



Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

***ITERATED LOCAL SEARCH* APLICADO AO  
PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE  
VEÍCULOS COM COLETA E ENTREGA  
SIMULTÂNEA, JANELA DE TEMPO E  
FROTA HETEROGÊNEA**

João Paulo França Oliveira

Número de Ordem PPGEP: M001

Ouro Preto-MG, Julho de 2021



João Paulo França Oliveira

***ITERATED LOCAL SEARCH* APLICADO AO  
PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM  
COLETA E ENTREGA SIMULTÂNEA, JANELA DE  
TEMPO E FROTA HETEROGÊNEA**

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFOP (Linha de Pesquisa: Modelagem de Sistemas Produtivos e Logísticos), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP

Escola de Minas

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes

Coorientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior

Ouro Preto-MG

Julho de 2021

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

O48i Oliveira, Joao Paulo Franca .  
Iterated local search aplicado ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, janela de tempo e frota heterogênea. [manuscrito] / Joao Paulo Franca Oliveira. - 2021.  
57 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes.

Coorientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior.

Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Engenharia de Produção. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

1. Engenharia de produção - Logística. 2. Programação Linear. 3. Veículos - Roteadores (Redes de computadores) . 4. Pesquisa operacional - Meta-heurísticas. 5. Iterated Local Search (ILS). I. Gomes, Helton Cristiano. II. Júnior, Aloísio de Castro Gomes. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 658.5

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECON



## FOLHA DE APROVAÇÃO

João Paulo França Oliveira

***Iterated Local Search* aplicado ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas, janela de tempo e frota heterogênea**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de mestre.

Aprovada em 05 de julho de 2021.

### Membros da banca

Doutor - Helton Cristiano Gomes - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor - Aloisio de Castro Gomes Júnior - Coorientador - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor - Antônio Francisco Neto - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor - Alexandre Fortes da Silva Reis - Universidade Federal de São João Del Rei

Helton Cristiano Gomes, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 18/08/2021.



Documento assinado eletronicamente por **Helton Cristiano Gomes, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 08/10/2021, às 13:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0231191** e o código CRC **D67AA61F**.

*Aos meus pais José de Oliveira Neto e Sandra Corrêa França,  
por sempre me apoiarem em todos os momentos.*



# Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela minha vida e de toda minha família.

Agradeço aos meus pais, José e Sandra, pelo amor incondicional, por todo apoio e suporte.

Aos meu irmão, Pedro, por sempre ter sido um exemplo para mim.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes, e ao meu coorientador, Prof. Dr. Aloísio Gomes Jr., por todos os conselhos, pela paciência e suporte nesse período.

Aos atuais e ex-moradores da minha querida República Tokaia. “Uh é a Tokaia!”

Aos meus amigos, por compreenderem a minha ausência, por acreditarem no meu sonho e contribuírem para que hoje ele se tornasse realidade.

Aos professores que contribuíram para a minha formação, meus sinceros agradecimentos.

Aos colegas de mestrado, pelas trocas de conhecimentos, informações e ideias. Por dividirmos as mesmas angústias e, agora, a mesma conquista.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e a Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP pelo apoio financeiro para realização deste trabalho de pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001





*“E seppellire lassù in montagna  
Sotto l’ombra di un bel fior.”  
(Bassotti)*



# Resumo

O problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, janela de tempo e frota heterogênea (PRVCESJTFH) possui grande relevância no contexto logístico, uma vez que engloba particularidades inerentes a atividades de logística reversa. Em um PRVCESJTFH, deve-se determinar o conjunto de rotas com o menor custo possível, respeitando a janela de tempo estabelecida pelos clientes enquanto coleta e entrega mercadorias sem ultrapassar a capacidade dos veículos. Visto que o problema de roteamento de veículos é considerado NP-difícil na sua forma mais simples, o PRVCESJTFH também pode ser considerado pois apresenta mais restrições que tornam sua resolução ainda mais difícil. Para solucioná-lo, utilizou-se a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS). Para validar o método, foram realizados experimentos computacionais utilizando instâncias encontradas na literatura e adaptadas ao problema estudado, e, os resultados foram comparados com os obtidos por um modelo matemático de programação linear inteira. Por fim, foram realizado um teste estatístico com o intuito de verificar a existência de diferença significativa entre as soluções encontradas pelo ILS e o modelo matemático. Comprovou-se que o ILS apresentou um desempenho eficaz na resolução do PRVCESJTFH. Em seguida, o ILS foi aplicado a uma instância real obtida por uma empresa de distribuição de bebidas na região do Vale do Aço. O resultado obtido através da aplicação do ILS foi capaz de melhorar a solução anteriormente utilizada pela empresa.

**Palavras-chaves:** Logística Reversa, Programação Linear Inteira, Problema de Roteamento de Veículos, Meta-heurísticas, *Iterated Local Search*.



# Abstract

The problem of vehicle routing with simultaneous pickup and delivery, time window and heterogeneous fleet (PRVCESJTFH) has great relevance in the logistical context, since it encompasses peculiarities inherent to reverse logistics activities. In a PRVCESJTFH, the set of routes with the lowest possible cost must be determined, respecting the time window established by the customers while collecting and delivering goods without exceeding the capacity of the vehicles. Since the vehicle routing problem is considered NP-hard in its simplest form, the PRVCESJTFH can also be considered because it has more restrictions that make its resolution even more difficult. To solve it, the Iterated Local Search (ILS) meta-heuristic was used. To validate the method, computational experiments were performed using instances found in the literature and adapted to the studied problem, and the results were compared with those obtained by a mathematical model of integer linear programming. Finally, a statistical test was performed in order to verify the existence of a significant difference between the solutions found by the ILS and the mathematical model. It was proven that the ILS presented an effective performance in the resolution of the PRVCESJTFH. Then, ILS was applied to a real instance obtained by a beverage distribution company in the region of Vale do Aço. The result obtained through the application of ILS was able to improve the solution previously used by the company.

**Keywords:** Reverse Logistics, Integer Linear Programming, Vehicle Routing Problem, Metaheuristics, Iterated Local Search.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – A evolução da gestão logística para gestão da cadeia de suprimentos. . .	7
Figura 2 – Classificação do PRVCE e suas variantes. . . . .	14
Figura 3 – Estruturas de Vizinhança . . . . .	32
Figura 4 – Histograma dos Resultados a partir do Modelo Matemático . . . . .	39
Figura 5 – Histograma dos Resultados a partir do ILS . . . . .	39
Figura 6 – Gráfico de Comparação dos Resultados . . . . .	40
Figura 7 – Resultado obtido pelo <i>PathFind</i> . . . . .	43
Figura 8 – Resultado obtido pelo ILS . . . . .	44





# Lista de tabelas

Tabela 1 – Conjuntos . . . . .	26
Tabela 2 – Parâmetros . . . . .	26
Tabela 3 – Variáveis . . . . .	26
Tabela 4 – Resultados das Instâncias a partir do Modelo Matemático. . . . .	37



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos do Trabalho</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Gestão da Cadeia de Suprimentos, Logística e Logística Reversa</b>	<b>5</b>
2.1.1	Gestão da Cadeia de Suprimentos	5
2.1.2	Logística e Logística Reversa	7
<b>2.2</b>	<b>Problema de Roteamento de Veículos</b>	<b>10</b>
2.2.1	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado	11
2.2.2	Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea	12
2.2.3	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega	13
2.2.4	Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo	16
2.2.5	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea e Janela de Tempo	19
<b>2.3</b>	<b>Métodos Heurísticos</b>	<b>21</b>
<b>3</b>	<b><i>ITERATED LOCAL SEARCH</i> APLICADO AO PRVCESJTFH</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Descrição do Problema</b>	<b>25</b>
3.1.1	O Modelo Matemático	25
<b>3.2</b>	<b><i>ITERATED LOCAL SEARCH</i></b>	<b>28</b>
3.2.1	Solução Inicial	30
3.2.1.1	Método Aleatório	30
3.2.1.2	Método do Vizinheiro Mais Próximo	30
3.2.2	Busca Local	31
3.2.3	Perturbação	33
<b>4</b>	<b>EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS</b>	<b>35</b>
<b>4.1</b>	<b>Instâncias</b>	<b>35</b>
<b>4.2</b>	<b>Experimentos</b>	<b>36</b>
<b>4.3</b>	<b>Apresentação e Análise dos Resultados</b>	<b>36</b>
<b>4.4</b>	<b>Análise Estatística dos Resultados</b>	<b>38</b>
<b>4.5</b>	<b>Aplicando o ILS a uma Instância Real</b>	<b>41</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>45</b>

<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>47</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>53</b>
<b>APÊNDICE A – RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS A PARTIR DA META-HEURÍSTICA</b> .....	<b>55</b>

# 1 Introdução

Devido a globalização dos mercados e a diminuição das barreiras geográficas, a concorrência entre as empresas passou a ter proporções mundiais. Movida por essa globalização, algumas discussões que antes eram feitas em âmbitos locais passaram a tomar maiores dimensões. Um exemplo é a temática do desenvolvimento sustentável, que envolve as empresas e a sociedade como um todo em uma discussão a respeito do meio ambiente e da manutenção do mesmo para gerações futuras.

Em 1994, os países membros da União Europeia definiram uma diretiva sobre resíduos sólidos, chamada de Diretiva 62/1994, referente a embalagens e resíduos de gerados por elas. Como princípio norteador, foi definido “a prevenção da produção de resíduos de embalagens” e como princípios fundamentais “a reutilização de embalagens, a reciclagem e outras formas de valorização dos resíduos de embalagens e, por conseguinte, a redução da eliminação final de tais resíduos” ([UNIÃO EUROPÉIA, 1994](#)).

No Brasil, essa diretiva foi consolidada em 2010, por meio da Política Nacional de Resíduos Sólidos, Lei Nº 12.305, onde, em formato de princípios e objetivos, é possível perceber o compromisso com o meio ambiente, sugerindo a utilização de materiais que permitam a reutilização e/ou reciclagem. No Artigo 33 desta lei são definidos uma série de produtos em que é obrigatório a adoção de um sistema de logística reversa para garantir o descarte correto de embalagens e dos produtos pós consumo, como exemplo, pneus, pilhas, agrotóxicos, componentes eletroeletrônicos, entre outros. Ainda, determina que a responsabilidade da implantação e operacionalização desses sistemas logísticos reversos são dos fabricantes, importadores, distribuidores e comerciantes dos produtos e embalagens definidos ([BRASIL, 2010](#)).

Além das questões legais que envolvem essa temática, algumas empresas optam por utilizar embalagens reutilizáveis por serem mais viáveis economicamente do que as embalagens comuns ou até mesmo que as embalagens recicláveis. Segundo [Silva et al. \(2013\)](#), as embalagens reutilizáveis podem reduzir a quantidade de resíduos gerados e ainda podem ser mais baratas em comparação com as recicláveis. É importante ressaltar que as embalagens podem ser primárias, aquelas que chegam até as mãos dos clientes, secundárias, responsáveis pelo empacotamento dos produtos, ou terciária, embalagens para o transporte ([MAHMOUDI; PARVIZIOMRAN, 2020](#)). Apesar de serem encontradas mais comumente em relacionamentos entre empresas, as embalagens ou contêiner reutilizáveis podem e são aplicados entre empresas e consumidor final, por exemplo, cerveja, água mineral, gás de cozinha, entre outros ([COELHO et al., 2020](#)).

Com a utilização de embalagens reutilizáveis, surge um fluxo de logística reverso,

o qual precisa ser planejado para que assim as empresas possam realizá-lo com sucesso. Nesse contexto, o problema de roteamento de veículos que considera a entrega e a coleta de bens pode ser utilizado para planejar os fluxos logísticos, sendo uma ferramenta capaz de minimizar os custos de transporte (DETHLOFF, 2001).

Dessa forma, o presente trabalho busca estudar o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, restrições de janela de tempo e frota heterogênea (PRVCESJTFH). A resolução desse problema tem como objetivo definir as rotas a serem seguidas pelos veículos, partindo do centro de distribuição e retornando a ele, visitando cada cliente uma única vez e atendendo as demandas de entrega e coleta de materiais desses clientes. Essa visita deve ocorrer em uma janela de tempo pré-determinada pelos clientes, onde os recursos para realização da atividade de carga e descarga estarão disponíveis.

Devido ao PRVCESJTFH pode ser reduzido a um PRVCESJT, também podemos considera-lo NP-Hard (TOTH; VIGO, 2001), isto é, o tempo de busca por sua solução ótima cresce exponencialmente à medida que o número de clientes aumenta, torna-se praticamente inviável sua resolução utilizando métodos exatos para problemas com elevado número de clientes. Nesse contexto, as abordagens heurísticas e meta-heurística aparecem como as mais indicadas para resolvê-lo, encontrando boas respostas em um tempo computacional aceitável. Visto isso, optou-se nesse trabalho pela utilização do método *Iterated Local Search* (ILS) para a resolução do PRVCESJTFH.

Essa dissertação está organizada da seguinte forma: no Capítulo 1 é realizada uma contextualização ao problema abordado, seguido de uma breve explicação do PRVCESJTFH, bem como os objetivos gerais e específicos e a justificativa para realização da pesquisa. No Capítulo 2 é feito o embasamento teórico, onde são apresentados os principais conceitos e problemas relacionados ao PRVCESJTFH e a meta-heurística ILS. No Capítulo 3 é descrita a metodologia adotada para a realização da pesquisa. No Capítulo 4 são apresentados os experimentos computacionais que foram realizados utilizando instâncias baseadas em instâncias da literatura e reais. O Capítulo 5 é apresentada a conclusão e sugestões para trabalhos futuros.

## 1.1 Objetivos do Trabalho

Esse trabalho tem como objetivo geral estudar a aplicação de um algoritmo baseado na meta-heurística ILS para a resolução do PRVCESJTFH e, a partir de experimentos computacionais, verificar seu desempenho.

Esse objetivo geral pode ser desmembrado nos seguintes objetivos específicos:

- Modelagem matemática do PRVCESJTFH na linguagem AMPL;

- Implementação da meta-heurística ILS em linguagem Python para resolver o PRV-CESJTFH;
- Realização de testes com instâncias disponíveis na literatura, propostas por [Solomon \(1987\)](#) para o PRVJT, adaptadas para o PRVCESJTFH;
- Validação do método implementado comparando-se os resultados encontrados por ele com os obtidos pelo modelo matemático;
- Comprovação estatística, por meio do teste t-Student, da eficácia do método proposto.
- Aplicação da meta-heurística ILS a um problema real de distribuição em uma empresa situada na região do Vale do Aço.

## 1.2 Justificativa

A justificativa para realização deste trabalho é baseada em dois fatores, o primeiro relacionado à relevância do problema estudado, e o segundo ao método de resolução adotado. O estudo do PRVCESJTFH se faz necessário devido às diversas aplicações que o mesmo desempenha em situações reais, considerando características cada vez mais relevantes no contexto da logística como a logística reversa expressa pela coleta e entrega simultânea, e a adequação do serviço às necessidades do cliente, respeitando, por exemplo, os horários definidos para realização do serviço. A resolução do PRVCESJTFH pode gerar, também, redução da frota de veículos, aumento do número de entregas e coletas realizadas por período de tempo, redução nos custos de entrega, aumento da utilização da frota, redução da distância percorrida e do consumo de combustível e diminuição de entregas duplicadas. Pode-se destacar também ganhos ambientais relacionados a diminuição de gases tóxicos proveniente da queima de combustíveis fósseis e a redução de embalagens e produtos descartadas incorretamente no ambiente.

Em relação ao método de solução, [Cordeau et al. \(2002\)](#) baseiam-se em quatro atributos, acurácia, velocidade, simplicidade e flexibilidade, para determinar se uma heurística é adequada para resolver o PRV. Segundo [Cuervo et al. \(2014\)](#), o ILS é uma meta-heurística mais simples do que outros algoritmos, e, em sua pesquisa, apresentou resultados muito competitivos comparados a outras meta-heurística. Suas características de busca local combinadas com sucessivas iterações permitem que o método explore um número maior de regiões, aumentando a eficácia dessa abordagem.

Dessa forma, justifica-se o estudo do PRVCESJTFH por adequar-se amplamente a situações cotidianas em que resolvê-lo implica em ganhos financeiros por meio da redução dos custos. Enquanto a meta-heurística ILS foi adotada devido a sua capacidade de solucionar problemas complexos de forma simples e eficiente, sendo flexível ao ponto de resolver todas as simplificações do problema estudado.





## 2 Revisão da Literatura

Este capítulo está dividido em três partes. Na primeira parte serão abordados alguns conceitos como Logística e Logística Reversa segundo o ponto de vista da Gestão da Cadeia de Suprimento. A segunda parte é dedicada aos problemas de roteamento de veículos e suas variantes, que em conjunto formam o problema estudado. Por fim, na terceira parte, é feita uma breve explanação a respeito dos métodos heurísticos, em especial o *Iterated Local Search*.

