é voltado para materiais contínuos, os quais não podem exibir descontinuidades ou sobreposições durante as deformações, isotrópicos de comportamento elastoplástico. O nome dado ao modelo se deve a analogia ao curso inferior do rio existente próximo ao laboratório da Universidade de Cambridge, nomeado de “Cam”, bem como ao comportamento argiloso dos materiais estudados, resultando no nome designado Cam-Clay.

Desenvolvido a partir de um sistema conceitual associado a dados experimentais oriundos de ensaios triaxiais, o objetivo da criação do modelo foi mostrar que é aceitável comparar o comportamento mecânico de um solo/material real com o comportamento ideal de um modelo de endurecimento isotrópico segundo a teoria da plasticidade.

Classificado como o primeiro modelo a considerar a Mecânica dos Solos dos Estados Críticos, Roscoe *et al.* (1958) definem que um elemento de solo/material submetido à distorção cisalhante, eventualmente atinge uma condição de estado crítico capaz de continuar a se deformar sem alteração adicional do índice de vazios. O modelo inicial explica o comportamento de materiais na condição de baixa densificação inicial sem

considerar a ocorrência de cimentação das partículas. Segundo Roscoe e Burland (1968) o modelo retrata o comportamento mecânico de amostras com comportamento típico de argilas, normalmente (NC) a ligeiramente sobreadensadas (OC) ($OCR \leq 2,72$), as quais apresentam o comportamento contrátil durante o cisalhamento.

Schofield e Worth (1968) definem que no espaço q, p', e a superfície limite dos estados para o modelo original pode ser dada pela Equação (2.24).

$$\frac{q}{Mp'} + \left(\frac{\lambda}{\lambda - k} \right) \ln p' - \left(\frac{\Gamma - v}{\lambda - k} \right) = 1 \quad (2.24)$$

em que:

λ é a inclinação da Linha de Consolidação Normal (LCN);

k representa a inclinação da linha de recompressão/expansão, no caso de um solo que passou por um carregamento prévio seguido de um descarregamento;

v indica o volume específico.

No espaço q, p', e a Equação (2.24) descreve a superfície apresentada na Figura 2.26.

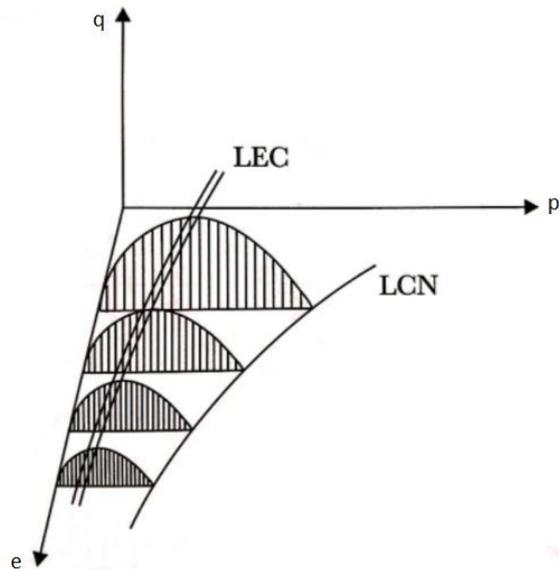


Figura 2.26 - Superfície limite dos estados do modelo Cam-Clay original (adaptado de Maranha das Neves, 2016).

Definida a superfície limite dos estados, é possível tomar a Figura 2.27 de modo a verificar as trajetórias de estado do material, a fim de avaliar as características do modelo.

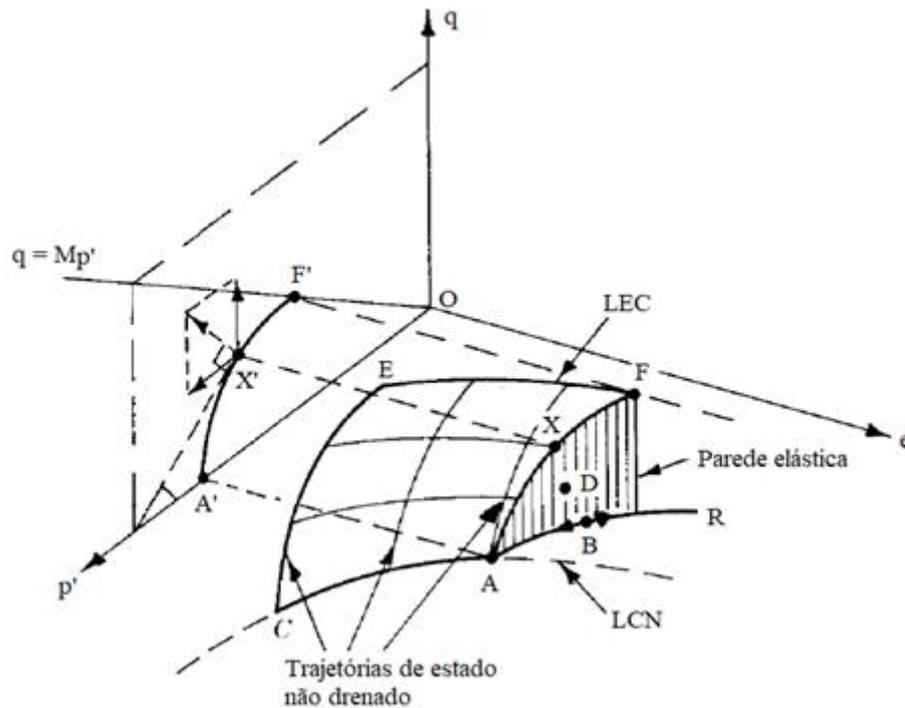


Figura 2.27 - Região da superfície limite dos estados (adaptado de Roscoe e Burland, 1968).

Roscoe e Burland (1968), ao descreverem as características do modelo original, definem que a partir de uma amostra de argila normalmente adensada (NC), no estado de equilíbrio sob determinada pressão isotrópica, pode considerar-se o seu estado correspondente ao ponto A da Figura 2.27. Com a redução da tensão aplicada, o estado da amostra irá se deslocar em direção ao ponto B, localizado ao longo da curva AR, de modo que no carregamento subsequente, tem-se que o seu estado retorna novamente pela curva AR e se dirige para a curva que define a LCN. Desse modo, segundo o modelo, tem-se que o ponto A representa um ponto de cedência (plastificação), a curva AC representa a curva de endurecimento do trabalho gerado pela relação tensão-deformação, uma vez que a amostra terá sido submetida a novos carregamentos, e a curva AR representa a curva de recarregamento responsável pelas deformações elásticas recuperáveis (linha de recompressão/expansão).

Ainda tomando a Figura 2.27, a fim de avaliar o efeito da tensão desviadora q no material, é possível considerar um elemento no estado inicial em B, localizado na curva de

recompressão. Sabendo-se que as deformações plásticas ocorrem apenas quando o estado da amostra se encontra na superfície de escoamento, tem-se que a menos que a tensão q seja suficientemente grande para atingir tal condição, todas as deformações resultantes das mudanças de q serão recuperáveis. Dessa forma, tem-se que o estado do material será necessariamente elástico sempre que ele se encontrar no espaço formado entre a superfície limite dos estados e o plano de corte $q = 0$ (região do ponto D).

O modelo preconiza que as curvas de recarregamento (linha de recompressão/expansão) são lineares e paralelas de inclinação k , quando plotadas no espaço $e - \ln p'$, conforme representado na Figura 2.28 e descrito pela Equação (2.25).

$$e = e_k - k \ln(p') \quad (2.25)$$

em que e_k representa o índice de vazios na linha k para $p' = 1 \text{ kPa}$.

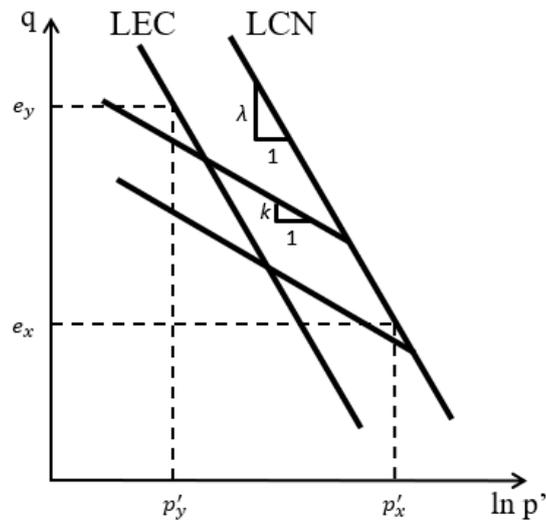


Figura 2.28 - Relação entre p' e q na compressão isotrópica e no estado crítico.

Segundo Roscoe *et al.* (1963) existem duas condições para o comportamento elástico do modelo, a saber: i) é assumido que a superfície elástica é vertical e representada por uma parede, ou seja, a curva de limite elástico AXF se alinha diretamente sobre a curva de recarregamento ABR (Figura 2.27), formando a parede elástica; e ii) é assumido que não há energia recuperável associada a deformações cisalhantes e, portanto, as únicas deformações elásticas serão aquelas associadas à variação volumétrica provocada pelo incremento de p' .

Maranha das Neves (2016) define que uma curva de cedência é formada pela interseção da parede elástica com a superfície limite dos estados (curva AXF representada na Figura 2.27). Dessa forma, tem-se que a função que descreve a curva de cedência definida pelo modelo original é dada pela Equação (2.26).

$$\frac{q}{Mp'} + \ln\left(\frac{p'}{p'_c}\right) = 1 \quad (2.26)$$

Dada a Equação (2.26), para o caso em que $q = 0$, ou seja, no plano $e - p'$ (região na qual se encontra a LCN), tem-se que a tensão média efetiva (p') é igual à tensão média efetiva de cedência (ou de plastificação, p'_y). Portanto, pode-se definir para o modelo que $p'_y/p'_c = 2,72$, o que indica que para valores até essa igualdade, tem-se a condição de normalmente adensado a ligeiramente sobreadensado para os materiais.

A Figura 2.29 representa o formato da superfície de cedência projetada no espaço $q - p'$, a qual é igual à curva de potencial plástico (condição que define a lei de fluxo associada).

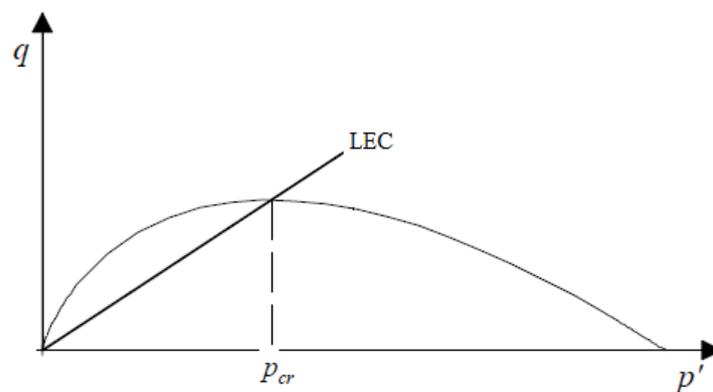


Figura 2.29 - Projeção da superfície de cedência no plano $q - p'$ para o modelo Cam-Clay original (adaptado de Silva, 1996).

Considerando um elemento localizado no ponto X da Figura 2.27, sobre a superfície limite dos estados e conseqüentemente sobre uma curva de cedência, tem-se que qualquer incremento de tensão aplicada a esse ponto, resultará no movimento deste ponto para uma nova curva de cedência, diferente da atual, e na formação de parcelas plásticas de deformação (ocorrência de endurecimento ou amolecimento). Nesse aspecto, tomando a

condição de material estável, bem como a lei de fluxo associado, assim como definido por Drucker (1964) e discutido por Roscoe *et al.* (1963), o vetor de deformação plástica é normal à superfície A'F' no ponto X'. Dessa forma, tem-se a relação dos incrementos de deformação plástica do modelo original segundo a Equação (2.27).

$$\frac{\delta \varepsilon_v^p}{\delta \varepsilon_s^p} = M - \eta \quad (2.27)$$

em que $\delta \varepsilon_v^p$ é o incremento de deformação volumétrica plástica e $\delta \varepsilon_s^p$ é o incremento de deformação distorcional plástica.

Pela Equação (2.27) no estado crítico ($M = \eta$) tem-se que $\delta \varepsilon_v^p = 0$. Para $\eta < M$ tem-se $\delta \varepsilon_v^p > 0$, o que representa diminuição de volume e comportamento contrátil. De forma análoga, para $\eta > M$ tem-se $\delta \varepsilon_v^p < 0$, o que representa aumento de volume e comportamento dilatante, conforme ilustrado na Figura 2.30.

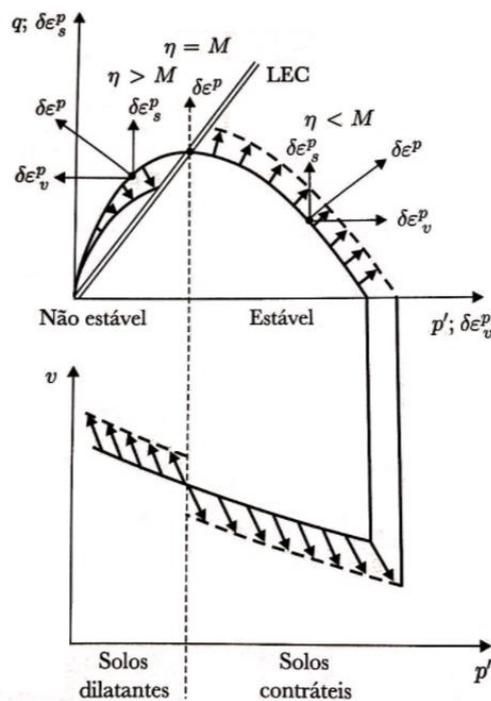


Figura 2.30 - Incremento de deformação plástica no modelo Cam-Clay original (Maranha das Neves, 2016).

Pela Figura 2.30 tem-se o comportamento de endurecimento para a região de $\eta < M$ e de amolecimento (endurecimento negativo) para a região acima da LEC ($\eta > M$). A classificação das regiões quanto à estabilidade segue o critério definido por Drucker (1964), conforme a Equação (2.17).

Segundo Schofield e Worth (1968), a plastificação da amostra está permanentemente se movendo de uma curva de recompressão (linha- k conforme Figura 2.28), associada a uma dada curva de cedência, para outra curva de recompressão, associada a uma nova curva de cedência. A mudança da linha- k está associada à alteração de volume plástico e governa a quantidade de deformação distorcional que ocorre durante a plastificação.

Após a definição do modelo foi observada a possibilidade de ocorrência de incrementos de deformação distorcional plástica para incrementos de p' na condição de $\eta = 0$, ou seja, no eixo p' , o que classifica-se como uma incoerência do modelo, tendo em vista que a ocorrência de deformações distorcionais devem estar associadas a aplicação de tensões desviadoras (q). Adicionalmente, segundo Roscoe e Burland (1968), as equações propostas pelo modelo inicialmente superestimavam os valores de incremento de deformação para estágios iniciais dos ensaios triaxiais de compressão (baixos valores de η), bem como o modelo também superestimava os valores do coeficiente de empuxo no repouso (K_0). Nesse aspecto, Roscoe e Burland (1968) propuseram uma nova superfície limite dos estados, de modo a corrigir tais pontos observados no modelo original. A Figura 2.31 ilustra o comparativo entre as duas superfícies.

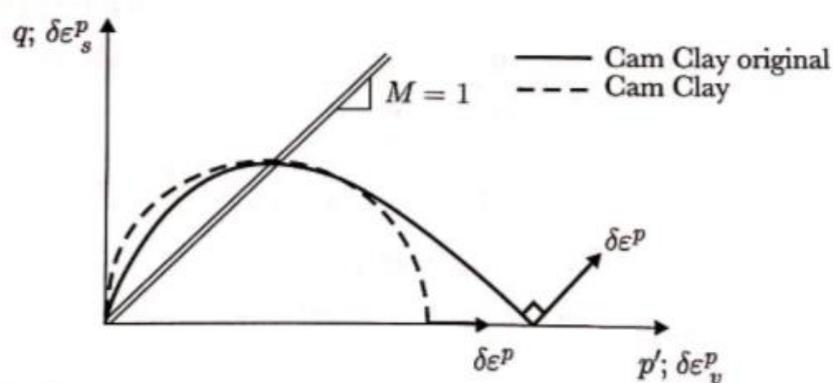


Figura 2.31 - Funções de plastificação (iguais às funções de potencial plástico) dos modelos Cam-Clay (Maranha das Neves, 2016).

Conforme observado na Figura 2.31, a forma da curva de cedência para o modelo Cam-Clay Modificado consiste em uma elipse descrita pela Equação (2.28), de modo que a superfície limite dos estados será caracterizada por um elipsoide no espaço das tensões principais.

$$\frac{p'}{p'_y} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (2.28)$$

Dessa forma, a Equação (2.28) descreve um conjunto de elipses, todas com a mesma forma, controladas por M , passando pela origem e tendo sua dimensão definida por p'_y (Figura 2.32). Assim como no modelo original, o Cam-Clay Modificado assume que a curva de cedência se expande isotropicamente, caracterizando a lei de endurecimento isotrópica.

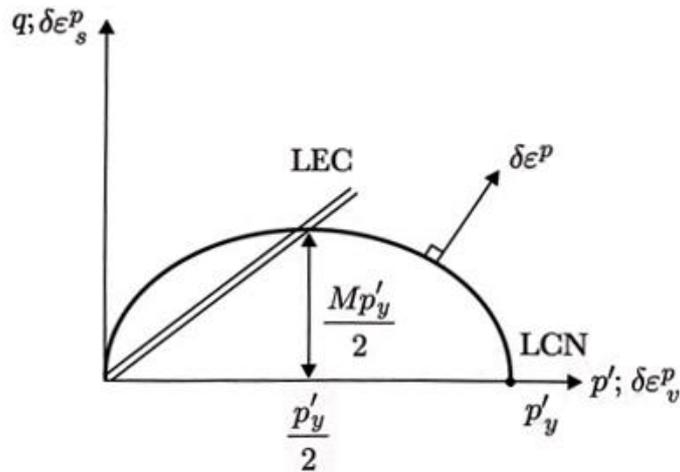


Figura 2.32 - Superfície de cedência do modelo Cam-Clay Modificado projetada no plano $q - p'$ (adaptado de Maranha das Neves, 2016).

A Figura 2.33 ilustra de modo tridimensional a superfície limite dos estados para os dois modelos (Cam-Clay e Cam-Clay Modificado), possibilitando a comparação entre os seus formatos.

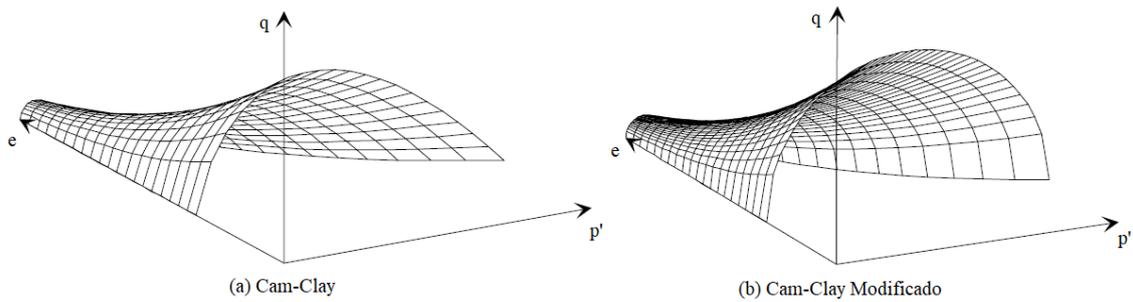


Figura 2.33 - Superfície limite de estados nos modelos (a) Cam-Clay e (b) Cam-Clay Modificado (adaptado de Silva, 1996).

Com respeito ao incremento de deformações plásticas, o novo modelo apresenta o vetor de incremento normal à superfície de cedência, conforme ilustrado na Figura 2.31, matematicamente descrito segundo a Equação (2.29).

$$\frac{\delta \varepsilon_v^p}{\delta \varepsilon_s^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (2.29)$$

O comportamento elástico no interior da superfície de cedência é equivalente ao proposto pelo modelo original, ou seja, para qualquer variação de p' tem-se variações de volumes recuperáveis segundo a Equação (2.30).

$$\delta \varepsilon_v^e = \frac{1}{K} \delta p' \quad (2.30)$$

em que:

$\delta \varepsilon_v^e$ é o incremento de deformação volumétrica elástica; e

$\delta p'$ representa o incremento de tensão média efetiva.

Segundo Maranhã das Neves (2016), para o novo modelo, admite-se ainda que as deformações distorcionais recuperáveis podem ser descritas pela Equação (2.31).

$$\delta \varepsilon_s^e = \frac{1}{3G} \delta q \quad (2.31)$$

em que:

$\delta \varepsilon_s^e$ é o incremento de deformação distorcional elástica; e

δq representa o incremento de tensão desviadora.

2.5.3. NorSand

O modelo NorSand também se baseia na Mecânica dos Solos dos Estados Críticos e foi desenvolvido durante as décadas de 80 e 90, tomando-se como base a experiência adquirida com a construção de estruturas sobre areias “fofas”. A análise de ocorrência de liquefação estática durante a construção dessas estruturas contribuiu para o desenvolvimento do modelo proposto inicialmente por Jefferies (1993) e posteriormente por outros trabalhos compilados didaticamente em Jefferies e Been (2016).

Logo, como o nome sugere, o modelo foi inicialmente proposto objetivando a descrição do comportamento de areias “fofas” e densas, em condições quer drenadas ou não drenadas, de forma a melhor representar comportamentos observados experimentalmente nesses materiais. Nesse aspecto, podendo prever com boa aproximação comportamentos de liquefação estática e de dilatância, observados nesses materiais.

De modo a promover o melhor entendimento do modelo, bem como previamente à discussão das suas características, faz-se necessário o entendimento de alguns conceitos importantes: i) dilatância; ii) parâmetro de estado; iii) dilatância de estado; e iii) consideração da existência de múltiplas Linhas de Consolidação Normal (LCN) para os materiais.

- **Dilatância (D)**

Reynolds (1885) ao desenvolver os primeiros estudos relacionados ao fenômeno da dilatância definiu que a sua ocorrência é dada como a tendência que os solos apresentam de mudarem de volume enquanto sob cisalhamento.

Taylor (1948) sugere que a definição de dilatância retoma à ideia de que o material apresenta um atrito verdadeiro, determinado pelo trabalho realizado enquanto ocorre a dilatação. A compreensão do papel da dilatância foi bem definida por Rowe (1962) ao mostrar que a dilatação pode ser avaliada através do comportamento tensão-deformação de materiais particulados e não apenas a algo relacionado ao pico de resistência, ou seja,

a dilatância é reconhecida como um mecanismo de transferência de trabalho, ao invés de uma resistência intrínseca do material. Assim, a dilatância pode ser definida como a razão entre os trabalhos realizados pela conjugação dos incrementos de deformação devido às tensões p' e q , segundo a Equação (2.32).

$$D = \frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_s} \quad (2.32)$$

em que:

$\dot{\varepsilon}_v$ é o incremento de deformação volumétrica; e

$\dot{\varepsilon}_s$ é o incremento de deformação distorcional.

Jefferies e Been (2016) definem que uma característica chave para materiais densos, quer arenoso ou argiloso, reside no fato de que a dilatância se limita a um valor máximo (designado como D_{min} devido a convenção adotada na Mecânica dos Solos na qual tensões de compressão são definidas como positivas) para um dado estado específico do solo.

- **Parâmetro de Estado (Ψ)**

Uma referência possível de ser utilizada para a definição do estado de materiais arenosos é a distância que o índice de vazios do material se encontra na condição corrente de tensão comparativamente ao índice de vazios do mesmo material no estado crítico (Been e Jefferies, 1985). Dessa forma, tem-se que essa distância, ou trajetória de estado, indica uma representação direta da tendência à variação volumétrica do solo sob cisalhamento, a qual define o parâmetro de estado (Ψ) segundo a Equação (2.33).

$$\Psi = e - e_c \quad (2.33)$$

em que:

e é o índice de vazios corrente do solo; e

e_c é o índice de vazios do solo ao atingir o estado crítico.

A Figura 2.34 ilustra a definição de parâmetro de estado.

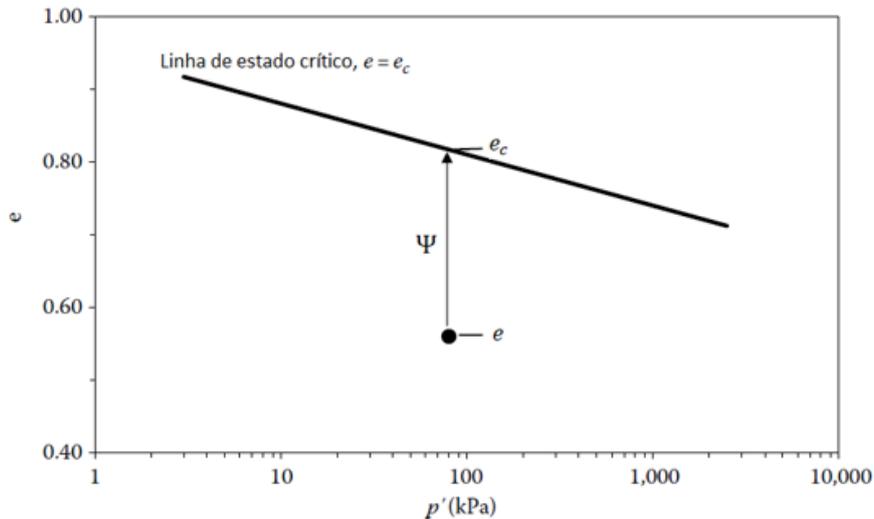


Figura 2.34 - Definição de parâmetro de estado (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

Dadas as considerações feitas anteriormente relativas ao comportamento dilatante e contrátil consoante as regiões designadas, respectivamente, por lado seco e lado úmido em relação a LEC, pode concluir-se da Figura 2.34 que valores negativos de Ψ são representativos de materiais com tendências dilatantes sob cisalhamento drenado, bem como valores positivos são indicativos de tendências contráteis sob as mesmas condições.

Been e Jefferies (1985) definiram que a utilização do parâmetro de estado para avaliação do comportamento dos materiais é fundamental, uma vez que a avaliação do comportamento esperado a partir de parâmetros como índice de vazios e densidade relativa não resguarda o rigor necessário, conforme ilustrado na Figura 2.35.

Analisando a Figura 2.35 percebe-se que são representadas trajetórias de tensão efetivas normalizadas em relação à tensão volumétrica no estado crítico, avaliadas para diferentes índices de vazios, níveis de tensão e densidades relativas (testes 37, 45, 103, 108, 112 e 113). Observa-se que os testes 103 e 108 apresentaram parâmetro de estado equivalente (comportamento dilatante), sob diferentes condições de índice de vazios e densidade relativa. Da mesma maneira é observado que para os testes 45 e 112 tem-se o mesmo valor do parâmetro de estado (comportamento contrátil), sob diferentes condições de índices de vazios e densidade relativa. Tais evidências mostram a relevância sobre a consideração do parâmetro Ψ para a avaliação do estado inicial dos materiais, e, conseqüentemente, para o seu comportamento esperado quando submetido a solicitações diversas.

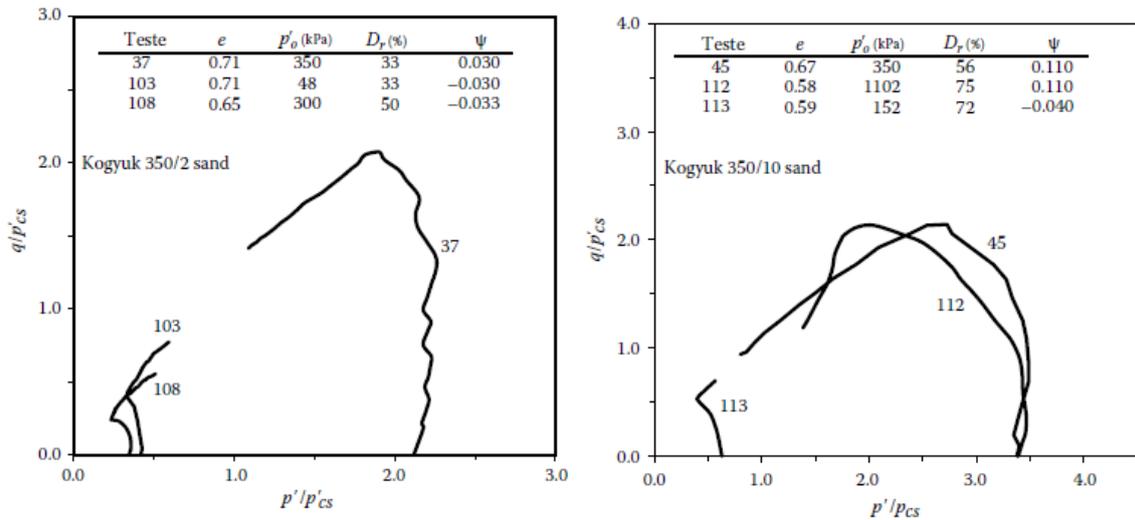


Figura 2.35 - Avaliação da trajetória de tensões para areias sob diferentes condições (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

- **Dilatância de Estado (χ)**

A partir da avaliação de um conjunto de 29 materiais arenosos com diferentes teores de finos, Jefferies e Been (2016) sugerem uma relação única entre o parâmetro de estado (Ψ) e a dilatância máxima (D_{min}), conforme apresentado na Figura 2.36 e definido pela Equação (2.34).

$$D_{min} = \chi_{tc} \Psi \quad (2.34)$$

em que χ_{tc} representa uma propriedade do solo definida a partir do ensaio de compressão triaxial drenado e a dilatância máxima (D_{min}) ocorre no pico da razão de tensões (i.e. $\eta_{máx}$).

Shuttle e Jefferies (2016) argumentam que a Equação (2.34) representa a melhor expressão para definir o efeito do estado no comportamento do solo, tomando para isso a limitação da dilatação e não da resistência máxima.

Destaca-se a ausência de padronização estabelecida na língua portuguesa para a nomenclatura do parâmetro χ . Silva (2022) utiliza o termo “introdução da propriedade de dilatação”, enquanto Coutinho (2022) adota a expressão “parâmetro de relação entre a dilatância e o parâmetro de estado” como referência. Para o presente trabalho a

nomenclatura adotada foi aquela indicada na biblioteca do programa GeoStudio 2021.3 como dilatância de estado.

