

**Resgatando elementos da *Paidéia* grega
com o uso da música em aulas de
matemática**

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o
uso da música em aulas de matemática



Renato Alves de Carvalho

Dilhermando Ferreira Campos

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o uso da música em aulas de matemática

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C331r Carvalho, Renato Alves de .
Resgatando elementos da Paideia grega com o uso da música em aulas de matemática. [manuscrito] / Renato Alves de Carvalho. - 2020. 49 f.

Orientador: Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos.
Produção Científica (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Matemática. 2. Música. 3. Matemática - Estudo e ensino. I. Campos, Dilhermando Ferreira. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 51:78

Bibliotecário(a) Responsável: Celina Brasil Luiz - CRB6-1589

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o
uso da música em aulas de matemática



EDITORA UFOP

Ouro Preto | 2020

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o
uso da música em aulas de matemática



© 2020

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Educação Matemática
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

Reitora da UFOP | Profa. Dra. Cláudia Aparecida Marlière de Lima
Vice-Reitor | Prof. Dr. Hermínio Arias Nalini Júnior

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLOGIAS

Diretor Prof. André Talvani Pedrosa da Silva
Vice-Diretor | Prof. Rodrigo Fernando Bianchi

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação | Profa. Dra. Renata Guerra de Sá Cota
Pró-Reitor Adjunto de Pesquisa e Pós-Graduação | Prof. Dr. Thiago Cazati



Coordenação | Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

MEMBROS

Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira
Prof. Dr. André Augusto Deodato
Profa. Dra. Célia Maria Fernandes Nunes
Prof. Dr. Daniel Clark Orey
Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos
Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti
Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis
Prof. Dr. Jorge Luís Costa
Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana
Profa. Dra. Marli Regina dos Santos
Prof. Dr. Milton Rosa
Prof. Dr. Plínio Cavalcanti Moreira

Expediente Técnico

Organização | Renato Alves de Carvalho

Pesquisa e Redação | Renato Alves de Carvalho

Revisão | Renato Alves de Carvalho

Projeto Gráfico | Editora UFOP

Fotos | Renato Alves de Carvalho

Ilustração | Renato Alves de Carvalho

Sumário

APRESENTAÇÃO	6
1.1 A educação na Grécia Antiga	10
1.2 Pitágoras, Arquitas e a descoberta das relações entre a matemática e a música	16
2 AS ATIVIDADES	24
2.1 Atividade 1: Percepção musical	25
2.2 Atividade 2: O ritmo do mundo	30
2.3 Atividade 3: Construção da marimba com garrafas	33
2.4 Atividade 4: Proporções na corda do violão	38
2.5 Atividade 5: Construção do monocórdio	39
2.6 Atividade 6: A escala temperada	42
REFERÊNCIAS	46

APRESENTAÇÃO

Queridos(as) Professores(as),

Apresento aqui uma proposta para se trabalhar matemática e música em sala de aula, usando a perspectiva da educação clássica, a partir de uma sequência de atividades em que serão trabalhados os conceitos de número racional, de razões e proporções. Essa relação entre matemática e música não só guarda grande potencial pedagógico como também é algo que marcou todo o meu percurso de vida e trajetória profissional.

Aos oito anos de idade, eu e meus amigos começamos a estudar Música no curso livre de flauta doce da Fundação de Arte de Ouro Preto (FAOP). No final do primeiro ano, somente eu renovei a matrícula. Concluí o curso de iniciação musical em três anos e, em seguida, ingressei na Sociedade Musical Bom Jesus de Matozinhos para aprofundar os estudos sobre teoria musical e aprender clarinete. Infelizmente, permaneci por pouco tempo, pois tive que me mudar e fiquei impossibilitado de continuar assistindo às aulas, que aconteciam no período da noite.

No início dos anos 90, pouco antes de entrar no ensino médio, participei de uma banda de rock na qual eu era o tecladista. A paixão pelos palcos foi tão grande que o meu maior desejo na época era abandonar os estudos e tentar a carreira profissional como músico. No ano seguinte, já na Escola Técnica, estudando Informática Industrial, dedicava-me muito mais aos shows e ensaios do que aos compromissos escolares, fazendo com que eu abandonasse esse curso. Desliguei-me da Escola Técnica para ingressar no curso Normal. O contato com disciplinas de cunho educacional – como Didática, Filosofia, Psicologia e Sociologia – despertou em mim o interesse pela docência.