### 2.1 Gestão da Cadeia de Suprimentos, Logística e Logística Reversa

#### 2.1.1 Gestão da Cadeia de Suprimentos

A Gestão da Cadeia de Suprimentos, ou em inglês Supply Chain Management (SCM), é um conceito que surgiu na literatura, segundo [Christopher \(2018\)](#), no ano de 1982 quando os autores Keith Oliver e Michael Webber, membros de uma consultoria norte americana, realizaram estudos em diversas empresas de variados setores. Os autores observaram que as funções-chave (compras, produção, distribuição e vendas) pertencentes à mesma cadeia de suprimentos, quando realizadas de forma independente, não estavam contribuindo para o sucesso da cadeia como um todo. Os autores então sugeriram uma nova abordagem, chamada Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos.

Segundo a associação norte-americana Council of Supply Chain Management Professionals (CSCMP), a SCM:

... engloba o planejamento e a gestão de todas as atividades envolvidas no abastecimento, aquisição, conversão e todas as atividades de gestão logística. É importante ressaltar que também inclui coordenação e colaboração com parceiros do canal, que podem ser fornecedores, intermediários, prestadores de serviços terceirizados e clientes. [...] Inclui todas as atividades de gerenciamento de logística mencionadas acima, bem como as operações de manufatura, e direciona a coordenação de processos e atividades com e através do marketing, vendas, design de produto, finanças e tecnologia de informação (2013, p. 187).

[Ballou \(2009, p. 27\)](#) ao definir o conceito de logística empresarial faz menção a SCM como “um termo que capta a essência da logística integrada e inclusive a ultrapassa”. Segundo o autor, a SCM trata-se da integração das funções de marketing, logística (de abastecimento, interna e de distribuição, chamada de logística integrada) e produção no contexto individual, como empresa, e no coletivo, como um elo da cadeia de suprimentos.

Para [Bowersox et al. \(2013, p. 4\)](#), a SCM “consiste na colaboração entre empresas para impulsionar o posicionamento estratégico e melhorar a eficiência operacional”. A melhoria da eficiência operacional ocorre por meio da minimização ou eliminação de atividades duplicadas ou consideradas improdutivas, ou seja, que não agregam valor ao produto.

Após o surgimento dos conceitos do SCM, não houve consenso entre os autores em relação a definição de logística e de SCM ([GRANT, 2017](#)). Segundo [Pires \(2016, p. 46\)](#), o conceito de SCM foi, por muitas vezes, confundido com o de logística por gestores e acadêmicos. Para o autor, a logística está para a gestão da cadeia de suprimentos assim como o transporte está para a logística.

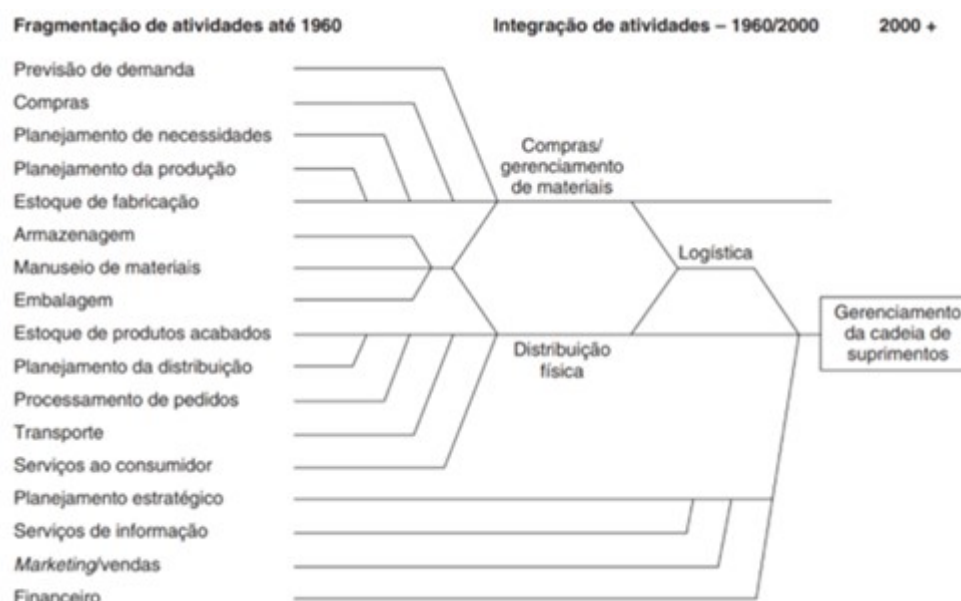
Conforme sugere os estudos de [Larson e Halldorsson \(2004\)](#), existem quatro perspectivas conceituais que relacionam a logística e o SCM. De forma resumida, alguns autores entendem o SCM como uma parte da logística, outros como o SCM sendo uma nova nomeação para logística, outros acreditam que ambos os conceitos existem e se interseccionam e por fim, como a logística sendo uma parte do SCM.

De acordo com [Ballou \(2009, p. 28\)](#), é muito difícil separar a gestão da logística do gerenciamento da cadeia de suprimentos uma vez que as duas têm missões idênticas, compartilhando a responsabilidade de disponibilizar os produtos ou serviços requisitados, no local e no momento certo, com as condições desejadas, gerando a melhor contribuição possível para a empresa ou para a cadeia em que ela está inserida. A semelhança entre a gestão da logística empresarial e o gerenciamento da cadeia de suprimentos fez com que o termo gerenciamento da cadeia de suprimentos fosse mais utilizado, substituindo o conceito de logística empresarial ([BALLOU, 2009](#)).

A evolução da gestão logística para gestão da cadeia de suprimentos pode ser observada na Figura 1, onde tem-se as atividades das empresas fragmentadas até o ano de 1960, em seguida as atividades são agrupadas em gerenciamento de materiais e distribuição física, que juntas formaram a logística e, a partir da integração entre logística, planejamento estratégico, serviços de informação, marketing/vendas e financeiro, evoluíram para o gerenciamento da cadeia de suprimentos ([BALLOU, 2009](#)).

Fazendo uso da definição sugerida por [Christopher \(2018\)](#), a gestão da cadeia de suprimentos é “a gestão de relações a montante e a jusante com fornecedores e clientes, a fim de entregar ao cliente valor superior ao menor custo para toda a cadeia de suprimentos”. Após a definição e compreensão dos conceitos relacionados a Gestão da Cadeia de Suprimentos como uma força conjunta realizada pelas empresas pertencentes à mesma cadeia para desempenhar atividades funcionais de modo a aumentar a eficiência operacional e assim conquistar benefícios estratégicos, apresenta-se dois conceitos que são aprofundados neste trabalho: Logística e Logística Reversa.

Figura 1 – A evolução da gestão logística para gestão da cadeia de suprimentos.



Fonte: Ballou (2009)

### 2.1.2 Logística e Logística Reversa

O conceito de logística não é recente, inclusive precede o conceito de SCM. Seu surgimento está diretamente ligado ao contexto militar, no qual foi empregada para garantir o abastecimento de suprimentos aos exércitos durante grandes guerras. A logística surgiu com a necessidade de transportar insumos, produtos e pessoas, de um local para outro, com a finalidade de atender a uma demanda existente. Fora do contexto militar, a logística evoluiu junto aos meios de transporte e as tecnologias de armazenamento, permitindo que os centros de produção atendessem aos centros de consumo cada vez mais distantes (NOVAES, 2016; BALLOU, 2009).

Segundo o CSCMP, a logística pode ser definida como:

Processo de planejamento, implementação e controle de procedimentos para o transporte e armazenamento eficiente e eficaz de mercadorias, incluindo serviços e informações relacionadas, do ponto de origem ao ponto de consumo, com o objetivo de estar em conformidade com os requisitos do cliente. Essa definição inclui movimentos de entrada, saída, interno e externo (2013, p. 117).

Christopher (2018) conceitua a logística como um processo de gerenciamento de compras, transporte e armazenagem de insumos e produtos, de forma estratégica, com a finalidade de atender aos pedidos, com baixo custo, maximizando a lucratividade presente e futura.

A logística, segundo (NOVAES, 2016), age de forma a cumprir com os prazos, mantendo as características do produto, satisfazendo as necessidades dos clientes, permitindo

a criação de um relacionamento entre consumidor e varejista. Ainda segundo o autor, é de responsabilidade da logística o processo de movimentação de matéria-prima pelo setor produtivo até que o produto chegue ao consumidor final, no momento desejado.

Vitorino (2018, p. 16) define a logística de forma simples, como o resultado da aglutinação de atividades semelhantes do gerenciamento de transporte e do gerenciamento de materiais, e é a área responsável por controlar o deslocamento de materiais entre os fornecedores e as lojas.

Bowersox et al. (2013, p. 32) definiram a logística como uma função pertencente à SCM responsável por fazer que produtos cheguem aos clientes, assim como insumos cheguem aos centros de produção, ao menor custo total. Isso ocorre por meio do planejamento e administração de sistemas de transporte e localização de armazéns para estoque de matérias-primas e produtos em processo ou acabados. Ainda segundo os autores, a logística possui cinco áreas que devem trabalhar de forma integrada para garantir a entrega do valor para o cliente, que são:

- processamento de pedidos: responsável por obter e fornecer informações acuradas em relação aos pedidos, além de acompanhá-lo em todas as suas etapas, passando pelo pedido, entrega, faturamento e cobrança;
- estoques: as políticas de estoque são responsáveis por garantir o atendimento aos clientes, sem que haja necessidade de esperar a produção. As atividades de estoque, transporte e rede de instalações estão diretamente ligadas;
- transporte: responsável por movimentar e posicionar os estoques geograficamente;
- armazenamento, manuseio de materiais e embalagem: relaciona-se com as demais áreas, sendo dedicada a facilitar as atividades de transporte e estocagem, garantindo a consistência dos produtos;
- rede de instalações: responsável por determinar a quantidade de instalações e sua distribuição geográfica para o atendimento dos pedidos. Entende-se por instalações como sendo: fábricas, depósitos, lojas, entre outros.

Ballou (2009, p. 31) divide as atividades da logística empresarial em atividades-chave e de suporte. Essas atividades podem variar de empresa para empresa uma vez que possuem importâncias diferentes para cada tipo de operação empresarial. Como atividades-chave tem-se o serviço ao cliente, transporte, gerenciamento de estoques e processamentos de pedidos. Ainda segundo o autor, as atividades-chave “representam a parte majoritária dos custos ou são essenciais para a coordenação e conclusão eficientes da missão da logística.”. Armazenagem, manuseio dos materiais, embalagens, cooperação com produção/operação e manutenção de informações são as atividades tidas como de suporte, que contribuem para o sucesso da missão da logística.

A logística, segundo o CSCMP (2013), possui um segmento especializado com foco

no movimento e gerenciamento de produtos e recursos após a venda e a entrega ao cliente, responsável por devoluções de produtos para reparo e/ou crédito. A esse segmento é dado o nome de logística reversa.

A logística reversa, conforme [Leite \(2017\)](#), possibilita a agregação de valor econômico, ecológico, legal, logístico, de imagem corporativa, entre outros, por meio do planejamento, operacionalização e controle do fluxo reverso de bens de pós-venda, pós-consumo e informações. Ainda segundo o autor, diversas são as razões que justificam o retorno dos produtos, componentes ou embalagens, seja pós-venda ou pós-consumo.

Os produtos que são descartados após o uso, total ou parcial, que se tornaram obsoletos ou danificaram-se são direcionados para canais logísticos reversos de pós-consumo. Já aqueles produtos que após a venda não foram consumidos ainda, porém, precisam ser retornados por apresentarem algum tipo de defeito, tiveram sua validade ultrapassada ou por algum acordo de vendas que permite tal operação, como vendas consignadas ou e-commerce, são direcionados aos canais reversos de pós-vendas. Os produtos que acessam os canais reversos podem ser produtos propriamente ditos, componentes específicos ou suas embalagens ([BALLOU, 2009](#)).

Também conhecida como logística ambiental e logística verde, a logística reversa foi impulsionada pela pressão da sociedade por um desenvolvimento onde as variáveis ambientais também fossem consideradas, não apenas o crescimento econômico. Pressões relacionadas ao desenvolvimento sustentável foram reforçadas a partir do Relatório Brundtland que o conceitua como:

Processo de transformação no qual a exploração de recursos, a direção dos investimentos, a orientação do desenvolvimento tecnológico e a mudança institucional se harmonizam e reforçam o potencial presente e futuro, a fim de atender as necessidades e aspirações humanas (CMMAD, 1988, p. 49).

O desenvolvimento sustentável tem como base o crescimento econômico por meio da exploração do meio ambiente de forma que os impactos ambientais sejam minimizados e não comprometa as gerações futuras. Novas tecnologias, reengenharia de processos e uma gestão da cadeia de suprimentos mais eficiente são algumas ações necessárias para adequar os processos aos princípios do desenvolvimento sustentável ([SHARMA et al., 2011](#)).

Para garantir que tais ações fossem cumpridas pelas empresas, diversas leis que tratam de resíduos sólidos foram sancionadas em diversos países. Em 1994, a União Europeia lançou a Diretiva 62/1994 que tratava a respeito de embalagens e resíduos por elas gerados ([UNIÃO EUROPÉIA, 1994](#)). No Brasil, em 2010, foi aprovada a Lei Nº 12.305, pertencente a Política Nacional de Resíduos Sólidos, que legisla a respeito do desenvolvimento sustentável no país, impondo, muitas vezes, a obrigatoriedade da adoção de sistemas de logística reversa pelas empresas.

Como atividade comum a logística e a logística reversa, o transporte de mercadorias sempre recebeu atenção dos pesquisadores com o objetivo de diminuir os custos com a sua realização. Segundo a Confederação Nacional de Transporte - CNT (2018, p. 20), estima-se que os custos com transporte em 2016 no Brasil representaram 55% dos custos logísticos, o restante dos custos logísticos está relacionado ao inventário, estoques e custos administrativos.

Após a Segunda Guerra Mundial, estudos e conhecimentos desenvolvidos na área da Pesquisa Operacional (PO) foram aplicados às indústrias, melhorando e algumas vezes otimizando diversos processos (HILLIER; LIEBERMAN, 2013, p. 1). A logística é uma das áreas aprimoradas a partir da PO, possibilitando a diminuição dos gastos com suas atividades, tendo como principal exemplo o transporte.

A roteirização de veículos é uma atividade pertencente à logística que, com o auxílio da PO, é capaz de diminuir os custos logísticos. Uma vez que a roteirização de veículos é utilizada para definir as rotas que os veículos devem seguir durante a distribuição ou recolhimento de bens, ao utilizar técnicas que minimizem a distância total percorrida, conseqüentemente, os custos envolvidos com transporte também poderão ser reduzidos.

## 2.2 Problema de Roteamento de Veículos

O problema de roteamento de veículos (PRV) foi inicialmente proposto por Dantzig e Ramser (1959) para resolver um problema de distribuição de combustível entre uma central e vários postos periféricos utilizando uma frota composta por veículos de mesma capacidade, conhecida como frota homogênea. Trata-se de uma generalização do clássico problema do caixeiro viajante (PCV).

O tradicional PCV consiste em determinar a rota mais curta na qual um viajante, ou veículo, deve percorrer para visitar todos os clientes apenas uma vez, partindo e retornando de uma localidade. O PCV e todas as suas variações são considerados NP-Hard (KARP, 1972; GAREY; JOHNSON, 1979) uma vez que a resolução destes consiste em obter ciclos hamiltonianos, onde todos os nós do problema devem ser visitados exatamente uma vez (JÜNGER; REINELT; RINALDI, 1995). A complexidade de problemas classificados como NP-Hard implica que suas soluções não podem ser obtidas em tempo polinomial utilizando os métodos de resolução conhecidos até o momento. Apesar de não ser possível encontrar a solução para estes problemas em tempo polinomial, a verificação de uma solução em comparação com a solução ótima pode ser feita em tempo polinomial.

Generalizando o PCV para mais de um veículo tem-se o chamado problema de roteamento de veículos clássico ou capacitado. Por meio dessa generalização pode ser considerado um ou mais veículos, com características semelhantes (frota homogênea) ou diferentes (frota heterogênea). Frotas heterogêneas podem ser compostas por veículos que

se diferem em custo de utilização, custo variável, características de armazenamento, entre outros.

### 2.2.1 Problema de Roteamento de Veículos Capacitado

O problema de roteamento de veículos capacitado homogêneo (PRVC) pode ser definido, segundo [Vieira et al. \(2008\)](#), como um grafo não direcionado completo  $G = (V, A)$ , onde  $V = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices que representa os clientes, considerando o vértice 0 como o depósito, e  $A$  é o conjunto de arcos, sendo  $A = \{(i, j) \mid i, j \in V, i \neq j\}$ , representando as possíveis viagens entre os clientes. A cada cidade ou cliente, diferente do depósito, é atribuída uma demanda  $q_i$ , não negativa. Ao conjunto de arcos é associada uma matriz de distâncias  $C = c_{ij}$  que pode representar a distância, o custo ou o tempo de se percorrer determinado arco. Além disso, existe um conjunto de  $k$  veículos idênticos situado no depósito. O valor de  $k$  pode ser pré-definido ou utilizado como variável de decisão.

O PRVC tem como resultado um conjunto de  $k$  rotas que minimiza a distância total percorrida, respeitando as seguintes restrições:

- Todas as rotas iniciam e terminam no vértice 0 (depósito);
- Cada cidade deve ser visitada uma única vez;
- O somatório das demandas dos clientes em uma rota não pode ultrapassar a capacidade do veículo.