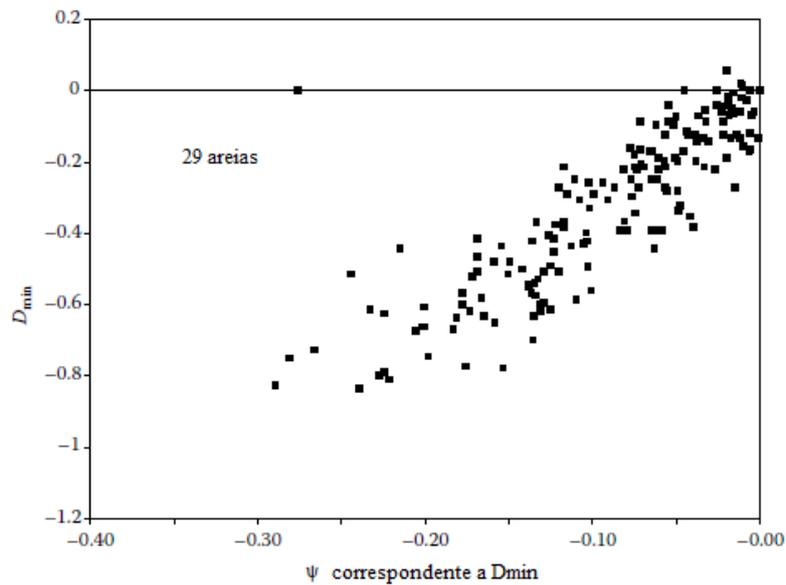


Figura 2.36 - Avaliação da dilatância máxima para materiais arenosos submetidos ao ensaio de compressão triaxial drenado (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

- **Múltiplas Linhas de Consolidação Normal**

Diferentemente dos modelos que consideram a existência de uma única LCN paralela à LEC, como ocorre no modelo Cam-Clay (Figura 2.37a), o modelo NorSand introduz o conceito de infinitas Linhas de Consolidação Normal que se diferem segundo o índice de vazios inicial do solo e o seu histórico de deformação, interceptando a LEC como mostrado na Figura 2.37b.

Destaca-se que a hipótese de uma infinidade de LCNs foi inicialmente proposta por Ishihara *et al.* (1975), com base em observações laboratoriais.

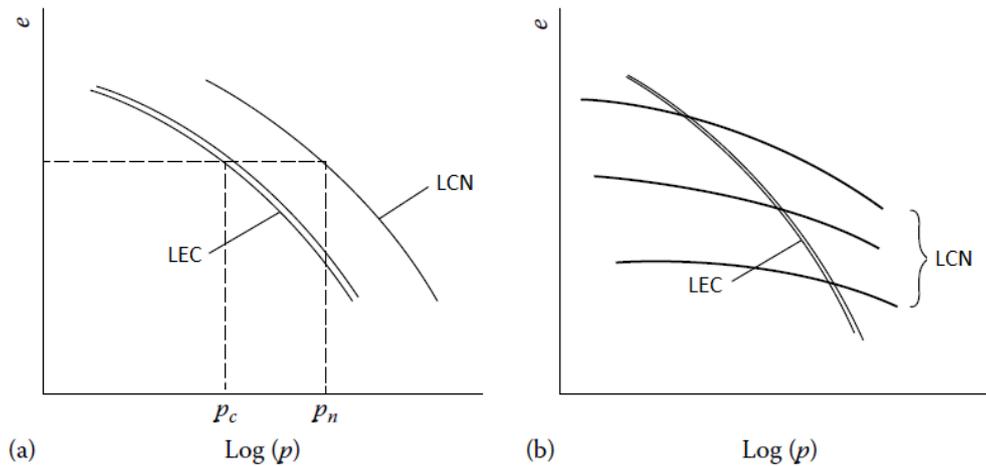


Figura 2.37 - (a) Cam-Clay; (b) Modelo NorSand (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

Jefferies e Been (2000) compararam os resultados obtidos em ensaios triaxiais de compressão isotrópica com medição da etapa de adensamento, realizados em amostras de areia com diferentes densidades, com a LEC das amostras estudadas. Dessa forma, quatro amostras com $0,60 \leq e \leq 0,84$ foram testadas utilizando múltiplos estágios de carga e descarga, a fim de separar os componentes de comportamento elástico e plástico. A Figura 2.38 ilustra os comportamentos obtidos, em que as visões expandidas representam os resultados dos ciclos de carga e descarga.

Ainda segundo os referidos autores, de modo a evidenciar a não aplicação da abordagem sobre a existência de uma única LCN para a condição sob altas tensões, conforme descrito por Atkinson e Bransby (1978), foi utilizada a linha pontilhada PLCN (em que “P” significa pseudo). A referida linha foi desenhada paralela à LEC, de modo a considerar a teoria utilizada pelo modelo Cam-Clay, bem como separada a partir da relação de espaçamento do modelo ($p'_y/p'_c = 2,72$). Dessa forma, Jefferies e Been (2000) sugerem que se a proposição de uma LCN única apenas para a condição de altas tensões estivesse correta, não poderiam existir amostras acima da PLCN, conforme ocorre na Figura 2.38.

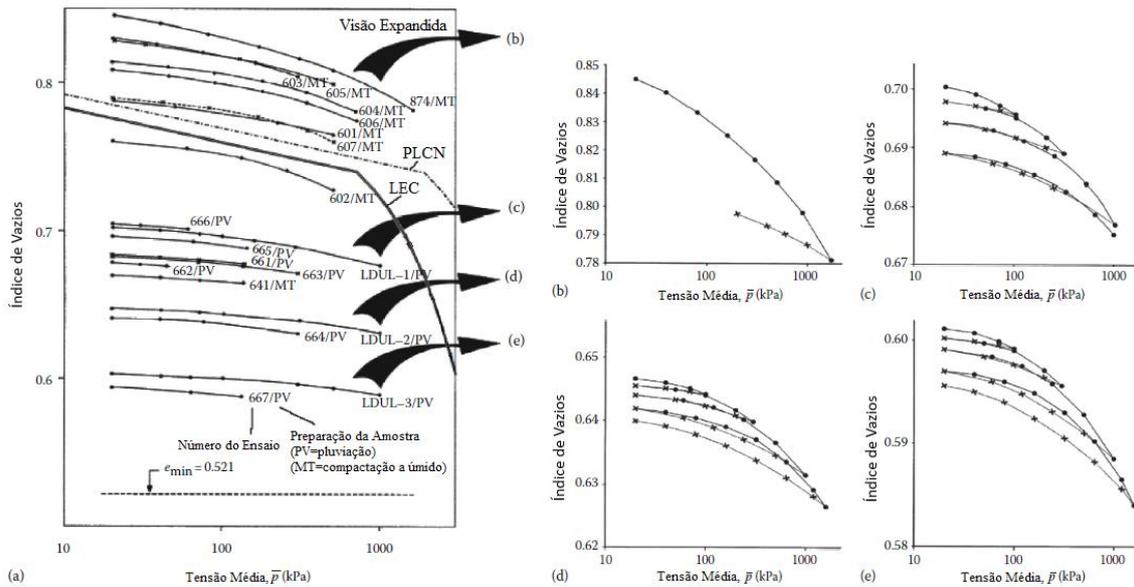


Figura 2.38 - (a) Todos os ensaios na mesma escala; (b) Ensaio 874/MT; (c) Ensaio LDUL-1/PV; (d) Ensaio LDUL-2/PV e (e) Ensaio LDUL-3/PV em escala expandida (adaptado de Jefferies e Been, 2000).

Dado esse padrão de inúmeras LCNs, Jefferies e Been (2016) consideram necessária a utilização de dois parâmetros para caracterizar o estado de um solo: i) o parâmetro de estado (Ψ), responsável por estabelecer a localização individual de cada LCN no espaço $e - p'$; e ii) a razão de sobreadensamento (OCR), que se relaciona à proximidade do estado do material em relação à LCN, quando avaliado ao longo do eixo p' . Nesse aspecto, o modelo NorSand classifica-se como o primeiro modelo a considerar o parâmetro de estado dentro da abordagem da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos.

Ainda segundo Jefferies e Been (2016), no modelo Cam-Clay os solos com densidade superior à condição de estado crítico não dilatam de forma realista, uma vez que, ao tratar a densidade como um sobreadensamento efetivo, normalmente tem-se rigidez irreal e resistências elevadas na resposta do modelo. Os autores, a partir da avaliação de parâmetros para areias, demonstraram a obtenção de valores de OCR consideravelmente altos, quando da utilização dos conceitos do modelo Cam-Clay. Dessa forma, Jefferies e Been (2016) afirmam que tal ocorrência está associada à consideração de que todas as superfícies de escoamento interceptam a linha de estados críticos (LEC), fato que pode ser ajustado ao desconsiderar essa premissa e reconhecer que os materiais particulados existem em um conjunto de estados, os quais definem uma infinidade de LCNs no espaço $e - p'$, a depender do índice de vazios inicial de cada material durante a sua deposição.

Os referidos autores abordam que a importância da infinidade de LCNs retoma ao conceito de Drucker *et al.* (1957), ao afirmarem que a superfície de escoamento deve interceptar a LCN, uma vez que, a compressão normal produz deformações irrecuperáveis no material. Nesse aspecto, cada LCN pode ser vista como uma lei de endurecimento para uma dada superfície de escoamento associada, de modo que uma infinidade de LCNs representa múltiplas superfícies de escoamento.

Ao considerar que todas as superfícies de escoamento interceptam a LEC, o modelo Cam-Clay adota o parâmetro M como uma constante do solo. Assim, o modelo NorSand busca através do conceito de condição de imagem (condição transitória do material da condição contrátil para a dilatante) correlacionar M com o parâmetro de estado (Ψ), classificando esse parâmetro como uma taxa de variação, de modo que, se o estado atual do material se afasta do estado crítico, mais rápidas as mudanças de estado podem ocorrer. Nesse contexto, Jefferies e Been (2016) consideram que o parâmetro de estado é a base para generalizar adequadamente as nuances do estado crítico em um modelo constitutivo.

- **Características do Modelo**

Jefferies (1993), ao apresentar os conceitos originais do modelo NorSand, estabelece que a sua concepção observou os dois axiomas fundamentais da teoria de estados críticos, implícitos no trabalho da Escola de Cambridge, quais sejam:

1. A existência de uma região única no espaço q, p', e em que o solo pode se deformar sem limites, sob tensão constante e índice de vazios constante, nomeada de estado crítico;
2. A LEC define a condição última para todo o processo de cisalhamento do solo, de modo que todas as trajetórias de estado, definidas a partir das tensões distorcionais, tendem para essa condição.

Assim, Jefferies (1993) define que o atendimento ao Axioma 2 pode ocorrer a partir da definição do parâmetro de estado, afirmando que o parâmetro tende a zero à medida em que as deformações devido às tensões distorcionais aumentam indefinidamente:

$$\Psi \rightarrow 0 \text{ assim como } \varepsilon_s \rightarrow \infty \quad (2.35)$$

Jefferies e Been (2016) definem que o ponto inicial para a descrição do modelo pode ser dado pela relação dilatância-tensão, a qual define a lei de fluxo utilizada (igualdade entre a função de plastificação e potencial plástico) e segue o mesmo princípio adotado pela relação entre os incrementos de deformação plástica do modelo Cam-Clay (Equação 2.27), descrita segundo a Equação (2.36).

$$D^p = M_i - \eta \quad (2.36)$$

em que:

D^p é a parcela plástica da dilatância; e

M_i é a razão de tensões no estado crítico para a condição de imagem.

A Equação (2.36) se difere da relação utilizada no modelo Cam-Clay devido à consideração do conceito de condição de imagem, de modo que o parâmetro M_i pode ser dado segundo a Equação (2.37).

$$M_i = M \left(1 - \frac{\chi_i N |\Psi_i|}{M_{tc}} \right) \quad (2.37)$$

em que M_i tende para a razão de tensões no estado crítico (M) com a ocorrência de deformação cisalhante; M_{tc} é o valor corrente de M para um estado de compressão triaxial. Além disso, o subscrito i representa a condição de imagem para cada parâmetro e N representa o coeficiente de acoplamento volumétrico, definido como o coeficiente angular da Equação (2.38), citado por Jefferies e Schuttle (2002).

$$\eta_{\text{máx}} = M_{tc} - (1 - N)D_{\text{min}} \quad (2.38)$$

Jefferies e Been (2016) definem a condição de imagem como uma condição transiente do material, na qual a taxa de deformação volumétrica se altera de contrátil para dilatante e tem-se $D^p = 0$. Ishihara *et al.* (1975) se referem a essa condição transitória como uma transformação de fase, enquanto outros autores a definem como estado pseudo-estável.

A dilatância de estado para a condição de imagem (χ_i) pode ser relacionada com a dilatância de estado obtida em ensaios triaxiais (χ_{tc}) segundo a Equação (2.39).

$$\chi_i = \frac{\chi_{tc}}{\left(1 - \frac{\chi_{tc}\lambda}{M_{tc}}\right)} \quad (2.39)$$

Além disso, o parâmetro de estado na condição de imagem (Ψ_i) pode ser definido a partir do índice de vazios no estado crítico para a condição de imagem (e_i), conforme a Equação (2.40).

$$\Psi_i = e - e_i \quad (2.40)$$

Com respeito à superfície de escoamento, o modelo a descreve segundo a Equação (2.41), a qual utiliza o mesmo princípio da curva de cedência apresentada para o modelo Cam-Clay [Equação (2.26)].

$$\eta = M_i \left[1 - \ln\left(\frac{p}{p_i}\right)\right] \quad (2.41)$$

em que a tensão média na condição de imagem (p_i) pode ser obtida como apresentado na Equação (2.42).

$$p_i = p \cdot e^{\left(\frac{\eta}{M_i} - 1\right)} \quad (2.42)$$

A superfície de escoamento se difere do modelo Cam-Clay devido à consideração do conceito de condição de imagem, bem como da não utilização da tensão média no estado crítico (p_c) e razão de tensões também no estado crítico (M). Além disso, tem-se que a tensão média na condição de imagem (p_i) descreve o tamanho da superfície de escoamento, da mesma forma em que no modelo Cam-Clay o tamanho da superfície de escoamento foi associada com a LEC (ver Figura 2.32). Adicionalmente, o modelo NorSand considera que o material pode se deformar de maneira plástica em qualquer parte do domínio $e - p'$, de modo que não há nenhuma parede elástica confinando o comportamento plástico, como no modelo Cam-Clay.

A Figura 2.39 ilustra a superfície de escoamento (ou de cedência) do modelo NorSand para materiais no estado “fofo”, enquanto a Figura 2.40 representa essa superfície para materiais na condição densa. Destaca-se que nestas figuras a superfície de cedência é representada num espaço de tensões normalizadas em relação à tensão média na condição de imagem (p_i).

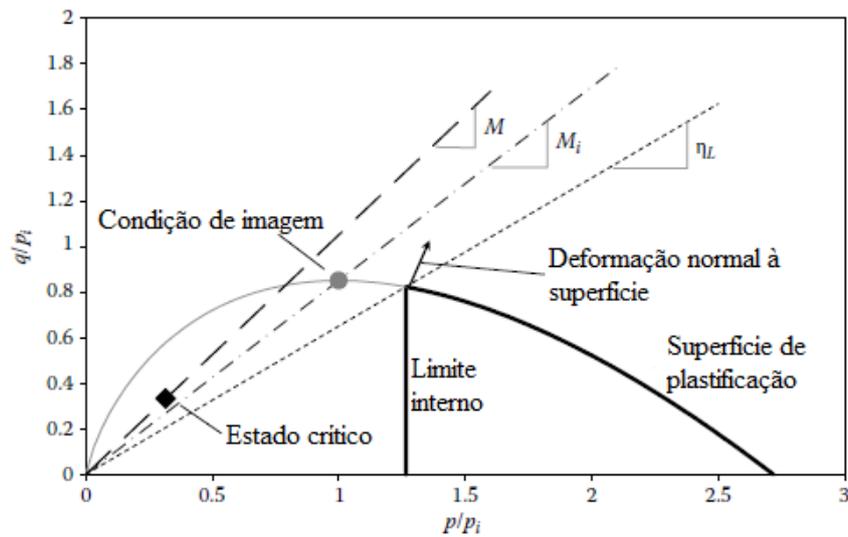


Figura 2.39 - Superfície de escoamento para materiais no estado “fofo” (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

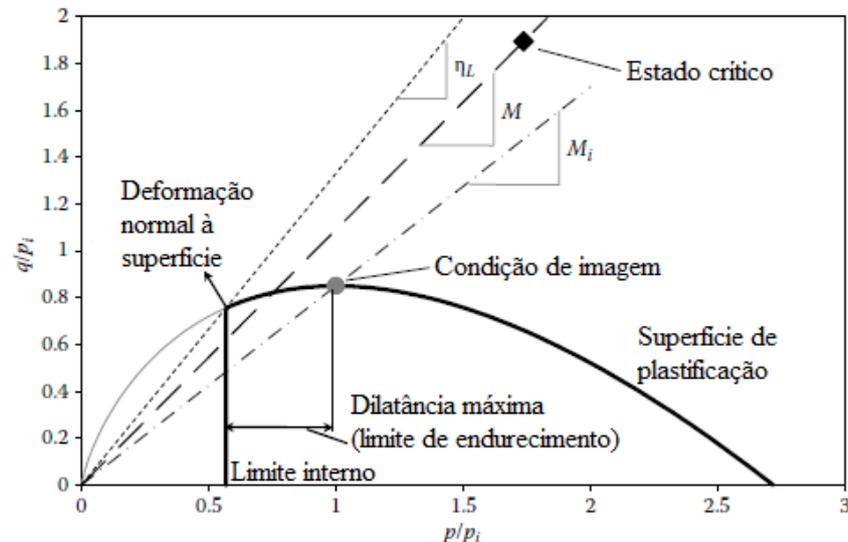


Figura 2.40 - Superfície de escoamento para materiais na condição densa (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

Ao avaliar a Figura 2.39 e a Figura 2.40 pode-se afirmar que: i) é utilizada a condição de normalidade entre o vetor taxa de deformação plástica e a superfície de escoamento, assim

como ocorre no modelo Cam-Clay; ii) para materiais no estado “fofo”, a condição de imagem apresenta tensões superiores ao estado crítico e a superfície de escoamento se contrai em relação ao referido estado; iii) para materiais na condição densa, a condição de imagem apresenta tensões inferiores quando comparada ao estado crítico e a superfície de cedência se expande em relação a esse estado até atingir a condição de dilatância máxima (limite interno). Nesse aspecto, o limite interno, ou limite de endurecimento, é definido segundo a Equação (2.43).

$$\left(\frac{p_i}{p}\right)_{max} = e^{\left(-\frac{\chi_i \Psi_i}{M_{itc}}\right)} \quad (2.43)$$

Jefferies (1993) apresenta a evolução da superfície de escoamento no espaço q, p, e durante um ensaio triaxial drenado com tensão média (p) constante, conforme ilustrado na Figura 2.41. Interpretando a referida figura, deve-se tomar uma amostra de areia inicialmente mais densa que o estado crítico e normalmente adensada ($OCR = 1$), conforme apresentado na superfície de escoamento “a”. Com a aplicação das tensões cisalhantes, a superfície tende a se expandir com o aumento de p_i até atingir a condição de $p_i = p$, na qual tem-se $D^p = 0$ (superfície “b”) e, conseqüentemente, a alteração do estado do material de contrátil para dilatante. Segundo o autor, até esse estágio a deformação volumétrica é contrátil devido à condição de normalidade, resultando na redução do índice de vazios. Sabendo-se que na superfície “b” tem-se $\Psi_i \neq 0$, portanto, a expansão da superfície tende a continuar com o acréscimo de p_i e comportamento dilatante, até que seja alcançada a condição de dilatância máxima (limite máximo de endurecimento), conforme representado pela superfície “c”. O fenômeno de dilatância tende a ocorrer com a variação da superfície até que o estado crítico seja alcançado ($\Psi_i = 0$), conforme indicado na superfície “d”. Para essa condição, o material se deforma sem endurecimento/amolecimento adicional e não há alteração da superfície de cedência plástica.

Segundo Jefferies (1993), duas suposições combinadas são tomadas para a representação dos limites das superfícies no espaço $q - p$: i) a existência da LCN requer que a superfície de escoamento intercepte o eixo p para valores diferentes de zero, ou seja, $p \neq 0$ (Drucker *et al.*, 1957); e ii) a consideração de que não existe coesão intrínseca entre as partículas requer que a superfície também intercepte o eixo p em zero ($p = 0$).

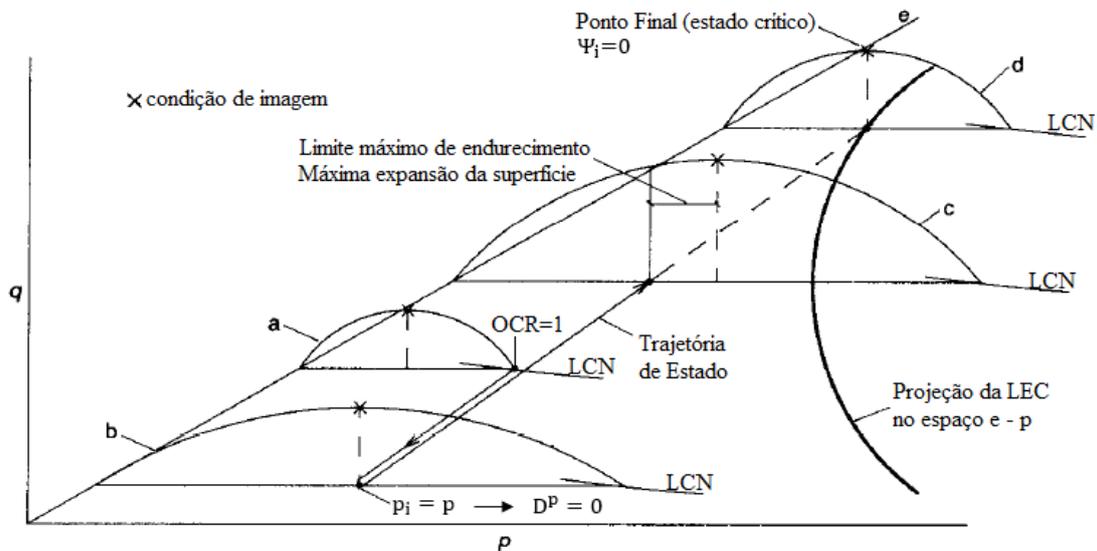


Figura 2.41 - Evolução da superfície de escoamento (adaptado de Jefferies, 1993).

A lei de endurecimento do modelo é dada segundo a Equação (2.44):

$$\frac{\dot{p}_i}{p} = H \left(\frac{p_i}{p} \right)^2 \left[e^{\left(\frac{-\chi_i \Psi_i}{M_{itc}} \right)} - \frac{p_i}{p} \right] \dot{\epsilon}_s \quad (2.44)$$

em que \dot{p}_i e $\dot{\epsilon}_s$ indicam parcelas de incremento de tensão média na condição de imagem e deformação distorcional, respectivamente, bem como H representa o módulo de endurecimento plástico, necessário devido ao desacoplamento do tamanho da superfície de escoamento em relação ao índice de vazios (Jefferies, 1993). Além disso, tem-se que H pode ser idealizado como uma constante ou uma função de Ψ (Equação 2.45), a depender da calibração do modelo para os dados experimentais (Jefferies e Been, 2016).

$$H = H_0 - H_y \Psi \quad (2.45)$$

em que:

H_0 é o módulo de endurecimento plástico para a condição de parâmetro de estado igual a zero; e

H_y é o módulo de endurecimento plástico como função do parâmetro de estado.

O modelo utiliza o conceito de elasticidade isotrópica, apesar da ampla evidência de que os materiais particulados tendem a apresentar comportamento anisotrópico. Jefferies e Been (2016) argumentam que é ineficaz partir para o estudo de modelos sofisticados com muitos parâmetros para representação do comportamento anisotrópico, quando não se tem o entendimento claro do comportamento de materiais particulados a partir de uma abordagem isotrópica. Assim, pode-se afirmar que a abordagem anisotrópica ainda é predominantemente acadêmica e de difícil aplicação prática.

O modelo considera dois parâmetros para a representação das condições elásticas durante as análises: i) coeficiente de Poisson ν e ii) Índice de rigidez ($I_r = G/p'$). O segundo parâmetro pode ser descrito através da variação do módulo cisalhante (G) com a tensão média efetiva (p') através da Equação (2.46).

$$G = G_{ref} \left(\frac{p'}{p'_{ref}} \right)^m \quad (2.46)$$

em que G_{ref} representa o módulo cisalhante para a tensão de referência; p'_{ref} é a tensão média efetiva de referência (usualmente adotada como 100 kPa) e m é o expoente elástico (assume valores entre 0 e 1).

CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo é apresentado o banco de dados experimental utilizado para o estudo, bem como a metodologia adotada para o desenvolvimento da modelagem computacional.

O Item 3.1 é dedicado à apresentação da caracterização geotécnica do rejeito, disponível na literatura, adotado como material de referência nas modelagens numérico-computacionais, enquanto no Item 3.2 é apresentada a metodologia de modelagem empregada nas análises tensão-deformação, bem como os parâmetros utilizados em cada modelo constitutivo aplicado ao estudo.

3.1. CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA DO REJEITO

Os dados utilizados no trabalho foram provenientes da campanha de ensaios executados no Laboratório de Geotecnia (LabGeo) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), apresentados no trabalho de Eloi (2021) e reinterpretados para o presente estudo. O autor dissertou sobre os procedimentos laboratoriais convencionais e avançados para avaliação de estados críticos em rejeitos de ferro, a partir da execução de ensaios triaxiais em condição drenada.

Para a caracterização geotécnica do rejeito foram realizados os ensaios de: i) distribuição granulométrica dos grãos, conforme especificação LNEC E 196 (1966); ii) determinação da densidade real dos grãos (G_s), segundo norma portuguesa NP-83 (1965); iii) adensamento oedométrico e iii) ensaios triaxiais drenados submetidos a tensões confinantes de 100, 200 e 400 kPa. Segundo apresentado por Eloi (2021), os ensaios para determinação dos limites de Atterberg definiram o material como não plástico.

Conforme apresentado na curva de distribuição granulométrica (Figura 3.1) e de acordo com a ASTM D422-63 (2007), cerca de 8,1% do material é caracterizado como areia fina, passante na peneira #40 (0,425 mm) e retido na peneira #200 (0,075 mm). A fração fina (passante na peneira #200) representa cerca de 91,9% do material, dos quais 8,3% podem ser classificados como partículas com dimensões de argila (diâmetro inferior a 5 μm) e 83,6% como silte.

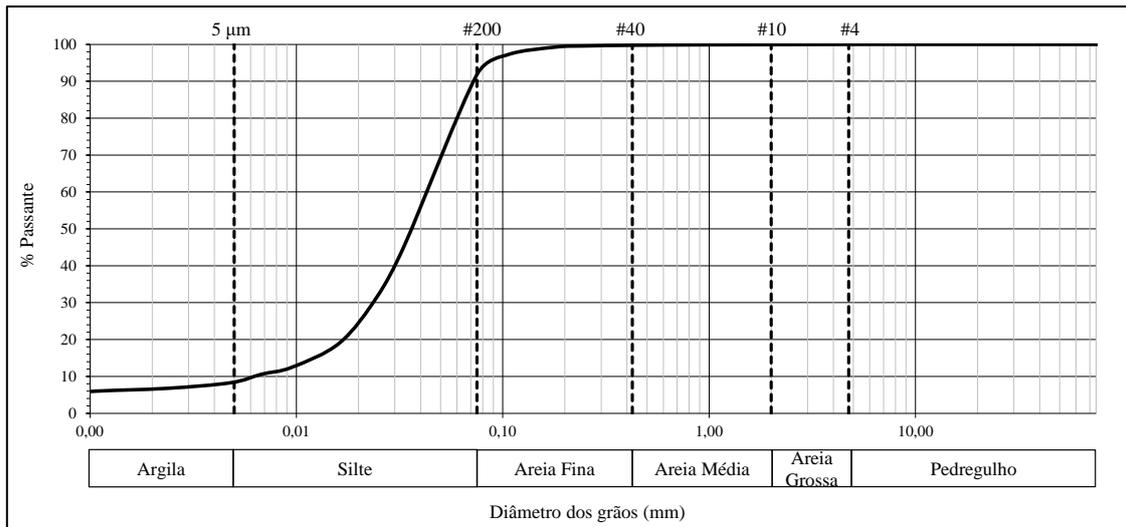


Figura 3.1 - Distribuição granulométrica segundo ASTM D422.

O valor da densidade real dos grãos (G_s) obtido para o rejeito foi de 4,548. Para o ensaio oedométrico, foi definida a curva de compressibilidade apresentada na Figura 3.2, que resguarda paralelismo em relação a Linha de Consolidação Normal (LCN-3D) do material, logo, o mesmo gradiente (inclinação).

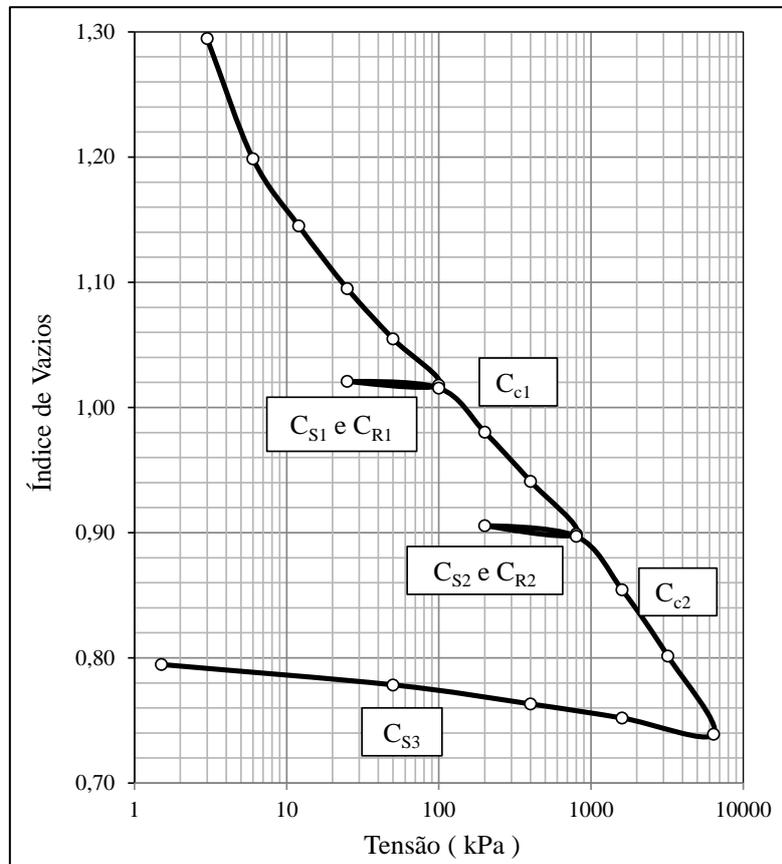


Figura 3.2 - Curva de compressibilidade.

Analisando a Figura 3.2 é notória uma inclinação mais acentuada da LCN desde a condição inicial do ensaio até valores de tensão próximos a 12 kPa, o que, segundo Eloi (2021), pode ser explicado em virtude da conformação inicial do material devido ao método de moldagem (*moist tamping*) do corpo de prova (CP) para a execução do ensaio. A partir de 12 kPa observa-se o abatimento da LCN e uma pronunciada tendência de linearidade até valores de tensão próximos a 800 kPa, a partir dos quais observa-se um aumento sutil da inclinação da reta, o que segundo o autor pode estar atrelado à geração adicional de finos no corpo de prova durante o ensaio (quebra de grãos).