Durante os três anos no ensino médio, fui monitor de Matemática para alunos das séries finais do ensino fundamental. Uma disciplina que eu sempre gostei na escola, mas só dei maior atenção no ensino médio. Após a formatura, ao invés de abandonar os estudos, como tinha me

programado anteriormente, fui convencido pelos meus familiares a ingressar no ensino superior. Como tinha interesse em lecionar, ingressei no ensino superior pela primeira vez em 1997, no curso de Letras da Universidade Federal de Ouro Preto, e, em meados desse ano, dei aulas de Português e de Literatura em uma escola municipal localizada no distrito de Mariana.

Um ano depois, entrei no curso de Engenharia Metalúrgica. Estudei por, aproximadamente, dois anos, mas não me dedicava o suficiente às atividades acadêmicas. Nessa época, ainda dividia meu tempo entre os shows e os estudos e, dois anos depois, mais uma vez, mudei de curso. No início de 2001, ingressei, pela primeira vez, no curso de Matemática e foi nesse momento que surgiu a ideia de trabalhar a Música e a Matemática, mas com outro enfoque, diferente do que o presente trabalho aborda. Naquela época, tinha a ideia de produzir um CD com músicas que auxiliassem a aprendizagem de Matemática para alunos da educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental. Infelizmente, não consegui muito suporte no curso para a realização desse projeto.

Cursei dois anos e alguns meses e abandonei o curso de Matemática. Em 2006, desgostoso e desgastado pelas diversas tentativas na carreira musical, ingressei, pela segunda vez, no curso de Matemática. Logo no início, comecei a fazer parte do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisas em Educação Matemática (NIEPEM) como voluntário através do convite da professora Ana Cristina Ferreira, pessoa fundamental que me incentivou a pesquisar sobre a relação entre a matemática e a música através de oficinas para alunos e professores de escolas da região. Fiquei responsável por buscar contribuições que iriam enriquecer as atividades refletindo sobre o conteúdo teórico-musical. A partir dessas pesquisas, fui convidado por ela para participar de dois trabalhos de iniciação científica que foram financiados pelo PROBIC/FAPEMIG entre os anos de 2006 e 2008, que culminaram em diversas oficinas realizadas para alunos e professores da Educação Básica em várias escolas da região.

A partir dessa trajetória permeada pela matemática e pela música, propus uma pesquisa no Mestrado Profissional em Educação Matemática na Universidade Federal de Ouro Preto que culminou em uma pesquisa com propostas para abordar essa relação em sala de aula. Para isso, escolhi a história da matemática e da música como ferramentas pedagógicas e tentei formular

as atividades a partir da perspectiva do modelo educacional desenvolvido na Grécia Antiga denominado *Paidéia*.

Antes de apresentar as atividades, farei uma breve exposição do que significa essa perspectiva educacional dos gregos antigos e como ela orientou a formulação das tarefas propostas. É a noção de uma educação integral, que conecte os mais diversos campos em um único projeto de desenvolvimento humano que marca essa noção educativa clássica. O diferencial dessa proposta apresentada aqui está nesse fator que permitirá apresentarmos aos alunos diversos elementos presentes nessa perspectiva clássica, trabalhando os conceitos de número racional, razões e proporções com o uso da história da matemática e da música como ferramentas pedagógicas.

Além disso, apresentarei um breve esboço da história da música na Grécia Antiga, abordando as descobertas de Pitágoras e Arquitas em relação às proporções que formam a escala musical e que serão trabalhadas nas atividades para relacionar o conteúdo matemático, ao conteúdo histórico sob a perspectiva da educação clássica.

É importante ressaltar que o sucesso da realização da atividade dependerá dos objetivos do professor e da maneira como o conteúdo será trabalhado em sala de aula, pois os estudantes e as suas turmas possuem as suas próprias experiências e vivências, que devem ser consideradas no processo.