Sendo assim, conforme apresentado em [Laporte \(1992\)](#), o modelo matemático que descreve o PRVC é mostrado a seguir.

Considerando  $x_{ij}$ , onde  $(i, j) \in A$ , uma variável binária que é igual a 1 se, e somente se, o arco  $(i, j)$  for percorrido;  $c'_{ij}$  a matriz de distâncias entre os pontos  $i$  e  $j$ ;  $n'$  o número de vértices somado aos depósitos artificiais ( $m_{U-1}$ , onde  $m_U$  representa o limite superior de veículos necessários para satisfazer as capacidades dos clientes);  $V'$  o conjunto dos vértices incluindo os depósitos artificiais;  $S$  representa os vértices reais do problema e  $v(S)$  o número de veículos mínimo capaz de atender aos vértices de  $S$ .

$$\min \sum_{i \neq j} c'_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{j=1}^{n'} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in n' \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n'} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in n' \quad (2.3)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - v(S) \quad S \subset V' \setminus \{1\}; |S| \geq 2 \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j \in n'; i \neq j) \quad (2.5)$$



A função objetivo 2.1 minimiza o somatório dos custos de se percorrer as arestas ativas. As restrições 2.2 e 2.3 garantem que apenas duas arestas sejam ativas em cada vértice diferente do depósito. As restrições 2.4 são utilizadas para eliminação de subciclos, garantindo que o veículo saia e retorne ao depósito. As restrições 2.5 definem o domínio das variáveis binárias utilizadas.

Várias abordagens foram propostas para resolver o PRVC, sendo de forma exata ou por meio de heurísticas. Fukasawa et al. (2006) propuseram uma abordagem exata chamada Branch-and-Cut-and-Price capaz de encontrar a solução ótima para problemas com até 135 vértices em menos de oito horas. Para que um problema desse tamanho fosse resolvido de forma exata foram necessárias mais de quatro décadas de estudos, a contar da apresentação do problema.

Apesar de não haver garantia do resultado ótimo, as heurísticas são utilizadas para se alcançar respostas aceitáveis em um curto espaço de tempo. Clarke e Wright (1964) desenvolveram uma das primeiras heurísticas conhecidas para resolver esse problema, denominada heurística de Clarke-Wright. A heurística de Clarke-Wright pode ser utilizada com auxílio de computadores, porém, sua solução de forma manual é possível com certo grau de facilidade, dependendo do tamanho do problema. Mester e Bräysy (2007) propuseram um algoritmo genético para resolver o PRVC e concluíram que o método utilizado é altamente competitivo, encontrando, para 92% das instâncias testadas, as melhores soluções conhecidas da literatura da época.

Szeto, Wu e Ho (2011) propuseram dois algoritmos, sendo o primeiro uma heurística artificial de enxame de abelhas e o segundo sua versão aprimorada. Apesar da heurística original não apresentar resultados competitivos, a sua versão aprimorada foi capaz de produzir bons resultados comparados com as demais heurísticas, inclusive com sua versão original, utilizando um pouco mais de tempo computacional.

Uma vez que o problema clássico não é capaz de representar todas as particularidades dos sistemas logísticos das empresas, foi necessário a introdução de mais restrições ao problema, aumentando sua aderência a cada realidade onde ele é aplicado. Algumas dessas variações do PRV são apresentadas nas seções seguintes.

## 2.2.2 Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

Aproximando o PRV à realidade, surge então uma versão do problema onde são considerados tipos diferentes de veículos para realizarem o transporte, ou seja, os veículos passam de homogêneos para heterogêneos. A característica que difere os veículos pode ser em relação a sua capacidade, consumo médio de combustível, necessidade de mão de obra envolvida, entre outras.

Golden et al. (1984) propuseram o PRV com determinação do tamanho e composição

da frota, pertencente aos problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea (PRVFH). O problema consiste em determinar a composição da frota de veículos que será utilizada, ou seja, cada tipo diferente de veículo que fará parte da frota e suas quantidades, e por fim, determinar as rotas que esses veículos farão. Para o PRV com determinação do tamanho e composição da frota assume-se que cada veículo possui um custo fixo, referente a sua alocação, e um custo variável, devido às características de cada tipo de veículo. Esse tipo de problema é mais apropriado para decisões estratégicas em empresas quando pretende-se comprar ou alugar veículos para realizar as entregas. Há duas variações do problema de determinação do tamanho e composição da frota, em uma é considerado apenas os custos fixos e, em outra, apenas os custos variáveis.

Outra abordagem para o PRVFH diz respeito aos problemas onde a frota possui tamanho pré-determinado. Esse problema recebe o nome de problema de roteamento de veículos com frota heterogênea fixa (PRVFHF). Neste problema pode ser considerado dois custos, fixo e variável, pela utilização do veículo ou apenas o custo variável (SUBRAMANIAN *et al.*, 2012).

Tal problema pode ser definido conforme o PRVC, alterando apenas a característica da frota de veículos, onde definimos que há  $t$  tipos de veículos diferentes, a capacidade dos veículos é definida por  $Q_t$ , o custo fixo por  $C_t$  e o custo variável por unidade de distância é  $V_t$ . Têm-se uma quantidade para cada tipo de veículo  $t$ , podendo ser limitado ou não. Quando  $t$  é ilimitado, trata-se de um PRV com determinação do tamanho e composição da frota, enquanto para  $t$  limitado trata-se de um PRVFH (LI; GOLDEN; WASIL, 2007).

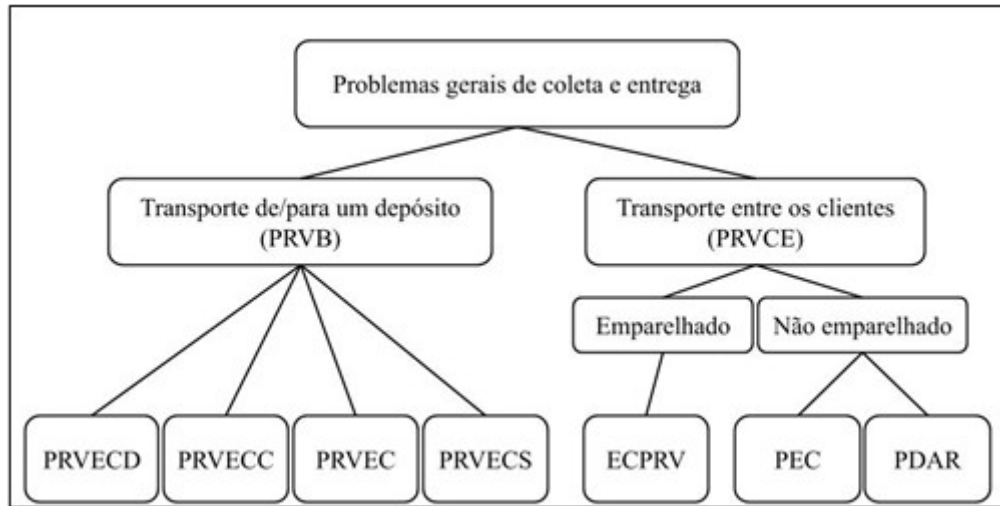
Para resolver problemas desses tipos, Liu (2013) desenvolveu uma heurística populacional híbrida para solucionar o PRVFH considerando duas variantes, sendo a primeira com dois custos fixos e custos de roteamento de veículo e a segunda considerando o custo de roteamento dependente dos veículos. Uma outra abordagem em relação ao PRVFH foi utilizada por Song e Ko (2016), onde a frota é composta por veículos refrigerados e não refrigerados. O objetivo do problema foi maximizar a satisfação do cliente em detrimento da minimização dos custos de transporte. Os autores propuseram uma heurística baseada em critérios de prioridade para resolver o problema.

### 2.2.3 Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega

Outra adaptação feita ao PRV considera que o veículo deve realizar tanto entregas quanto coletas de materiais. Essa adaptação permitiu dividir o problema em duas classes: a primeira, que não está no âmbito deste estudo, denominada de problema de roteamento de veículos com coleta e entrega (PRVCE) e, sua principal característica é o transporte de mercadorias ou passageiros entre os clientes; a segunda é chamada de problema de roteamento de veículos com Backhauls (GOETSCHALCKX; JACOBS-BLECHA, 1989, 1989; PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008). A divisão do problema de coleta e entrega

e suas subdivisões são apresentadas na Figura 2.

Figura 2 – Classificação do PRVCE e suas variantes.



Fonte: Adaptação de Parragh, Doerner e Hartl (2008)

O problema de roteamento de veículos com Backhauls, segundo Goetschalckx e Jacobs-Blecha (1989), considera que existam clientes com demanda de entrega de mercadorias e clientes com demanda de coleta de mercadorias. Os veículos com as mercadorias, assim como no PRVC, têm origem e destino no depósito. Nesse problema, todos os clientes de entrega devem ser atendidos primeiro, para depois os clientes de coleta serem atendidos. Essa restrição evita retrabalho no empacotamento da carga.

Outras variações envolvendo coleta e entrega de mercadorias surgiram para atender outras características de sistemas logísticos. Segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008), o PRVCE pode ser dividido em quatro subclasses: a primeira trata-se de rotas onde o veículo primeiro realiza as entregas aos clientes que necessitam de entrega e depois passam por outros clientes que demandam de coleta; a segunda não exige essa ordem de prioridade, podendo o veículo realizar coletas em meio às entregas; a terceira classe realiza os serviços de coleta e entrega simultâneos, a qual será o foco deste estudo; e a última classe permite a divisão entre coleta e entrega pelos veículos, permitindo que o cliente seja visitado mais de uma vez por veículos diferentes e que cada veículo possa realizar tanto a coleta quanto a entrega.

O problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (PRVCES), proposto por Min (1989), considera que o cliente pode ter demandas de coleta e/ou entrega, e elas devem ser atendidas simultaneamente, eliminando a necessidade de um veículo ter que visitar o mesmo cliente duas vezes. Esse problema traz consigo uma particularidade relacionada ao carregamento misto dos veículos, onde parte da carga deverá ser entregue aos clientes, enquanto a outra parte deverá ser entregue ao depósito (MIN, 1989).

A descrição matemática do PRVCES, segundo [Catay \(2010\)](#), consiste em um grafo não direcionado completo  $G = (N, A)$ , onde  $N = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices que representa os clientes, considerando o vértice 0 como o depósito, e  $A$  é o conjunto de arcos sendo  $A = \{(i, j) \mid i, j \in N, i \neq j\}$ . Um custo  $c_{ij}$  é associado a cada arco pertencente ao conjunto  $A$ . A cada elemento do conjunto de clientes  $J$ , onde  $J = N \setminus \{0\}$ , é associado uma demanda de entrega,  $d_i$ , e uma demanda de coleta,  $p_i$ . Para o atendimento das demandas está disponível uma frota homogênea de veículos com capacidade individual igual a  $Q$ . O objetivo da resolução do PRVCES é determinar um conjunto de rotas que minimize a distância total percorrida de modo que:

- Cada veículo viaja por exatamente uma rota;
- Cada cliente é visitado apenas uma vez por um veículo capaz de atender à suas demandas integralmente;
- A capacidade do veículo não deve ser excedida em nenhum momento da rota.

Um modelo matemático para o PRVCES, proposto por [Montané e Galvao \(2006\)](#), é apresentado a seguir.

Considerando  $x_{ij}^k$ , onde  $(i, j) \in A$ , uma variável binária igual a 1 se, e somente se, o arco  $(i, j)$  for percorrido pelo veículo  $k$ ;  $y_{ij}$  representa a soma das demandas captadas até o cliente  $i$  e transportada no arco  $(i, j)$ ;  $z_{ij}$  representa a demanda a ser entregue aos clientes roteados após o cliente  $i$  e transportada no arco  $(i, j)$ ;  $k'$  representa o número máximo de veículos.

$$\min \sum_{k=1}^{k'} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (2.6)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^{k'} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in n \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k - \sum_{i=0}^n x_{ji}^k = 0 \quad \forall j \in n, \forall k \in k' \quad (2.8)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq 1 \quad k \in k' \quad (2.9)$$

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} - \sum_{i=0}^n y_{ji} = p_j \quad \forall j \neq 0 \quad (2.10)$$

$$\sum_{i=0}^n z_{ij} - \sum_{i=0}^n z_{ji} = d_j \quad \forall j \neq 0 \quad (2.11)$$

$$y_{ij} + z_{ij} \leq Q \sum_{k=1}^{k'} x_{ij}^k \quad \forall i, j \in A \quad (2.12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in A \quad (2.13)$$

$$y_{ij} \leq 0 \quad \forall i, j \in A \quad (2.14)$$

$$z_{ij} \leq 0 \quad \forall i, j \in A \quad (2.15)$$

A função objetivo 2.6 minimiza o somatório dos custos de se percorrer as arestas ativas. As restrições 2.7 asseguram que cada cliente seja visitado apenas uma vez e por apenas um veículo, as restrições ?? garantem que o mesmo veículo chegue e saia de cada cliente atendido e as restrições 2.9 definem que sejam utilizados no máximo  $|k|$  veículos. As restrições 2.10 e 2.11 asseguram que as demandas de entrega e coleta de cada cliente sejam atendidas. As restrições 2.12 garantem que as demandas de entrega e coleta sejam atendidas apenas pelos vértices pertencentes a solução e que a capacidade dos veículos utilizados não seja ultrapassada. As restrições 2.13, 2.14 e 2.15 determinam os domínios das variáveis.

Na literatura, diversas foram as estratégias para resolver o PRVCES. Mu et al. (2016) propuseram um algoritmo Simulated Annealing (SA) para o PRVCES onde foi definido como objetivo principal a redução do custo de expedição e viagem. Brandão (2016) propôs um método Iterated Local Search (ILS) determinístico para solucionar um PRVCES com a frota homogênea limitada, enquanto Avci e Topaloglu (2016) propuseram um algoritmo de busca local híbrido cujo objetivo era reduzir os custos totais dos veículos e os custos variáveis de transporte em um PRVCES com frota heterogênea ilimitada.

Sun, Yu e Wang (2019) desenvolveram um método exato para o PRVCES considerando uma frota heterogênea ilimitada, tendo seu objetivo definido como minimizar a emissão de gás carbônico. Tais alterações no objetivo do problema como proposto por Sun, Yu e Wang (2019) são motivadas por leis e tratados ambientais realizados, sendo característico de cada região.

Aplicado a uma indústria de alimentos, Leite e Júnior (2017) utilizaram um modelo de programação linear inteira e resolveram a partir do CPLEX de forma ótima, reduzindo em aproximadamente 24% as distâncias percorridas pelos veículos. Anteriormente, a mesma instância era resolvida pela heurística do vizinho mais próximo, porém, por se tratar de uma instância pequena, com apenas 20 clientes, foi possível resolvê-la através de um método exato.

Diversas configurações para o PRVCE podem ser encontradas na literatura, como: problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e mista (AVCI; TOPALOGU, 2015); PRVCES com vários depósitos (LI et al., 2015); problema de roteamento de veículos dependentes do tempo com coleta e entrega simultânea (ZHANG; CHAOVALITWONGSE; ZHANG, 2014); e, mais recentemente, o PRV com múltiplas coletas e entrega (NACCACHE; CÔTÉ; COELHO, 2018).

#### 2.2.4 Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo

No problema de roteamento de veículos com janela de tempo (PRVJT) pressupõe-se que cada cliente determine um intervalo de tempo para ser atendido por um veículo. Esse

intervalo é conhecido como janela de tempo e possui um horário de início e um de término. O veículo pode chegar ao cliente antes do início da sua janela de tempo, porém, o mesmo deve aguardar a sua abertura. Não é permitido que o veículo chegue após o fechamento da janela de tempo. Uma variação do PRVJT que aceita atrasos é apresentada por [Taş, Jabali e Woensel \(2014\)](#), onde são aceitos atrasos segundo uma tolerância, chamado de janelas de tempo flexíveis, e por [Chiang e Cheng \(2017\)](#), onde os atrasos são penalizados, chamado de janelas de tempo suaves.

O PRVJT pode ser definido, segundo [Baldacci, Mingozzi e Roberti \(2012\)](#), como um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$  onde  $V = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices que representa os clientes, considerando o vértice 0 como o depósito, e  $A$  é o conjunto de arcos sendo  $A = \{(i,j) \mid i,j \in N, i \neq j\}$ . Um custo  $c_{ij}$  e um tempo  $t_{ij} > 0$  é associado a cada arco pertencente ao conjunto  $A$ , onde  $t_{ij}$  representa o tempo de viagem e o tempo de serviço do vértice  $j \in V \setminus \{0\}$ . A cada vértice  $i$  pertencente a  $V$  é associado uma demanda  $d_i$  e uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ , onde  $a_i$  representa o limite inferior e  $b_i$  o limite superior da janela de tempo. Para o atendimento das demandas está disponível uma frota homogênea de veículos com capacidade individual igual a  $Q$ . O objetivo do PRVJT é determinar um conjunto de rotas que minimize a distância total percorrida de modo que:

- A demanda total dos clientes atendidos na rota não exceda a capacidade do veículo;
- O veículo saia do depósito após o início da sua janela de tempo,  $a_0$ , atenda aos clientes da rota e retorne ao depósito antes do término da janela de tempo,  $b_0$ .
- Caso o veículo chegue ao cliente antes do início da sua janela de tempo, o veículo irá aguardar até seu início.