Para a definição dos coeficientes de compressibilidade (C_C), descompressão (C_S) e recompressão (C_R), foi utilizada a Equação (3.1), aplicando-a para cada região da curva apresentada na Figura 3.2.

$$C_C = C_S = C_R = -\frac{\Delta e}{\Delta \log(\sigma'_v)} \quad (3.1)$$

Dado o contexto de diferença de inclinação para cada trecho da LCN, bem como os diferentes valores para os ramos de descompressão e recompressão encontrados, foram obtidos os parâmetros apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores obtidos para os coeficientes C_C , C_S e C_R .

Compressão		Descompressão			Recompressão	
C_{C1}	C_{C2}	C_{S1}	C_{S2}	C_{S3}	C_{R1}	C_{R2}
0,136	0,175	0,005	0,011	0,015	0,009	0,014

Esclarece-se que para a definição de C_{C1} foi utilizado o trecho da LCN que compreende os valores de tensões entre 12 e 800 kPa, enquanto para o coeficiente C_{C2} foi adotado o trecho da curva com valores de tensão superiores a 800 kPa. Para a definição da inclinação da LCN, bem como das curvas de descompressão e recompressão para a condição de adensamento sob compressão isotrópica (LCN-3D), foi utilizada a relação apresentada na Equação (3.2) e na Equação (3.3).

$$\lambda = \frac{C_C}{2,3} \quad (3.2)$$

$$k = \frac{C_S}{2,3} = \frac{C_R}{2,3} \quad (3.3)$$

A partir dos valores apresentados na Tabela 3.1 tem-se os parâmetros λ e k conforme indicado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores obtidos para os coeficientes λ e k .

Compressão		Descompressão			Recompressão	
λ_1	λ_2	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2
0,059	0,076	0,002	0,005	0,007	0,004	0,006

Com respeito aos estados de tensão adotados nos ensaios triaxiais drenados (do tipo CID, da sigla em inglês para *Consolidated Isotropically Drained*) conforme já referido, o autor executou quatro ensaios distintos com o mesmo material em níveis de confinamento de 100, 200 e 400 kPa (três, CID-01, CID-02 e CID-04, com o material suficientemente “fofo” de maneira a apresentar comportamento contrátil e um com o material em condição inicial suficientemente densa para gerar comportamento dilatante durante o cisalhamento CID-03), conforme condições gerais apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Resumos das condições dos corpos de prova em cada fase dos ensaios (Eloi, 2021).

Ensaio	Tensão Efetiva	Fase*	Diâmetro	Altura	Peso Úmido da Amostra	Peso Seco da Amostra	Teor de Água	Peso Específico Seco	Índice de Vazios
	σ'_c		D	H	W	W_d	w	γ_d	e
	(kPa)		(mm)	(mm)	(g)	(g)	(%)	(kN/m ³)	
CID-01	400	A	70,87	144,09	1148,73	1095,83	4,83	18,91	1,36
		B	65,78	134,76	1312,97	1095,94	19,80	23,47	0,90
		C	74,69	98,24	1285,44	1095,94	17,29	24,98	0,79
CID-02	200	A	71,55	143,55	1227,21	1139,99	7,65	19,38	1,30
		B	67,44	135,96	1373,15	1137,57	20,71	22,98	0,94
		C	76,40	99,40	1343,12	1137,57	18,07	24,49	0,82
CID-03	200	A	72,23	145,90	1615,90	1536,35	5,18	25,21	0,77
		B	71,40	144,26	1773,97	1533,55	15,68	26,05	0,71
		C	81,46	112,34	1781,89	1533,55	16,19	25,69	0,74
CID-04	100	A	71,22	143,68	1227,21	1146,28	7,06	19,65	1,27
		B	67,56	136,83	1384,48	1145,88	20,82	22,92	0,95
		C	77,65	97,83	1357,20	1145,88	18,44	24,26	0,84

*A = Início Adensamento; B = Fim Adensamento; C = Fim Cisalhamento.

Para os quatro ensaios realizados, a variação da tensão desviadora (q) com a deformação axial (ϵ_a), bem como da deformação volumétrica (ϵ_v) com a deformação axial (ϵ_a), podem ser observadas na Figura 3.3 e na Figura 3.4, respectivamente.

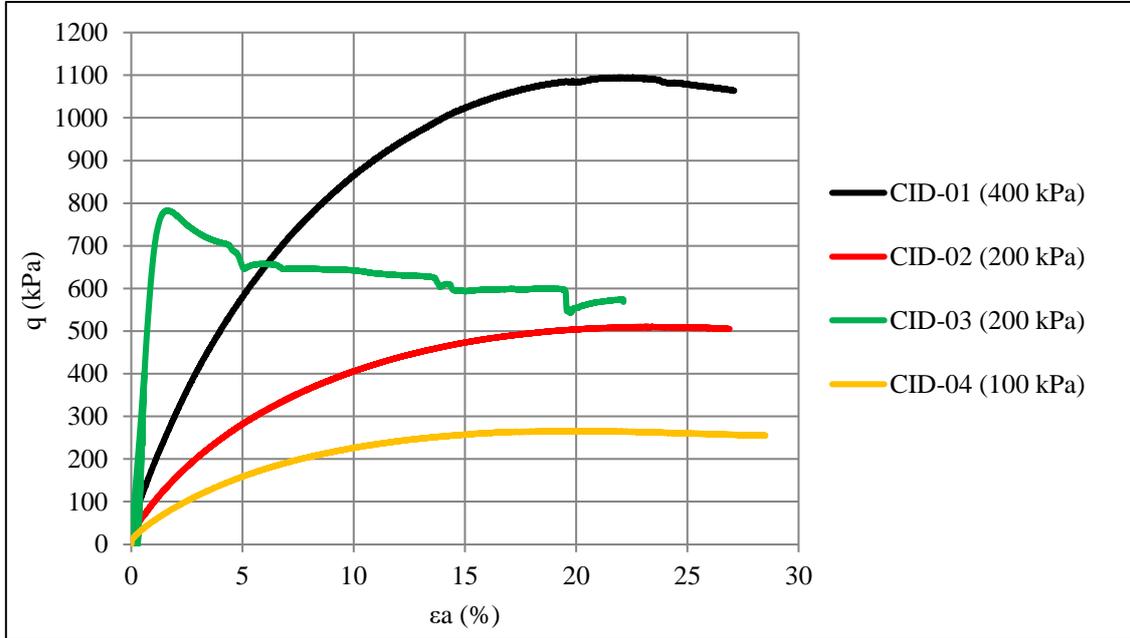


Figura 3.3 - Variação da tensão desviadora (q) com a deformação axial (ϵ_a).

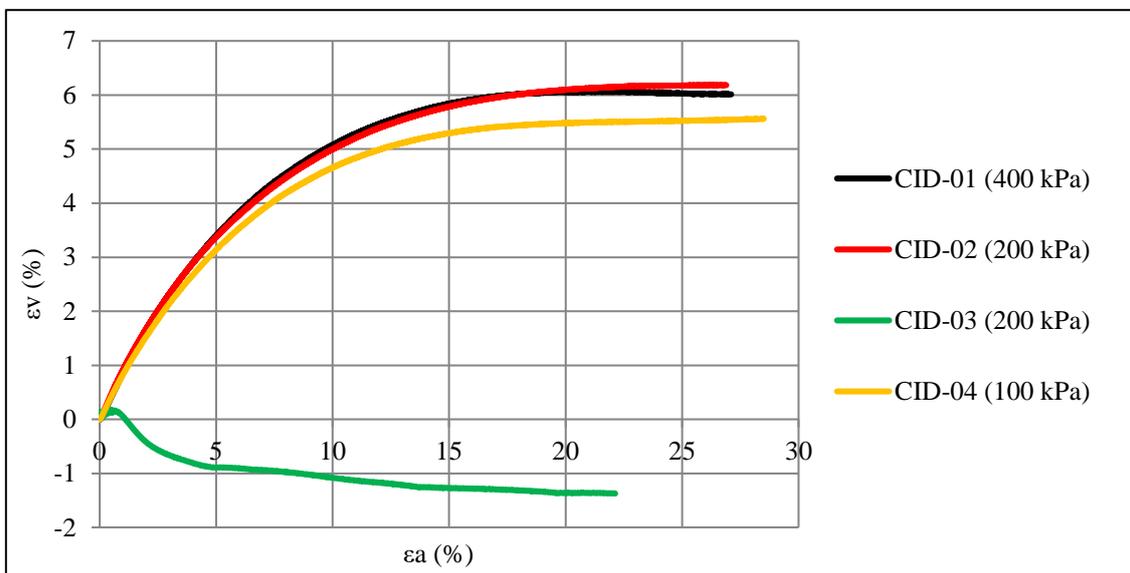


Figura 3.4 - Variação da deformação volumétrica (ϵ_v) com a deformação axial (ϵ_a).

A partir da avaliação da Figura 3.3 e da Figura 3.4 nota-se uma grande coerência para o comportamento esperado dos ensaios CID-01, CID-02 e CID-04, evidenciada pelo ganho de resistência consoante o incremento da tensão de confinamento e uma resposta contrátil

típica de materiais pouco densificados (condição “fofa”). Para estes ensaios considerou-se que foi alcançada a condição de deformação sob tensão e volume constantes, característico do estado crítico do material.

O ensaio CID-03, com o material na condição inicialmente densa, apresentou inconsistências na resposta tensão-deformação e, por isso, este foi utilizado apenas para a definição dos parâmetros relacionados ao fenômeno de dilatância do modelo NorSand (parâmetro dilatância de estado χ e coeficiente de acoplamento N). Nesse aspecto, para a definição dos parâmetros de resistência drenada do material, foram utilizados apenas os ensaios CID-01, CID-02 e CID-04, bem como o critério de máxima tensão desviadora ($c' = 0$ kPa e $\phi' = 35,12^\circ$) segundo Equação 3.4 e Equação 3.5, conforme apresentado na Figura 3.5.

$$s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \quad (3.4)$$

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \quad (3.5)$$

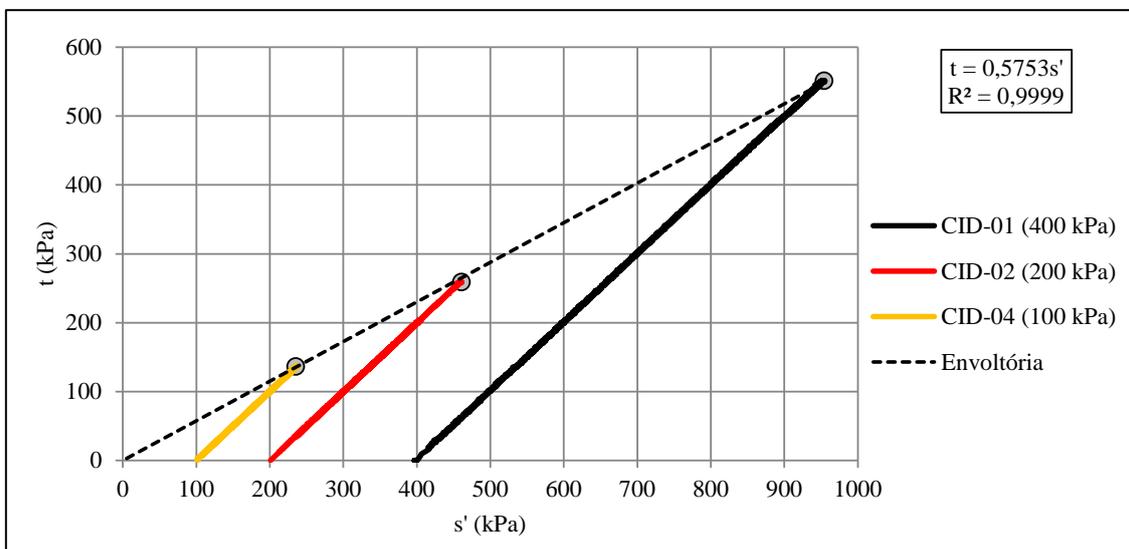


Figura 3.5 - Trajetórias de tensão e envoltória de máxima tensão desviadora.

Assim como assumido para a definição da resistência drenada dos materiais, para a avaliação da condição de estado crítico foram utilizados os ensaios CID-01, CID-02 e CID-04, uma vez que estes alcançaram tal condição, conforme apresentado na Figura 3.3 e Figura 3.4. A Figura 3.6 apresenta a projeção da Linha de Estados Críticos (LEC), no

plano $e - p'$, obtida a partir da variação do índice de vazios (e) e tensão média efetiva (p') durante os ensaios.

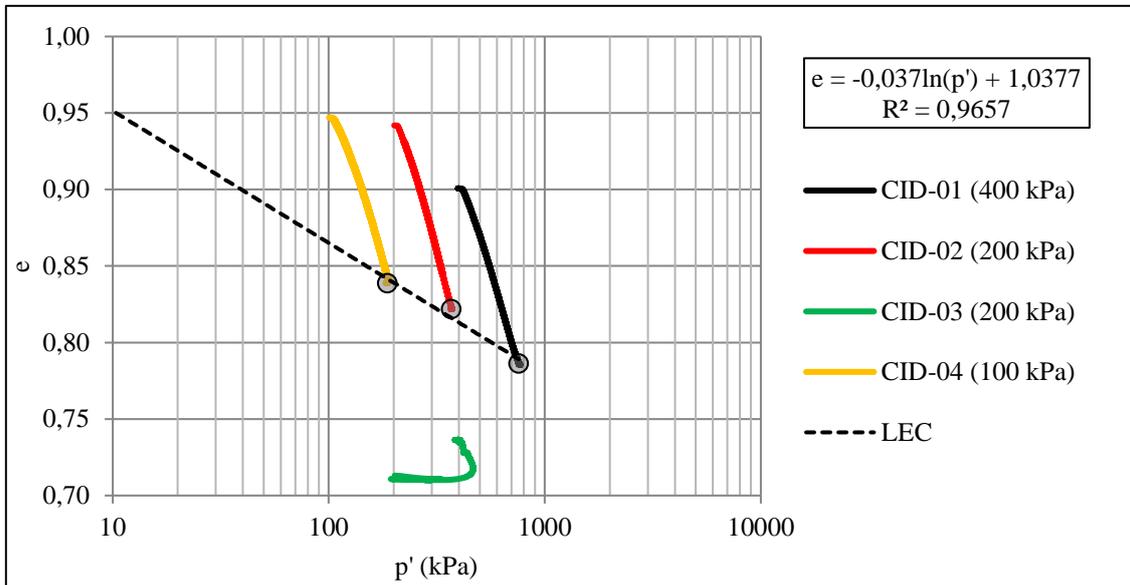


Figura 3.6 - Projeção da linha de estados críticos no plano $e - p'$.

Da Figura 3.6 tem-se que o ensaio CID-03 não alcançou o estado crítico, o que pode estar atrelado à possível formação de planos preferenciais de cisalhamento devido à condição densa do material durante o ensaio. Adicionalmente, considerando a Equação (2.18), pode-se definir os parâmetros λ e Γ iguais a 0,037 e 1,0377, respectivamente.

Complementarmente à avaliação do índice de vazios com a tensão média efetiva para definição da LEC no plano $e - p'$, pode-se plotar a projeção da LEC no plano $q - p'$, formado pelos semieixos ordenados da tensão desviadora (q) e da tensão média efetiva (p'), conforme foi realizado para os três ensaios com comportamento contrátil, os quais são apresentados na Figura 3.7.

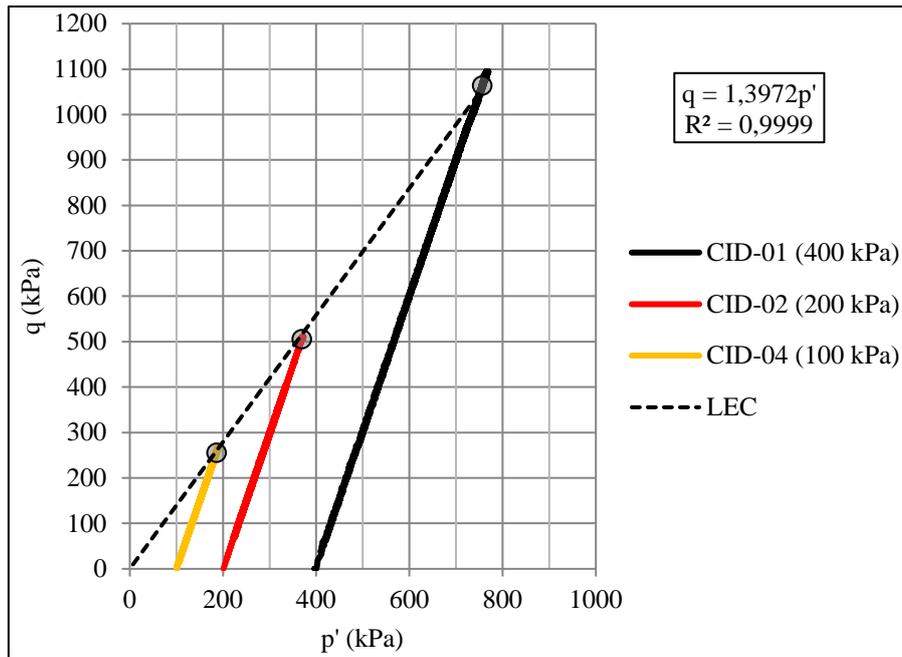


Figura 3.7 - Projeção da linha de estados críticos no plano $q - p'$.

Definida a projeção da linha de estados críticos no plano $q - p'$, a partir da inclinação da LEC é possível determinar a razão de tensões no estado crítico (M) igual a 1,3972. Dessa forma, a partir da Equação (2.20) tem-se o valor do ângulo de atrito crítico (ϕ'_c) igual a $34,52^\circ$. O coeficiente de empuxo no repouso (K_0), que define a razão entre o valor das tensões horizontais e verticais iniciais (σ_{h0}/σ_{v0}) para todos os modelos estudados, foi estimado através da relação simplificada proposta, inicialmente para areias, por Jaky (1944):

$$K_0 = 1 - \text{sen}\phi'_c \quad (3.6)$$

Com base no ângulo de atrito crítico (ϕ'_c) e na Equação (3.6) foi estimado o valor de K_0 como sendo de 0,433.

3.2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

3.2.1. Características do Modelo Numérico

A modelagem computacional foi realizada com recurso ao Método dos Elementos Finitos (MEF) no módulo SIGMA/W do programa GeoStudio 2021.3, a fim de representar o

comportamento experimental do material sob compressão axissimétrica. A Figura 3.8 ilustra de forma esquemática as etapas envolvidas na modelagem utilizada no estudo.

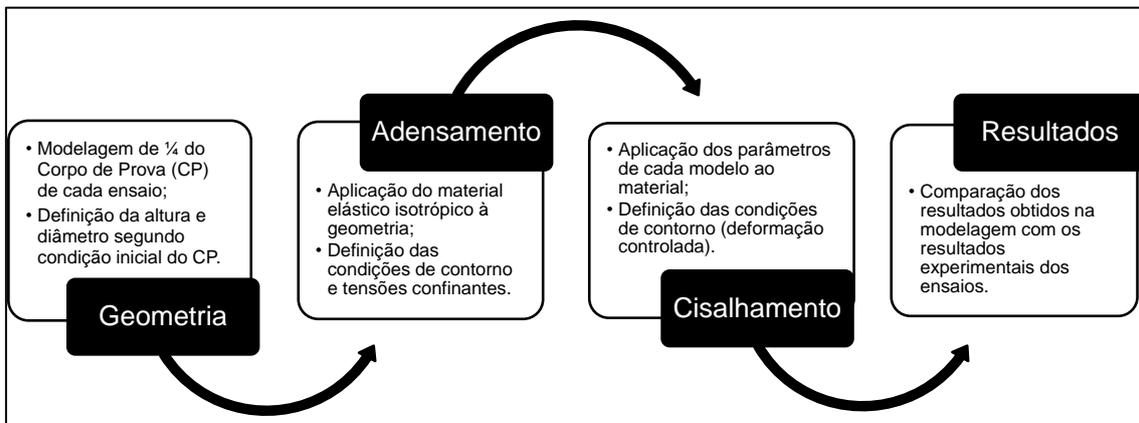


Figura 3.8 - Metodologia utilizada na modelagem computacional.

Os problemas que envolvem sólidos axissimétricos tridimensionais ou sólidos de revolução, sujeitos a carregamentos axissimétricos, como no ensaio triaxial, podem ser reduzidos a simples problemas bidimensionais. Devido à simetria da geometria e da carga em torno do eixo z indicado na Figura 3.9, todas as tensões e deformações são independentes do ângulo de rotação θ que forma o sólido. Adicionalmente, tem-se a condição de simetria em relação ao eixo x , quando considerada a altura do CP. Nesse sentido, o problema pode ser visto como bidimensional e definido pela área de rotação conforme apresentado na Figura 3.9, na qual a largura e a altura da geometria foram definidas a partir dos valores apresentados na Tabela 3.3, considerando $\frac{1}{4}$ do CP ensaiado.

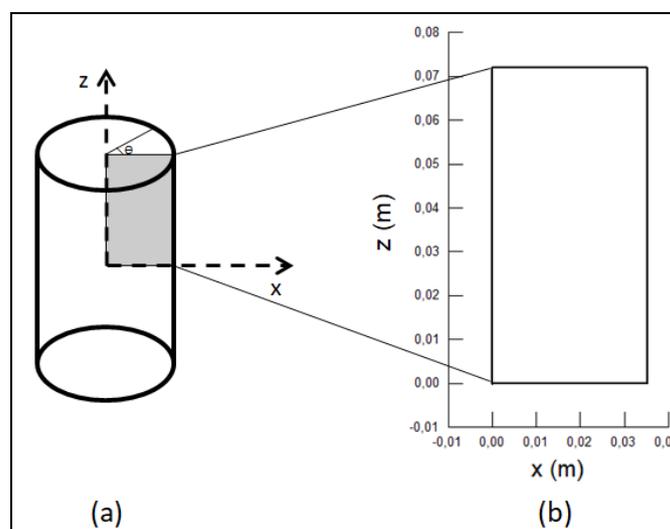


Figura 3.9 - (a) Sólido axissimétrico; (b) Geometria adotada nas análises.

Dessa forma, a fim de verificar a resposta do modelo relativo às incertezas quanto a sua simetria devido à condição de dilatância, em termos de altura, foi avaliado o resultado numérico obtido a partir da consideração da metade da altura do CP ($H/2$) e do seu valor total (H), tomando como referência o ensaio CID-01. Assim, conforme apresentado na Figura 3.10, foi verificada a mesma resposta do modelo para ambas as condições de altura utilizadas. Diante desse aspecto, foi adotada, em todas as modelagens, a altura relativa à metade do CP ensaiado, de modo a otimizar o tempo computacional associado às análises.

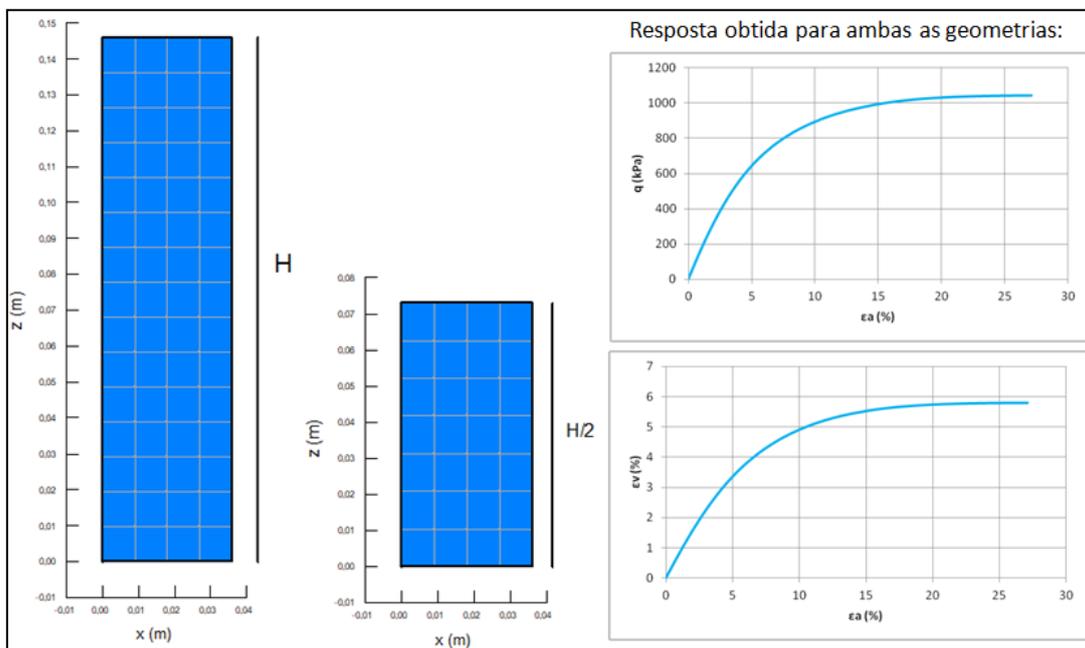


Figura 3.10 - Avaliação de sensibilidade da altura do CP durante as modelagens.

Após definida a geometria do modelo, foram realizadas as análises referentes à etapa de adensamento do ensaio triaxial. Para isso, foram aplicadas as condições de contorno apresentadas na Figura 3.11.

Os vínculos utilizados para a restrição da estrutura foram definidos adotando-se apoios de primeira ordem com restrição de deslocamento horizontal e vertical, uma vez que não há interesse em que o modelo simule deformações horizontais e verticais que ultrapassem a extensão fixada para a modelagem, bem como tendo em vista a condição de simetria em relação aos eixos x e z ilustrados na Figura 3.9. Dessa forma, as deformações verticais, correspondentes ao adensamento do material, foram permitidas até o limite inferior do modelo.

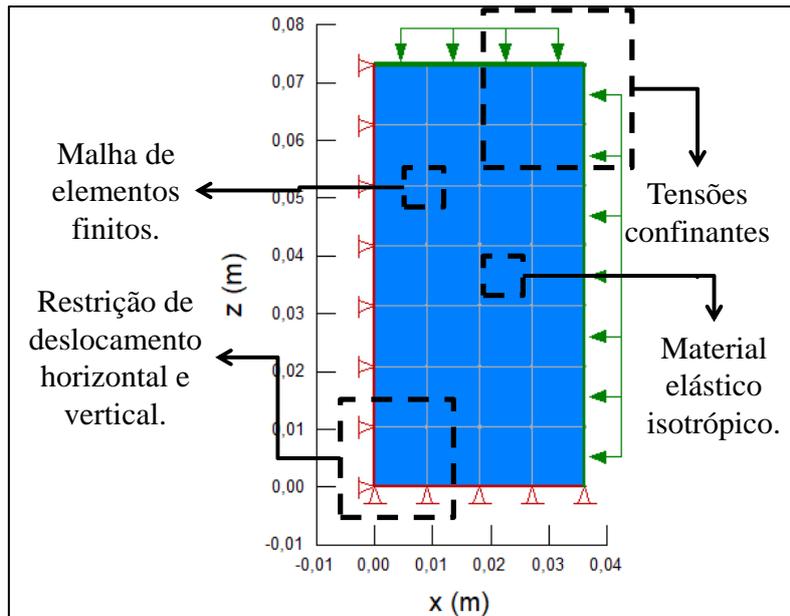


Figura 3.11 - Condições de contorno aplicadas para a etapa de adensamento.

Com respeito à malha de elementos finitos utilizada nas modelagens, foi aplicada a malha quadrática com elementos no tamanho de 0,01 m. De forma análoga à análise de sensibilidade realizada para a verificação da resposta do modelo quanto à altura do CP, foram verificados os resultados obtidos ao considerar a malha de 0,01 m e com maior nível de refinamento (0,001 m), sendo obtido o mesmo resultado de resposta numérica para ambos os valores a despeito do maior intervalo de tempo e esforço computacional despendido para a resolução da malha mais refinada. Assim, foi adotado nas análises a malha com abertura de 0,01 m.

Para a modelagem da etapa de adensamento foram utilizadas como referência as tensões confinantes, bem como os parâmetros do material e os valores de diâmetro e altura de cada ensaio, conforme apresentado na Fase A (Início Adensamento) da Tabela 3.3. A calibração do módulo de elasticidade efetivo (E') e do coeficiente de Poisson (ν) foi aferida a partir da comparação dos valores de diâmetro e altura ao final das análises numéricas com os valores de diâmetro e altura de cada ensaio apresentado na Fase B (Fim Adensamento) da referida Tabela 3.3. Dessa forma, os parâmetros utilizados durante a etapa de adensamento das análises podem ser avaliados segundo a Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Parâmetros etapa de adensamento.

Parâmetros	CID-01	CID-02	CID-03	CID-04
e_0	0,90	0,94	0,71	0,95
γ (kN/m ³)*	28,12	27,73	30,13	27,69
E' (kPa)	2.500,00	1.500,00	7.000,00	900,00
ν	0,10	0,10	0,10	0,10

*Parâmetro obtido através a relação $\gamma = \gamma_d(1 + w)$ e valores de γ_d e w provenientes da Tabela 3.3.

Após realizada a etapa de adensamento, foi feita a modelagem da etapa de cisalhamento segundo as condições de contorno apresentadas na Figura 3.12, tomando a fase de adensamento como análise parente, a fim de considerar o cenário de tensões confinantes do ensaio.

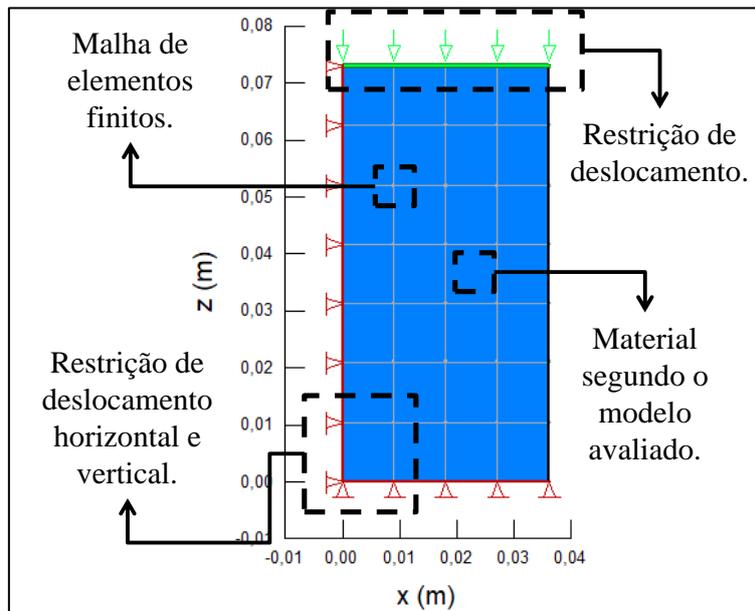


Figura 3.12 - Condições de contorno aplicadas para a etapa de cisalhamento.

Os parâmetros assumidos para o material na etapa de cisalhamento foram definidos segundo os modelos adotados no estudo: i) Mohr-Coulomb; ii) Cam-Clay Modificado e iii) NorSand. Ressalta-se que durante esta etapa de análises foi adotado como referência o controle de deslocamentos, a fim de manter a fidelidade do arranjo experimental possibilitando uma comparação mais assertiva.

Após o término da etapa de cisalhamento, os resultados numéricos foram comparados com os dados experimentais, de modo a avaliar a aderência do modelo e necessidade de ajustes na calibração adotada.