É necessário enfatizar que o(a)s professor (a)s e as pessoas interessadas nas propostas teórica e metodológica desenvolvidas neste estudo e que, também, estiverem interessado(a)s em aprofundar as temáticas abordadas neste produto educacional podem acessar a minha dissertação na página do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, por meio do link: <http://www.ppgedmat.ufop.br/index.php/producao/dissertacoes> ou podem entrar em contato comigo pelo endereço eletrônico: renato.ufop@yahoo.com.br para a obtenção de uma cópia deste documento.

Para finalizar, agradeço a todos (as) e desejo um bom trabalho no desenvolvimento de suas práticas docentes em suas escolas e nos caminhos que a Educação Matemática nos proporciona.

Um abraço,

Renato Alves de Carvalho

1 A PAIDÉIA GREGA E AS RELAÇÕES ENTRE A MATEMÁTICA E A MÚSICA

1.1 A educação na Grécia Antiga

A ideia de educação na Grécia Antiga passou por diversas reconstruções ao longo da história grega e se diferencia do conceito que temos hoje. Em seus primórdios, seu teor era revestido de conteúdos práticos, morais e éticos voltados para o convívio em sociedade e passados oralmente ao longo dos anos, sendo, paulatinamente, inseridos nas leis dos povos gregos. Nessa fase inicial, o sistema educacional não era concebido de forma elaborada e nem era bem definido. Nesse período, assim como ocorreu em outras civilizações, os ensinamentos eram passados dos mais velhos para os mais novos no ato da caça e na prática da agricultura, prevalecendo a transmissão de preceitos morais e éticos da comunidade. Com o passar do tempo, a sociedade grega foi, cada vez mais, se dividindo em classes, dando origem a uma aristocracia proprietária que se tornou a fonte de um novo processo educacional.

O sistema educacional elementar grego era dividido em duas partes: a *mousiké* e *gymnastiké*. A origem desse ideal de educação vem do período arcaico quando há uma mudança no conceito de *areté* e a formação do nobre passa a se dar pela ginástica, para o cultivo do corpo, e pela música, para o cultivo da alma.

A educação tinha ação particular e variava de acordo com a faixa etária. As crianças eram educadas mediante o poder aquisitivo da família, sem levar em consideração quanto tempo ela permaneceria estudando. Era primordial que tivessem contato com a *gymnastiké* e com a *mousiké* para, em seguida, partirem para a educação secundária. Ao chegar à adolescência, geralmente era dispensada a presença de um tutor e esperava-se que o indivíduo adquirisse conhecimentos baseados em sua história como cidadão. Além do conteúdo dessas duas áreas (*gymnastiké* e *mousiké*), o indivíduo deveria adquirir uma formação moral e prática, tornando-se um cidadão de boa índole, que visava ao desenvolvimento da *pólis*. Cada um desses cursos era lecionado por mestres diferentes. Os *kitharisthés* eram responsáveis por ensinar a *mousiké*,

e os *paidotribés* por ensinar a *gymnastiké*, cada um deles em um lugar próprio. Era comum, dentro do campo da *mousiké*, um professor responsável pelo ensino da escrita e da leitura chamado *grammastisté*. As aulas aconteciam mediante pagamento da família e em lugares públicos específicos chamados *gymnasia* (PATRICK, 1996).

Cabe ressaltar que o conceito de *mousiké* na educação clássica, envolvia mais do que para nós atualmente é o conceito de música. *Mousiké* entendida como tudo que envolve ritmo – como a dança, a atuação teatral, a gramática (o ritmo da palavra escrita), o canto (o ritmo das palavras cantadas), a retórica (o ritmo das palavras faladas) e a música, propriamente dita. A origem dessa valorização da música remetia aos primórdios da civilização grega, pois

[...] a presença da música na cultura grega já era importante desde os tempos de Homero (séc. VIII a. C), quando o estudo da lira e do canto faziam parte da educação aristocrática. A música era indispensável no acompanhamento do canto, da poesia e da dança (...) pois facilitava a memorização dos épicos, suscitava sentimentos e educava a percepção estética dos ouvintes (GRANJA, 2006, p. 22).