Um modelo matemático para o PRVJT, proposto por [El-Sherbeny \(2010\)](#), é apresentado a seguir.

Considerando  $x_{ij}^k$ , onde  $(i, j) \in A$ , uma variável binária igual a 1 se, e somente se, o arco  $(i, j)$  for percorrido pelo veículo  $k$ , e  $s_{ik}$  representa o tempo em que o veículo  $k$  começa atender o cliente  $i$ .

$$\min \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij}^k \quad (2.16)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in A \quad (2.17)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ij}^k \leq q \quad \forall k \in V \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in V \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ih}^k - \sum_{j \in N} x_{hj}^k = 0 \quad \forall h \in A, \forall k \in V \quad (2.20)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k = 1 \quad \forall k \in V \quad (2.21)$$

$$s_{ik} + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq s_{jk} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V \quad (2.22)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in N, \forall k \in V \quad (2.23)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N, \forall k \in V \quad (2.24)$$

A função objetivo 2.16 minimiza o somatório dos custos de se percorrer as arestas ativas. As restrições 2.17 garantem que cada cliente seja visitado apenas uma vez e por apenas um veículo, as restrições 2.18 asseguram que a capacidade do veículo não seja excedida. As restrições 2.20, 2.21 e 2.22 garantem o fluxo, onde cada veículo que saia do depósito, após chegar a um cliente, saia novamente para visitar outro cliente ou finalmente retornar ao depósito. As restrições 2.23 garantem que, caso o veículo viaje entre os vértices  $i$  e  $j$ , não visite o vértice  $j$  antes do horário de visita do vértice  $i$  somado com o tempo gasto entre  $i$  e  $j$ ; nessa restrição,  $M$  representa uma constante com valor elevado. As restrições 2.24 garantem que a janela de tempo seja respeitada, determinando assim o seu domínio. As restrições 2.25 determinam o domínio das variáveis.

Para resolver o PRVJT, Wang et al. (2017) propuseram um algoritmo genético evolutivo considerando o transporte de produtos frios e congelados, utilizando uma frota de veículos refrigerados e restrições referentes à emissão de carbono. Yu et al. (2019), também considerando a emissão de carbono pelos veículos, propuseram um algoritmo Branch-and-Price para resolver o problema de roteamento de veículos verde com frota heterogênea e janela de tempo.

Restrições de janela de tempo também são comumente agregadas a outros problemas de roteirização como em Angelelli e Mansini (2002), Baldacci, Mingozzi e Roberti (2012) e Li et al. (2019).

### 2.2.5 Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea e Janela de Tempo

O problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e janela de tempo (PRVCESJT) consiste em uma combinação do PRVCES com o PRVJT. No PRVCESJT, cada cliente possui demandas de entrega e de coleta de produtos que devem ser atendidas simultaneamente dentro de um determinado intervalo de tempo. Os produtos a serem entregues são carregados no depósito assim como os produtos coletados são levados até ele.

O PRVCESJT pode ser definido como um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$  onde  $V = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices que representa os clientes, considerando o vértice 0 como depósito, e  $A$  é o conjunto de arcos sendo  $A = \{(i, j) \mid i, j \in N, i \neq j\}$ . Um custo  $c_{ij}$  e um tempo  $t_{ij} > 0$  são associados a cada arco pertencente ao conjunto  $A$ , onde  $t_{ij}$  representa o tempo de viagem e  $ts_i$  o tempo de serviço do vértice  $i \in V \setminus \{0\}$ . A cada vértice  $i \in V \setminus \{0\}$  são associados uma demanda de entrega  $d_i$  e uma de coleta  $p_i$ , bem como uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ , onde  $a_i$  representa o limite inferior e  $b_i$  o limite superior. Para o atendimento das demandas está disponível uma frota homogênea de veículos com capacidade individual igual a  $Q$ .

Um modelo matemático para o PRVCESJT, adaptado do proposto por [Wang et al. \(2015\)](#) é apresentado a seguir. Considerando  $x_{ijk}$ , onde  $(i, j) \in A$ , uma variável binária que é igual a 1 se, e somente se, o arco  $(i, j)$  for percorrido pelo veículo  $k$ , e  $s_{ik}$  representa o tempo em que o veículo  $k$  começa atender o cliente  $i$ ;  $L_{1k}$  representa a carga do veículo  $k$  ao sair do depósito;  $L_j$  representa a carga do veículo após atender o cliente  $j$ ;  $V_0$  representa o conjunto de clientes mais o depósito. A constante  $M$  representa uma constante com valor elevado.



$$\min \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V_0} \sum_{k \in K} d_{ij} x_{ij}^k \quad (2.25)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{i \in V_0} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in V \quad (2.26)$$

$$\sum_{i \in V_0} x_{ih}^k = \sum_{j \in V_0} x_{hj}^k \quad \forall h \in V, \forall k \in K \quad (2.27)$$

$$\sum_{j \in V_0} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.28)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j}^k = \sum_{i \in V} x_{i0}^k \quad \forall k \in K \quad (2.29)$$

$$\sum_{i \in V_0} x_{i,0}^k = 1 \quad \forall k \in V \quad (2.30)$$

$$L_{1k} = \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V} D_j x_{ij}^k \quad \forall k \in K \quad (2.31)$$

$$L_j \geq L_{1k} - D_j + P_j - M(1 - x_{1j}^k) \quad \forall j \in V, \forall k \in K \quad (2.32)$$

$$L_j \geq L_i - D_j + P_j - M \left( 1 - \sum_{k \in K} x_{ij}^k \right) \quad \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j \quad (2.33)$$

$$L_{1k} \leq Q \quad \forall k \in K \quad (2.34)$$

$$L_j \leq Q + M \left( 1 - \sum_{i \in V_0} x_{ij}^k \right) \quad \forall j \in V, \forall k \in K \quad (2.35)$$

$$s_{ik} + t_i + t_{ij} - M \left( 1 - \sum_{k \in K} x_{ij}^k \right) \leq s_{jk} \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0 \quad (2.36)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0, \forall k \in K \quad (2.37)$$

$$x_{ij}^k \in 0, 1 \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0, \forall k \in K \quad (2.38)$$

A função objetivo 2.26 minimiza o somatório dos custos de se percorrer as arestas ativas. As restrições 2.27 garantem que cada cliente seja visitado apenas uma vez e por apenas um veículo. As restrições 2.28 asseguram que o veículo  $k$  entre e saia do cliente visitado e garante a continuidade da rota. As restrições 2.29, 2.30 e 2.31 garantem o fluxo, onde cada veículo que saia do depósito, após chegar a um cliente, saia novamente para visitar outro cliente ou finalmente retornar ao depósito. As restrições 2.32, 2.33 e 2.34 são restrições de carga associadas ao carregamento inicial do veículo, cargas do veículo após o primeiro cliente e cargas do veículo "em rota", respectivamente. As restrições 2.35 e 2.36 impedem que a capacidade do veículo seja ultrapassada. As restrições 2.37 e 2.38 garantem que os clientes não sejam visitados fora de sua janela de tempo. As restrições ?? determinam o domínio das variáveis de decisão.

Em relação aos trabalhos desenvolvidos a respeito do PRVCESJT, encontram-se abordagens exatas e heurísticas para resolvê-lo. Angelelli e Mansini (2002) apresentaram uma abordagem exata para resolver o PRVCESJT com até 20 clientes por meio de estratégias Branch-and-Price e Branch-and-Bound. A fim de testar o método proposto,

foram utilizadas as instâncias propostas por [Solomon \(1987\)](#) para o PRVJT, acrescentando aos clientes uma demanda de coleta de produtos.

Já [Wang et al. \(2015\)](#) propuseram uma meta-heurística baseada no SA paralelo para o PRVCESJT que apresentou resultados melhores do que a meta-heurística baseada em algoritmos genéticos (AG) proposta por [Wang e Chen \(2012\)](#). [Wang et al. \(2015\)](#) resolveram um PRVCESJT com múltiplos objetivos, tendo metas econômicas, sociais e relacionadas à satisfação dos clientes. Para resolver o problema foi proposto uma meta-heurística de busca local multiobjetivo. [Shi et al. \(2018\)](#) aplicaram um PRVCESJT com tempos de viagem e atendimento estocásticos aplicado a um problema de assistência médica domiciliar por meio da meta-heurística SA. [Li et al. \(2019\)](#) resolveram o PRVCESJT para uma frota heterogênea de veículos elétricos por meio da meta-heurística de busca de vizinhança variável (VNS).

## 2.3 Métodos Heurísticos

Os métodos exatos, apesar de garantirem que a solução ótima seja encontrada, não o fazem em um tempo hábil para a tomada de decisão quando utilizado para resolver instâncias de grande porte. Sendo assim, é necessária a utilização de outras metodologias o que tornou crescente a utilização de métodos heurísticos para solucionar problemas com essa característica. Heurísticas são procedimentos computacionais que encontram boas soluções viáveis, mas não necessariamente ótimas, ou permitem concluir que tal solução não é possível ser obtida por não existir ([HILLIER; LIEBERMAN, 2013](#), p. 581). Apesar desses fatos, as heurísticas são amplamente utilizadas na PO para resolver problemas onde os modelos exatos não são capazes de resolver em um tempo adequado para a tomada de decisão.

De acordo com [Hillier e Lieberman \(2013\)](#), as heurísticas são algoritmos iterativos que, a cada iteração, buscam por uma solução melhor do que a solução anteriormente encontrada. Geralmente esses métodos surgem de ideias simples para se procurar boas soluções, como, por exemplo, a Heurística de [Clarke e Wright \(1964\)](#). Porém, as heurísticas costumam ser específicas para solucionar o problema a que se propõem, não possuindo a característica de fácil adaptabilidade a outros tipos de problemas.

Para sanar a lacuna de flexibilidade deixada pelas heurísticas, foram desenvolvidas as meta-heurísticas que, segundo [Hillier e Lieberman \(2013\)](#), são métodos de resolução que fornecem tanto uma estrutura quanto diretrizes de estratégia gerais para desenvolver um método heurístico específico, que se ajuste a um tipo de problema específico.

Os métodos meta-heurísticos, segundo [Glover e Kochenberger \(2006\)](#), são métodos de resolução “que orquestram uma interação entre procedimentos de melhoria local e estratégias de nível superior para criar um processo capaz de escapar das ótimas locais e

realizar uma pesquisa robusta de um espaço de solução”.

Como principais métodos meta-heurísticos têm-se: *Simulated Annealing* (SA), Busca Tabu (BT), *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), Algoritmos Genéticos (AG), *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Iterated Local Search* (ILS), sendo o último utilizado neste trabalho.

A meta-heurística ILS, em português Busca Local Iterativa, segundo [Lourenço, Martin e Stützle \(2019\)](#), é um método simples e genérico, podendo ser aplicado na resolução de diversos tipos de problemas como pousos de aeronaves ([SABAR; KENDALL, 2015](#)), preenchimento de mochilas ([AVCI; TOPALOGLU, 2017](#)), roteamento de veículos ([BRANDÃO, 2016; LI et al., 2015; SILVA; SUBRAMANIAN; OCHI, 2015](#)), dentre outros.

O ILS tem seu funcionamento baseado em um processo repetitivo de buscas locais que recebem como entrada uma solução perturbada derivada de uma solução ótima local. Trata-se de uma amostragem tendenciosa do conjunto de ótimo locais. Os principais elementos do ILS são a solução inicial, a busca local, a perturbação e um critério de aceitação. O procedimento começa com uma solução inicial, a qual pode ser gerada aleatoriamente ou por meio de heurísticas construtivas. Em seguida, é aplicada a essa solução inicial uma heurística de refinamento ou busca local, com o objetivo de alcançar um ótimo local. O passo seguinte é a perturbação da solução obtida pela heurística de refinamento, ou seja, é aplicado um movimento a essa solução gerando outra diferente. Por fim, é aplicada novamente uma heurística de refinamento a essa solução perturbada. As duas soluções obtidas pelas heurísticas de refinamento são comparadas com base em um critério de aceitação, sendo, então, eleita uma nova solução corrente. O processo de perturbação e refinamento se repetem até que um critério de parada previamente definido seja alcançado. O critério de parada pode ser o tempo de execução, número máximo de iterações, dentre outros ([LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2019; AVCI; TOPALOGLU, 2017](#)). O pseudocódigo genérico do ILS, adaptado de [Lourenço, Martin e Stützle \(2019\)](#), pode ser visto no procedimento apresentado no Algoritmo 1.

**Algoritmo 1:** *Iterated Local Search*

**Entrada:** Solução inicial ( $s^0$ )

**Saída:** Melhor solução encontrada ( $s^*$ )

1  $s^* \leftarrow$  busca local ( $s^0$ );

2 **enquanto** *Número de Iterações* < *Número máximo de iterações* **faça**

3      $s' \leftarrow$  Solução  $s^*$  perturbada;

4      $s'' \leftarrow$  Resultado da Busca Local em  $s'$ ;

5      $s^* \leftarrow$  Solução de menor custo entre  $s^*$  e  $s''$ ;

6 **fim**

7 **retorna**  $s^*$

Tendo em vista o procedimento descrito no Algoritmo 1, segundo [Lourenço, Martin e Stützle \(2019\)](#), algumas particularidades referentes aos elementos que compõe o ILS devem ser observadas:

- Solução inicial: a qualidade da solução inicial aumenta a velocidade em que o método encontra soluções de alta qualidade. Sendo assim, soluções obtidas por heurísticas construtivas apresentam vantagens em relação às geradas aleatoriamente, permitindo a obtenção de soluções de melhor qualidade, após o refinamento, em um período de tempo menor.
- Perturbação: a perturbação determina a amplitude do espaço de soluções a ser alcançado. Perturbações fortes dão ao ILS um comportamento semelhante ao reinício aleatório, enquanto perturbações fracas limitam o espaço de pesquisa, podendo ficar presa facilmente em ótimos locais recém-visitados. Também podem ser feitas perturbações adaptativas, onde a força da perturbação é modificada no decorrer da execução do método.
- Critério de Aceitação: as novas soluções obtidas pela busca local após a aplicação da perturbação podem ser aceitas se houver melhoria, onde há maior intensificação no espaço de busca, ou aceitas sempre, provocando maior diversificação.
- Busca Local: o método de refinamento pode ser genérico ou específico para o problema em questão, apresentando vantagens em relação a qualidade e tempo ao se utilizar métodos específicos.



## 3 *ITERATED LOCAL SEARCH* APLICADO AO PRVCESJTFH

Neste capítulo, inicialmente, são descritos o PRVCESJTFH e o modelo matemático utilizado. Em seguida, são apresentados os métodos e pseudocódigos utilizados no ILS para criação da solução inicial, de busca local e perturbação.

### 3.1 Descrição do Problema

O PRVCESJTFH consiste em uma variante do VRPSPDTW (WANG et al., 2015), o qual teve o modelo matemático representado por (25)-(38). A composição da frota é a principal diferença entre os problemas, sendo que ao contrário do PRV, o PRVCESJTFH permite a utilização de veículos heterogêneos, ou seja, com capacidades diferentes.

Em relação às atividades realizadas em cada visita aos clientes, tem-se três possíveis combinações: (1) apenas a entrega de produtos; (2) apenas a coleta de produtos; e (3) entrega e a coleta simultaneamente de produtos. É importante ressaltar que os produtos entregues são oriundos do depósito e os produtos coletados têm o depósito como destino. Em relação às características temporais, as visitas aos clientes devem ocorrer dentro de uma janela de tempo pré-determinada pelo cliente. Caso o veículo chegue ao cliente antes do horário de abertura da sua janela de tempo, o mesmo deve aguardar até sua abertura sem que haja nenhum tipo de penalização, conhecido na literatura como *soft time window*. Não é permitido chegar ao cliente após o fechamento de sua janela de tempo. O problema também leva em consideração o tempo despendido para realizar a(s) atividade(s) em cada cliente. A esse tempo é dado o nome de tempo de serviço. Outro tempo considerado é o de deslocamento entre um cliente e outro, sendo este considerado igual a distância, ou seja, a cada unidade de distância percorrida é gasto uma unidade de tempo para percorrê-la.

#### 3.1.1 O Modelo Matemático

O modelo matemático utilizado nesse trabalho foi adaptado do proposto por Wang et al. (2015) para o VRPSPDTW. Os conjuntos, parâmetros e as variáveis de decisão utilizados para descrever o problema são apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3, respectivamente.