3.2.2. Parâmetros dos Modelos Constitutivos

- **Mohr-Coulomb**

Os parâmetros utilizados no modelo Mohr-Coulomb consideraram a condição inicial do material previamente à execução da fase de cisalhamento do ensaio, representados pelo peso específico (γ) e índice de vazios inicial (e_0), bem como os parâmetros de elasticidade, representados pelo módulo de Young efetivo (E') e pelo coeficiente de Poisson (ν).

Para a resposta plástica do modelo, foram definidos os parâmetros de resistência segundo o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, representados pelo intercepto de coesão efetiva (c') e pelo ângulo de atrito efetivo (ϕ') conforme Equação (2.22).

Destaca-se que, para a resposta dilatante do ensaio CID-03, foi considerada a utilização do ângulo de dilatância (ψ) definido conforme Equação (3.7), uma vez que o módulo SIGMA/W do programa GeoStudio 2021.3 permite a consideração desse parâmetro para o modelo Mohr-Coulomb.

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_s} \right) \quad (3.7)$$

Tendo em vista a bilinearidade observada para o trecho identificado na Figura 3.13, foram avaliadas duas regiões para a definição do ângulo de dilatância. Dessa forma, a partir da aplicação da Equação (3.7) em cada trecho da região avaliada, foram obtidos os valores: i) $\psi_1 = 1,01^\circ$ e ii) $\psi_2 = 2,36^\circ$. Assim, após avaliação do parâmetro que resultou na melhor convergência para o modelo, foi adotado o valor de $\psi_2 = 2,36^\circ$ para as análises numéricas.

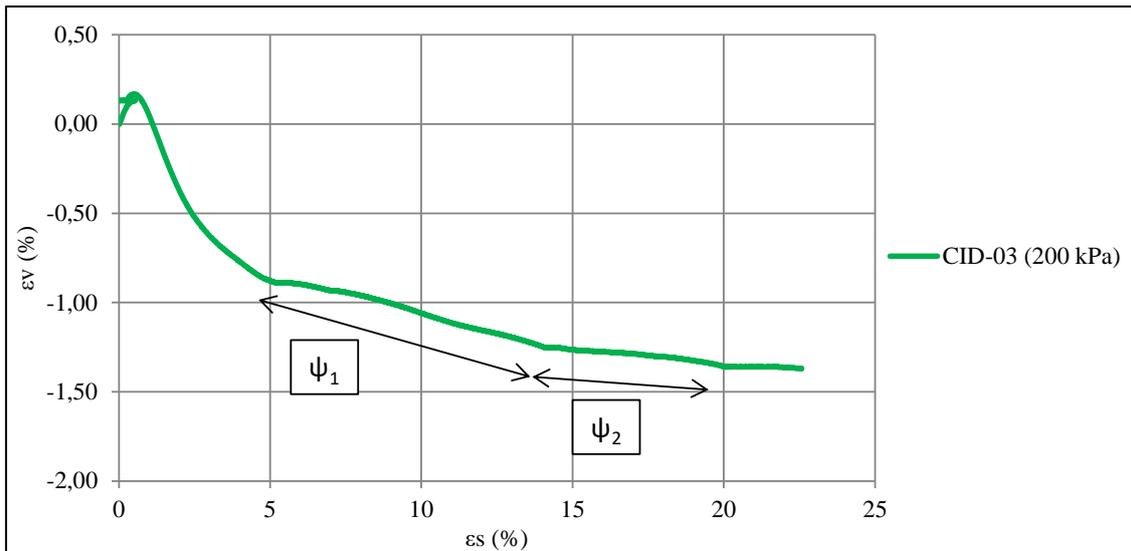


Figura 3.13 - Avaliação ângulo de dilatância.

A Tabela 3.5 fornece uma compilação dos parâmetros utilizados nas modelagens considerando o modelo Mohr-Coulomb.

Tabela 3.5 - Parâmetros modelo Mohr-Coulomb.

	Parâmetros	CID-01	CID-02	CID-03	CID-04
Condição Inicial	e_0	0,90	0,94	0,71	0,95
	γ (kN/m ³)	28,12	27,73	30,13	27,69
Rigidez	E' (kPa)	15.000,00	7.000,00	70.000,00	4.000,00
	ν	0,10			
Resistência	c' (kPa)	0,00			
	ϕ' (°)	35,12			
	ψ (°)	0,00	0,00	2,36	0,00

Para a calibração do modelo foram avaliados diferentes valores para o módulo de Young efetivo (E') e coeficiente de Poisson (ν), considerando a faixa de valores disponíveis para cada estado de tensão dos ensaios, de modo que os valores que indicaram melhor calibração foram aqueles apresentados na Tabela 3.5. Destaca-se que a verificação das calibrações a partir da utilização do módulo elástico secante (E_{50}) resultou em cenários de menor aderência aos resultados experimentais.

- **Cam-Clay Modificado**

Assim como no modelo Mohr-Coulomb, para o modelo Cam-Clay Modificado foi considerada a condição inicial do material por meio da utilização do peso específico (γ) e índice de vazios inicial (e_0), incorporando-se, no entanto, a razão de sobreadensamento (OCR), uma vez que o modelo permite essa consideração nas análises.

Para definição do OCR, foi tomada a condição do material normalmente adensado ($OCR = 1$) para os ensaios com material na condição “fofa” (CID-01, CID-02 e CID-04) e sobreadensado ($OCR = 6$) para o ensaio com material na condição densa (CID-03), uma vez que este valor apresentou melhor convergência do modelo, conforme observado na Figura 3.14 e na Figura 3.15.

Para os parâmetros de compressibilidade, foi adotado o valor de λ correspondente ao ramo de altas tensões (acima de 800 kPa), conforme apresentado na Figura 3.2 e quantificado na Tabela 3.2. Adicionalmente, para o parâmetro k foi utilizada a média das curvas de descompressão da Figura 3.2. Destaca-se que a utilização de tais considerações na definição dos parâmetros resultou na calibração mais aderente para o estudo.

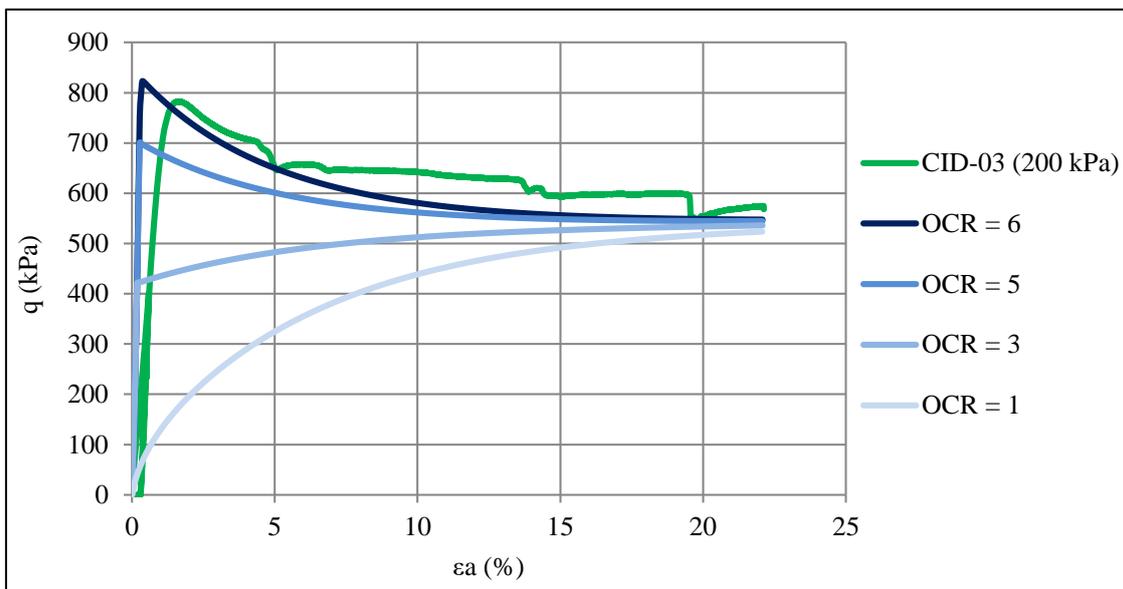


Figura 3.14 - Avaliação de sensibilidade do OCR para resposta tensão-deformação - CID-03 (200 kPa) Modelo Cam-Clay Modificado.

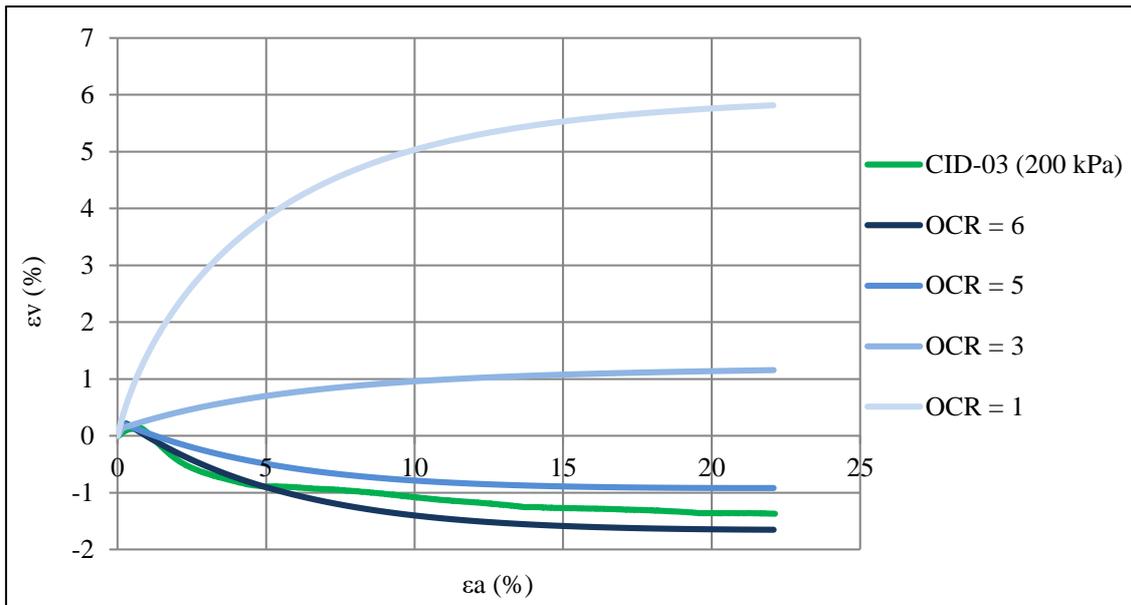


Figura 3.15 - Avaliação de sensibilidade do OCR para relação de deformações - CID-03 (200 kPa) Modelo Cam-Clay Modificado.

Uma vez que o modelo pode ser considerado o primeiro a adotar os conceitos da Mecânica dos Solos dos Estados Críticos, foram tomados os parâmetros característicos da LEC no espaço $q - p'$, representada pelo ângulo de atrito crítico (ϕ'_c) e pela razão de tensões no estado crítico (M). A Tabela 3.6 fornece uma compilação dos parâmetros utilizados nas modelagens considerando o modelo Cam-Clay Modificado.

Tabela 3.6 - Parâmetros modelo Cam-Clay Modificado.

	Parâmetros	CID-01	CID-02	CID-03	CID-04
Condição Inicial	e_0	0,90	0,94	0,71	0,95
	γ (kN/m ³)	28,12	27,73	30,13	27,69
	OCR	1,00	1,00	6,00	1,00
Rigidez	λ	0,076			
	k	0,0045			
	ν	0,10			
Resistência	ϕ'_c (°)	34,52			
	M	1,397			

- **NorSand**

Semelhante ao adotado para o modelo Cam-Clay Modificado, para a representação da condição inicial do material durante as análises com o modelo NorSand, foram utilizados

os parâmetros de peso específico (γ), índice de vazios inicial (e_0) e razão de sobreadensamento (OCR).

O modelo considera dois parâmetros para a representação das condições elásticas durante as análises: i) coeficiente de Poisson (ν) e ii) Índice de rigidez (I_r). O coeficiente de Poisson foi assumido como 0,1, assim como utilizado no modelo Mohr-Coulomb, uma vez que este valor apresentou melhor convergência durante as análises. Jefferies e Been (2016) definem que para materiais arenosos este parâmetro usualmente pode variar entre 0,1 e 0,3.

O índice de rigidez foi determinado conforme apresentado na Equação (2.46). Dessa forma, foi definido o módulo cisalhante de referência (G_{ref}) e o expoente elástico (m) associado, tomando o melhor cenário de calibração durante as modelagens. Destaca-se que tal consideração foi adotada uma vez que não foram realizados ensaios com *bender elements*, instrumentações radiais específicas ou ensaios de coluna ressonante, o que possibilitaria uma maior assertividade na definição do módulo cisalhante do material.

Os parâmetros para definição da LEC foram representados pelo intercepto com o eixo das ordenadas para o nível de tensão $p' = 1$ kPa (I), bem como pela inclinação da LEC no espaço $e - p'$ (λ) e pela razão de tensões no estado crítico (M).

A resposta plástica do modelo foi obtida através da consideração dos parâmetros: i) dilatância de estado (χ); ii) coeficiente de acoplamento volumétrico (N) e módulo de endurecimento plástico (H). Os dois primeiros foram definidos a partir do ensaio triaxial CID-03, caracterizado pelo comportamento dilatante da amostra durante o cisalhamento.

O parâmetro de dilatância de estado (χ) foi obtido conforme relação apresentada na Equação (2.34), a qual é indicada graficamente na Figura 3.16.

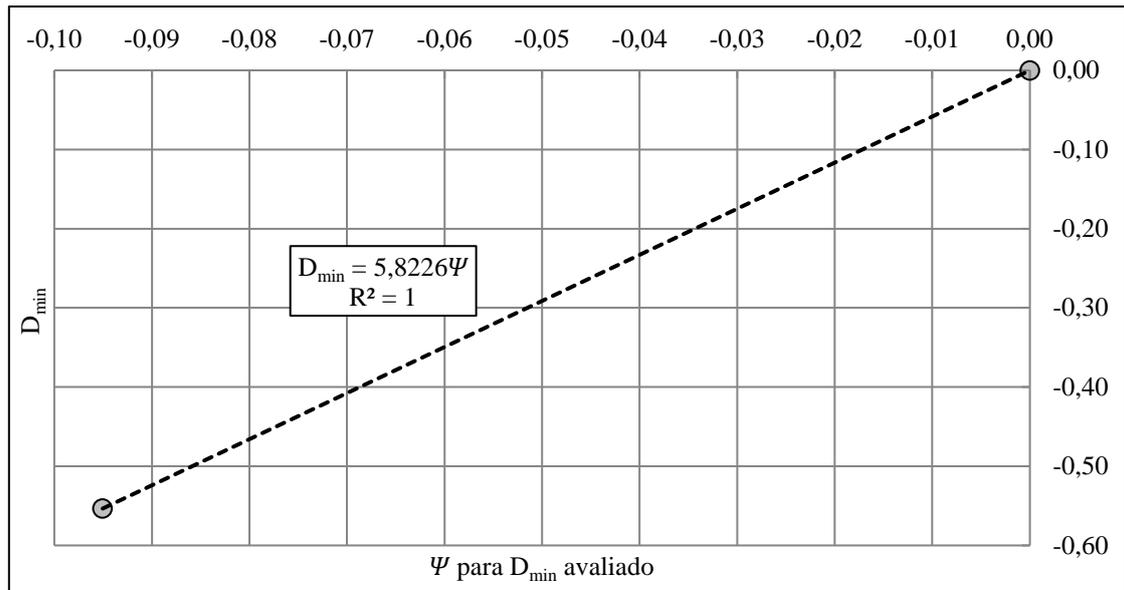


Figura 3.16 - Relação $\Psi - D_{\min}$.

O parâmetro N pode ser obtido através da relação apresentada na Equação (2.38), o qual é indicado de forma gráfica na Figura 3.17.

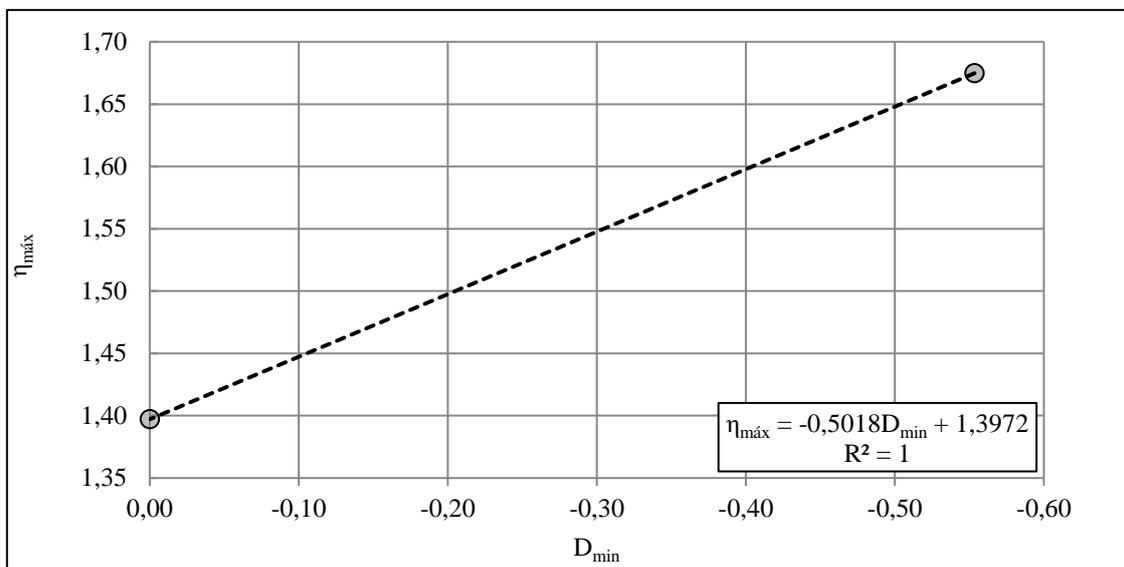


Figura 3.17 - Relação $D_{\min} - \eta_{\max}$.

Para o módulo de endurecimento plástico (H), foi utilizado o processo de modelagem interativa (da sigla em inglês IFM), conforme descrito por Jefferies e Been (2016). A modelagem consiste no ajuste do parâmetro através de sucessivas interações, até encontrar a resposta numérica que represente de modo mais aderente o comportamento experimental. Nesse aspecto, conforme indicado pela Equação (2.45), foi definida a

relação de H com Ψ_0 para o melhor cenário de calibração dos ensaios, sendo obtida a relação conforme apresentado na Figura 3.18.

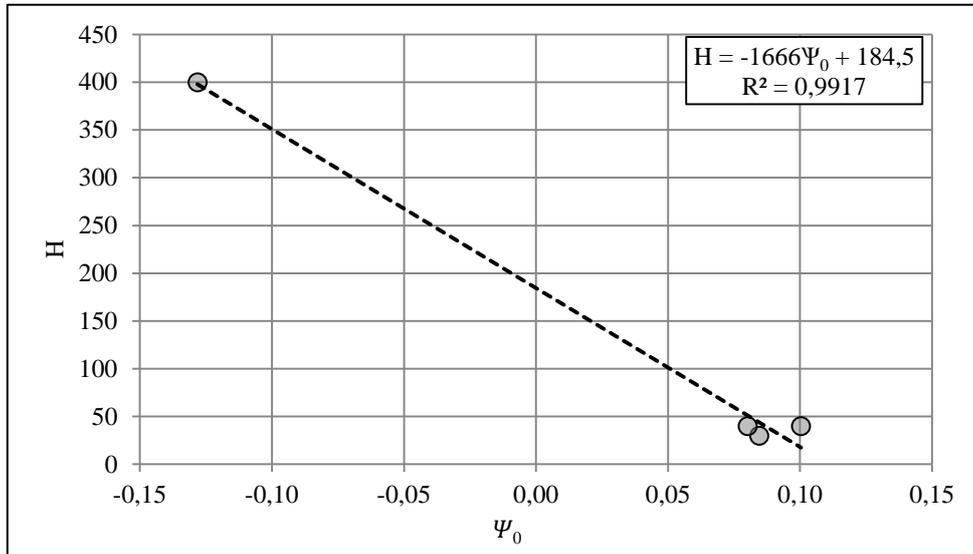


Figura 3.18 - Relação $H - \Psi_0$.

A Tabela 3.7 fornece a compilação dos parâmetros utilizados para as simulações com o modelo NorSand.

Tabela 3.7 - Parâmetros modelo NorSand.

	Parâmetros	CID-01	CID-02	CID-03	CID-04
Condição Inicial	e_0	0,90	0,94	0,71	0,95
	γ (kN/m ³)	28,12	27,73	30,13	27,69
	OCR	1,00			
	Ψ_0	0,08	0,100	-0,128	0,08
Rigidez	ν	0,10			
	G_{ref} (MPa)	50,00			
	m	0,50			
	p'_{ref} (kPa)	100			
Resistência	Γ	1,037			
	λ	0,037			
	M	1,397			
	N	0,498			
	χ	5,822			
	H	30	40	400	40
	H_0	184,50			
	H_y	1.666,00			

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das modelagens numéricas realizadas. O Item 4.1 apresenta os resultados obtidos para as modelagens considerando o modelo Mohr-Coulomb, enquanto o Item 4.2 aborda sobre a resposta para o modelo Cam-Clay Modificado e o Item 4.3 fornece os resultados para o modelo NorSand. Por fim, no Item 4.4 são indicadas as diferenças de comportamento dos modelos Cam-Clay Modificado e NorSand em termos de resposta não drenada.

Nos Apêndices A, B e C são apresentados os gráficos de tensão-deformação e relação de deformações de forma individualizada para cada ensaio analisado na condição “fofa”.

4.1. MOHR-COULOMB

4.1.2. Ensaios CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”)

Após a definição dos parâmetros do modelo Mohr-Coulomb, conforme apresentado na Tabela 3.5, foram obtidos os comportamentos tensão-deformação e a relação deformação axial e deformação volumétrica para os ensaios triaxiais com amostras na condição “fofa”, conforme indicado na Figura 4.1 e Figura 4.2.

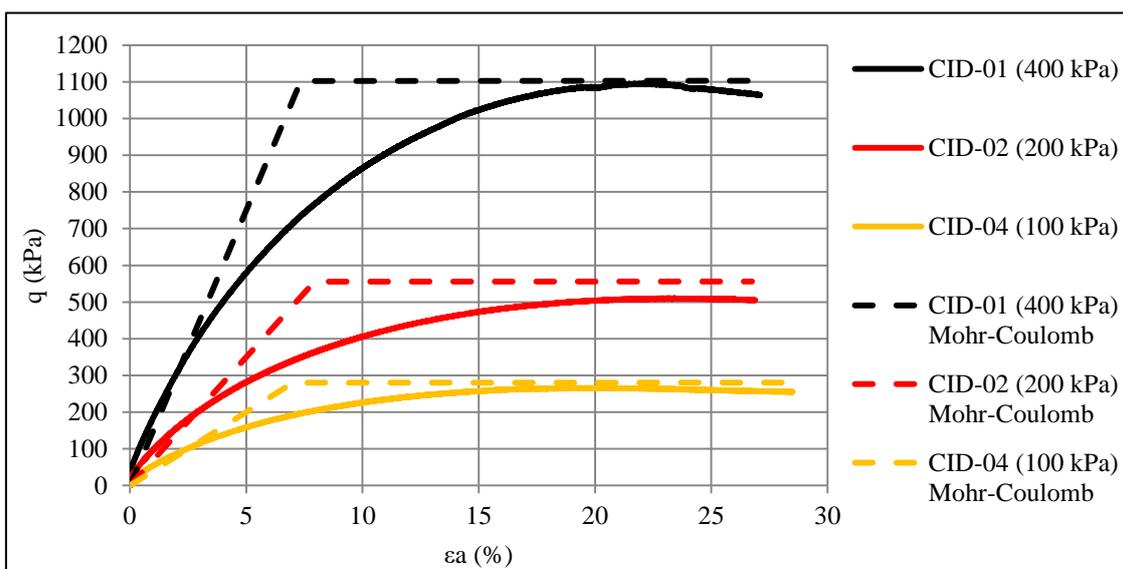


Figura 4.1 - Tensão-deformação consolidada – Modelo Mohr-Coulomb.

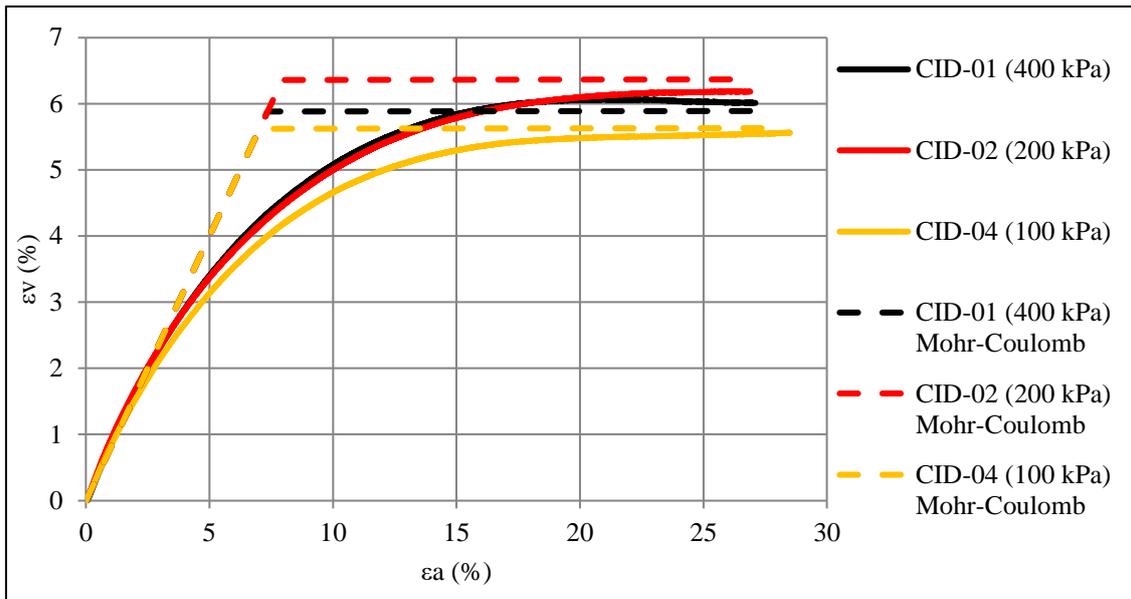


Figura 4.2 - Relação de deformações consolidada – Modelo Mohr-Coulomb.

A partir da análise da Figura 4.1 e Figura 4.2 verifica-se que: em termos de resistência, o modelo numérico apresentou valores ligeiramente superiores aos dados experimentais, com destaque para o ensaio CID-02, que apresentou maior diferença entre a resposta tensão-deformação numérica e experimental. A exceção do ensaio CID-01, para os demais ensaios a resposta do modelo numérico apresentou valores de deformações volumétricas levemente superiores aos resultados experimentais.

Após a avaliação dos resultados dos ensaios nota-se a incapacidade do modelo em simular o comportamento dúctil do material, se restringindo à resposta perfeitamente plástica, característica da mudança abrupta do comportamento elástico/plástico para deformações axiais próximas de 7%.

A Figura 4.3 ilustra o comportamento do índice de vazios para a resposta numérica obtida nos três ensaios, bem como o comportamento experimental e a LEC considerada. Para os três ensaios o modelo experimental foi capaz de representar com boa precisão a variação do índice de vazios

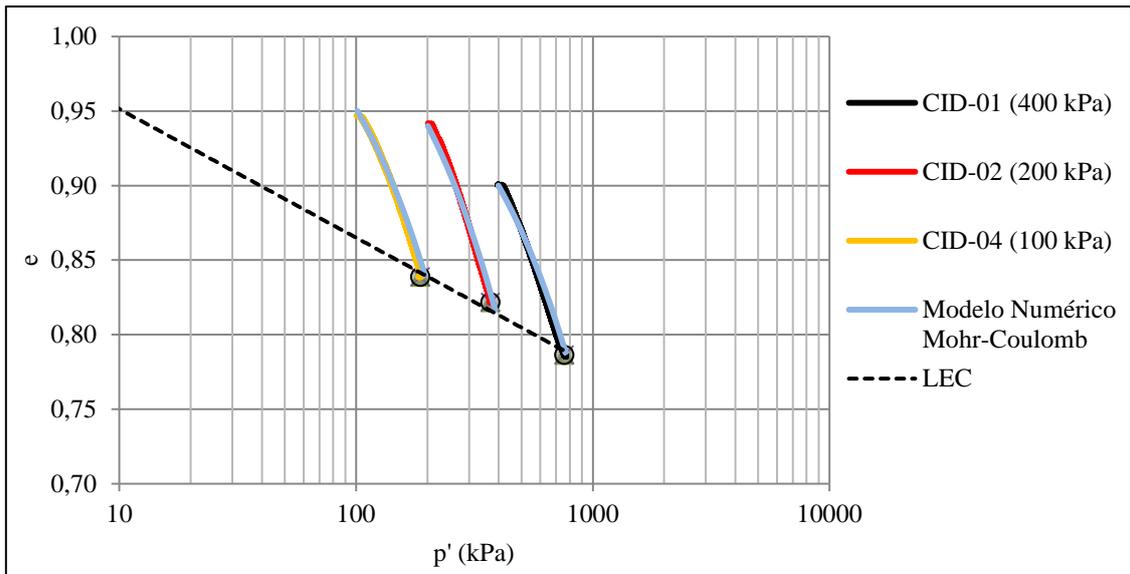


Figura 4.3 - Variação do índice de vazios – Modelo Mohr-Coulomb.

Destaca-se que os comportamentos supracitados ocorrem em função de limitações inerentes ao modelo, o qual é caracterizado pelo comportamento perfeitamente plástico, sem a variação da superfície de escoamento com deformações adicionais. Dadas as limitações, considera-se evidente a necessidade de aplicação da Mecânica dos Solos à Luz dos Estados Críticos nos estudos de tensão-deformação.

4.1.3. Ensaio CID-03 (Condição Densa)

Os resultados obtidos para o ensaio com amostra na condição densa (CID-03) são ilustrados da Figura 4.4 à Figura 4.6, a fim de evidenciar de modo específico a resposta numérica com o comportamento experimental.