Uma das primeiras manifestações da valorização da música na educação se deu na cidade de Esparta. Para os espartanos, a educação musical e a ginástica eram algo extremamente importante para formação do homem. “A ginástica proporcionava a educação para o corpo, preparando os jovens para as artes da guerra. A música seria o conhecimento apropriado para ‘educar a alma’, ou seja, promover conhecimento e sabedoria ao cidadão” (GRANJA, 2006, p. 38).

Esparta fazia uso da ginástica nas competições esportivas e da música em manifestações populares para honrar seus deuses.

O século VI a.C. foi marcado por ser uma época em que os homens gregos desenvolveram diversos conceitos importantes de outras áreas do conhecimento, o que possibilitou que a música não fosse só praticada e executada em rituais e festas religiosas, mas estudada de forma a investigar sua estrutura de formação, como a produção de uma escala musical.

[...] foi no século VI a.C que vieram á luz os maravilhosos conceitos fundamentais do espírito grego. (...) Um momento decisivo daquela evolução é a nova concepção da estrutura da música. Só o conhecimento da essência da harmonia e do ritmo que dela brota já seria suficiente para garantir aos gregos a imortalidade na história da educação humana (JAEGER apud GRANJA, s.d, p. 142).

Segundo Carlos Granja, em seu livro *Musicalizando a escola: música, conhecimento e educação*, nesse momento histórico, surge o conceito de *mousiké* (GRANJA, 2006). Esse termo deriva da palavra *mousa*, que eram as filhas do deus Júpiter. As musas, segundo a tradição grega, eram entidades responsáveis por inspirar os homens nos campos das artes. Nesse conceito, estão englobados o ensino da dança, da filosofia, da poesia e da metafísica. Muito mais que trabalhar com o conceito de som, a *mousiké* envolvia, de forma geral, aquelas ciências que lidam com o ritmo.

Oscar João Abdounur, em seu livro *Matemática e Música: o pensamento analógico na construção de significados*, diz que, indiscutivelmente, foram os gregos que estabeleceram as bases para a cultura musical do Ocidente, abrangendo, também, a poesia e a dança (ABDOUNUR, 2003). Conforme Lia Tomás, em seu livro *Ouvindo o logos: música e filosofia*, dentro do ideal humanístico de formação dos gregos, a música tinha uma relação estreita com o *lógos*, pois ela pode ser entendida como um campo mais estrito que trabalha com manifestações artísticas e utilizam o som por meio da poesia, da dança, do teatro e do canto (TOMÁS, 2002).

Sob um ponto de vista mais amplo, o conceito de *lógos* pode estar relacionado com a ideia de harmonia que extrapola o sentido estritamente musical. Conforme Granja, a harmonia ainda agrega outros significados.

Outro aspecto da *mousiké* grega era a harmonia (...) significava algo como “ajustamento” ou “junção” e se referia ao encaixe de duas peças de madeira. Harmonia também era o que se aproximava e mantinha unidos os elementos contrários dos quais as coisas eram formadas ou ainda a relação das partes com o todo (GRANJA, 2006, p. 26).

O ritmo era o denominador comum das três artes, fundindo-as numa só. Foi dessa fusão que surgiu, por exemplo, a Lírica, que era um gênero poético, exibia como traço principal a

melodia. O nome desse gênero poético deriva de “lira”, que era um instrumento musical muito comum entre os gregos, o que nos dá outro exemplo da organicidade desses campos artísticos naquele contexto.

As mudanças sociais e econômicas ocorridas vão gerando, a partir do século V a.C., questionamentos acerca de uma educação baseada na *gymnastiké*, *mousiké* e gramática ser suficiente para formar um cidadão pleno. Nesse período, surge o conceito de *Paidéia*, que visa formar o homem intelectualmente, fisicamente e também como cidadão. Segundo Platão, “a essência de toda a verdadeira educação ou *Paidéia* é a que dá ao homem o desejo e a ânsia de se tornar um cidadão perfeito e o ensina a mandar e a obedecer, tendo a justiça como fundamento” (PLATÃO apud JAEGER, 1995, p. 147).