Tabela 1 – Conjuntos

Conjuntos	Descrição
$V$	Conjunto de clientes
$V_0$	Conjunto de clientes $\cup$ Depósito
$K$	Conjunto de Veículos

Tabela 2 – Parâmetros

Parâmetros	Descrição
$D_j$	Demanda de entrega do cliente $j$
$P_j$	Demanda de coleta do cliente $j$
$Q_k$	Capacidade do Veículo $k$
$a_i$	Início da janela de tempo do clientes $i$
$b_i$	Fim da janela de tempo do clientes $i$
$ts_i$	Tempo de serviço do cliente $i$
$d_{ij}$	Distância entre os clientes $i$ e $j$
$t_{ij}$	Tempo de viagem entre os clientes $i$ e $j$
$M$	Constante de valor elevado

Tabela 3 – Variáveis

Variáveis	Tipo	Descrição
$x_{ij}^k$	Binário	1 quando o veículo $k$ viaja do cliente $i$ para $j$ , 0 caso contrário
$L_{0k}$	Inteiro	Carga do Veículo $k$ ao sair do depósito
$L_i$	Inteiro	Carga do Veículo $k$ após visitar o cliente $i$
$s_{ik}$	Inteiro	Horário de início do atendimento do cliente $i$ pelo veículo $k$

A seguir, são descritas a função objetivo e as restrições individualmente, com o intuito de destacar as alterações em relação ao modelo original.

$$\min \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V_0} \sum_{k \in K} d_{ij} x_{ij}^k \quad (3.1)$$

A função objetivo, descrita pela equação 3.1, é definida como a minimização das distâncias percorridas pelos veículos em suas rotas.

$$\sum_{i \in V_0} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in V \quad (3.2)$$

As restrições 3.2 garantem que cada cliente seja visitado por apenas um veículo.

$$\sum_{i \in V_0} x_{ih}^k = \sum_{j \in V_0} x_{hj}^k \quad \forall h \in V, \forall k \in K \quad (3.3)$$

As restrições 3.3 são relacionadas à continuidade da rota, certificando que o mesmo veículo que chegou ao cliente  $h$  deixe-o em seguida.

$$\sum_{j \in V_0} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j}^k = \sum_{i \in V} x_{i0}^k \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in V_0} x_{i0}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

As restrições 3.4, 3.5 e 3.6 garantem que cada veículo tenha sua origem no depósito, que após atender a um cliente ele parta para o próximo e, por fim, termine sua rota voltando ao depósito.

$$L_{0k} = \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V} D_j x_{ij}^k \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$L_{jk} \geq L_{0k} - D_j + P_j - M(1 - x_{0j}^k) \quad \forall j \in V, \forall k \in K \quad (3.8)$$

$$L_{jk} \geq L_{ik} - D_j + P_j - M(1 - \sum_{k \in K} x_{ij}^k) \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall i \neq j \quad (3.9)$$

As restrições 3.7 atribuem como carga inicial de cada veículo a quantidade de produtos que ele entregará em sua rota. As restrições 3.8 e 3.9 estão associadas à capacidade dos veículos após o primeiro cliente e a capacidade dos veículos após os demais clientes da rota, respectivamente.

$$L_{0k} \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (3.10)$$

$$L_{jk} \leq Q_k + M(1 - \sum_{i \in V_0} x_{ij}^k) \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall i \neq j \quad (3.11)$$

As restrições 3.10 e 3.11 garantem que a capacidade dos veículos não seja ultrapassada ao sair do depósito e ao visitar cada cliente, respectivamente.

$$s_{ik} + ts_i + t_{ij} - M \left( 1 - \sum_{k \in K} x_{ij}^k \right) \leq s_{jk} \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0 \quad (3.12)$$



$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0, \forall k \in K \quad (3.13)$$

As restrições 3.12 determinam que o horário de início do atendimento de um cliente deve ser maior ou igual ao tempo que o mesmo veículo iniciou o atendimento no cliente anterior acrescido do tempo de atendimento e do tempo gasto no deslocamento entre os clientes. As restrições 3.13 garantem que o início do atendimento ocorra dentro da janela de tempo de cada cliente.

$$x_{ij}^k \in 0, 1 \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V_0, \forall k \in K \quad (3.14)$$

$$L_{0k} \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.15)$$

$$L_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (3.16)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V_0, \forall k \in K \quad (3.17)$$

As restrições 3.14, 3.15, 3.16 e 3.17 definem o domínio das variáveis.

## 3.2 ITERATED LOCAL SEARCH

O método ILS proposto recebe como parâmetros de entrada a solução inicial  $s^0$  e utiliza os métodos *Random Variable Neighborhood Descent* (RVND) para busca local e o método Perturbação para a perturbação. Também é utilizado um método para calcular o custo da solução, o qual é responsável por aplicar as penalidades caso a solução não respeite a capacidade dos veículos ou a janela de tempo dos clientes.

A Figura 2 apresenta o pseudocódigo do ILS, que possui como parâmetro de entrada a solução inicial,  $s^0$ . O primeiro passo, conforme apresentado na linha 1, é a aplicação do método RVND à solução inicial  $s^0$ , gerando assim uma solução vizinha chamada de  $s^*$ . Em seguida, nas linhas 2, 3, 4 e 5, é aplicada uma estrutura de repetição que tem como parâmetro o número máximo de iteração sem melhora, e engloba os procedimentos de perturbação e busca local. Na linha 3, aplica-se a solução  $s^*$  o procedimento de Perturbação, obtendo a solução  $s'$  que, em seguida, é submetida ao RVND, linha 4, obtendo assim a solução  $s''$ . Na linha 5, a solução  $s^*$  é comparada com a solução  $s''$ , onde aquela que apresentar o menor valor da função objetivo é eleita a melhor solução e é atribuída à  $s^*$ .

Desta forma, a melhor solução sempre ficará salva em  $s^*$ , que ao final do procedimento é retornada pelo ILS.

**Algoritmo 2:** *Iterated Local Search***Entrada:** Solução inicial ( $s^0$ )**Saída:** Melhor solução encontrada ( $s^*$ )

```
1  $s^* \leftarrow \text{RVND}(s^0)$ ;  
2 enquanto Número de iterações sem melhora < max_iter faça  
3    $s' \leftarrow \text{Perturbação}(s^*, \text{nível\_máximo}, \text{nível\_inicial})$ ;  
4    $s'' \leftarrow \text{RVND}(s')$ ;  
5    $s^* \leftarrow \text{Solução de menor custo entre } s^* \text{ e } s''$ ;  
6 fim  
7 retorna  $s^*$ 
```

A função responsável pelo cálculo do custo é aplicada após cada procedimento em que a solução é alterada. Dois parâmetros de penalidade são definidos previamente, sendo uma aplicada quando a capacidade do veículo for ultrapassada e a outra quando a janela de tempo do cliente é ultrapassada, ou seja, o cliente é atendido após o fechamento da sua janela de tempo. As penalidades são consideradas iguais e de valor muito grande. O objetivo de adotarmos um valor muito grande para a penalidade é garantir que, uma vez encontrada uma solução viável, não sejam aceitas soluções inviáveis.

### 3.2.1 Solução Inicial

Foram utilizados dois métodos para a construção da solução inicial. O primeiro possui uma estratégia aleatória e o segundo uma estratégia gulosa. Entretanto, os métodos não garantem a construção de uma solução inicial viável, uma vez que consideram apenas a capacidade do veículo como critério para se inserir ou não clientes na rota. As demais restrições de janela de tempo foram relaxadas e penalizadas na função objetivo. Nas seções a seguir são detalhados os dois métodos.

#### 3.2.1.1 Método Aleatório

O método aleatório de geração de soluções iniciais desenvolvido constrói uma solução considerando apenas a capacidade dos veículos. Todas as rotas começam vazias e, os clientes, desde que não ultrapassem a capacidade do veículo, são escolhidos aleatoriamente e inseridos na rota. Esse procedimento se repete enquanto a capacidade do veículo for respeitada, passando para o próximo veículo quando não for mais possível inserir clientes na rota. O pseudocódigo deste procedimento é representado pelo algoritmo 3.

#### Algoritmo 3: Método Aleatório

**Entrada:** num\_clientes, num\_veiculos, cap\_veiculos, delivery, pickup

**Saída:** Solução Inicial ( $s^0$ )

```

1 candidatos ← lista de clientes candidatos;
2 veículos ← lista de veículos disponíveis;
3 para  $i \in \text{veículos}$  faça
4   para  $j \in \text{candidatos}$  faça
5     se máximo(delivery,pickup) de  $j \leq \text{capacidade disponível de } i$  então
6       candidatos_aptos ←  $j$ 
7     fim
8   fim
9   enquanto candidatos_aptos  $\neq \emptyset$  faça
10    rota ← cliente  $\in$  candidatos_aptos escolhido aleatoriamente;
11    Atualiza candidatos_aptos
12  fim
13 fim
14 retorna  $s^0$ 

```

#### 3.2.1.2 Método do Vizinho Mais Próximo

Conforme proposto por Solomon (1987), o método do Vizinho Mais Próximo (VMP) é uma heurística construtiva que insere clientes nas rotas com base em uma matriz de distâncias. As rotas começam vazias e, o primeiro cliente a ser inserido em cada uma, é aquele que possui a menor distância do depósito e não ultrapasse a capacidade do veículo.

O próximo cliente a ser inserido é o que possui a menor distância do último cliente inserido e não ultrapasse a capacidade do veículo. Esse processo se repete enquanto a capacidade do veículo for respeitada, passando para o próximo veículo quando não for mais possível inserir clientes na rota. O algoritmo 4 apresenta o pseudocódigo do método VMP.

**Algoritmo 4: Método VMP**

**Entrada:** num\_clientes, num\_veiculos, cap\_veiculos, delivery, pickup  
**Saída:** Solução Inicial ( $s^0$ )

```

1 não_vizitados ← lista de clientes não visitados;
2 veículos ← lista de veículos disponíveis;
3 pivô ← depósito;
4 para  $i \in$  veículos faça
5     para  $j \in$  candidatos faça
6         se máximo(delivery, pickup) de  $j \leq$  capacidade disponível de  $i$  então
7             vizinhos ←  $j$ ;
8         fim
9     fim
10 enquanto candidatos_aptos  $\neq \emptyset$  faça
11     rota ← cliente  $\in$  vizinhos com menor distância;
12     Atualiza vizinhos;
13     pivô ← último cliente inserido na rota;
14     fim
15      $s^0 \leftarrow$  rota;
16     pivô ← depósito;
17 fim
18 retorna  $s^0$ 

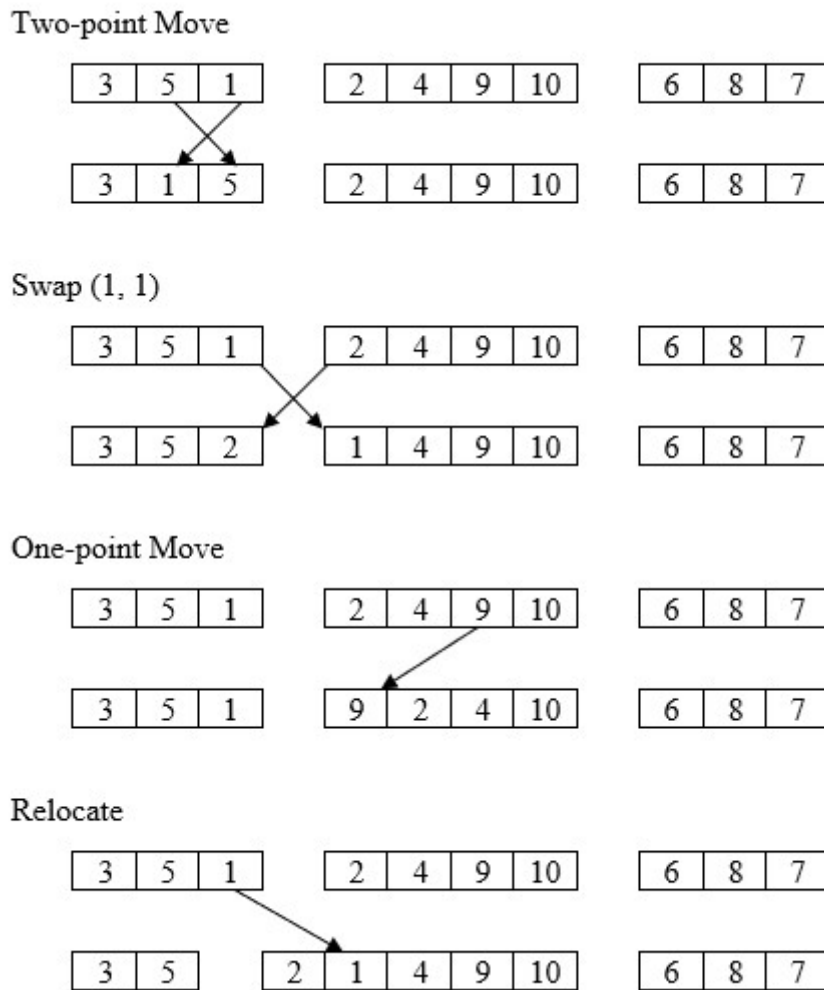
```

### 3.2.2 Busca Local

O método de busca local adotado, denominado *Random Variable Neighborhood Descent* (RVND), consiste em uma variação da heurística *Variable Neighborhood Descent* (VND). No RVND a ordem em que as estruturas de vizinhança são utilizadas é definida aleatoriamente em cada vez que a busca local é executada. Visando a diminuição do tempo despendido na busca local, adotou-se a estratégia de primeira melhora. Em outras palavras, a primeira solução encontrada com valor para a função objetivo melhor do que a da solução corrente é aceita e a busca é reiniciada a partir dela.

Para o RVND foram definidas quatro estruturas de vizinhança, nas quais são aplicados movimentos de troca e realocação, interna e externamente à rota. Os movimentos são ilustrados na Figura 3.

Figura 3 – Estruturas de Vizinhança



Fonte: Autoria Própria

- Two-point move: são trocados de posição dois clientes pertencentes a mesma rota (GROËR; GOLDEN; WASIL, 2010).
- Swap(1,1): um cliente de uma rota é trocado de posição com um outro cliente de outra rota (PENNA; SUBRAMANIAN; OCHI, 2013).
- One-point move: um cliente é retirado da sua posição e inserido em outra posição na mesma rota (GROËR; GOLDEN; WASIL, 2010).
- Relocate: um cliente é retirado da sua posição em uma rota e inserido em outra posição em outra rota (KYTÖJOKI et al., 2007).

A ordem das estruturas de vizinhança é definida a priori e armazenada no vetor chamado *ordem\_vizinhança*. Um parâmetro denominado *índice* indica em qual posição está a estrutura de vizinhança que será utilizada e, sempre que há uma melhoria na solução corrente, ela retorna para a primeira estrutura de vizinhança definida. O algoritmo 5 apresenta o pseudocódigo do RVND.

**Algoritmo 5:** RVND

**Entrada:** Solução ( $s$ ), Quantidade de estruturas de vizinhança ( $n$ )  
**Saída:** Solução Pós-Busca ( $s^*$ )

```

1 ordem_vizinhança ← Estruturas de vizinhança ordenadas aleatoriamente;
2 índice ← 1;
3 enquanto índice < n faça
4   | Seja  $s^0$  o primeiro vizinho melhor em  $ordem\_vizinhança_{(s)}^{índice}$ ;
5   | se  $f(s^0) < f(s)$  então
6   |   |  $s \leftarrow s^0$ ;
7   |   | índice ← 1;
8   | senão
9   |   | índice ← índice + 1;
10  | fim
11 fim
12 retorna  $s$ 

```

### 3.2.3 Perturbação

Como estratégia de perturbação foi adotada a combinação entre os movimentos de troca interna e externa. Primeiramente são sorteadas duas rotas, podendo ser a mesma rota ou rotas diferentes. Em seguida é sorteado um cliente em cada uma das rotas e, então, é feita a troca entre eles. Algumas situações particulares foram consideradas como, por exemplo, caso seja sorteada uma rota ainda vazia, ou seja, um veículo ainda não utilizado. Nesta situação não é realizado o movimento de troca e sim o de inserção. Caso as duas rotas estejam vazias, é realizado um novo sorteio até que pelo menos uma não esteja.

O número de vezes que esse movimento é realizado é determinado pelo parâmetro *nível*, que se inicia em dois, e, a cada iteração do método ILS sem melhora, é acrescida uma unidade. O limite superior é definido pelo parâmetro *num\_trocas\_max*, que corresponde a uma fração do número de clientes do problema. O algoritmo 6 apresenta o pseudocódigo

da Perturbação.

**Algoritmo 6:** Perturbação

**Entrada:** Solução ( $s$ ),  $num\_trocas\_max$ ,  $nível$

**Saída:** Solução Perturbada ( $s^p$ )

```
1 se  $nível \geq num\_trocas\_max$  então
2   |  $num\_trocas \leftarrow num\_trocas\_max$ ;
3 senão
4   |  $num\_trocas \leftarrow nível$ ;
5 fim
6 para  $i \in veículos$  faça
7   |  $rota\_1 \leftarrow$  sorteia aleatoriamente uma rota;
8   |  $rota\_2 \leftarrow$  sorteia aleatoriamente uma rota;
9   |  $cliente\_1 \leftarrow$  sorteia aleatoriamente um cliente pertencente a  $rota\_1$ ;
10  |  $cliente\_2 \leftarrow$  sorteia aleatoriamente um cliente pertencente a  $rota\_2$ ;
11  |  $s^p \leftarrow s$  com a troca de posições entre o  $cliente\_1$  e  $cliente\_2$ 
12 fim
13 retorna  $s^p$ 
```

## 4 Experimentos Computacionais

Nesse capítulo são apresentados os detalhes em relação aos experimentos e as análises dos resultados obtidos pela modelagem matemático do problema e pelo método heurístico proposto. Num primeiro momento é feita a análise por meio da estatística descritiva e em seguida são apresentados os resultados do Teste T de Student. Por fim, o ILS é utilizado para resolver uma instância real de uma empresa distribuidora de bebidas.