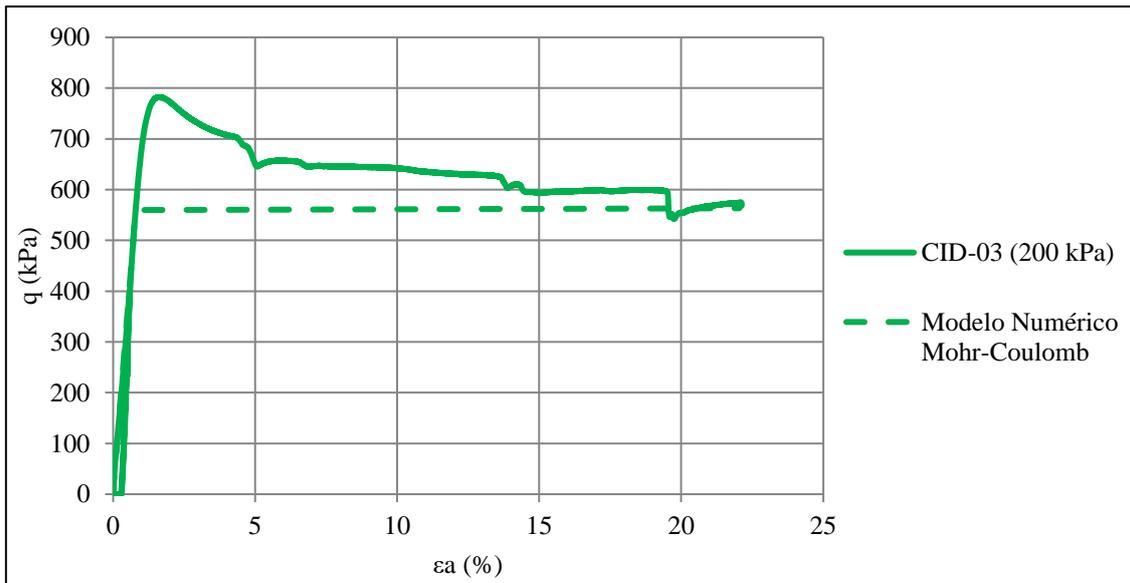


Figura 4.4 - Tensão-deformação CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

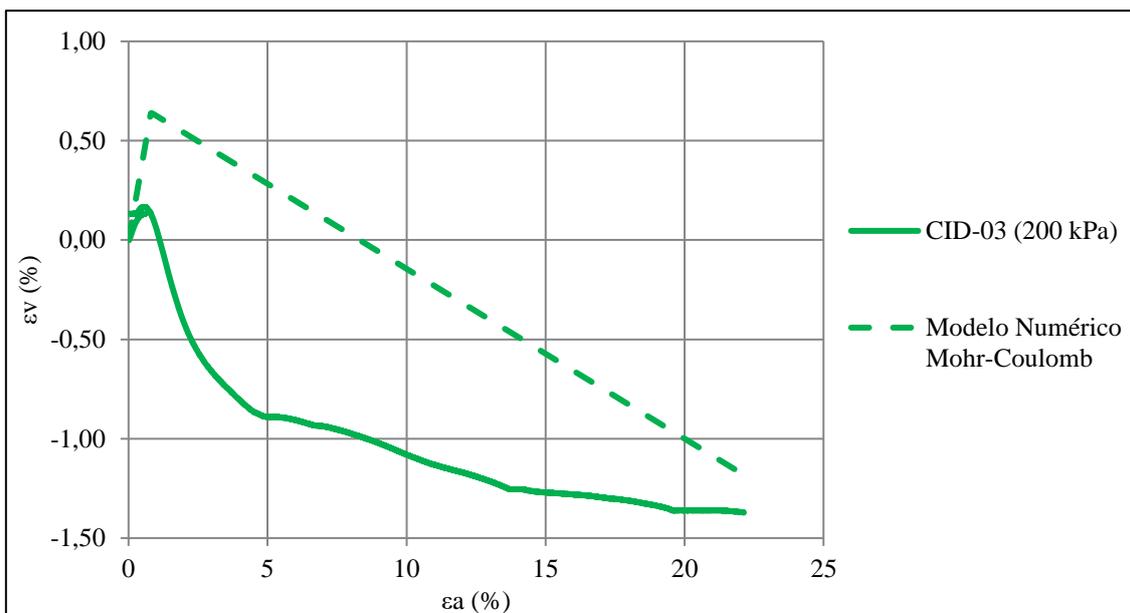


Figura 4.5 - Relação de deformações CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

Pelos resultados nota-se que o modelo apresentou resistência inferior ao obtido experimentalmente, de modo que a aproximação ocorreu para faixas de deformação axial acima de 20% (Figura 4.4). Com respeito à deformação volumétrica, sua resposta foi majoritariamente superior ao resultado experimental, de modo que a condição de ângulo de dilatância para melhor convergência numérica foi a partir da utilização de $\psi = 2,36^\circ$. Para a variação do índice de vazios ao longo do ensaio, a resposta numérica não foi capaz de simular com precisão o comportamento experimental.

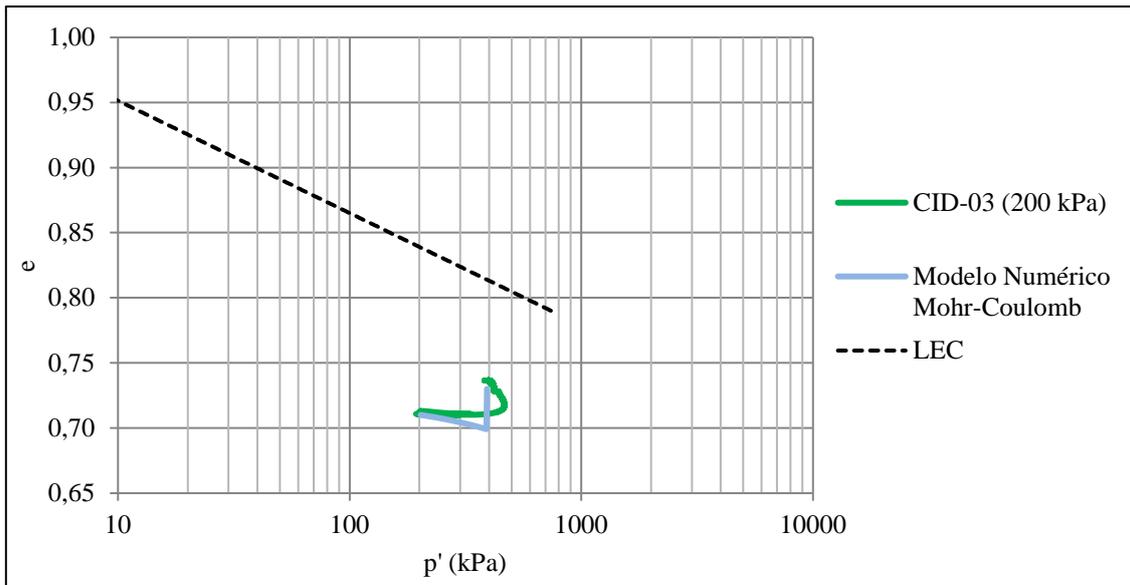


Figura 4.6 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

Assim como observado nos resultados obtidos para as modelagens dos ensaios com o material na condição “fofa”, nota-se a incapacidade de o modelo simular o comportamento frágil do material, se restringindo à resposta perfeitamente plástica, característica da mudança abrupta do comportamento elástico/plástico para deformações axiais próximas a 2%. Tal comportamento reforça as limitações inerentes ao modelo ao não contemplar em sua formulação a teoria da plasticidade com endurecimento/amolecimento considerada nos modelos de estados críticos.

Ressalta-se, no entanto, que para aplicações correntes, em que o material apresente comportamento contrátil (comportamento típico de materiais previamente compactados e submetidos a níveis de tensão relativamente baixos), em que os níveis de tensão não sejam conducentes a maiores níveis de deformação ($\varepsilon_a < 5\%$), o modelo resguarda uma boa aderência as curvas experimentais (como pode ser observado nos gráficos $q - \varepsilon_a$ apresentados para os ensaios CID-01, CID-02 e CID-04), sendo o comportamento do material aproximado de um comportamento perfeitamente elástico para estes níveis de tensão. Esse fato tem justificado a ampla aplicação do modelo até os dias atuais. Contudo, para estruturas submetidas a maiores níveis de tensão, associadas a materiais com comportamento de amolecimento (*strain softening*) (ensaio CID-03) e elevados riscos associados, tal aproximação pode se configurar numa simplificação exagerada.

4.2. CAM CLAY MODIFICADO

4.2.1. Ensaios CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”)

Os resultados obtidos das simulações com o modelo Cam-Clay Modificado apresentaram maior aderência ao comportamento experimental, quando comparados com os obtidos das simulações com o modelo Mohr-Coulomb, conforme Figura 4.7 e Figura 4.8.

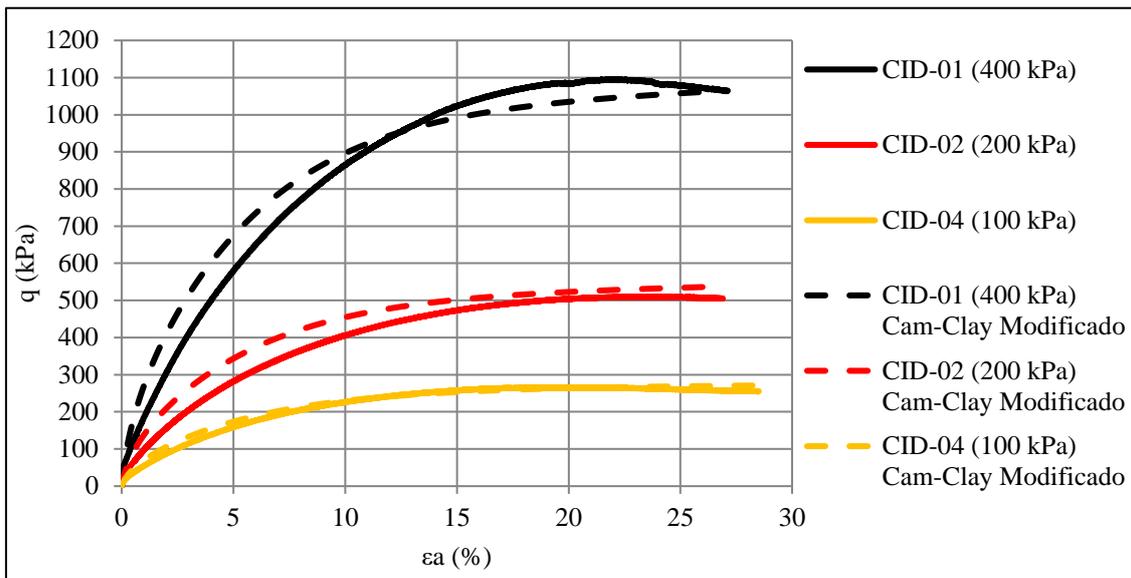


Figura 4.7 - Tensão-deformação consolidada – Modelo Cam-Clay Modificado.

A partir dos resultados tensão-deformação utilizando o modelo constitutivo Cam-Clay Modificado observa-se boa convergência na resposta do modelo numérico quando comparado com o comportamento experimental. Em especial, nota-se que o modelo foi capaz de representar o comportamento dúctil do material para todos os ensaios, diferentemente dos resultados observados para o modelo Mohr-Coulomb.

Com respeito às deformações volumétricas, tem-se que a resposta numérica apresentou valores ligeiramente inferiores aos dados advindos dos três ensaios, sendo mais acentuada para o CID-01 e para o CID-02.

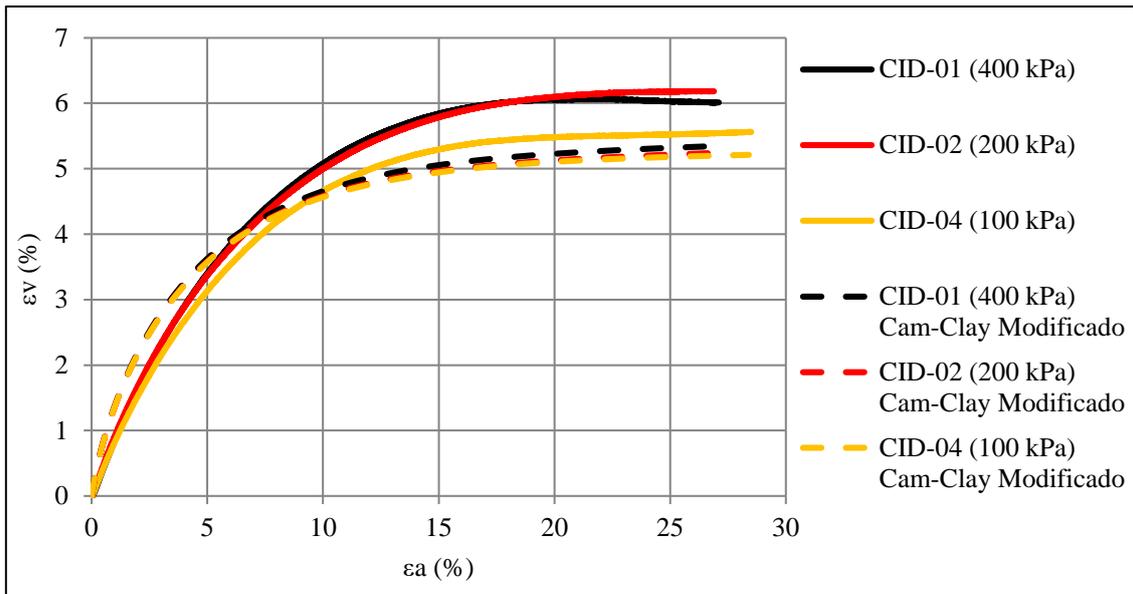


Figura 4.8 - Relação de deformações consolidada – Modelo Cam-Clay Modificado.

Em relação à variação do índice de vazios, a representação foi satisfatória, com exceção da variação para condições próximas à LEC, nas quais os modelos desviaram ligeiramente do comportamento experimental, conforme observado na Figura 4.9.

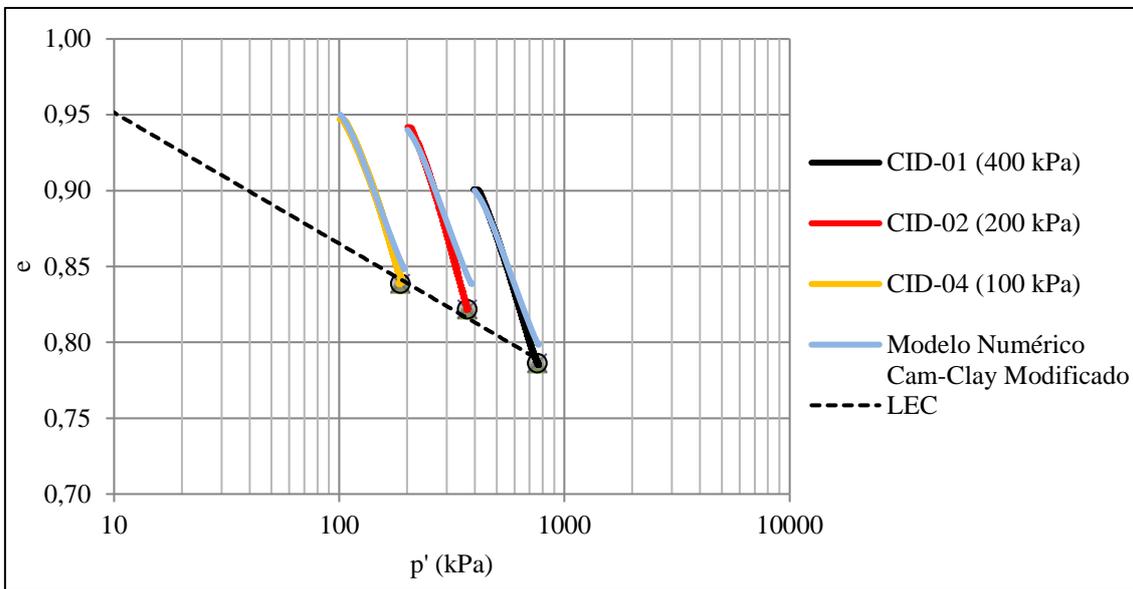


Figura 4.9 - Variação do índice de vazios – Modelo Cam-Clay Modificado.

Pelos resultados obtidos nota-se a melhor aderência da aplicação do modelo Cam-Clay Modificado, quando comparado ao modelo Mohr-Coulomb, o que proporciona uma maior confiabilidade em análises diversas, independentes das condições impostas,

nomeadamente dos estados de tensão. Tal fato reforça a necessidade da consideração simultânea de parâmetros de resistência e de deformabilidade plástica durante a realização de estudos tensão-deformação.

4.2.2. Ensaio CID-03 (Condição Densa)

Os resultados obtidos para o ensaio com amostra na condição densa (CID-03) são apresentados na Figura 4.10 e Figura 4.11.

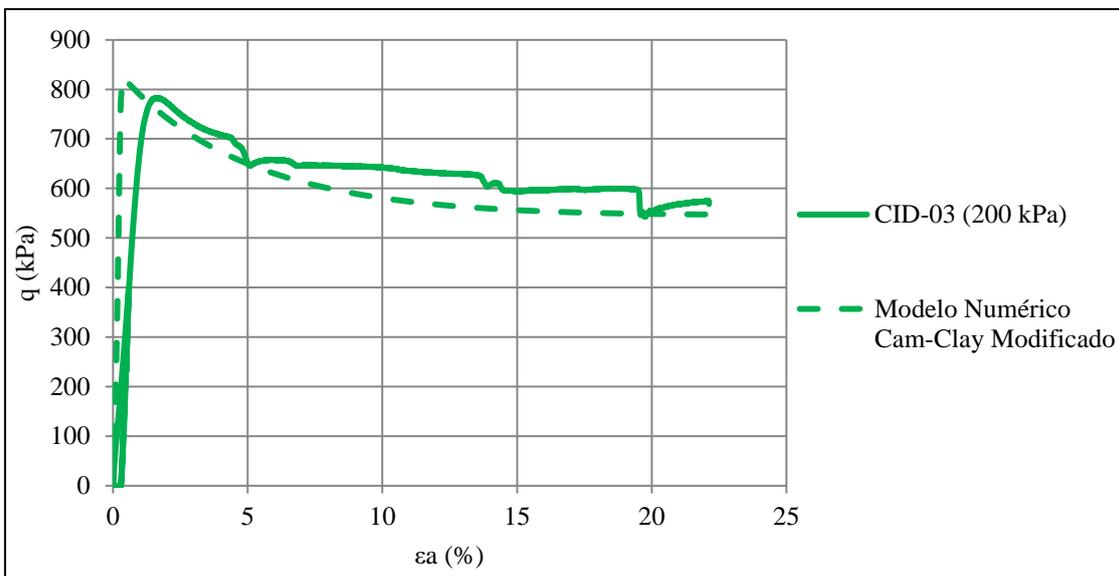


Figura 4.10 - Tensão-deformação – Modelo Cam-Clay Modificado.

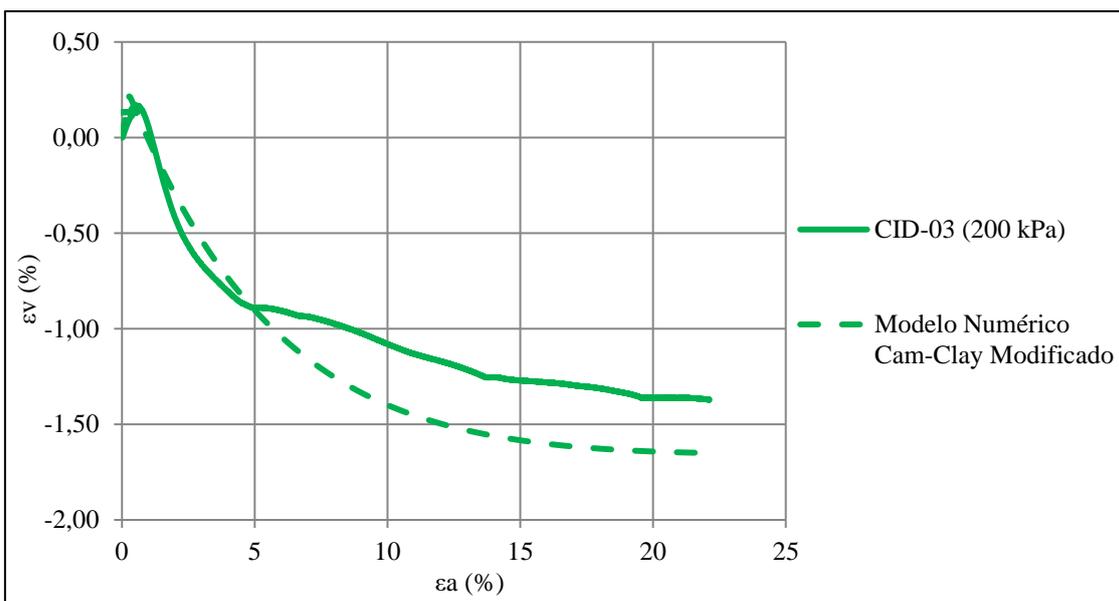


Figura 4.11 - Relação de deformações – Modelo Cam-Clay Modificado.

Pela Figura 4.10 nota-se que a resposta numérica foi capaz de representar o efeito da perda de resistência para baixas deformações (comportamento frágil), sendo ligeiramente mais frágil na simulação numérica comparativamente ao observado experimentalmente. Relativo ao comportamento dilatante do ensaio CID-03, o modelo foi capaz de simular com boa precisão o comportamento experimental até deformações axiais na ordem de 5%, conforme ilustrado na Figura 4.11. Para deformações acima deste valor a resposta numérica apresentou valores de deformação superiores aos observados experimentalmente. Destaca-se, no entanto, que a existência de diferentes inclinações para a deformação volumétrica medida durante o ensaio experimental não é esperada e pode estar associada a imprecisões durante a execução desse ensaio.

Ainda avaliando a caracterização do comportamento em termos de deformação volumétrica, a utilização da condição de $OCR = 6$ foi aquela que apresentou melhor convergência do modelo numérico com o resultado experimental, uma vez que para a consideração de $OCR = 1$ o modelo, como esperado, não foi capaz de simular o comportamento dilatante do material. Tal consideração está associada ao fato de que o modelo utiliza o referido parâmetro para simular o efeito de dilatância, assim como o modelo NorSand se baseia no parâmetro de estado (Ψ) para a representação deste fenômeno.

A limitação para a consideração do alto valor de OCR no Cam-Clay Modificado se deve à condição de que o modelo melhor se aplica para materiais argilosos normalmente adensados, os quais não se assemelham ao material siltoso na condição densa, utilizado no presente estudo.

Com respeito à variação do índice de vazios do ensaio CID-03, a calibração numérica foi próxima à representação do ensaio experimental. Dado o contexto, assim como observado nos resultados obtidos durante as modelagens dos ensaios na condição “fofa”, nota-se a melhor aderência da aplicação do modelo Cam-Clay Modificado, quando comparado ao modelo Mohr-Coulomb.

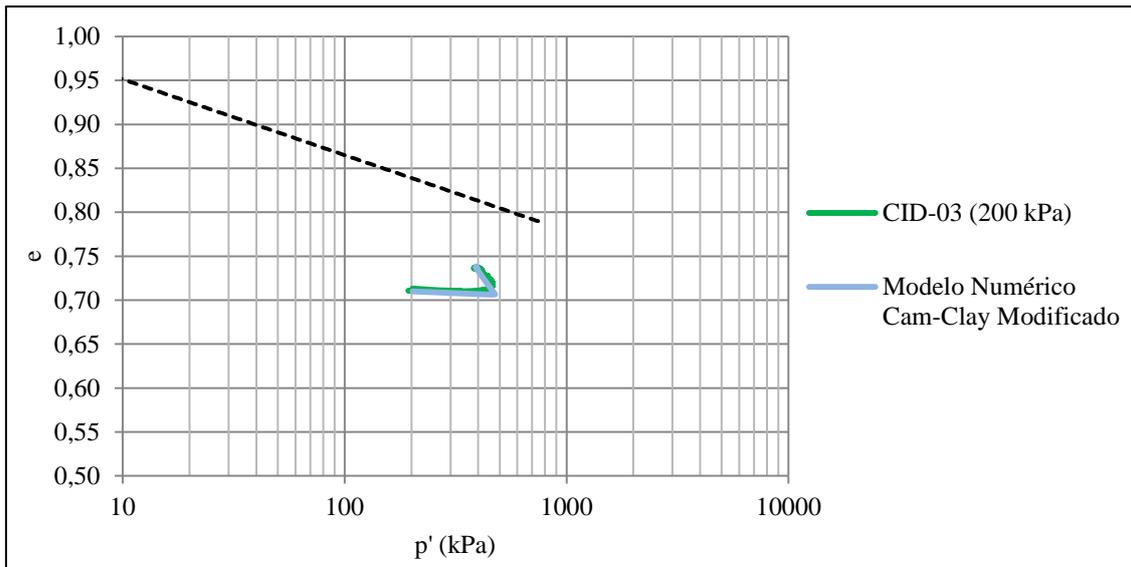


Figura 4.12 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

4.3. NORSAND

4.3.1. Ensaio CID-01, 02 e 04 (Condição “Fofa”)

Para o modelo NorSand foram considerados dois cenários de modelagem: i) condição do parâmetro H específico para cada modelo (parâmetro variável conforme descrito na Tabela 3.7), nomeada neste trabalho como “NorSand Calibração” e ii) condição de H em função de Ψ , conforme relação apresentada na Equação (2.45) e descrita por Jefferies e Been (2016), nomeada neste trabalho de “NorSand Final” (utilização dos parâmetros H_0 e H_y , conforme descrito na Tabela 3.7).

A partir da avaliação dos ensaios (Figura 4.13 à Figura 4.15) nota-se que o comportamento tensão-deformação se mostrou próximo ao observado experimentalmente, de modo que o ensaio CID-01 foi aquele que apresentou maior divergência quando comparado com os demais ensaios na condição “fofa”. Adicionalmente, observa-se que os resultados denominados de “NorSand Final” tenderam a se distanciar ligeiramente do comportamento experimental, quando comparados com a convergência obtida para aqueles referenciados como “NorSand Calibração”.

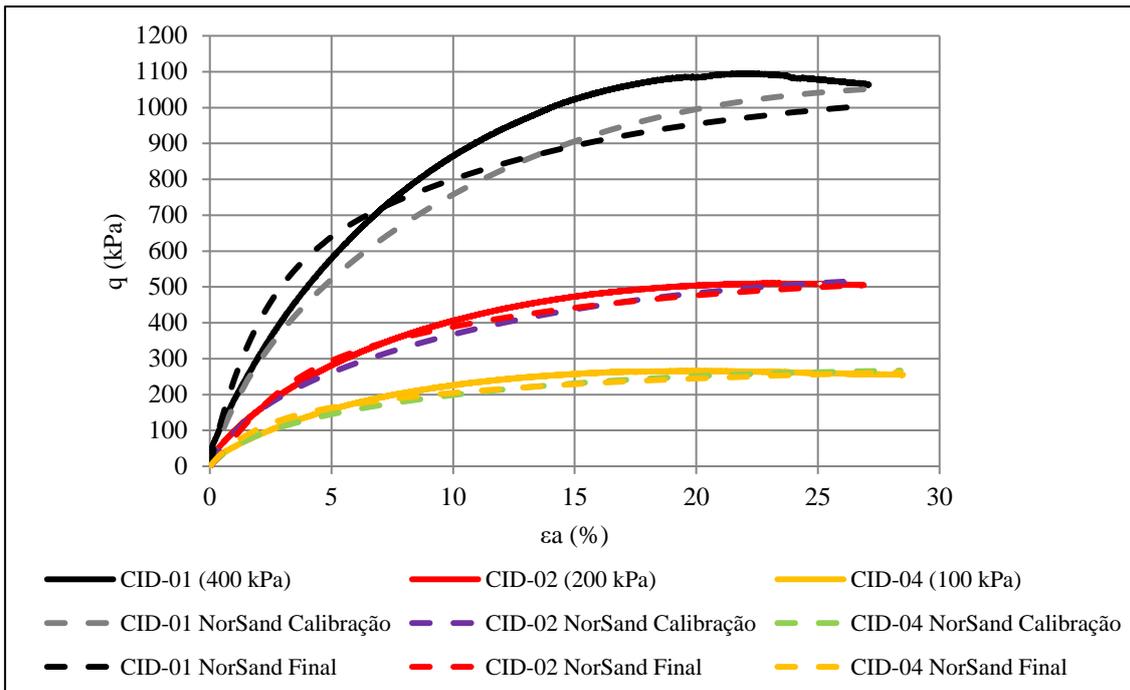


Figura 4.13 - Tensão-deformação consolidada – Modelo NorSand.

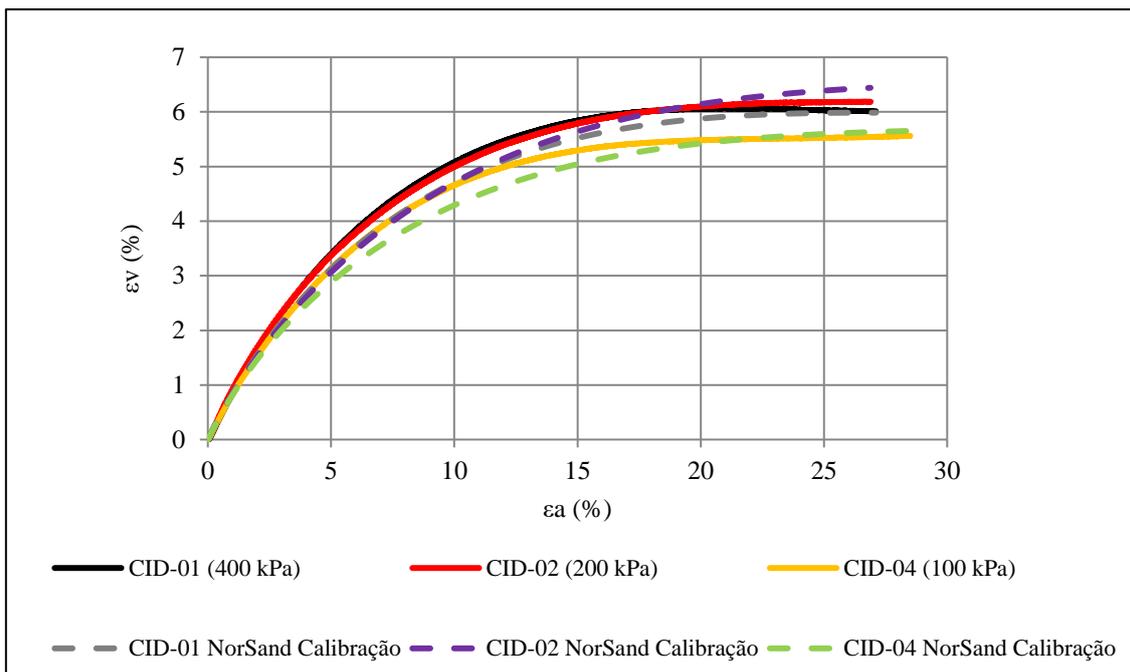


Figura 4.14 - Relação de deformações consolidada para a condição NorSand Calibração.