Originalmente, a palavra *Paidéia* tinha como significado “criação dos meninos” e estava vinculado à educação elementar de crianças dos sete aos catorze anos. Posteriormente, essa palavra ganhou vários significados. De acordo com Jaeger (1995), para entendermos os significados de *Paidéia*,

[n]ão se pode evitar o emprego de expressões modernas como civilização, tradição, literatura, ou educação; nenhuma delas coincidindo, porém, com o que os gregos entendiam por *Paidéia*. Cada um daqueles termos se limita a exprimir um aspecto daquele conceito global. Para abranger o campo total do conceito grego, teríamos de empregá-los todos de uma só vez (JAEGER, 1995, p. 01).

A mudança da educação arcaica para a *Paidéia* se deu, inicialmente, com os sofistas, que eram professores que circulavam pelo mundo helênico oferecendo seus serviços educacionais. Não eram pensadores especializados e nem participavam de seitas filosóficas. Estavam mais ligados em situações políticas e discussões morais.

Com o período de relativa paz e o rápido enriquecimento de Atenas após a vitória da guerra contra os persas, os sofistas enxergaram nessa cidade uma possibilidade de alojamento seguro. Lá encontrariam alunos de qualidade para quem ensinariam seus conhecimentos. Acreditavam que a política deveria ser ensinada através da persuasão e da retórica e que a

condição necessária para ser um bom cidadão, além de estudar oratória, era conhecer e argumentar sobre vários temas de cultura geral (PATRICK, 1996).

Os jovens da nova classe de cidadãos emergentes pagavam grandes quantias em dinheiro para ter aulas de retórica, cultura geral e política com os sofistas. Esse movimento fez com que a educação clássica grega passasse por várias modificações. Uma delas envolve o dueto *mousiké* e *gymnastiké*, que fez parte do sistema educacional grego elementar durante muitos anos. A educação sofista dava mais ênfase a assuntos relacionados ao intelecto, desvalorizando as atividades voltadas para a educação corporal do indivíduo, o que gerou diversas críticas de seus opositores. Outra crítica feita à escola sofista, especialmente por Sócrates, era o fato de receberem dinheiro para lecionar.

Basicamente, os sofistas trabalhavam com as obras de poetas antigos como Homero e Hesíodo. Diferentemente de Sócrates, que valorizava a dialética, os sofistas valorizavam a retórica.

O seu objectivo não era pois interpretar a poesia, por puro prazer, ou para descortinar as regras gramaticais que permitissem compreender a estrutura da linguagem. O que pretendiam era alcançar uma dicção correcta e uma pronúncia correcta da forma certa da palavra certa. Os grandes escritores do passado seriam os modelos a partir dos quais se teria que aprender (PFEIFFER, trad. POMBO, s.d).

Uma das maiores contribuições dos sofistas para o ensino escolar foi a valorização de uma tradição não mais oral e, sim, escrita. Foi o desejo de que as obras que eles ensinavam fossem transcritas com o objetivo de produzir livros, o que causou nova discussão com Sócrates, que era um defensor da tradição oral. Para Sócrates, a utilização do livro seria uma maneira de impedir o aprimoramento do conhecimento enquanto memória e de não valorizar a relação interpessoal entre o mestre e seu discípulo.

Dentro da educação grega arcaica, além da *gymnastiké* e da *mousiké*, o indivíduo deveria adquirir em sua vivência social uma formação moral e prática para tornar-se um cidadão integrado no desenvolvimento de sua *pólis*. Nesse outro momento da história grega, em Atenas, o que se buscava era adaptar o currículo a uma nova realidade política e social.