### 4.1 Instâncias

Nos experimentos, foram utilizadas instâncias criadas a partir daquelas utilizadas por Wang e Chen (2012), as quais são baseadas nas propostas por Solomon (1987) para o PRVJT. Para a criação das instâncias, utilizou-se a instância *rcdp201* como base. Segundo Wang e Chen (2012), a instância *rcdp201* é composta por uma combinação de clientes das instâncias tipo C (*clustered customers*) e tipo R (*randomly customers*). Os clientes das instâncias tipo C, ainda segundo os autores, são agrupados e as janelas de tempo foram geradas baseadas em uma solução já conhecida, enquanto os clientes das instâncias tipo R tiveram sua localização gerada aleatoriamente e de maneira uniforme em um quadrado.

Foram criadas 42 instâncias, com 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 clientes. Os clientes foram sorteados aleatoriamente a partir da instância base e a quantidade de veículos foi alterada de acordo com cada instância. Devido a instância base ser referente a um problema com frota homogênea, foi necessário alterar as capacidades dos veículos de modo a criar instâncias com frota heterogênea. Foram definidos 11 tipos de veículos com capacidade variando entre 30 e 300 unidades, sendo, 3 com capacidade menor do que 100 unidades, 5 com capacidade entre 100 e 200 unidades e 3 com capacidade maior do que 200 unidades. Em cada instância foram utilizados de 2 a 4 tipos de veículos diferentes e suas quantidades foram definidas aleatoriamente.

A instância base não considera a quantidade de itens a serem entregues e coletados para determinar a duração do tempo de serviço, assim, para uma abordagem mais realista, adotou-se o tempo de serviço para cada cliente segundo a equação 4.1.

$$ts_i = 10 + D_i + P_i \quad \forall i \in V \quad (4.1)$$

Na equação 4.1,  $V$  representa o conjunto dos clientes,  $D_i$  a demanda de entrega do cliente  $i$ ,  $P_i$  a demanda de coleta do cliente  $i$ ,  $ts_i$  o tempo de serviço e 10 é o valor de uma constante escolhida arbitrariamente.



## 4.2 Experimentos

Os experimentos computacionais foram divididos em duas partes. Na primeira parte, as instâncias foram resolvidas utilizando o modelo matemático escrito em AMPL (A Mathematical Programming Language), através do solver comercial CPLEX versão 12.2, tendo o tempo de execução limitado a 7200 segundos (2 horas). O computador utilizado possui um processador Intel(R) Core(TM) i7-2600, com clock de 3,4 GHz, memória RAM de 12,0 GB, utilizando o sistema operacional Windows 7 Professional.

Na segunda parte, as instâncias foram resolvidas pelo método meta-heurístico ILS apresentado no Capítulo 3. Para todos os experimentos foram adotados os seguintes parâmetros: *max\_iter* igual a 20 iterações e *num\_trocas\_max* igual a 20% do número de clientes da instância. Os valores dos parâmetros foram definidos após serem realizados testes com o pacote iRace da linguagem R, onde foram testados os valores 10, 20 e 30 para *max\_iter* e 10%, 20% e 30% para *num\_trocas\_max*. O algoritmo foi executado 30 vezes para cada instância utilizada em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-2600, com clock de 3,4 GHz, memória RAM de 12 GB, utilizando o sistema operacional Windows 7 Professional. Adotou-se o número de repetição igual a 30 por ser um valor estatisticamente significativo, uma vez que a meta-heurística possui procedimentos estocásticos.

Após a realização dos experimentos utilizando os dois métodos de solução inicial, foram feitos testes estatísticos para observar se havia alguma diferença significativa entre os resultados obtidos, uma vez que ambos os métodos não garantiam a criação de uma solução viável. Concluiu-se que, para o ILS proposto, os métodos de solução inicial não se diferem em relação a qualidade da solução final. Dessa forma, optou-se por utilizar o método VMP.

## 4.3 Apresentação e Análise dos Resultados

Os resultados obtidos pela primeira parte dos experimentos, referente a solução pelo modelo matemático, são o valor da função objetivo (custo), a solução encontrada, o tempo gasto. Foram resolvidas 42 instâncias, 30 retornaram soluções viáveis e 12 não encontraram uma solução viável no tempo determinado.

Dentre as soluções viáveis, 21 instâncias encontraram o resultado ótimo no período estipulado e os resultados são apresentados na Tabela ???. Nesta tabela a primeira coluna apresenta o nome da instância, a segunda e a terceira coluna são referentes às características da instância sendo número de cidades e número de veículos respectivamente, a quarta coluna apresenta o custo, a quinta coluna o tempo computacional gasto e a sexta coluna apresenta o *gap* relativo. O *gap* relativo é obtido através da relação entre o *gap* absoluto e

a melhor solução inteira encontrada dentro do tempo limite de execução.

Como pode ser observado na Tabela 4, em relação ao modelo matemático, a maior instância onde se encontrou o valor ótimo possui 45 clientes e 7 veículos, e, a maior instância onde se encontrou uma solução viável possui 60 clientes e 10 veículos.

Tabela 4 – Resultados das Instâncias a partir do Modelo Matemático.

Instância	Cidades	Veículos	Custo	Tempo (s)	$Gap_{Relativo}$ (%)
rc_10_3_a	10	3	373	1	-
rc_10_3_b	10	3	297	1	-
rc_10_3_c	10	3	290	1	-
rc_15_3_a	15	3	448	1	-
rc_15_3_b	15	3	370	2	-
rc_15_4_c	15	4	473	2	-
rc_20_4_a	20	4	570	18	-
rc_20_4_b	20	4	499	4	-
rc_20_4_c	20	4	561	16	-
rc_25_5_a	25	5	626	79	-
rc_25_5_b	25	5	664	32	-
rc_25_5_c	25	5	589	39	-
rc_30_5_a	30	5	731	39	-
rc_30_5_b	30	5	730	307	-
rc_30_5_c	30	5	690	125	-
rc_35_6_a	35	6	753	196	-
rc_35_6_b	35	6	740	208	-
rc_35_6_c	35	6	716	1235	-
rc_40_7_a	40	7	786	>7200	0,0689
rc_40_7_b	40	7	779	5938	-
rc_40_7_c	40	7	782	1029	-
rc_45_7_a	45	7	780	1120	-
rc_45_7_b	45	7	876	>7200	0,0645
rc_45_7_c	45	7	828	>7200	0,0319
rc_50_8_a	50	8	992	>7200	0,2472
rc_50_8_b	50	8	885	>7200	0,0289
rc_50_8_c	50	8	1011	>7200	0,1558
rc_60_10_a	60	10	1005	>7200	0,5457
rc_60_10_b	60	10	1174	>7200	0,5748
rc_60_10_c	60	10	1055	>7200	0,5739

Os resultados obtidos pela meta-heurística são apresentados na Tabela ??, onde tem-se o nome da instância, o custo mínimo obtido pelo modelo matemático, o custo mínimo obtido pelo ILS, ou seja, o menor valor encontrado entre as 30 rodadas do ILS, o gap em relação ao custo do modelo matemático, o valor médio das 30 rodadas obtidas pelo ILS para cada instância, o  $gap$  em relação ao custo médio, o desvio-padrão dos custos médios, a mediana, o tempo médio e o desvio-padrão.

Como pode ser observado na Tabela 5, o *gap* foi calculado em relação aos valores mínimo e médio encontrados pela meta-heurística nas 30 instâncias onde o modelo matemático obteve solução viável. Considerando o valor mínimo, em 56,66% das instâncias (17) o ILS encontrou a solução ótima obtida pela resolução do modelo matemático e em 3,33% das instâncias (1) os valores do modelo matemático e do ILS foram iguais, porém, não há garantias de que essa seja a solução ótima. Em 26,67% das instâncias (8) o ILS obteve um  $gap < 0$ , encontrando soluções melhores do que as geradas pelo modelo matemático dentro do tempo pré-estabelecido. Em 13,4% das instâncias (4) o ILS apresentou  $gap > 0$ , sendo o valor médio igual a 2,21% e o maior valor igual a 3,39%, para a instância rc\_20\_4\_A.

Em relação ao valor médio, todas instâncias apresentaram *gap*, sendo, em 13,34% das instâncias (4), negativos e, em 86,67% das instâncias (26), positivos. Dentre os *gap* positivos, apenas em 5 instâncias o seu valor foi maior do que 5% e seu valor máximo foi de 16,81% para a instância rc\_15\_3\_A. Ainda em relação ao custo médio, seu  $\sigma_{CM}$  apresentou média igual a 26,41.

A respeito do tempo computacional, a meta-heurística ILS gastou um tempo médio menor do que o utilizado pelo modelo matemático em 25 instâncias. O tempo médio para todas as instâncias não ultrapassou 7200 segundos, tempo limite para a execução do modelo matemático.

## 4.4 Análise Estatística dos Resultados

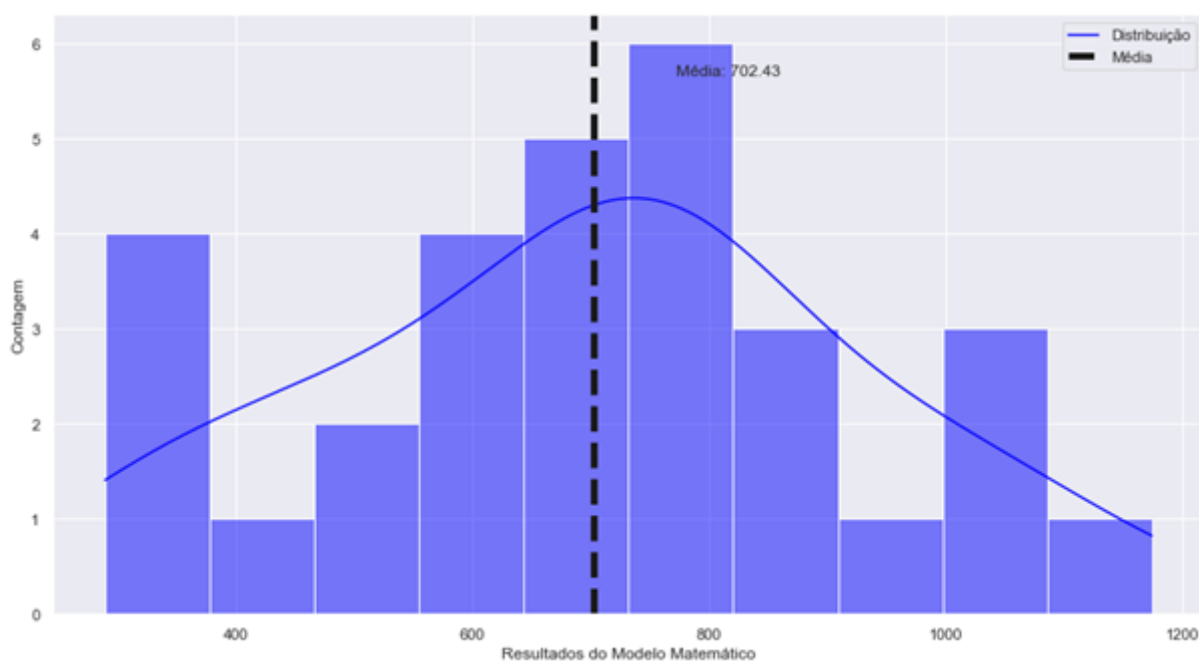
Os dados que foram utilizados para realização do teste t-*Student* são descritos por meio de histogramas representados nas Figuras 10 e 11. São dois conjuntos de dados, um proveniente dos custos obtidos pelo modelo matemático e o outro proveniente do custo obtido pelo ILS. Ambos os conjuntos possuem tamanho igual a 30 e possuem os dados referente às instâncias apresentadas na Tabela 4, ou seja, nas instâncias onde o modelo matemático foi capaz de encontrar uma solução viável dentro do limite de 2 horas.

Conforme apresentado na Figura 4, a média dos resultados obtidos pelo modelo matemático é igual a 702,43. O valor mínimo é de 290 e máximo de 1174 e 50% dos valores estão entre 563,25 e 817,5. A linha de distribuição nos mostra que os dados possuem uma distribuição semelhante à distribuição normal.

De forma análoga, a Figura 5 apresenta os resultados obtidos pelo ILS cuja média é igual a 687,10. Os valores máximos e mínimos são, respectivamente, 290 e 1043. Metade dos dados estão entre 568,25 e 819,0. A linha de distribuição nos mostra que os dados possuem uma distribuição semelhante à distribuição normal.

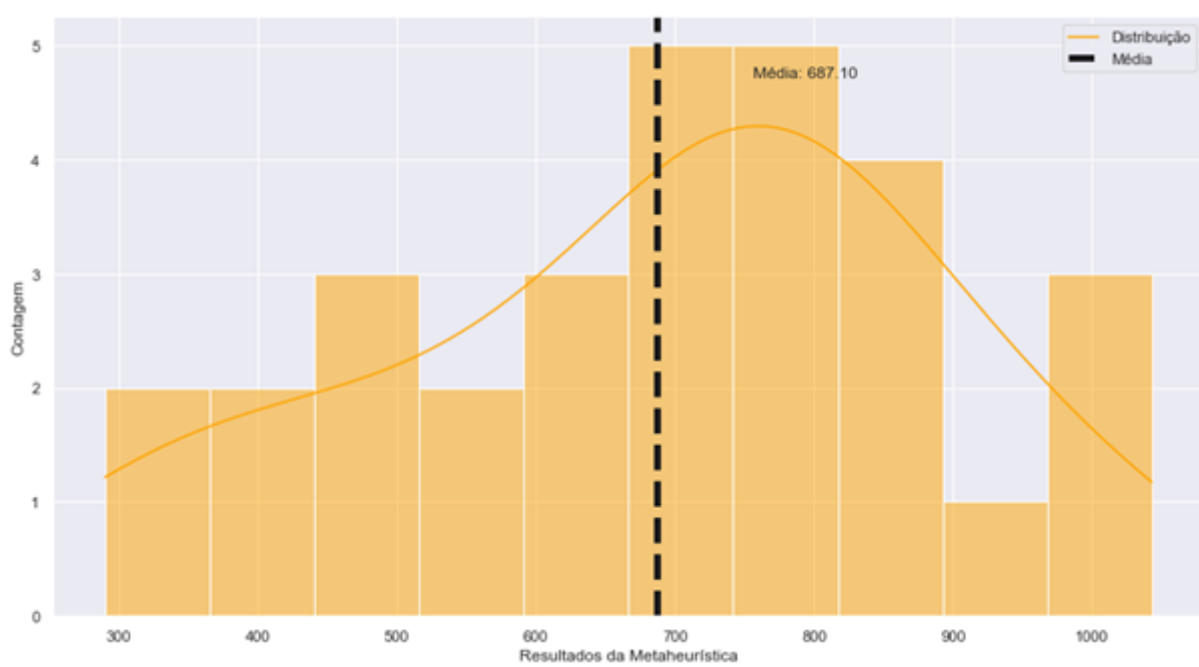
Com o objetivo de comparar os dois conjuntos de dados, na Figura 6 é apresentada a sobreposição das Figuras 10 e 11. É possível notar que os valores das médias das amostras

Figura 4 – Histograma dos Resultados a partir do Modelo Matemático



Fonte: Autoria Própria

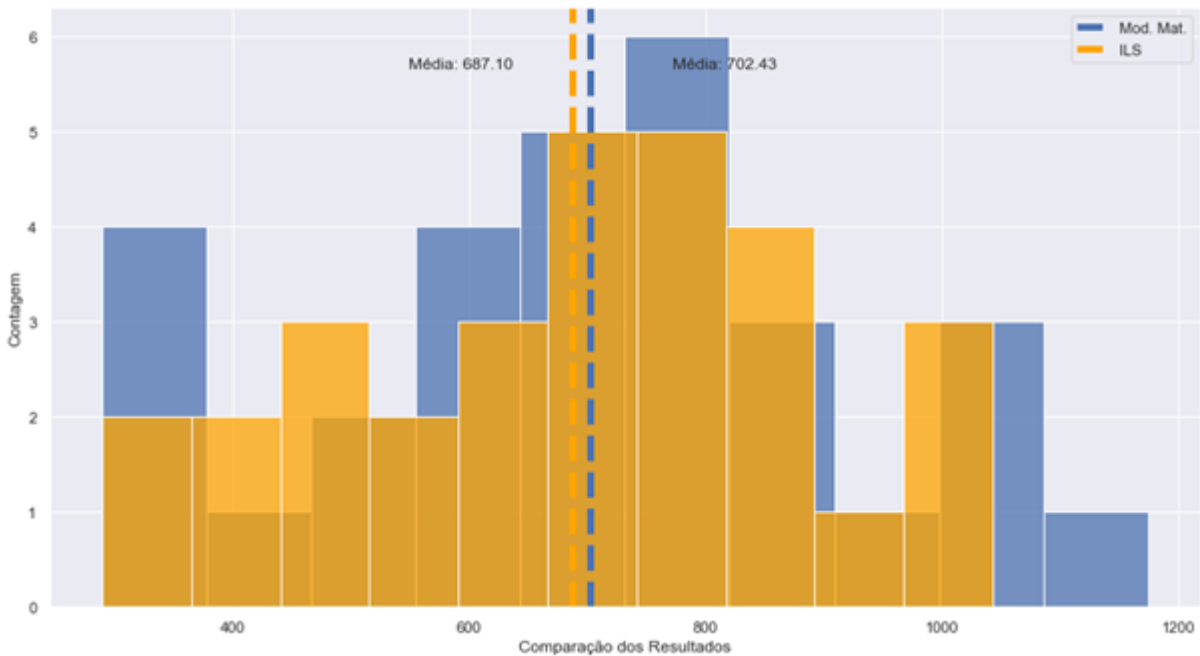
Figura 5 – Histograma dos Resultados a partir do ILS



Fonte: Autoria Própria

estão próximos, com uma diferença igual a 28,67 entre elas. É importante ressaltar que a maior média foi obtida pelas amostras proveniente do modelo matemático.