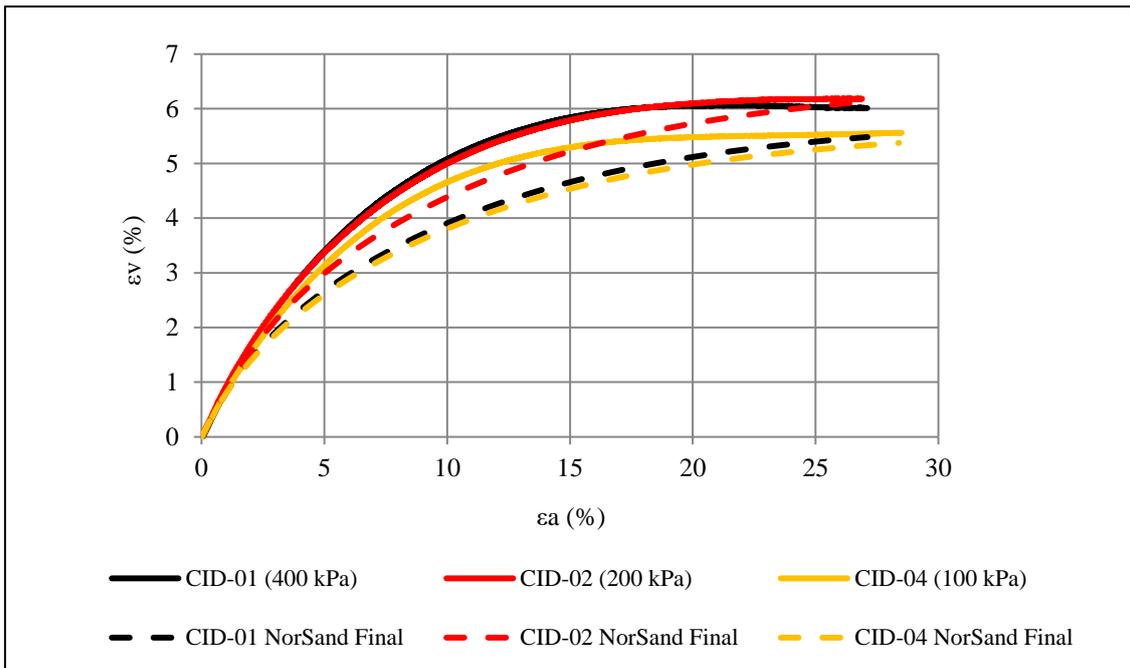


Figura 4.15 - Relação de deformações consolidada para a condição NorSand Final.

A variação do índice de vazios após as modelagens e aquele obtido experimentalmente é apresentada na Figura 4.16 e Figura 4.17.

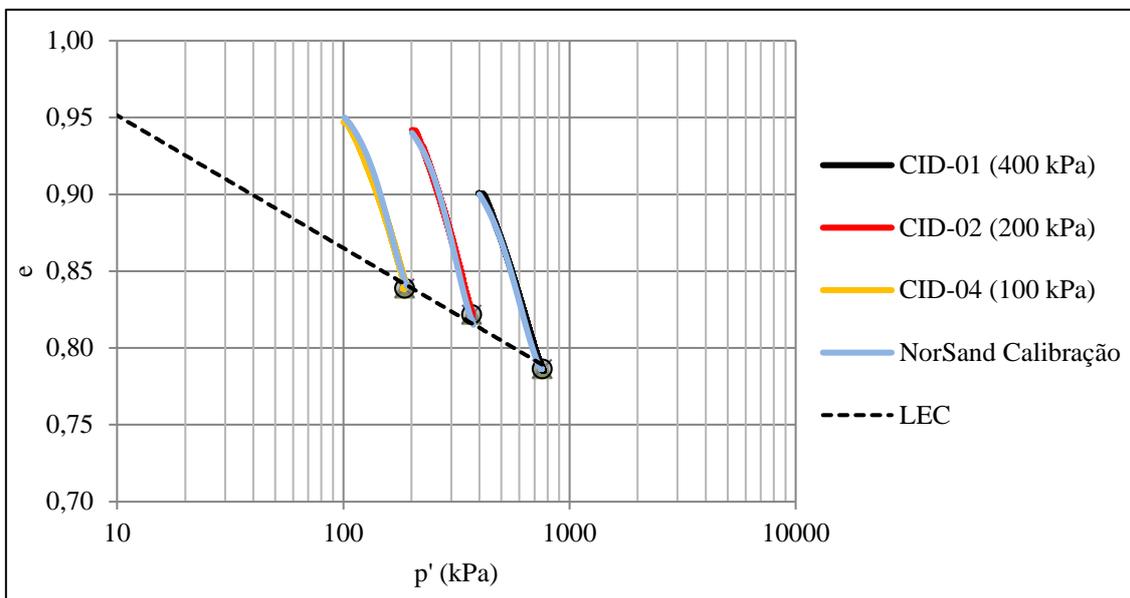


Figura 4.16 - Variação do índice de vazios para a condição NorSand Calibração.

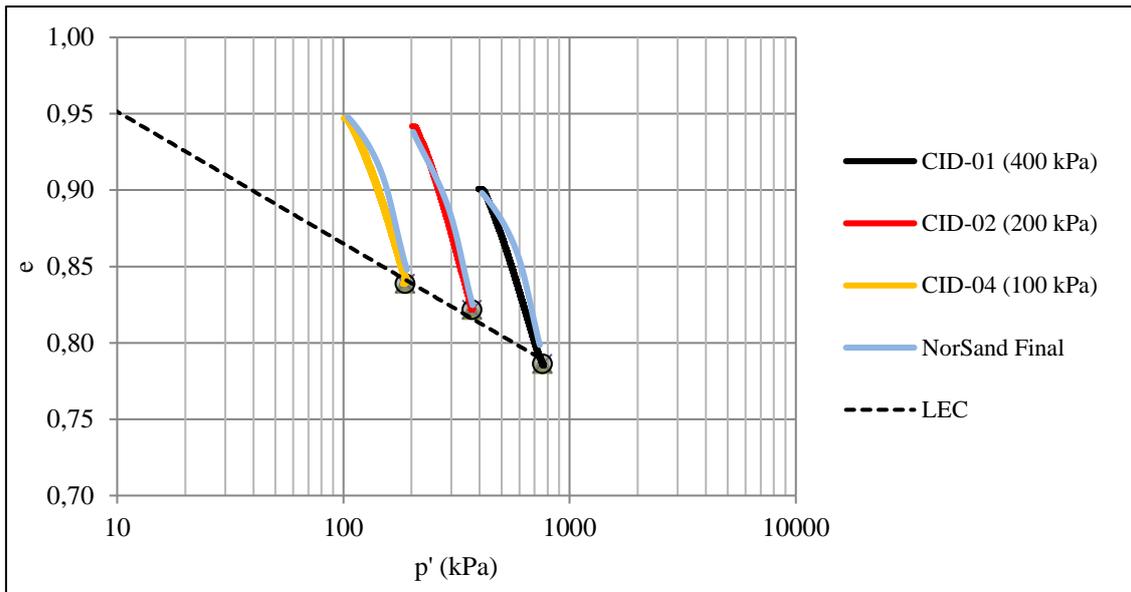


Figura 4.17 - Variação do índice de vazios para a condição NorSand Final.

Com respeito à relação de deformações, observa-se boa proximidade entre a resposta numérica “NorSand Calibração” e o comportamento experimental, de modo que o modelo “NorSand Final” se distanciou ligeiramente de ambos os cenários comparativos. Tal comportamento pode estar atrelado a ordem de grandeza dos diferentes valores do parâmetro H para os materiais na condição “fofa” ($H = 30$ e $H = 40$) e aquele adotado para o ensaio na condição densa ($H = 400$), o que impacta diretamente a função $H = f(\Psi)$ considerada nas modelagens. Adicionalmente, foi observado que a redução do módulo cisalhante para a condição de $G_{ref} = 10 \text{ MPa}$ e manutenção dos valores de $H = 30$ e $H = 40$ resultaram na melhor calibração do modelo para os ensaios na condição “fofa”, conforme apresentado na Figura 4.18.

Contudo, foi adotada a condição de $G_{ref} = 50 \text{ MPa}$ para as modelagens tendo em vista o melhor cenário de calibração para a amostra na condição densa e a padronização do referido parâmetro para os ensaios avaliados, conforme será ilustrado no Item 4.3.2.

Assim como observado no comportamento tensão-deformação e na relação de deformações, os resultados obtidos para a variação do índice de vazios foram mais aderentes para a condição dita de calibração do que para a condição dita final, de modo que ambas se aproximaram do comportamento experimental dos ensaios.

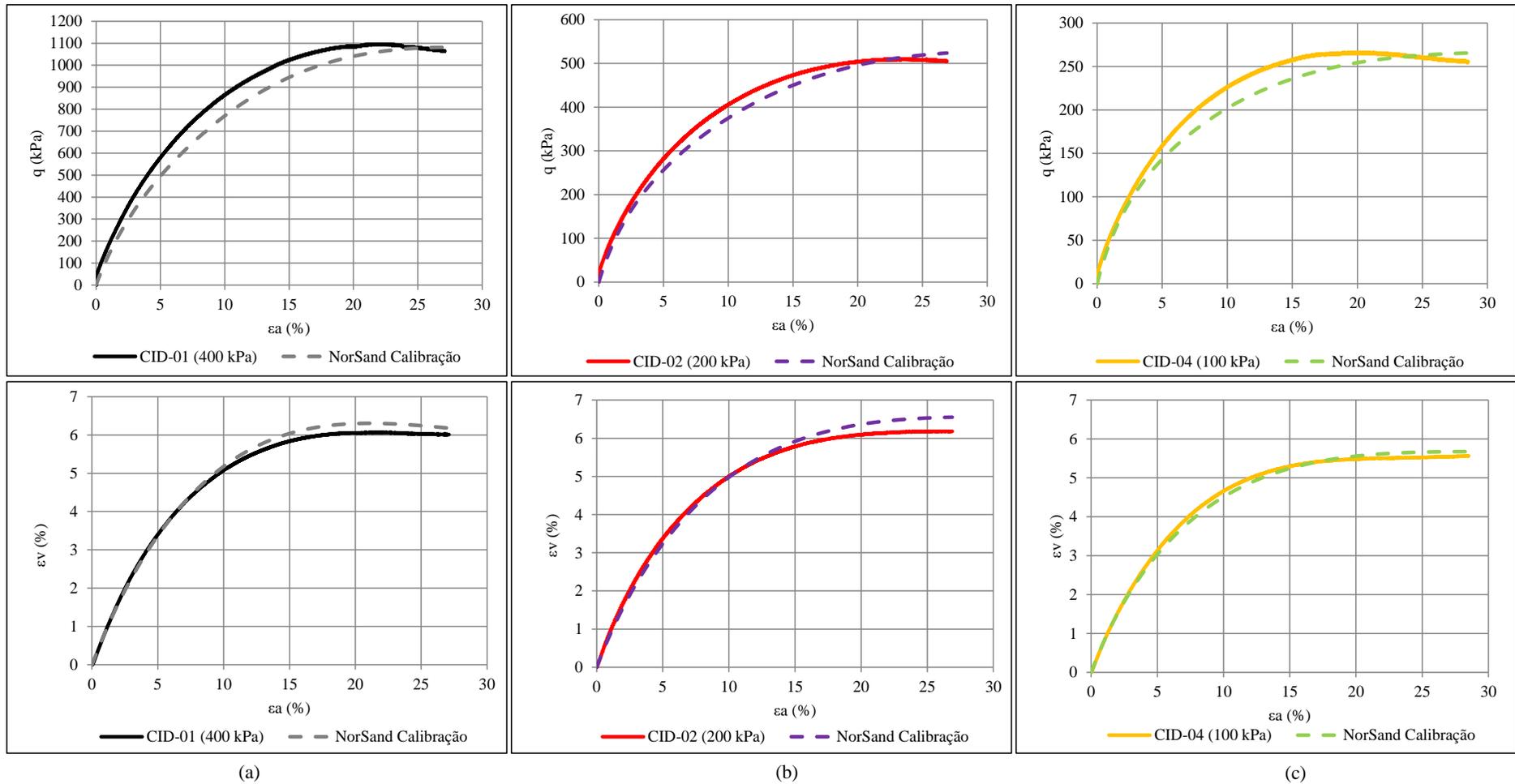


Figura 4.18 - Avaliação de sensibilidade para calibração considerando $G_{ref} = 10 \text{ MPa}$ – Modelo NorSand condição “fofa”: (a) tensão de 400 kPa; (b) tensão de 200 kPa e (c) tensão de 100 kPa.

4.3.2. Ensaio CID-03 (Condição Densa)

Para o ensaio CID-03 os resultados são apresentados da Figura 4.19 à Figura 4.21. De modo que, assim como o modelo Cam-Clay Modificado, a utilização do modelo NorSand foi mais aderente que o Mohr-Coulomb, tendo em vista a consideração dos conceitos de estado crítico.

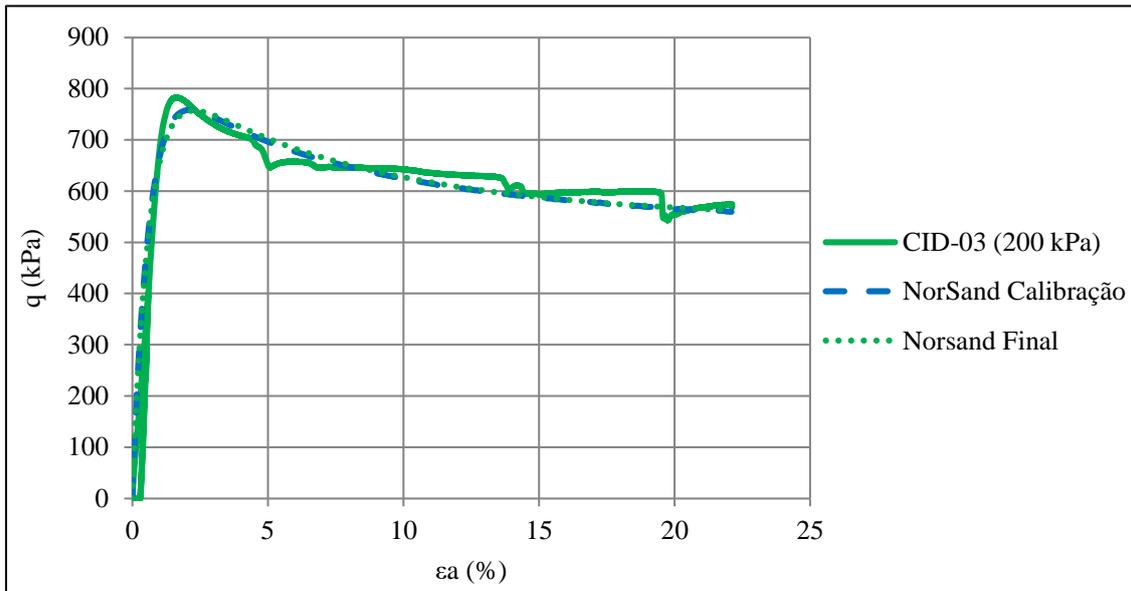


Figura 4.19 - Tensão-deformação CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.

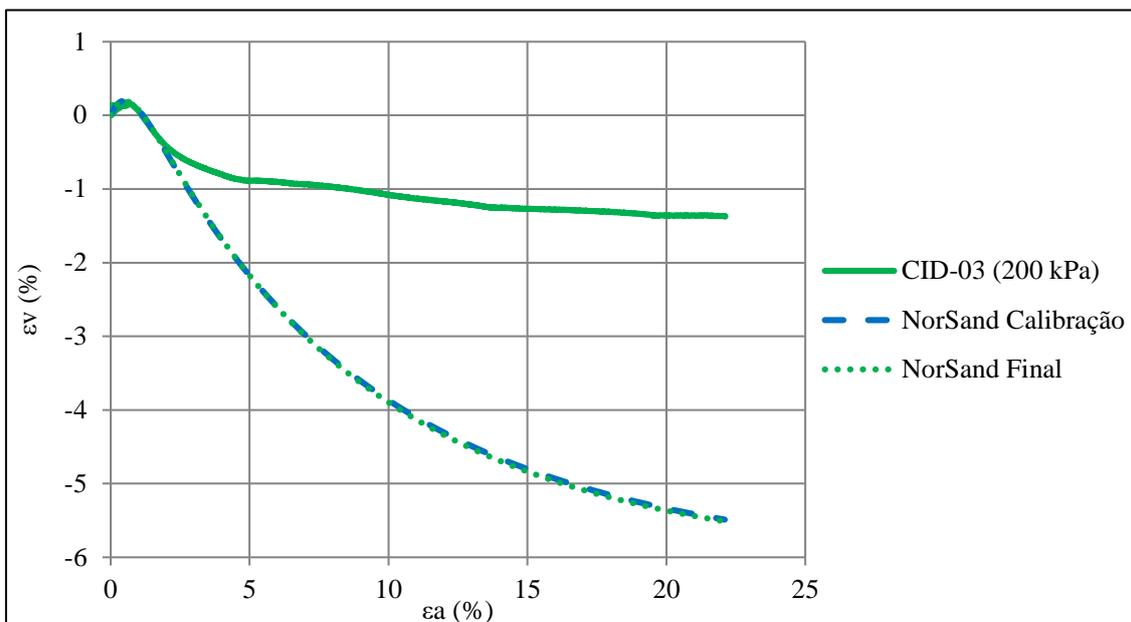


Figura 4.20 - Relação de deformações CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.

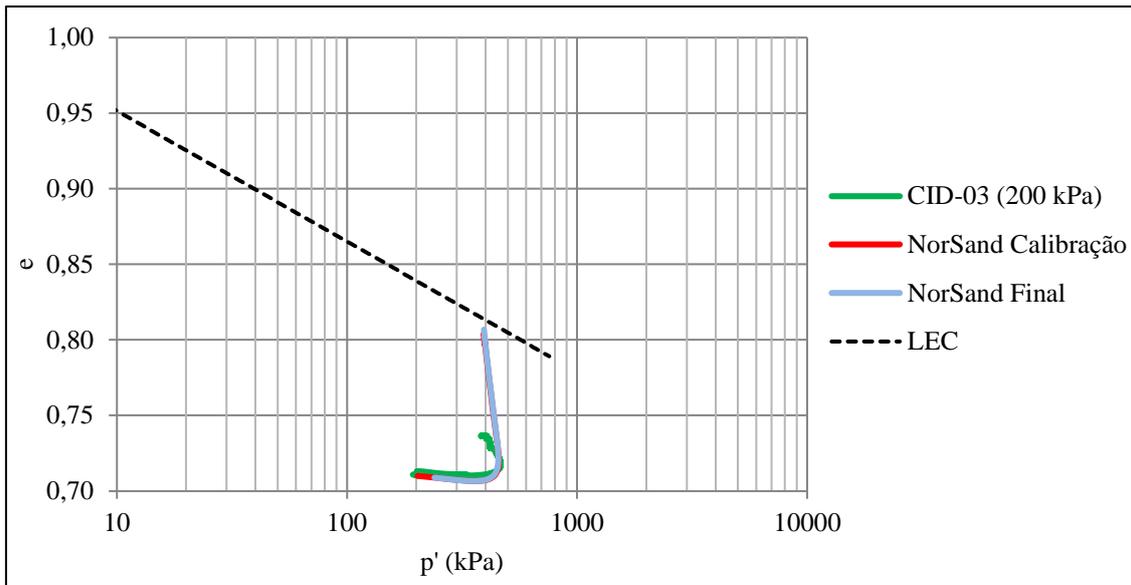


Figura 4.21 - Variação do índice de vazios CID-03 (200 kPa) – Modelo NorSand.

Para o ensaio CID-03, o resultado numérico de tensão-deformação foi consideravelmente próximo ao experimental, sendo capaz de simular com propriedade a perda de resistência a baixas deformações (comportamento frágil), bem como a variação da tensão desviadora com a deformação axial ao longo de todo o ensaio (Figura 4.19). Adicionalmente, na simulação com o modelo NorSand já se percebe um maior acoplamento das curvas tensão-deformação pré-pico, o que resguarda uma maior aderência em termos de comportamento frágil comparativamente ao resultado experimental.

Ao avaliar a relação de deformações, o modelo foi capaz de simular o comportamento experimental até a tensão distorcional (q) de pico, assim como observado por Silva *et al.* (2022). Segundo os autores, essa divergência pode estar associada à formação de planos preferenciais de cisalhamento durante a execução do ensaio (fenômeno de ocorrência apenas em amostras muito densas), bem como às limitações das condições de contorno definidas na modelagem, dada a complexidade em modelar a ocorrência desse fenômeno em ensaios virtuais por meio da utilização do modelo NorSand.

Diante deste contexto, foi observado que os valores de deformação volumétrica são majoritariamente influenciados pelo parâmetro de dilatância de estado (χ), de modo que a diminuição do valor desse parâmetro resulta em deformações volumétricas mais aderentes àquelas obtidas experimentalmente.

Com relação à variação do índice de vazios, o modelo foi capaz de simular com boa precisão o comportamento experimental (Figura 4.21) e nota-se que a resposta numérica forneceu a variação de modo a extrapolar o seu comportamento até o alcance da linha de estados críticos. Além disso, diferentemente das modelagens dos ensaios na condição “fofa”, não foram observadas diferenças de resposta para a condição de calibração e a condição final.

A Figura 4.22 ilustra a avaliação de sensibilidade realizada a partir da variação do parâmetro χ , considerando o limite adotado até um valor de $\chi = 2$, conforme limite inferior dos valores sugeridos por Jefferies e Been (2016). Fica evidente que valores elevados desse parâmetro acabam por condicionar um relevante desacoplamento das deformações volumétricas pós-pico. Tal aspecto reforça a necessidade de se realizar ensaios muito cuidadosos objetivando buscar maior assertividade na definição desse parâmetro, visando alimentar esse e outros modelos constitutivos mais sofisticados. Uma referência em termos de cuidados laboratoriais para tal parametrização pode ser obtida em Viana da Fonseca *et al.* (2021).

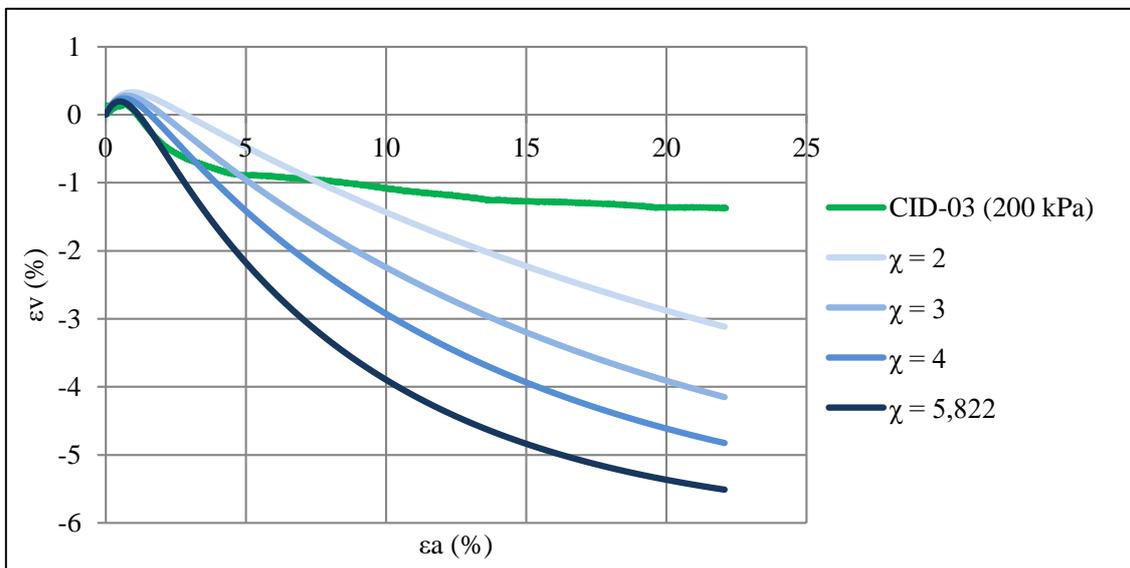


Figura 4.22 - Avaliação de sensibilidade χ para relação de deformações - CID-03 (200 kPa) Modelo NorSand.

Tal qual foi realizado para as amostras na condição “fofa”, realizou-se a avaliação de sensibilidade de $G_{ref} = 10 \text{ MPa}$, sendo observada a divergência da resposta tensão-deformação e relação de deformações, conforme mostrado na Figura 4.23.

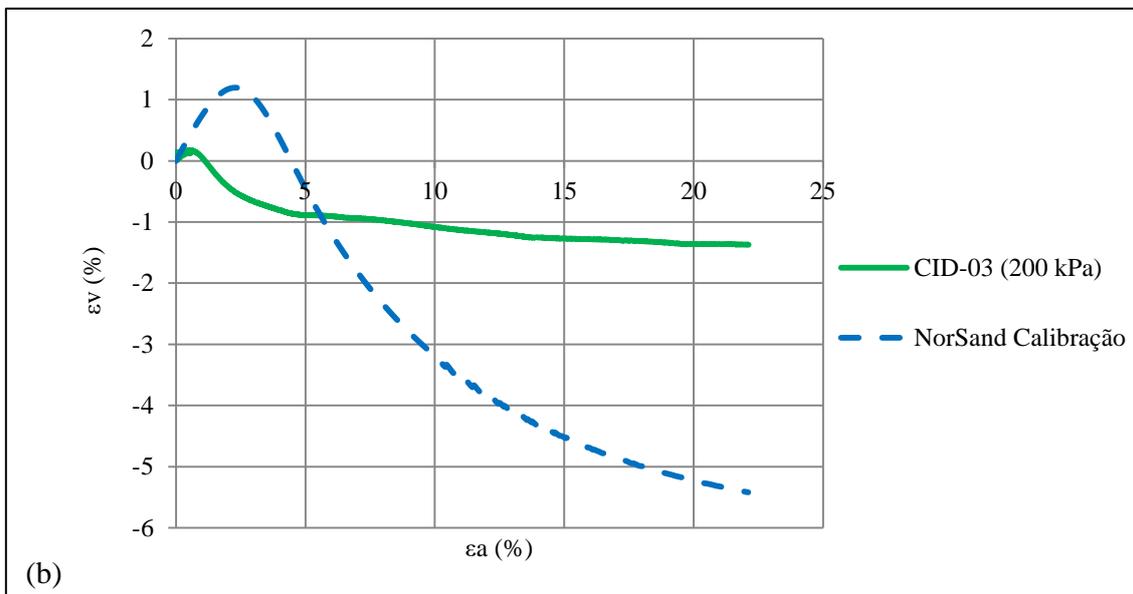
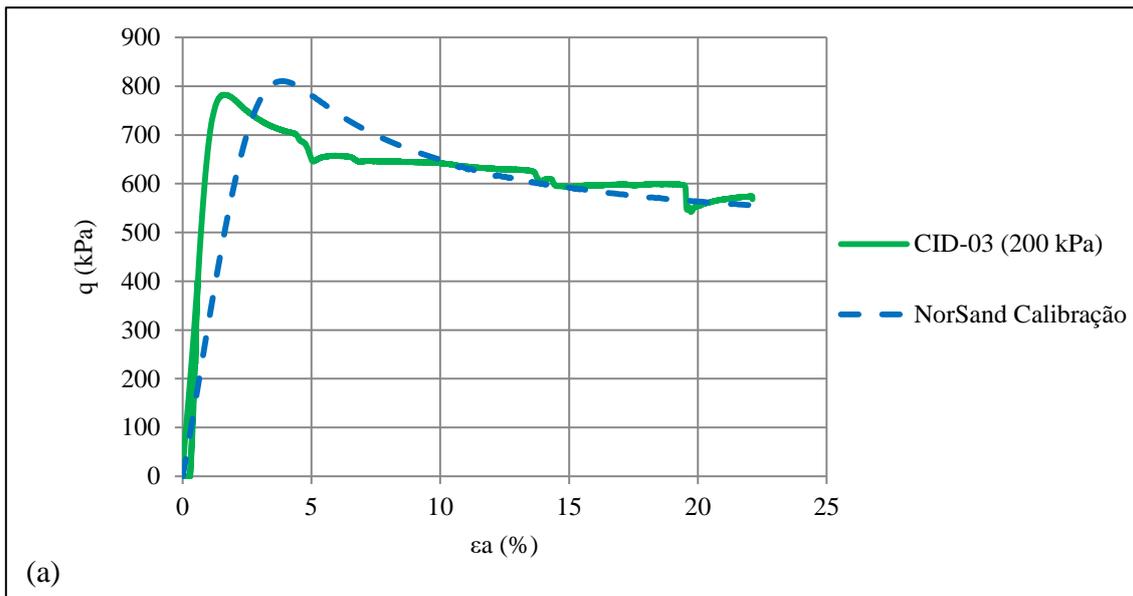


Figura 4.23 - Avaliação de sensibilidade para calibração considerando $G_{ref} = 10 \text{ MPa}$
 – Modelo NorSand condição densa: (a) Comportamento Tensão-Deformação e (b) Relação entre deformações axiais e volumétricas.

4.4. RESPOSTA NÃO DRENADA – CAM-CLAY MODIFICADO E NORSAND

A fim de verificar a diferença entre os modelos de estaco crítico em termos de comportamento não drenado para as amostras na condição “fofa”, foram tomadas as calibrações dos ensaios CID-01, CID-02 e CID-04, tendo em vista a ausência de ensaios experimentais submetidos a essa condição. A Figura 4.24 e Figura 4.25 ilustram a

resposta experimental não drenada para os modelos Cam-Clay Modificado e NorSand, respectivamente. Destaca-se que o cenário base tomado para a verificação do modelo NorSand foi aquele referenciado neste trabalho como “NorSand Final”.

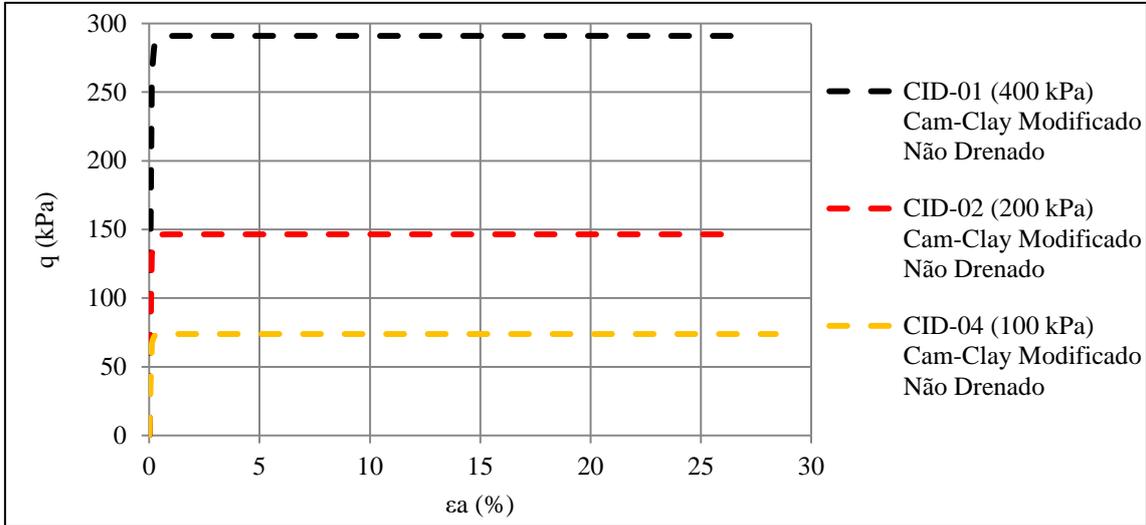


Figura 4.24 - Tensão-deformação Modelo Cam-Clay Modificado – Não Drenado.