Todo esse processo teve impacto significativo na educação ocidental por muitos séculos. Na educação europeia medieval, por exemplo, os conteúdos foram ressignificados e voltados exclusivamente para a formação do intelecto, o que levou o currículo antigo a assumir a forma do que ficou conhecido como *Trivium*. Nessa primeira parte do processo educacional dos jovens medievais, o foco era promover a educação, inicialmente, pelo aprimoramento da linguagem e a relação desta com o pensamento. As disciplinas que lidavam com isso eram a Gramática, a Retórica e a Lógica. O objetivo principal era que o indivíduo tivesse a capacidade de organizar suas ideias, expô-las com clareza e defendê-las nos debates públicos. Já o ensino secundário grego, que, na Idade Média, ficou conhecido como *Quadrivium*, era composto pela Geometria, Astronomia, Aritmética e Música. Essas áreas eram relacionadas da seguinte maneira: a Geometria lidava com o estudo dos corpos em repouso, e a Astronomia, dos corpos em movimento. A Aritmética era o estudo dos números em repouso (teoria dos números), e a Música era o estudo dos números em movimento. O conjunto das disciplinas do *Trivium* e do *Quadrivium* era visto de forma interligada, porém cada uma com suas próprias especificidades. Além disso, a abordagem interdisciplinar da Música também tinha o papel de valorizar os sentimentos do homem em suas manifestações artísticas. Desse modo, o ensino de música, que passou a ser cada vez mais teórico, com o objetivo de mostrar a harmonia existente na natureza, foi se afastando do sentido de seu ensino dentro do campo da *mousiké*.

Voltando à Grécia Clássica, o sentido de educação foi se moldando cada vez mais ao que ficou conhecido posteriormente por platonismo. Para Platão, que foi o principal discípulo de Sócrates, existiam dois tipos de conhecimento, aquele ligado ao mundo sensível, e, outro, ao mundo inteligível. A Matemática e seu método dedutivo seria o elemento que permitiria a ligação entre esses dois mundos, pois lidavam e permitiam acessar verdades a respeito de entes abstratos do mundo inteligível que possuíam seus reflexos no mundo sensível. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática levaria o indivíduo a encontrar, através do raciocínio, verdades universais eternas e imutáveis.

Sua preocupação era formar o homem ideal inserido em um Estado ideal. Platão propõe que a matemática deva ser ensinada para as crianças, diferentemente do que acontecia até aquele

momento, com destaque para o processo de contagem e o conhecimento de alguns números inteiros e de frações, que auxiliassem na compreensão do sistema de medidas utilizado na Grécia Antiga. A matemática seria estudada somente no nível elementar, mas aqueles que despontassem como futuros governantes e filósofos continuariam a estudá-la de maneira mais abstrata, com foco especial em seu método hipotético-dedutivo (MIORIM, 1998).

1.2 Pitágoras, Arquitas e a descoberta das relações entre a matemática e a música

Segundo a tradição, por volta do século VI a.C., Pitágoras de Samos fundou sua escola filosófica que deu origem a uma corrente de pensamento que teve impacto nas mais diversas áreas. No campo da música, por meio de experiências que envolviam o comprimento de uma corda e o som produzido ao percuti-la, Pitágoras teria relacionado a matemática com a música através do tamanho da corda e da altura musical, com o objetivo de explicar a consonância. Pitágoras realizou expedições pelo Oriente e pelo Egito para aprofundar seus conhecimentos e foi influenciado pela cultura dessas regiões. Entusiasmado pela filosofia chinesa, adotou como lema da escola pitagórica a frase “Tudo é número e harmonia” (ABDOUNUR, 2003, p. 07).

Conta a lenda, que Pitágoras, ao passar próximo a uma ferraria, escutou sons de martelos (pesos diferentes), que batiam em pedaços de ferro, produzindo sons que, às vezes, se combinavam, outras, não. Para entender esse fenômeno, ele construiu o monocórdio, que é um instrumento que possui uma corda esticada, presa por dois cavaletes fixos em uma mesa ou madeira, contendo outro cavalete móvel, destinado a variar o tamanho da corda. Com isso, era possível estabelecer relações entre os sons (altura musical) e as frações do comprimento da corda. Esses estudos alavancaram o sentido educador do ensino da música, que deixou de ser apenas prático e passou a ser, também, teórico. É fato que a música já existia em celebrações religiosas ou em festas da nobreza e da classe popular. A novidade introduzida por Pitágoras foi a investigação para descobrir as leis gerais que regem a música por meio de métodos empíricos.