Figura 6 – Gráfico de Comparação dos Resultados



Fonte: Autoria Própria

Apesar de visualmente os gráficos apresentarem certa semelhança, optou-se por utilizar o teste estatístico *t-Student* para analisar a relação entre os conjuntos de valores (amostras). Segundo Barbetta et al. (2010), por meio de técnicas estatísticas é possível validar ou não determinada hipótese levantada a respeito de uma população. Essas técnicas são chamadas teste de hipótese ou teste de significância. Considerando que não se tem conhecimento sobre a população, apenas da amostra, o teste *t-Student* é considerado adequado para essa análise pretendida.

Para realização do teste *t-Student* é necessário definir as hipóteses nula e a alternativa,  $H_0$  e  $H_1$ , definir o nível de significância  $\alpha$  e o tamanho da amostra. O nível de significância representa a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula uma vez que ela é verdadeira. Para o valor de  $\alpha$ , tem-se 0,05 (5%) como o mais comum, sendo este o valor utilizado neste trabalho. O tamanho da amostra a ser considerado é o número de instâncias utilizadas nos testes computacionais para as quais foram obtidas soluções viáveis pelo modelo matemático, isto é, 30.

Seguindo a regra geral de decisão de um teste estatístico, caso o nível descritivo do teste seja maior do que o nível de significância adotado, a hipótese nula é aceita como verdadeira. Caso contrário, a hipótese nula é rejeitada, validando então a hipótese alternativa (BARBETTA et al, 2010, p. 205).

As hipóteses levantadas são:

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_0 : \mu_1 \neq \mu_2$

Sendo:

$\mu_1$  = média dos valores das soluções encontradas para as instâncias pelo modelo matemático

$\mu_2$  = média dos valores das soluções encontradas para as instâncias pelo ILS

O teste *t-Student* fornece uma estatística de teste que permite aceitar ou rejeitar  $H_0$ . A partir do valor dessa estatística de teste e de um critério de aceitação/rejeição, é possível concluir, com uma margem tolerada de erro definida a priori, qual das hipóteses aceitar. Na aplicação do teste *t-Student* é usual representar essa estatística de teste por *p-value*, assumindo um valor tolerável para erros, denominado nível  $\alpha$  de significância do teste. Compara-se, então, o *p-value* com essa tolerância, de tal modo que se:  $\alpha \geq \text{p-value} \rightarrow$  rejeita-se  $H_0$  (MONTGOMERY, 2017).

A biblioteca "ttest\_ind", na linguagem Python, foi utilizada para realizar o teste. Os dados de entrada foram o conjunto de valores das soluções obtidas pelo modelo matemático, o conjunto dos valores das soluções geradas pelo ILS, composto pelo valor mínimo obtido para cada instância, o valor de  $\alpha$ , definido como 0,05, e o tamanho da amostra, 30. Considerando os dados de entrada descritos, o teste retornou o *p-value* igual a 0,783, sendo maior do que o  $\alpha$ . Logo, falhou-se em rejeitar a hipótese nula, ou seja, não há indícios estatísticos que comprovem que os valores das soluções geradas pelo ILS são diferentes dos valores das soluções obtidas pelo modelo matemático.

## 4.5 Aplicando o ILS a uma Instância Real

A empresa utilizada como base para construção da instância real trata-se de uma distribuidora de bebidas que atua na região leste do estado de Minas Gerais, tendo sua matriz situada em Coronel Fabriciano. A empresa analisada é caracterizada como sociedade empresarial limitada e tem como principais atividades o comércio e distribuição de produtos em atacado. Conforme acordado, o nome da empresa será mantido em sigilo.

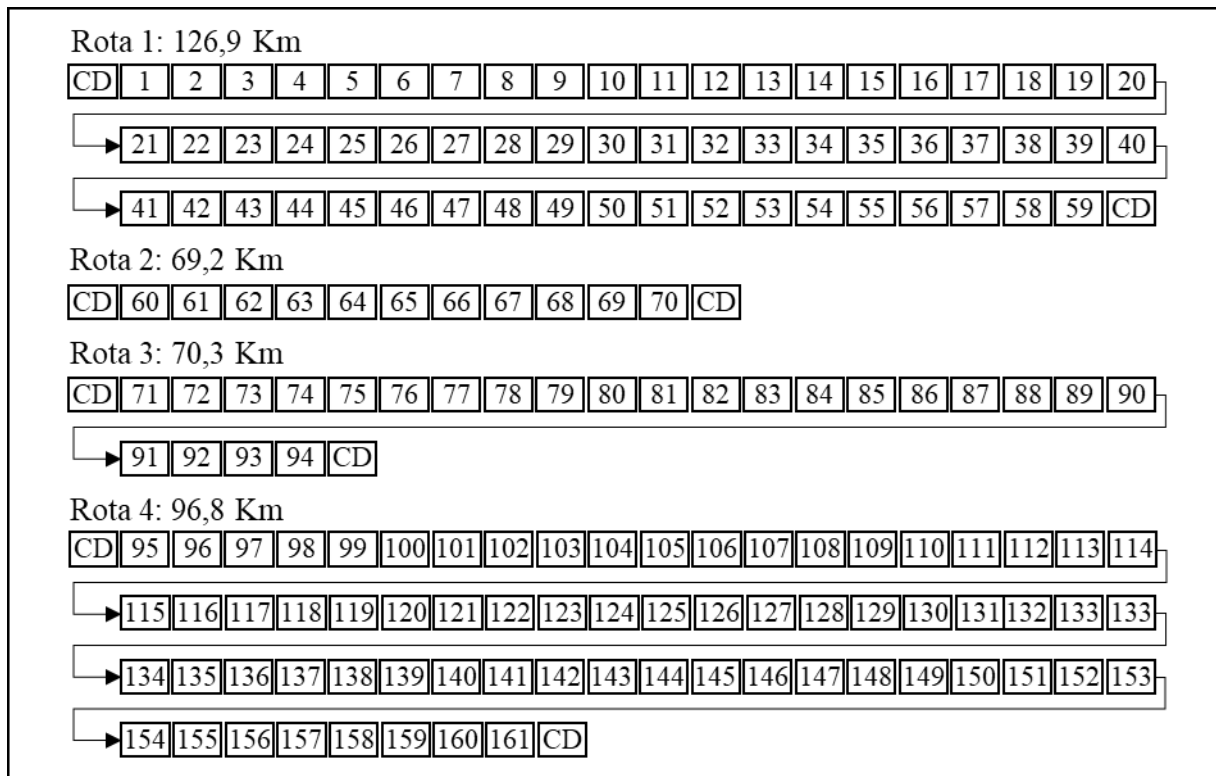
O setor logístico da empresa, responsável por administrar a atividade de distribuição dos produtos, resolve diariamente o problema de roteamento de veículos utilizando o software *PathFind*. De acordo com o gestor da empresa, o *PathFind* primeiramente agrupa os clientes de acordo com suas localidades e em seguida realiza o roteamento, de forma míope, considerando as distâncias entre os clientes.

Para a construção da instância real foram utilizados os dados fornecidos pela matriz, que é responsável por atender as três principais cidades do Vale do Aço. Os dados foram fornecidos pelo gerente responsável pela logística, em planilhas, contendo as demandas de um dia de trabalho. As informações necessárias para a criação da instância foram: número de clientes, seus endereços, demanda requisitada, início e fechamento da janela de tempo e tempo de atendimento. Em relação à empresa, as informações necessárias foram: número de veículos disponíveis, capacidade de cada veículo e abertura e fechamento da janela de tempo do centro de distribuição.

Considerando os dados fornecidos pela empresa, a instância foi criada com 161 clientes, situados nas cidades de Coronel Fabriciano, Ipatinga e Timóteo. À disposição da empresa estão 4 caminhões, sendo um com capacidade de 6820 unidades e três com capacidade de 9710 unidades. O centro de distribuição, ponto de origem dos caminhões, tem abertura de sua janela de tempo às 8 horas e, fechamento, às 18 horas. Os clientes possuem abertura da janela de tempo também às 8 horas e, fechamento, às 17 horas. Com base nos endereços fornecidos, gerou-se uma matriz de distâncias entre todos os clientes e entre os clientes e o centro de distribuição.

Devido à falta de acesso às quantidades coletadas pela empresa, uma vez que essa é sempre igual ou menor à quantidade entregue e, conseqüentemente, não interfere nas soluções geradas, caracterizou-se o problema descrito acima como um problema de roteamento de veículos com frota heterogênea e janela de tempo. A Figura 7 apresenta a solução obtida pelo *PathFind*, onde foram utilizados os quatro veículos disponíveis e o valor do somatório das distâncias das rotas foi igual a 363,2 Km.

Conforme apresentado na Figura 7, a solução encontrada pelo *PathFind* utilizou os quatro veículos disponíveis, sendo o primeiro percorrendo uma distância de 126,9 Km, o segundo 69,2 Km, o terceiro 70,3 Km e o quarto 96,8 Km. Em relação a ocupação dos veículos, temos 40,42%, 65,63%, 64,59% e 70,04% respectivamente.

Figura 7 – Resultado obtido pelo *PathFind*

Fonte: Autoria Própria

## Parâmetros para Aplicação do ILS

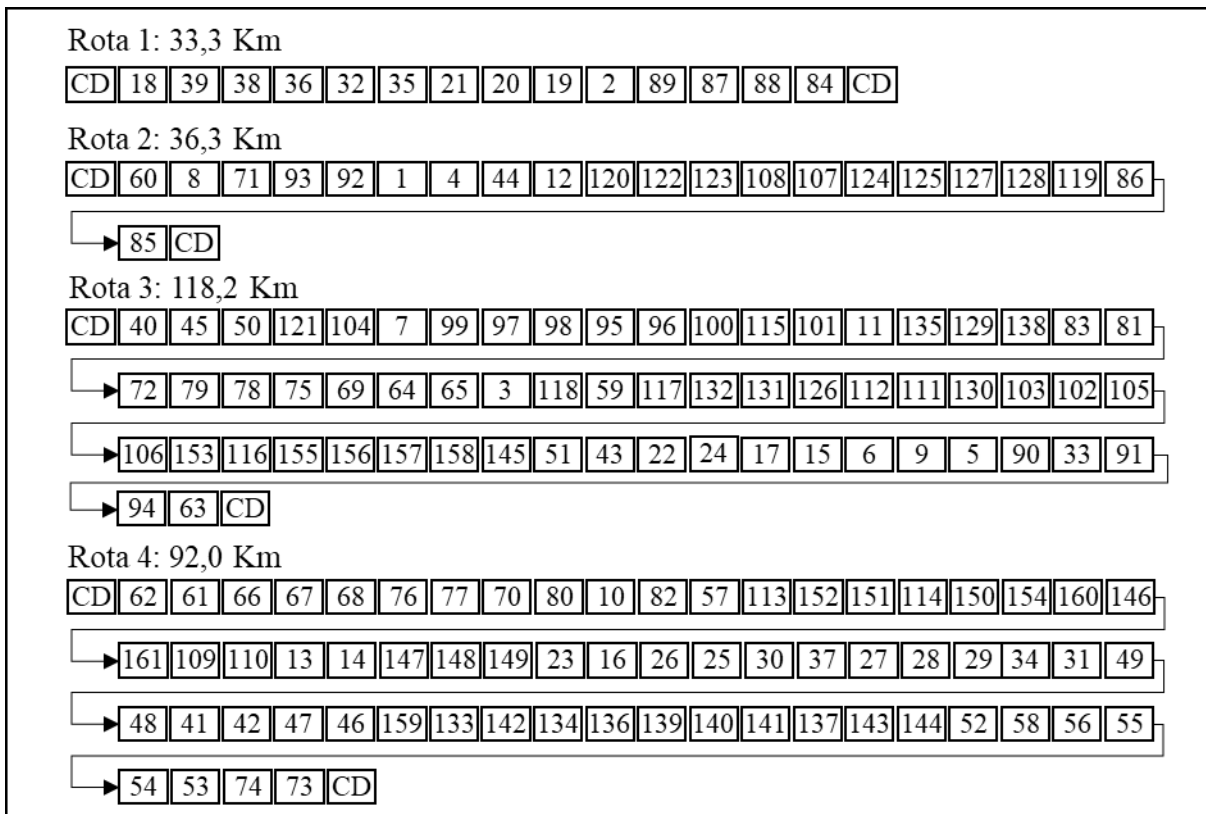
Na aplicação do ILS à instância real, observou-se a necessidade de alterar os valores dos parâmetros de entrada devido ao elevado tempo demandado para a execução do algoritmo. Utilizando-se os parâmetros `max_iter` igual a 20 e `taxa_pert` igual a 0,2 (20%), como nos testes computacionais, foram necessárias 24 horas e 46 minutos para que o ILS retornasse a solução. Devido a dinâmica da empresa, que realiza a venda no dia D e a entrega no dia D+1, o tempo demandado pelo ILS mostrou-se inviável.

Com o objetivo de diminuir o tempo de execução do ILS, foram testados, de forma empírica, algumas combinações para os parâmetros `max_iter` e `taxa_pert`. Dois fatores foram considerados para avaliar a combinação utilizada, o custo da solução e o tempo demandado. Utilizando-se `max_iter` igual a 3 e `taxa_pert` igual a 0,1 (10%), o valor encontrado para o somatório das distâncias das rotas foi igual a 279,8 Km. Essa solução foi gerada em, aproximadamente, 47 minutos e 10 segundos. A Figura 8 apresenta a solução obtida pelo ILS.

Conforme apresentado na Figura 14, a solução encontrada pelo ILS também utilizou os quatro veículos disponíveis, sendo o primeiro percorrendo uma distância de 33,3 Km, o segundo 36,3 Km, o terceiro 118,2 Km e o quarto 92,0 Km. Em relação a ocupação dos veículos, temos 32,85%, 29,79%, 99,35% e 78,44% respectivamente.



Figura 8 – Resultado obtido pelo ILS



Fonte: Autoria Própria

A solução encontrada pelo ILS representa uma redução de 22,97% na distância total percorrida pelos caminhões. Essa redução afeta diretamente nos custos de entrega referentes ao período analisado. Dessa forma, pode-se afirmar que o método ILS proposto é capaz de reduzir custos logísticos.

# 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

## Conclusões

O presente trabalho teve por objetivo o desenvolvimento de um método meta-heurístico para a resolução do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega e simultânea, janela de tempo e frota heterogênea (PRVCESJTFH). A priori, foi feita uma revisão da literatura referente a gestão da cadeia de suprimentos, logística e logística reversa. Foram levantadas as principais motivações para resolver o PRVCESJTFH e em seguida foi feita uma revisão da literatura a respeito do problema de roteamento de veículos, abordando suas principais variantes.

Este problema tem diversas aplicações práticas, como exemplo, na distribuição de produtos que possuem embalagens, de transporte ou do produto, reutilizáveis, como exemplo podemos citar o transporte de bebidas alcoólicas fermentadas como a cerveja, entregas de supermercados onde a embalagem de transporte é reutilizada. Outra aplicação é no transporte de produtos que são regulamentados por lei a sua correta destinação após o consumo, obrigando o retorno e correto descarte das embalagens como, por exemplo, os agrotóxicos. Centros de distribuições que atendem clientes mais exigentes, que exigem que o produto seja entregue dentro de um determinado período, também são exemplos de situações em que esse problema pode ser utilizado.

Foram utilizados, como método de solução para o problema, a modelagem matemática e a meta-heurística ILS. A resolução pelo modelo matemático garante a obtenção da solução ótima para instâncias pequenas, tornando inviável sua utilização quando o problema vai escalando. Por outro lado, o ILS proposto não garante a obtenção da solução ótima, porém, é possível encontrar soluções viáveis para instâncias maiores em um curto período.

Em relação a meta-heurística foram definidos como método de solução inicial o método do vizinho mais próximo, busca local como *Random Variable Neighborhood Descent* e a perturbação como uma estrutura de perturbação crescente. O RVND e a Perturbação apresentam 4 estruturas de vizinhança sendo: troca interna, troca externa, realocação interna e realocação externa. As estruturas de vizinhança, a busca local randômica e a perturbação crescente adotadas se mostraram eficientes em explorar o espaço de solução obtendo boas soluções. Os parâmetros adotados foram definidos utilizando o pacote *iRace*, o qual, por meio de testes, retorna a melhor configuração dos parâmetros de acordo com as instâncias testadas.