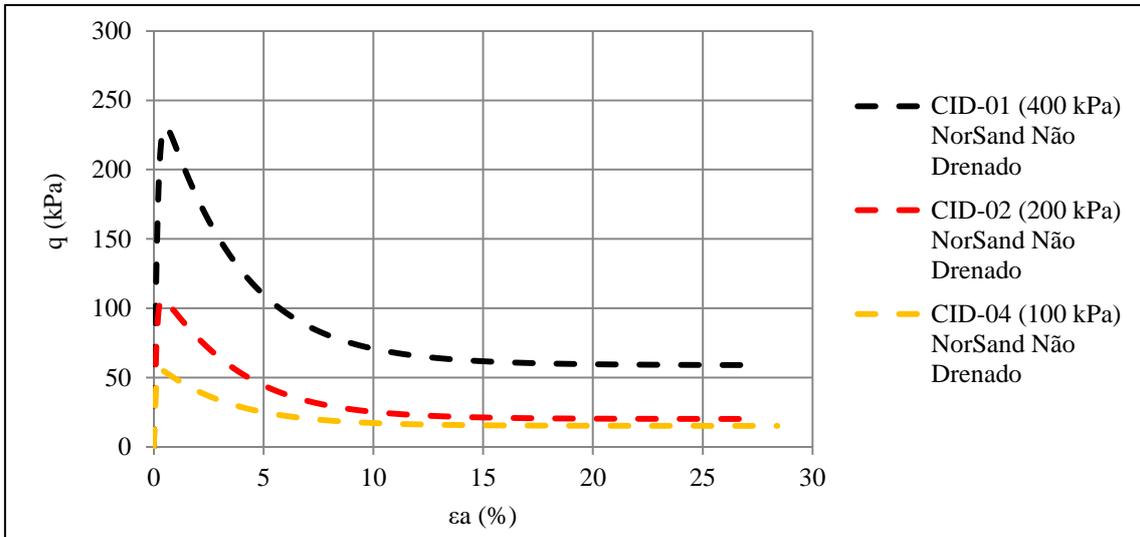


Figura 4.25 - Tensão-deformação Modelo NorSand – Não Drenado.

A partir dos resultados observa-se considerável distinção entre os modelos em termos de perda de resistência. Enquanto o modelo NorSand simulou a perda abrupta de resistência a baixas deformações (comportamento frágil), característico do fenômeno de liquefação, o modelo Cam-Clay Modificado forneceu resposta dúctil nas simulações, característico de materiais argilosos normalmente adensados.

Em termos de deformações, observa-se baixos valores para os estágios iniciais de cisalhamento não drenado do modelo Cam-Clay Modificado, caracterizando considerável rigidez para a resposta numérica. Tal constatação pode estar eventualmente associada ao baixo valor atribuído ao parâmetro k (inclinação da linha de recompressão/expansão), dada a natureza siltosa do material. Uma vez que o referido parâmetro descreve a resposta elástica do modelo, à medida em que o seu valor aumenta (característico de materiais argilosos) tem-se maiores deformações para os estágios iniciais de cisalhamento não drenado e, conseqüentemente, diminuição da rigidez na resposta numérica. A Figura 4.26 ilustra a análise de sensibilidade para a resposta do modelo, considerando diferentes valores do parâmetro k .

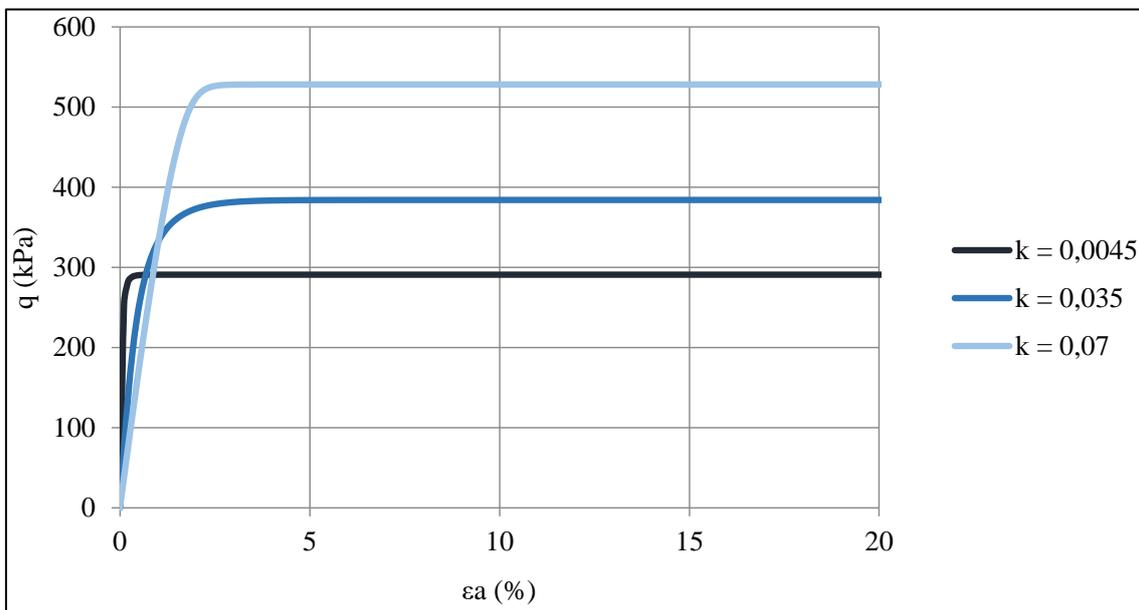


Figura 4.26 – Análise de sensibilidade parâmetro k – Modelo Cam-Clay Modificado Não Drenado.

Apesar de observada similaridade na resposta dos modelos para os ensaios no estado “fofo” sob condições drenadas (ver Item 4.2.1 e Item 4.3.1), estes se diferenciaram fortemente quando verificado o comportamento dos mesmos ensaios sob a condição não drenada. Dessa forma, nota-se que o modelo NorSand é capaz de capturar com maior propriedade o comportamento típico do fenômeno de liquefação (amolecimento sob condição não drenada), quando comparado ao modelo Cam-Clay Modificado.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este capítulo tem por objetivo apresentar as principais conclusões do estudo e sugestões de pesquisas futuras. Inicialmente são apresentadas as considerações acerca da caracterização do rejeito e da modelagem computacional realizada. Na sequência, é discutido sobre o desempenho dos modelos constitutivos, bem como é definido o modelo mais representativo do estudo. Por fim, são apresentadas as sugestões de pesquisas futuras.

5.1. CARACTERIZAÇÃO DO REJEITO E MODELAGEM COMPUTACIONAL

Para a realização do estudo foram utilizados ensaios de caracterização física, adensamento oedométrico e triaxiais CID realizados por Eloi (2021), executados no Laboratório de Geotecnia (LabGeo) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP).

Com distribuição granulométrica majoritariamente siltosa, a avaliação da resistência do rejeito foi realizada a partir de três ensaios triaxiais CID com o material na condição “fofa”, referenciados no trabalho como CID-01, CID-02 e CID-04. Adicionalmente foi utilizado um ensaio triaxial CID com amostra na condição densa (CID-03), o qual se fez necessário tendo em vista os parâmetros característicos do modelo NorSand. Destaca-se que, dentre os quatro ensaios, apenas o CID-03 não alcançou claramente a condição de estado crítico, o que pode estar atrelado à possível formação de planos preferenciais de cisalhamento devido à condição densa do material durante o ensaio.

As modelagens numéricas foram realizadas pelo Método de Elementos Finitos (MEF) no módulo SIGMA/W do programa GeoStudio 2021.3. Neste aspecto, cada ensaio triaxial foi modelado a partir da simulação do comportamento dos corpos de prova reais durante as fases de adensamento e cisalhamento do material. A malha de elementos finitos utilizada foi do tipo quadrática com elementos no tamanho de 0,01 m, tendo em vista que o maior grau de refinamento, a partir da utilização do tamanho de 0,001 m, não resguardou maior nível de precisão, embora tenha incrementado o tempo de cálculo dado o maior esforço computacional.

5.2. DESEMPENHO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS AVALIADOS

Os resultados numéricos a partir da utilização do modelo constitutivo Mohr-Coulomb confirmaram as suas limitações em termos de resposta perfeitamente plástica, não sendo capazes de simular o comportamento dúctil/frágil do material em nenhum dos quatro ensaios simulados computacionalmente.

O modelo constitutivo Cam-Clay Modificado apresentou resultados com maior aderência ao comportamento experimental, quando comparado com o modelo Mohr-Coulomb. Tal fato é caracterizado principalmente pela simulação do comportamento dúctil/frágil do material, quando submetido ao cisalhamento. Com respeito à simulação do fenômeno de dilatância para o ensaio CID-03, foi observada a necessidade da consideração da condição de $OCR = 6$.

A utilização de $OCR = 6$ se deve ao fato de que o modelo utiliza o referido parâmetro para simular o efeito de dilatância, assim como o modelo NorSand se baseia no parâmetro de estado (Ψ) para a representação deste fenômeno. A limitação para a consideração do alto valor de OCR está associada à condição de que o modelo melhor se aplica para materiais argilosos normalmente adensados, os quais não se assemelham perfeitamente ao material siltoso na condição densa utilizada no presente estudo.

Assim como o modelo Cam-Clay Modificado, a utilização do modelo NorSand foi mais aderente que o modelo Mohr-Coulomb, tendo em vista a consideração dos conceitos de estado crítico. Com respeito às modelagens, foram considerados dois cenários: i) condição do parâmetro H específico para cada ensaio, nomeada de “NorSand Calibração” e ii) condição de H em função de Ψ , referenciada como “NorSand Final”.

Em termos de resposta numérica, assim como o modelo Cam-Clay Modificado, foi possível a simulação do comportamento dúctil/frágil do material, de modo que os resultados para a condição de calibração foram mais aderentes do que para a condição final, em especial quando avaliada a relação de deformações das modelagens. Tal observação pode estar associada à diferença na ordem de grandeza dos valores do parâmetro H para as condições “fofa” e densa, o que impacta na resposta do modelo ao considerar o parâmetro H como função do parâmetro de estado (Ψ). Adicionalmente, para

os materiais na condição “fofa”, foi observada melhor aderência na calibração ao tomar $G_{ref} = 10 \text{ MPa}$, enquanto para a condição densa a calibração foi possível apenas para $G_{ref} = 50 \text{ MPa}$, dada a diferença de rigidez dos materiais.

Para o ensaio CID-03 (condição densa), a modelagem resultou em deformações consideravelmente superiores comparativamente ao ensaio experimental, o que pode estar associado à formação de planos preferenciais de cisalhamento durante a execução do ensaio, bem como às limitações das condições de contorno definidas na modelagem, dada a complexidade em representar a ocorrência desse fenômeno por meio da utilização do modelo NorSand. Neste sentido, foi observado que a convergência do modelo tende a melhorar à medida que o parâmetro χ é reduzido, de modo que, dentre os parâmetros considerados pelo NorSand, a sua alteração se mostrou mais significativa em termos de resposta quanto à deformação volumétrica.

Destaca-se a dificuldade de utilização do parâmetro de dilatância de estado (χ), uma vez que este foi definido a partir da utilização de apenas um ensaio triaxial, enquanto a existência de maior quantidade de ensaios na condição densa pode fornecer melhorias na calibração deste parâmetro. Adicionalmente, notou-se a necessidade de execução de ensaios de laboratório que sejam mais precisos na determinação do coeficiente cisalhante G , uma vez que, esse parâmetro apresentou relevante influência na convergência durante as modelagens.

5.3. MODELO CONSTITUTIVO MAIS REPRESENTATIVO

Foi observado que, para as amostras no estado “fofo” sob a condição drenada, os modelos de estado crítico (Cam-Clay Modificado e NorSand) apresentaram resultados aproximados e que a modelagem da condição densa ocorreu de forma distinta para cada modelo: i) através da consideração de $OCR = 6$ para o Cam-Clay Modificado e ii) através da utilização do parâmetro de estado para o NorSand.

Adicionalmente, para a simulação da condição não drenada, a qual foi realizada a partir das calibrações obtidas sob a condição drenada, tendo em vista a ausência de ensaios dessa natureza no estudo, foi verificada a capacidade do modelo NorSand em simular a

perda abrupta de resistência a baixas deformações (característico do fenômeno de liquefação), diferentemente do modelo Cam-Clay Modificado. Tais constatações evidenciam a melhor aplicação do modelo NorSand para o material em estudo (rejeito de minério de ferro), dada a sua natureza siltosa, uma vez que o modelo Cam-Clay Modificado é mais representativo do comportamento de materiais argilosos normalmente adensados.

Em complemento, as respostas obtidas pelos modelos Cam-Clay Modificado e NorSand ao se mostrarem com melhor aderência frente ao modelo Mohr-Coulomb, foram capazes de ilustrar a importância da consideração dos conceitos da Mecânica dos Solos à Luz dos Estados Críticos nos estudos tensão-deformação.

5.4. SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS

Para a continuidade deste estudo, sugere-se a avaliação do comportamento dos modelos Cam-Clay Modificado e NorSand para ensaios submetidos a altas tensões acima de 400 kPa, nas condições drenadas e, em especial, não drenadas, tendo em vista a ausência de ensaios sob essa condição para o presente estudo. Propõe-se essa abordagem de modo a avaliar a resposta dos modelos frente à possibilidade de quebra de grãos dos materiais, bem como à possibilidade de alteração da linha de estados críticos.

Adicionalmente, sugere-se a elaboração de estudos acerca da formação de planos preferenciais de cisalhamento para amostras na condição densa, com a adoção de práticas muito cuidadosas e implementos laboratoriais muito específicos (Viana da Fonseca *et al.*, 2021), dada a complexidade de modelagem do referido fenômeno e que ainda não são de uso corrente nos Laboratórios de Geotecnia, notadamente no Brasil.

Por fim, após verificado o modelo mais aderente para a condição estudada, sugere-se a sua aplicação em uma estrutura geotécnica real, de modo a considerar nas modelagens as variações de nível freático e as condições de contorno e carregamento condicionadas por tal estrutura, uma vez que os resultados obtidos para o presente trabalho levaram em consideração apenas a modelagem específica de ensaios triaxiais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTM D422-63. (2007). Standard Test Method for Particle-Size Analysis of Soils. ASTM International, West Conshohocken, PA. <https://doi.org/10.1520/D0422-63R07E01>.

Atkinson, J.H. e Bransby, P.L. (1978). *The Mechanics of Soils: An Introduction to Critical State Soil Mechanics*. London, U.K.: McGraw-Hill.

Been, K. and Jefferies, M.G. (1985). A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2), 99–112. <https://doi.org/10.1680/geot.1985.35.2.99>.

Been, K., Jefferies, M.G. e Hachey, J.E. (1991). The critical state of sands. *Géotechnique*, 41(3), 365–381. <https://doi.org/10.1680/geot.1991.41.3.365>.

Casagrande, A. (1936). Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of earth fills. *Journal of Boston Society of Civil Engineers*, 23, 257–276.

Casagrande, A. (1975). Liquefaction and cyclic deformation of sands: A critical review. In *Proceedings of the Fifth Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Buenos Aires, Argentina, Vol. 5, pp. 79–133.

Castro, G. (1969). Liquefaction of sands. Tese de Doutorado, Harvard University, Cambridge, MA, 112p.

Coutinho, R.S. (2022). Estudos experimentais e modelo Norsand aplicados a um rejeito de minério de ferro. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, RJ, 162p.

Delgado, B.G. (2020). Notas de Aula GTA120. Mecânica dos Solos.

Drucker, D.C., Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly Applied Math.*, vol.10, n°2, pp. 157-165. <https://doi.org/10.1061/TACEAT.0007430>.

Drucker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J. (1957). Soil mechanics and work hardening theories of plasticity. *Transactions American Society of Civil Engineers*, pp. 122, 338–346.

Drucker, D. C. (1964). On the Postulate of Stability of Material in the Mechanics of Continua. *Journal the Mécanique*. 3, 235 – 249.

Eloi, D. M. (2021). Ensaio triaxiais com procedimentos convencionais e avançados para avaliação de estados críticos em rejeitos de ferro. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 99p.

GEOSLOPE International Ltd. 2020. Stress-strain modeling with GeoStudio 2021. Calgary, Alberta, Canada.

Hvorslev, M. J. (1937). Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden, (København: Danmarks Naturvidenskabelige Samfund), Ingeniørvidenskabelige Skrifter A 45. English translation (1969): Physical properties of remolded cohesive soils (Vicksburg, Miss: U.S. Waterways Experimental Station, n° 69 – 5).

Ishihara, K., Tatsuoka, F. and Yasuda, S. (1975). Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses. *Soils and Foundations*, 15(1), 29-44. <https://doi.org/10.3208/sandf1972.15.29>.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. *Journal for Society of Hungarian Architects and Engineers*, Outubro, pp. 355-358.

Jefferies, M.G. (1993). NorSand: A simple critical state model for sand. *Géotechnique*, 43, 91–103. <https://doi.org/https://doi.org/10.1680/geot.1993.43.1.91>.

Jefferies, M.G. e Been, K. (2000) Implications for critical state theory from isotropic compression of sand. *Géotechnique*, 50(4), 419–429. <https://doi.org/10.1680/geot.2000.50.4.419>.

Jefferies, M.G. e Shuttle, D.A. (2002). Dilatancy in general Cambridge-type models. *Géotechnique*, 52(9), 625–637. <https://doi.org/10.1680/geot.2002.52.9.625>.

Jefferies, M.G. e Been, K. (2016). *Soil liquefaction: critical state approach*. 2ª Edição, CRC Press, Boca Raton, 690p.

Maranha das Neves, E. (2016). *Mecânica dos Estados Críticos: solos saturados e não saturados*. 1ª Edição, IST Press, Lisboa, 528p.

Nader, J. J. (1993). *Modelos Elasto-Plásticos para Solos: o Cam-Clay e sua aplicação a diferentes trajetórias de tensão*. Dissertação. Escola Politécnica da USP, São Paulo, 99p.

LNEC E 196. (1966). *Análise Granulométrica*. Portugal.

NP-83. (1965). *Determinação da densidade das partículas*. Portugal.

Ortigão, J.A.R. (2007). *Introdução à mecânica dos solos dos estados críticos*. 3ª Edição, Terratek, Rio de Janeiro, 386p.

Owen, D. R. J. e Hinton, E. (1980). *Finite elements in plasticity: theory and practice*. 1ª Edição, Pineridge Press Limite, Swansea, 594p.

Parry, R. H. (1960). Triaxial Compression and Extension Tests on Remoulded Saturated Clay, *Géotechnique*, 10, 166 – 80. <https://doi.org/10.1680/geot.1960.10.4.166>.

Poulos, S.J. (1981). The steady state of deformation. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. ASCE, 107(5), 553–562.

Reynolds, O. (1885). On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact, with experimental illustrations. *Philosophical Magazine*, 20, 469–481. <https://doi.org/10.1080/14786448508627791>.

Roscoe, K.H., Schofield, A.N. e Wroth, C.P. (1958). On the yielding of soils. *Geotechnique*, 8(1), 22–53. <https://doi.org/https://doi.org/10.1680/geot.1958.8.1.22>.

Roscoe, K.H., Schofield, A.N. e Thurairajah, A. (1963). Yielding of clays in states wetter than critical. *Geotechnique*, 13, 211–240. <https://doi.org/10.1680/geot.1963.13.3.211>.

Roscoe, K.H. e Burland, J.B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of ‘wet’ clay. *Engineering Plasticity* (eds. J. Heyman and F.A. Leckie), pp. 535–609. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.

Rowe, P.W. (1962). The stress dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 269, 500–527. <https://doi.org/10.1098/rspa.1962.0193>.

Schofield, A. N. e Wroth, C. P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. MacGraw-Hill, London.

Shuttle, D., e Jefferies, M. (2016). Determining silt state from CPTu. *Geotechnical Research*, 3(3), pp. 90–118. <https://doi.org/10.1680/jgere.16.00008>.

Silva, J.M.M. (1996). *Modelação do colapso e da fluência em aterros*. Tese de doutorado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Lisboa, 297p.

SILVA, J. P. S. (2022). *Comportamento mecânico de rejeitos de mineração de ferro sob a ótica dos estados críticos*. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-342/22 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 100p.

Silva, J.P.S., Cacciari, P.P., Torres, V.F.N., Ribeiro, L.F.M., Assis, A.P. (2022). Behavioural analysis of iron ore tailings through critical state soil mechanics. *Soils and Rocks*, 45(2):e2022071921. <https://doi.org/10.28927/SR.2022.071921>.

Taylor, D.W. (1948). *Fundamentals of Soil Mechanics*. John Wiley e Sons, New York.

Terzaghi, K. e R. B. Peck (1967). *Soil mechanics in engineering practice*, John Wiley & Sons, Ltd., New York.

Viana da Fonseca, A., Cordeiro, D., Molina-Gómez, F. (2021). Recommended procedures to assess critical state locus from triaxial tests in cohesionless remoulded samples. *Geotechnics*, 1, 95–127. <https://doi.org/10.3390/geotechnics1010006>.

Wood, D. M. (1990). *Soil Behavior and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Mohr-Coulomb

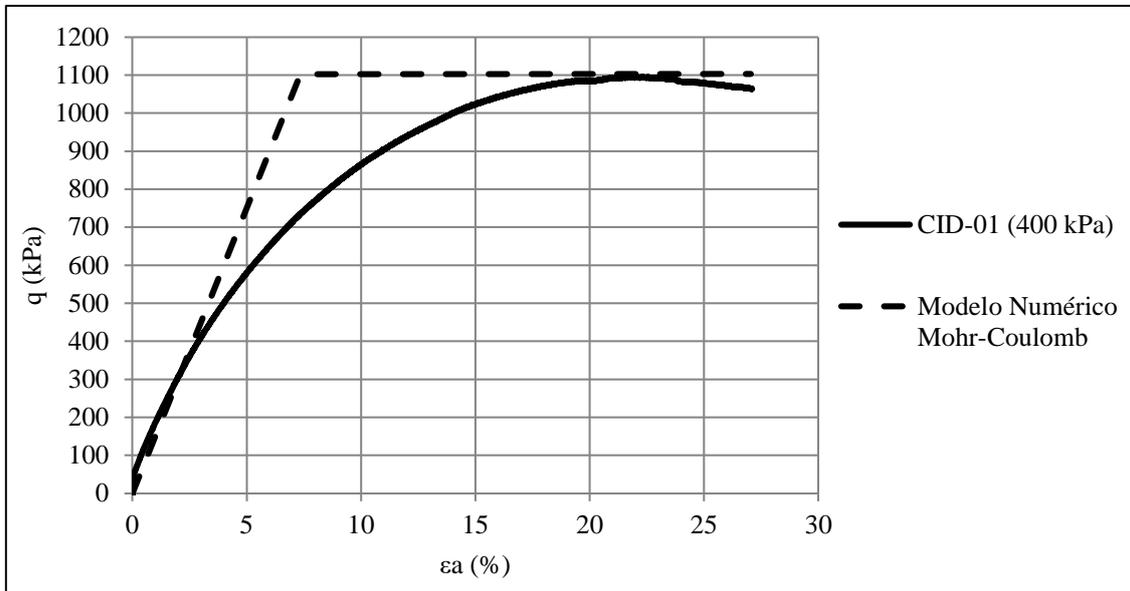


Figura A.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

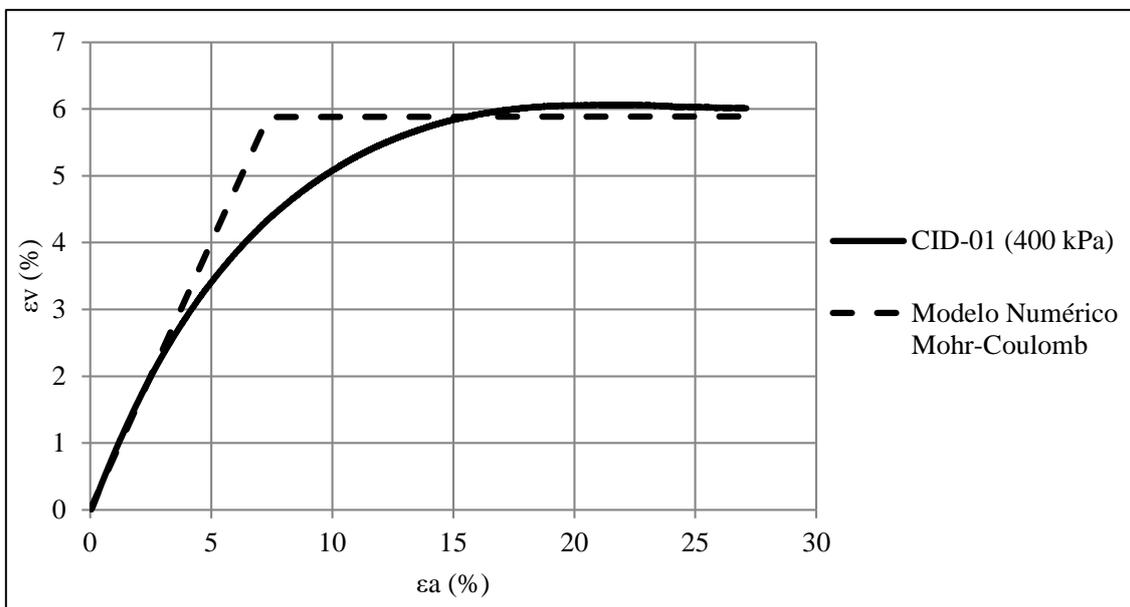


Figura A.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

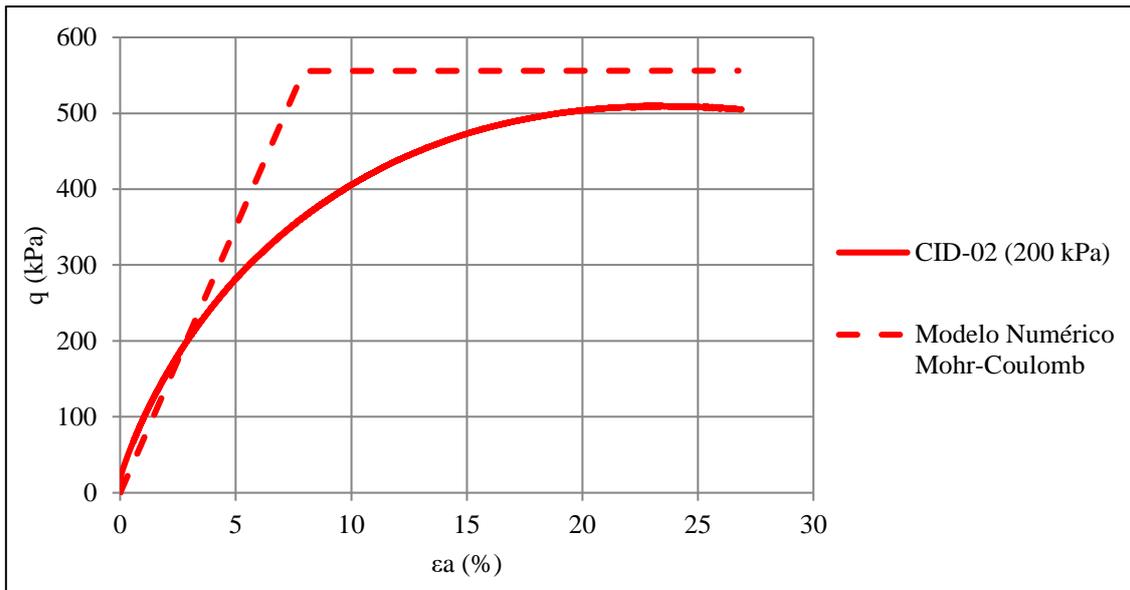


Figura A.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

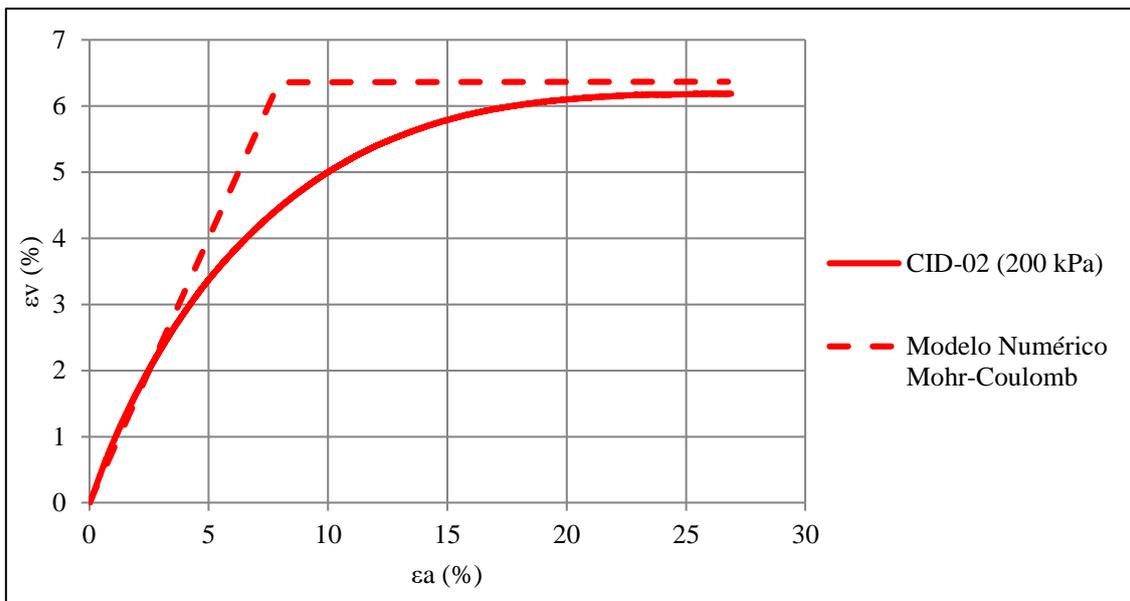


Figura A.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

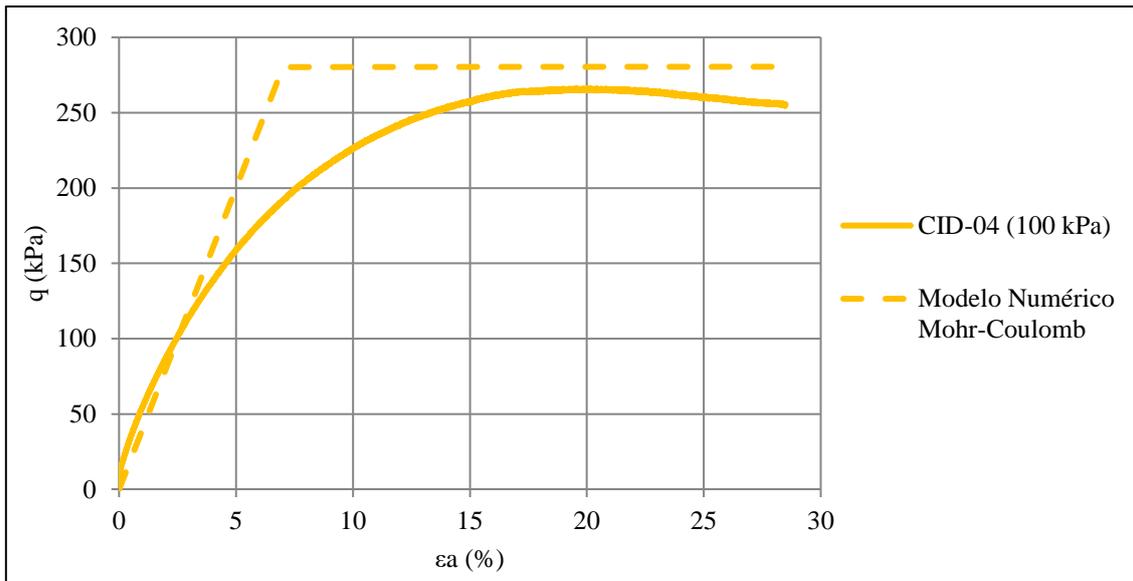


Figura A.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

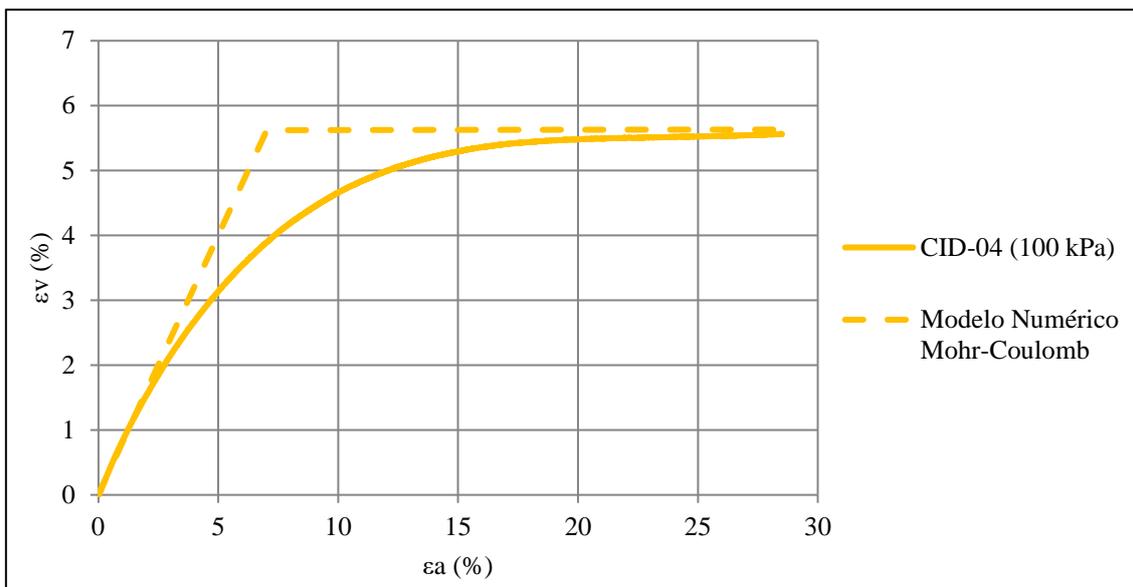


Figura A.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo Mohr-Coulomb.

APÊNDICE B – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Cam-Clay Modificado

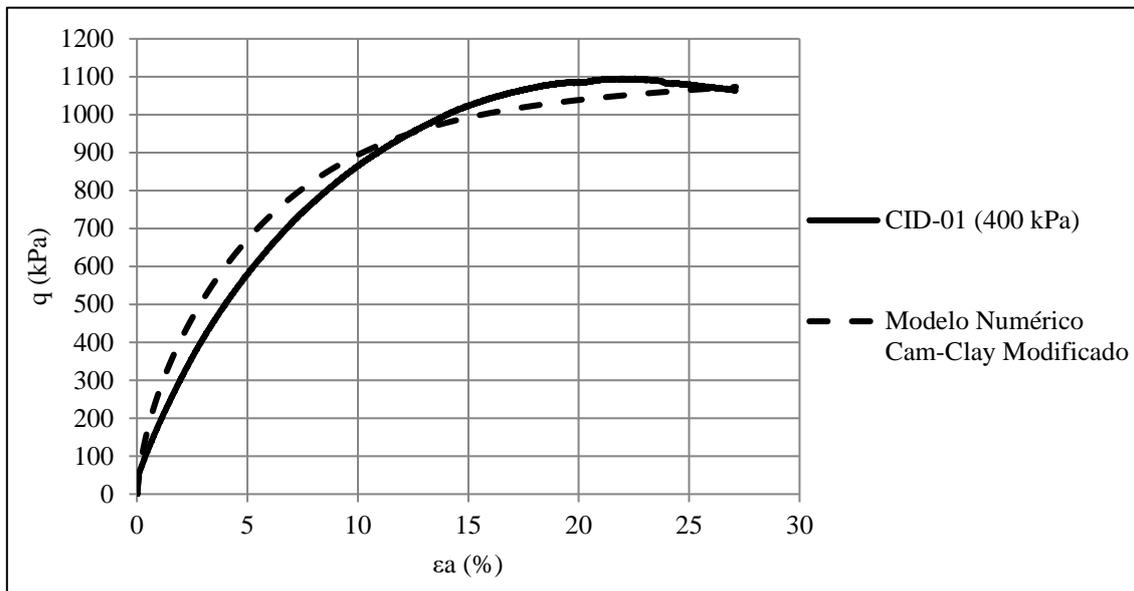


Figura B.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

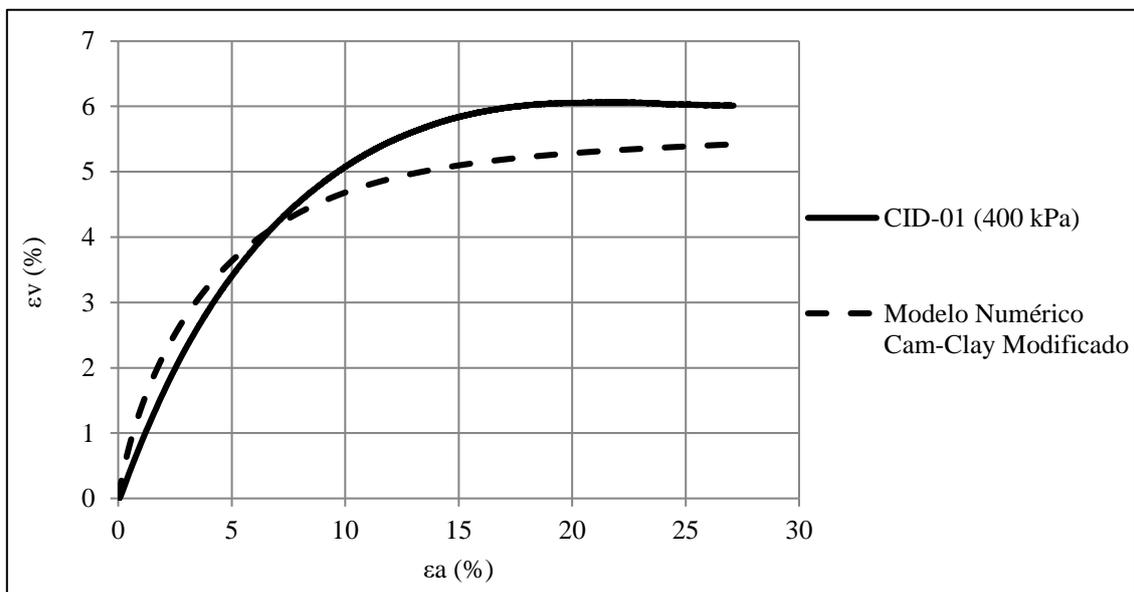


Figura B.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

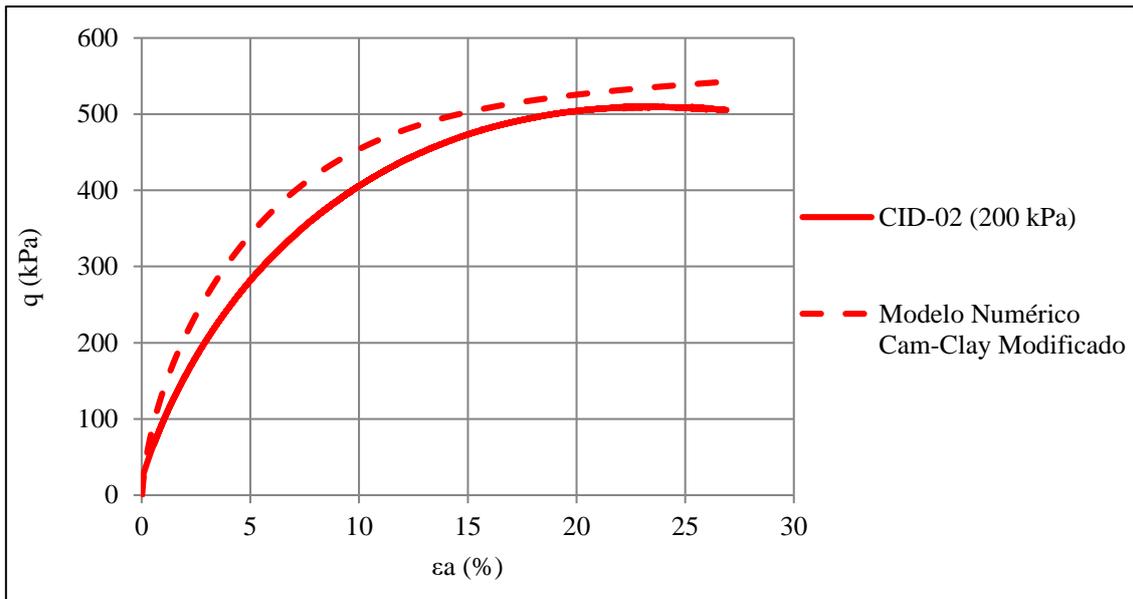


Figura B.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

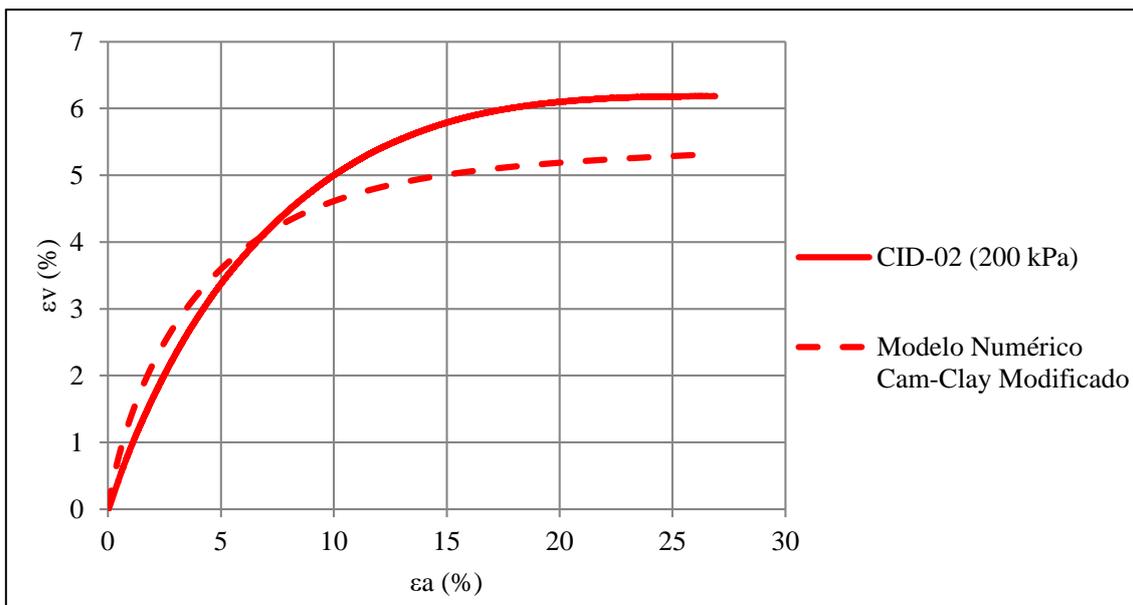


Figura B.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

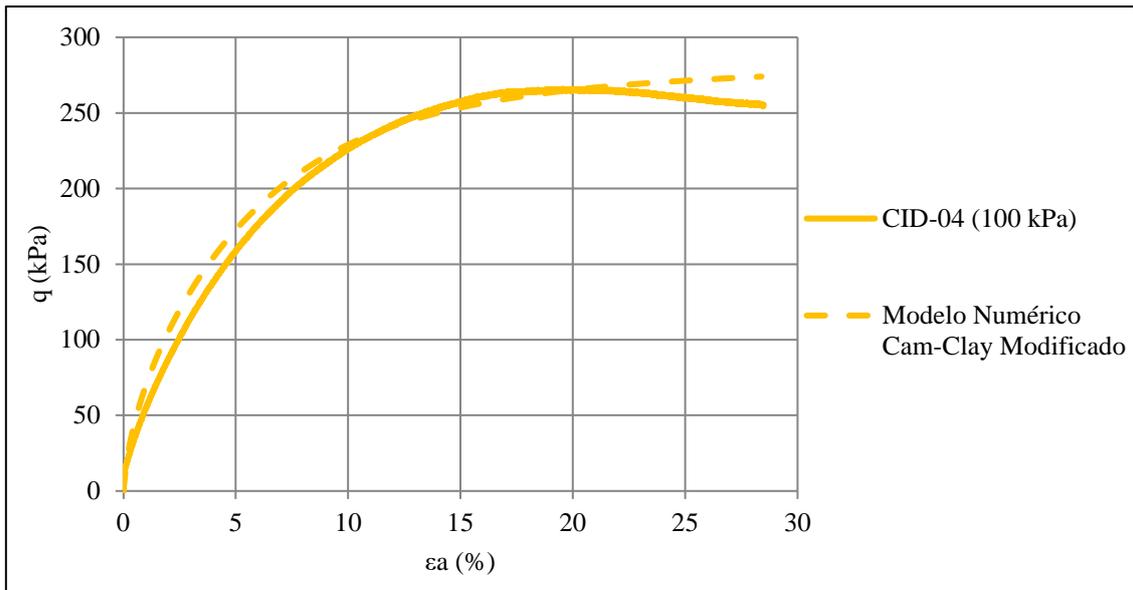


Figura B.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

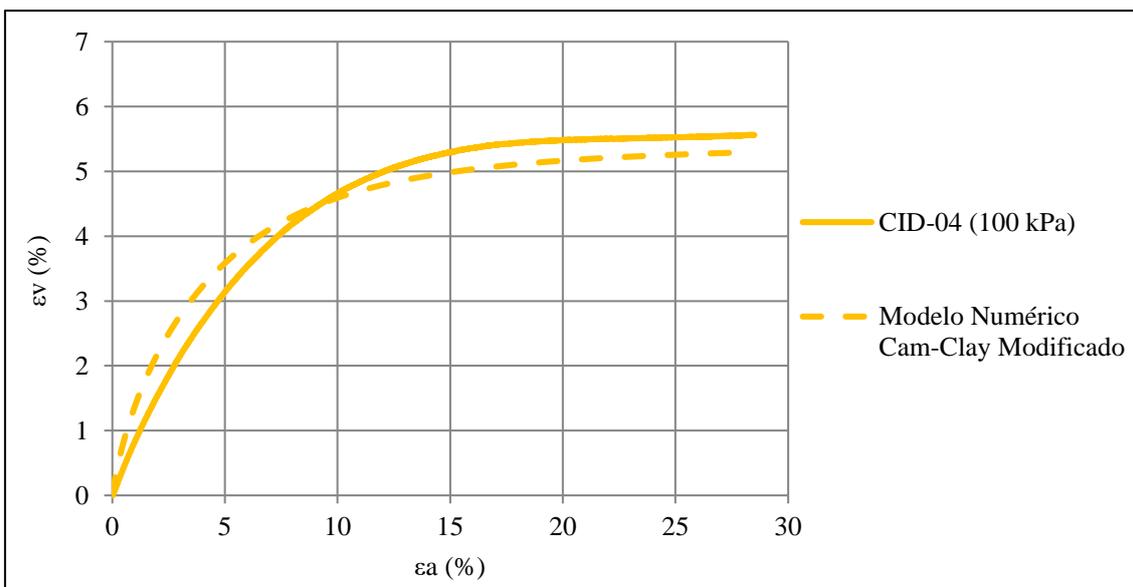


Figura B.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo Cam-Clay Modificado.

APÊNDICE C – Gráficos Tensão-Deformação e Relação de Deformações Modelo Numérico Norsand

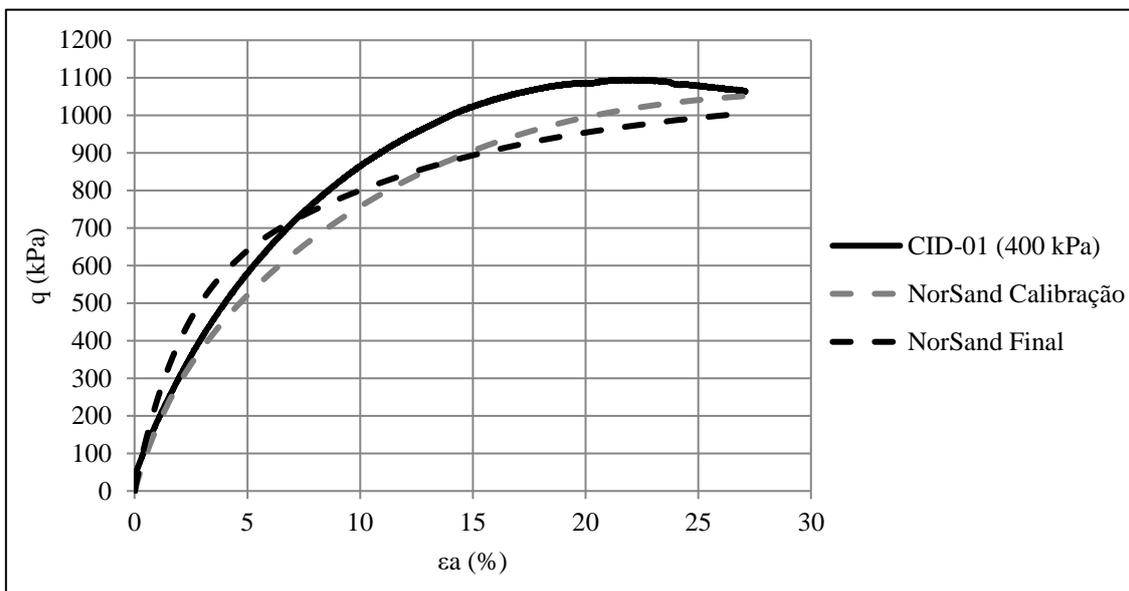


Figura C.1 - Tensão-deformação CID-01 (400 kPa) – Modelo Norsand.

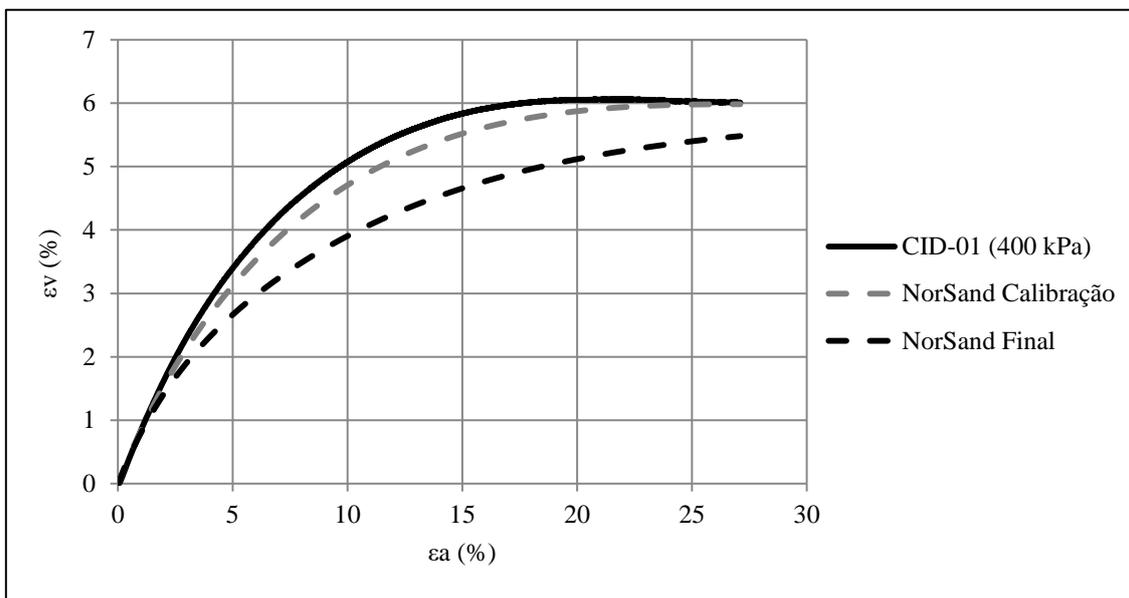


Figura C.2 - Relação de deformações CID-01 (400 kPa) – Modelo Norsand.

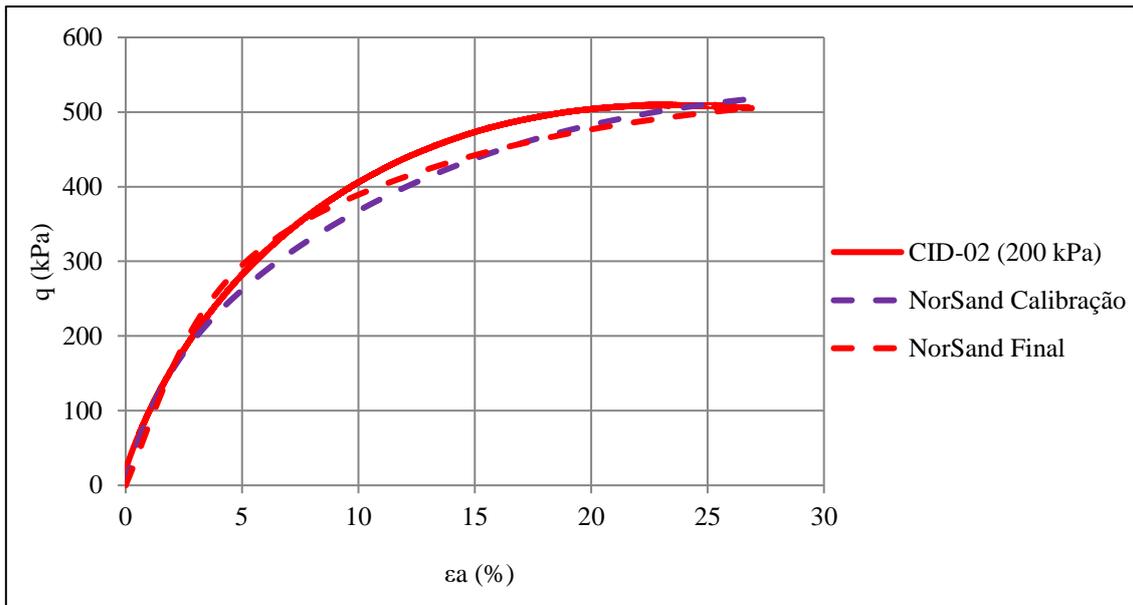


Figura C.3 - Tensão-deformação CID-02 (200 kPa) – Modelo NorSand.

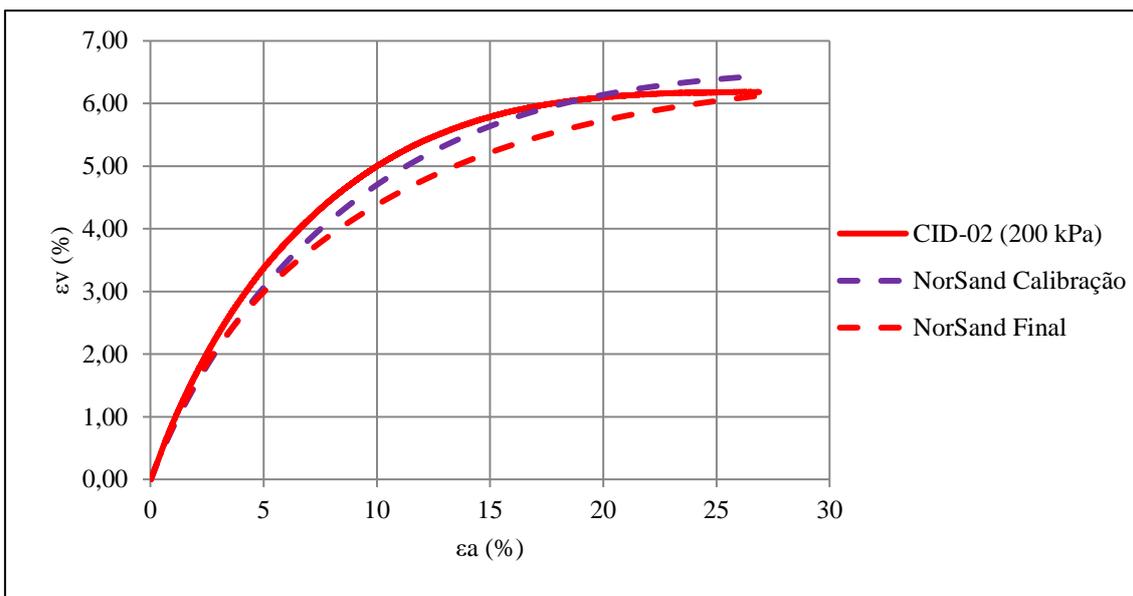


Figura C.4 - Relação de deformações CID-02 (200 kPa) – Modelo NorSand.

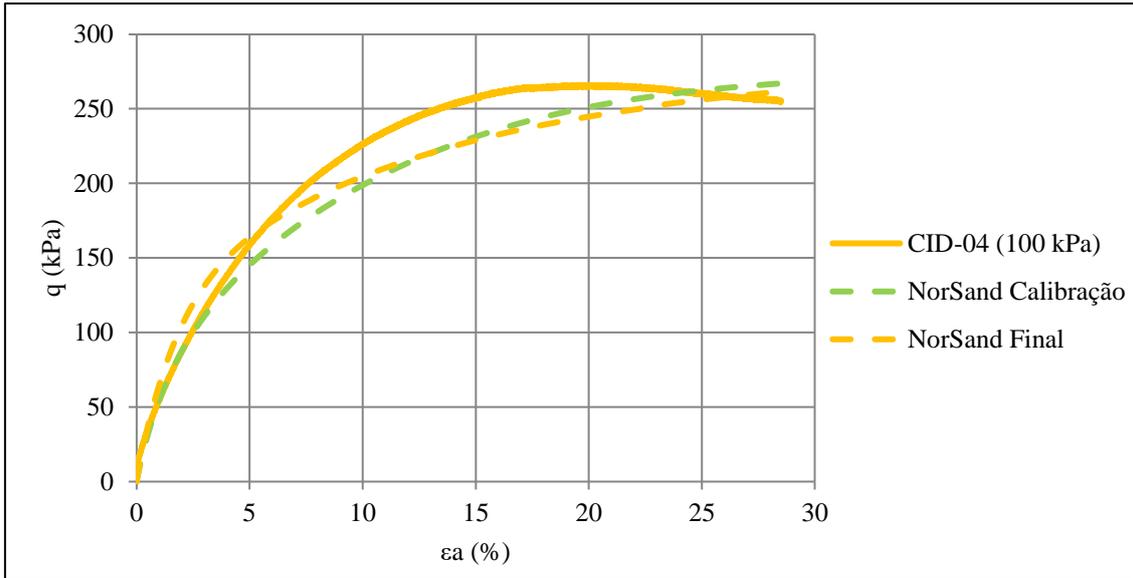


Figura C.5 - Tensão-deformação CID-04 (100 kPa) – Modelo NorSand.

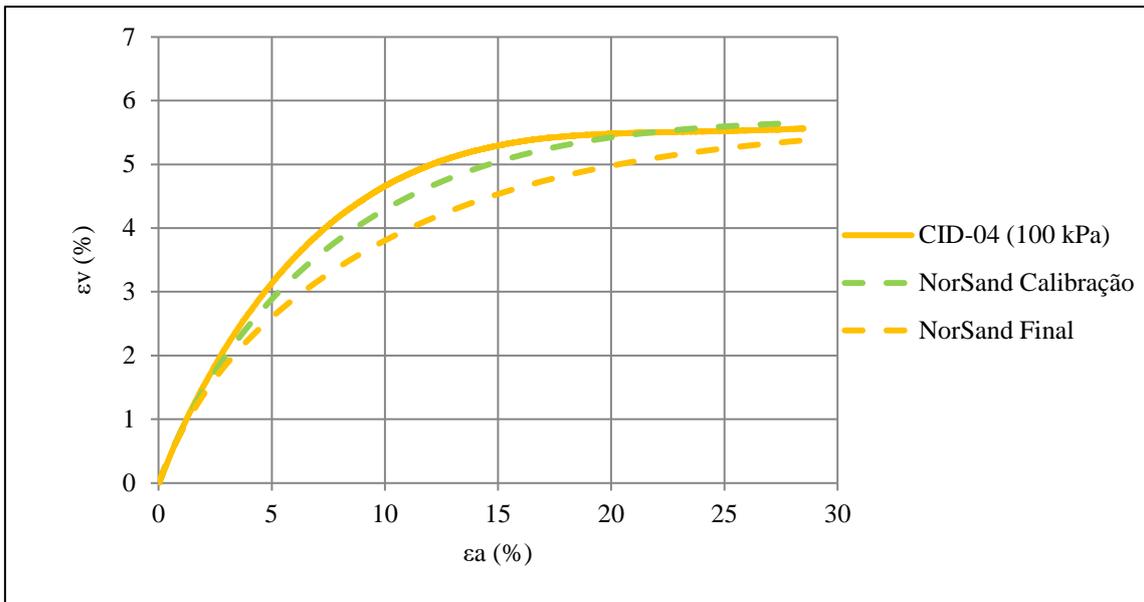


Figura C.6 - Relação de deformações CID-04 (100 kPa) – Modelo NorSand.

DECLARAÇÃO

Eu, André de Oliveira Faria, declaro que esta dissertação intitulada AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA UM REJEITO DE MINÉRIO DE FERRO DO QUADRILÁTERO FERRÍFERO é inteiramente e exclusivamente de minha autoria e que, com exceção das citações diretas e indiretas claramente indicadas e referenciadas nesse trabalho, e do uso autorizado de banco de dados, seu texto, figuras, gráficos, quadros, tabelas, algoritmos e demais dados foram por mim obtidos e, portanto, não contêm plágio.

A verificação de similaridade com arquivos encontrados na internet foi realizada segundo o programa CopySpider Versão 2.1.1, não sendo encontrado nenhum arquivo com similaridade acima de 3%.

Arquivos	Termos comuns	Similaridade
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://arquivos.info.ufrn.br/arquivos/2020120030023175687873ee62d85e0bf/DISSERTAO - PAULO LEITE SOUZA JÚNIOR.pdf	706	2,97
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/10879/1/texto_completo.pdf	611	2,33
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://1library.org/article/cam-clay-cam-clay-modificado-comportamento-mec%C3%A2nico-materiais.ynpx0mlz	165	0,99
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://1library.org/article/discuss%C3%B5es-e-limita%C3%A7%C3%B5es-do-modelo-cam-clay-modificado.yerj1veq	128	0,78
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://1library.org/article/mohr-coulomb-modelos-de-comportamento-do-solo-utilizados.qvir64lq	121	0,73
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/34814/34814_4.PDF	119	0,73
Texto Dissertação André Faria.pdf X https://www.academia.edu/23919936/Aplica%C3%A7%C3%A3o_do_modelo_cam_clay_modificado_a_um_solo_arenoso	42	0,25

Assinatura:

Data: 19/11/2022