Os resultados e os tempos computacionais obtidos pela meta-heurística foram

tão bons ou melhores se comparados ao software comercial utilizado e ao horizonte de planejamento, que, como apresentado, é de um dia. A aplicação do ILS a uma instância real demonstrou a necessidade de calibrar previamente os parâmetros do algoritmo. A não adequação dos parâmetros às instâncias pode ocasionar, quando subestimados, um encerramento precoce do algoritmo e, conseqüentemente, uma solução de baixa qualidade. Quando superestimado, pode haver um excesso de processamento, demandando um tempo computacional grande o suficiente ao ponto de inviabilizar a utilização do método. Para mitigar esses efeitos, o pacote iRace é uma alternativa para definição dos parâmetros.

## Trabalhos Futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se uma análise dos parâmetros, definindo as melhores combinações de `max_iter` e `taxa_pert` para intervalos pré-estabelecidos da quantidade de clientes e de veículos. Para aprimorar o ILS, recomenda-se também a implementação de técnicas capazes de construir soluções iniciais melhores, já viáveis, como por exemplo a heurística das economias proposta por [Clarke e Wright \(1964\)](#). Também nesse sentido sugere-se acrescentar outras estruturas de vizinhança, aprimorando a busca local. Em relação às características do problema, sugere-se a adoção de demandas, distâncias e tempos estocásticos, além de assumir frota múltipla e ilimitada.

# Referências

- ANGELELLI, E.; MANSINI, R. The vehicle routing problem with time windows and simultaneous pick-up and delivery. In: *Quantitative approaches to distribution logistics and supply chain management*. [S.l.]: Springer, 2002. p. 249–267. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 20.
- AVCI, M.; TOPALOGLU, S. An adaptive local search algorithm for vehicle routing problem with simultaneous and mixed pickups and deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 83, p. 15–29, 2015. Citado na página 16.
- AVCI, M.; TOPALOGLU, S. A hybrid metaheuristic algorithm for heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 53, p. 160–171, 2016. Citado na página 16.
- AVCI, M.; TOPALOGLU, S. A multi-start iterated local search algorithm for the generalized quadratic multiple knapsack problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 83, p. 54–65, 2017. Citado na página 22.
- BALDACCI, R.; MINGOZZI, A.; ROBERTI, R. Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 218, n. 1, p. 1–6, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos-: Logística Empresarial*. [S.l.]: Bookman Editora, 2009. Citado 5 vezes nas páginas 5, 6, 7, 8 e 9.
- BOWERSOX, D. J. et al. *Gestão logística da cadeia de suprimentos*. [S.l.]: AMGH Editora, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 8.
- BRANDÃO, J. A deterministic iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Top*, Springer, v. 24, n. 2, p. 445–465, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 22.
- CATAY, B. A new saving-based ant algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Expert systems with applications*, Elsevier, v. 37, n. 10, p. 6809–6817, 2010. Citado na página 15.
- CHIANG, W. C.; CHENG, C. Y. Considering the performance bonus balance in the vehicle routing problem with soft time windows. *Procedia Manufacturing*, Elsevier, v. 11, p. 2156–2163, 2017. Citado na página 17.
- CHRISTOPHER, M. *Logística e gerenciamento da cadeia de suprimentos - tradução da 5 edição norte -americana*. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 5, 6 e 7.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, Informs, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964. Citado 3 vezes nas páginas 12, 21 e 46.

- COELHO, P. M. et al. Sustainability of reusable packaging—current situation and trends. *Resources, Conservation & Recycling: X*, Elsevier, v. 6, p. 100037, 2020. Citado na página 1.
- CORDEAU, J.-F. et al. A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, Springer, v. 53, n. 5, p. 512–522, 2002. Citado na página 3.
- CUERVO, D. P. et al. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 237, n. 2, p. 454–464, 2014. Citado na página 3.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management science, Inform*s, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. Citado na página 10.
- DETHLOFF, J. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *OR-Spektrum*, Springer, v. 23, n. 1, p. 79–96, 2001. Citado na página 2.
- EL-SHERBENY, N. A. Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University-Science*, Elsevier, v. 22, n. 3, p. 123–131, 2010. Citado na página 17.
- FUKASAWA, R. et al. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical programming*, Springer, v. 106, n. 3, p. 491–511, 2006. Citado na página 12.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and intractability*. [S.l.]: freeman San Francisco, 1979. v. 174. Citado na página 10.
- GLOVER, F. W.; KOCHENBERGER, G. A. *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 57. Citado na página 21.
- GOETSCHALCKX, M.; JACOBS-BLECHA, C. The vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 42, n. 1, p. 39–51, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- GOLDEN, B. et al. The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 49–66, 1984. Citado na página 12.
- GRANT, D. *Gestão de logística e cadeia de suprimentos*. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2017. Citado na página 6.
- GROËR, C.; GOLDEN, B.; WASIL, E. A library of local search heuristics for the vehicle routing problem. *Mathematical Programming Computation*, Springer, v. 2, n. 2, p. 79–101, 2010. Citado na página 32.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 21.
- JÜNGER, M.; REINELT, G.; RINALDI, G. The traveling salesman problem. *Handbooks in operations research and management science*, Elsevier, v. 7, p. 225–330, 1995. Citado na página 10.

KARP, R. M. Reducibility among combinatorial problems. In: *Complexity of computer computations*. [S.l.]: Springer, 1972. p. 85–103. Citado na página 10.

KYTÖJOKI, J. et al. An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 34, n. 9, p. 2743–2757, 2007. Citado na página 32.

LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992. Citado na página 11.

LARSON, P. D.; HALLDORSSON, A. Logistics versus supply chain management: an international survey. *International Journal of Logistics: Research and Applications*, Taylor & Francis, v. 7, n. 1, p. 17–31, 2004. Citado na página 6.

LEITE, L. de O.; JÚNIOR, A. d. C. G. Problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea: Um estudo de caso em uma indústria de alimentos localizada na região do vale do aço. *Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção*, v. 5, n. 7, p. 101–115, 2017. Citado na página 16.

LEITE, P. R. *Logística Reversa*. [S.l.]: Saraiva, 2017. Citado na página 9.

LI, F.; GOLDEN, B.; WASIL, E. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 34, n. 9, p. 2734–2742, 2007. Citado na página 13.

LI, J. et al. Iterated local search embedded adaptive neighborhood selection approach for the multi-depot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 42, n. 7, p. 3551–3561, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 22.

LI, L. et al. Heterogeneous fleet electric vehicle routing optimization for logistic distribution with time windows and simultaneous pick-up and delivery service. In: IEEE. *2019 16th International Conference on Service Systems and Service Management (ICSSSM)*. [S.l.], 2019. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 21.

LIU, S. A hybrid population heuristic for the heterogeneous vehicle routing problems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 54, p. 67–78, 2013. Citado na página 13.

LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated local search: Framework and applications. In: *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2019. p. 129–168. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

MAHMOUDI, M.; PARVIZIOMRAN, I. Reusable packaging in supply chains: A review of environmental and economic impacts, logistics system designs, and operations management. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 228, p. 107730, 2020. Citado na página 1.

MESTER, D.; BRÄYSY, O. Active-guided evolution strategies for large-scale capacitated vehicle routing problems. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 34, n. 10, p. 2964–2975, 2007. Citado na página 12.

MIN, H. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: General*, Elsevier, v. 23, n. 5, p. 377–386, 1989. Citado na página 14.

MONTANÉ, F. A. T.; GALVAO, R. D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 33, n. 3, p. 595–619, 2006. Citado na página 15.

MONTGOMERY, D. C. *Design and analysis of experiments*. [S.l.]: John wiley & sons, 2017. Citado na página 41.

MU, D. et al. Solving vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery using parallel simulated annealing algorithm. *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, Inderscience Publishers (IEL), v. 8, n. 1, p. 81–106, 2016. Citado na página 16.

NACCACHE, S.; CÔTÉ, J.-F.; COELHO, L. C. The multi-pickup and delivery problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 269, n. 1, p. 353–362, 2018. Citado na página 16.

NOVAES, A. *Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2016. Citado na página 7.

PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, Springer, v. 58, n. 2, p. 81–117, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.

PENNA, P. H. V.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 19, n. 2, p. 201–232, 2013. Citado na página 32.

PIRES, S. R. *Gestão da cadeia de suprimentos*. [S.l.]: Grupo Gen-Atlas, 2016. Citado na página 6.

SABAR, N. R.; KENDALL, G. An iterated local search with multiple perturbation operators and time varying perturbation strength for the aircraft landing problem. *Omega*, Elsevier, v. 56, p. 88–98, 2015. Citado na página 22.

SHARMA, S. et al. Analysis of barriers for reverse logistics: an indian perspective. *International Journal of Modeling and Optimization*, IACSIT Press, v. 1, n. 2, p. 101, 2011. Citado na página 9.

SHI, Y. et al. Modeling and solving simultaneous delivery and pick-up problem with stochastic travel and service times in home health care. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 102, p. 218–233, 2018. Citado na página 21.

SILVA, D. A. L. et al. Comparison of disposable and returnable packaging: a case study of reverse logistics in brazil. *Journal of Cleaner Production*, Elsevier, v. 47, p. 377–387, 2013. Citado na página 1.

SILVA, M. M.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 53, p. 234–249, 2015. Citado na página 22.

- SOLOMON, M. M. Algorithms for and scheduling problems the vehicle routing with time window constraints. *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987. Citado 4 vezes nas páginas 3, 21, 30 e 35.
- SONG, B. D.; KO, Y. D. A vehicle routing problem of both refrigerated-and general-type vehicles for perishable food products delivery. *Journal of food engineering*, Elsevier, v. 169, p. 61–71, 2016. Citado na página 13.
- SUBRAMANIAN, A. et al. A hybrid algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 221, n. 2, p. 285–295, 2012. Citado na página 13.
- SUN, W.; YU, Y.; WANG, J. Heterogeneous vehicle pickup and delivery problems: Formulation and exact solution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 125, p. 181–202, 2019. Citado na página 16.
- SZETO, W. Y.; WU, Y.; HO, S. C. An artificial bee colony algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 215, n. 1, p. 126–135, 2011. Citado na página 12.
- TAŞ, D.; JABALI, O.; WOENSEL, T. V. A vehicle routing problem with flexible time windows. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 52, p. 39–54, 2014. Citado na página 17.
- TOTH, P.; VIGO, D. The vehicle routing problem: Society for industrial and applied mathematics. *Siam Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, 2001. Citado na página 2.
- UNIÃO EUROPÉIA. Directiva 94/62/ec – relativa à embalagens e resíduos de embalagens, 20 de dezembro de 1994 relativa a embalagens e resíduos de embalagens. 1994. Disponível em: <<https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CONSLEG:1994L0062:20130228:PT:PDF>>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 9.
- VIEIRA, H. P. et al. Metaheurística para a solução de problemas de roteamento de veículos com janela de tempo. [sn], 2008. Citado na página 11.
- VITORINO, C. M. *Logística*. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2018. Citado na página 8.
- WANG, C. et al. A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time windows. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 83, p. 111–122, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 19, 21 e 25.
- WANG, H.-F.; CHEN, Y.-Y. A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window. *Computers & industrial engineering*, Elsevier, v. 62, n. 1, p. 84–95, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 35.
- WANG, J. et al. Multiobjective vehicle routing problems with simultaneous delivery and pickup and time windows: formulation, instances, and algorithms. *IEEE transactions on cybernetics*, IEEE, v. 46, n. 3, p. 582–594, 2015. Citado na página 21.
- WANG, S. et al. Optimization of vehicle routing problem with time windows for cold chain logistics based on carbon tax. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 5, p. 694, 2017. Citado na página 18.



YU, Y. et al. A branch-and-price algorithm for the heterogeneous fleet green vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 122, p. 511–527, 2019. Citado na página 18.

ZHANG, T.; CHAOVALITWONGSE, W. A.; ZHANG, Y. Integrated ant colony and tabu search approach for time dependent vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery. *Journal of Combinatorial Optimization*, Springer, v. 28, n. 1, p. 288–309, 2014. Citado na página 16.

# Apêndices



# APÊNDICE A – Resultados das Instâncias a partir da Meta-heurística

Tabela 5 - Resultados das Instâncias a partir da Meta-heurística

Instância	Custo M.M.	Custo ILS		Gap (%)		Custo ILS		Gap Médio		Custo ILS		Tempo (s)	$\sigma_{TM}$
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mélio	Mediana	Mélio	Mediana	Mélio	Máximo		
rc_10_3_A	373	373	0	431,47	13,55	100,14	373	0,56	0,15				
rc_10_3_B	297	297	0	300,23	1,08	6,66	297	0,63	0,24				
rc_10_3_C	290	290	0	293,4	1,16	12,94	290	0,5	0,13				
rc_15_3_A	448	448	0	538,5	16,81	55,8	541	3,54	1,33				
rc_15_3_B	370	370	0	370,47	0,13	2,56	370	2,39	0,41				
rc_15_4_C	473	473	0	477,53	0,95	4,17	480	2,5	0,61				
rc_20_4_A	570	590	3,39	631,83	9,79	29,04	627	10,42	3,25				
rc_20_4_B	499	499	0	501,93	0,58	5,11	500	8,31	2,78				
rc_20_4_C	561	561	0	567,53	1,15	8,19	561	9,66	2,94				
rc_25_5_A	626	626	0	651,7	3,94	15,3	648	26,5	8,53				
rc_25_5_B	664	664	0	683,5	2,85	17,33	688	19,53	5,05				
rc_25_5_C	589	608	3,13	631,33	6,71	21,11	628	25,53	10,24				
rc_30_5_A	731	731	0	761,8	4,04	22,62	767	56,6	21,64				
rc_30_5_B	730	730	0	744,1	1,89	11,29	743	54,04	18,95				
rc_30_5_C	690	690	0	693,3	0,48	6,96	691	51,5	11,84				
rc_35_6_A	753	753	0	795,83	5,38	21,33	791,5	96,76	28,45				
rc_35_6_B	740	740	0	765,77	3,36	18,48	766	89,02	38,49				
rc_35_6_C	716	721	0,69	751,1	4,67	17,79	746,5	93,62	30,05				
rc_40_7_A	786(*)	785	-0,13	812,83	3,3	22,69	806	167,42	70,94				
rc_40_7_B	779	792	1,64	814,3	4,34	16,05	808,5	148,19	56,47				
rc_40_7_C	782	782	0	794,33	1,55	11,98	790	156,37	57,57				

Continua na próxima página

Tabela 5 – Continuação

Instância	Custo M.M.	Custo ILS		Gap (%)		Custo ILS		Gap Médio (%)		Custo ILS		Tempo (s)		$\sigma_{TM}$
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mé- dio	Mediana	Mé- dio	Mediana	Mé- dio	Mediana	Mé- dio	Mediana	
rc_45_7_A	780	780	0	809	3,58	17,6	808	255,2	88,98					
rc_45_7_B	876(*)	865	-1,27	890,07	1,58	15,18	890	214,02	65,63					
rc_45_7_C	828(*)	828	0	865,9	4,38	21,9	865	252,63	94,7					
rc_50_8_A	992(*)	834	-18,94	887,9	-11,72	33,87	883,5	329,88	122,39					
rc_50_8_B	885(*)	883	-0,23	928,47	4,68	32,41	923	433,66	190,08					
rc_50_8_C	1011(*)	903	-11,96	949,5	-6,48	28,6	948,5	313,82	109,09					
rc_60_10_A	1005(*)	982	-2,34	1018,47	1,32	17,57	1016,5	721,58	250,6					
rc_60_10_B	1174(*)	1043	-12,56	1079,17	-8,79	22,88	1081	764,59	166,69					
rc_60_10_C	1055(*)	972	-8,54	1004,8	-5	16,19	1004	747,3	190,85					
rc_70_12_A	-	1214	-	1276,03	-	29,7	1279	1162,74	368,23					
rc_70_12_B	-	1121	-	1175,3	-	32,01	1176	1340,21	437,38					
rc_70_12_C	-	1145	-	1198,3	-	32,67	1194	1204,84	332,51					
rc_80_15_A	-	1280	-	1326,53	-	33,56	1320	2145,87	625,42					
rc_80_15_B	-	1277	-	1359,27	-	34,09	1360	2129,2	591,16					
rc_80_15_C	-	1296	-	1356,2	-	33,97	1358,5	2119,35	853,8					
rc_90_15_A	-	1403	-	1495,47	-	44	1493	3572,65	1168,55					
rc_90_15_B	-	1421	-	1507,8	-	48,09	1499	3281,86	950,83					
rc_90_15_C	-	1459	-	1534,67	-	43,9	1531	3381,35	1230,93					
rc_100_20_A	-	1582	-	1655,5	-	37,72	1646,5	4722,69	1224,12					
rc_100_20_B	-	1478	-	1578,07	-	55,49	1577	5780,85	1658,02					
rc_100_20_C	-	1489	-	1582,4	-	50,34	1577	5508,17	1739,39					

Fim da tabela