Pitágoras, inicialmente, descobriu que, pressionando $\frac{3}{4}$ da corda inteira, o som produzido era o correspondente a uma quarta ascendente do som emitido pela corda inteira. Ao

repetir esse processo, agora pressionando $\frac{2}{3}$ da corda, percebeu que o som emitido é uma quinta ascendente do som produzido pela corda inteira. Por fim, percebeu que pressionar metade da corda produzia o som de uma oitava ascendente ao som emitido pela corda inteira. Esses intervalos foram classificados como consonâncias perfeitas. As razões encontradas no experimento de Pitágoras foram classificadas pelos filósofos como *diapason*, *diapente* e *diatessaron* e eram responsáveis pela sustentação da música grega.

O diapason, o diapente e o diatessaron constituíam a base da música grega. Essas consonâncias estavam relacionadas a téttrade sagrada, um dos símbolos sagrados dos pitagóricos, constituído pelos quatro números inteiros mais simples: 1, 2, 3 e 4. Assim, a partir desses quatro números foi possível construir toda uma escala musical (...). Pitágoras havia realizado uma das descobertas mais significativas da civilização grega, considerada por muitos como o primeiro experimento científico da história (GRANJA, 2006, p. 32).

Podemos notar que, na obtenção das frações, Pitágoras encontrou, tanto no numerador quanto no denominador, números inteiros entre 1 e 4 para explicar as consonâncias. Segundo Abdounur, envolvido de grande misticismo e com grande influência da cultura oriental, o criador da irmandade pitagórica concluiu que o motivo de encontrar esses números (1, 2, 3 e 4) era o fato de eles gerarem a perfeição e governar todo o mundo. Naquela época, os números possuíam um significado diferente do que concebemos hoje, pois tinham sentido místico e estavam relacionados aos entes da natureza.

Os pitagóricos consideravam o número quatro – primeiro quadrado par – origem de todo o universo, todo o mundo material, representando a matéria em seus quatro elementos integradores: o fogo, o ar, a terra e a água. A importância do número quatro para os pitagóricos emerge ainda no cenário musical ao considerar o tetracorde – sistema de quatro sons, cujos extremos encontravam-se a um intervalo de quarta justa – como escala mais elementar e unidade fundamental da música grega (ABDOUNUR, 2003, p. 06-07).

Na tentativa de obter as notas musicais em um intervalo de oitava, Pitágoras tomou como início do intervalo o som produzido pela corda inteira, e como fim, o som produzido pela metade do comprimento da corda. Com isso, ele descobriu outras notas que faltavam para

formar a escala utilizando o ciclo das quintas e oitavas. Quando excedia esse intervalo, tanto inferiormente quanto superiormente, acrescentava ou diminuía intervalos de oitava para que não fugisse da oitava padrão. Dessa forma, obteve a escala diatônica de DÓ (dó-ré-mi-fá-sol-lá-si) (ABDOUNUR, 2003). Para exemplificar, tomemos como base o som produzido pela corda solta de comprimento unitário que vai corresponder à nota DÓ₁. Para encontrar as outras frações que correspondem às outras notas da escala musical, os pitagóricos, através do ciclo das quintas e oitavas, fizeram da seguinte maneira:

- A partir de DÓ₁ temos como quinta ascendente a nota SOL₁, obtida a partir de DÓ₁ temos como quinta ascendente a nota SOL₁, obtida multiplicando $1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

- A partir de SOL₁, temos como quinta ascendente a nota RÉ₂, obtida multiplicando a fração correspondente a essa nota por $\frac{2}{3}$, como segue: $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$. O resultado escapa da oitava padrão.

Conforme dito anteriormente, para retornar para oitava inicial, dividimos $\frac{4}{9}$ por $\frac{1}{2}$. Assim,

$\frac{4}{9} : \frac{1}{2} = \frac{8}{9}$, que corresponde à nota RÉ₁.

- A partir da nota RÉ₁, temos como quinta ascendente a nota LÁ₁, obtida multiplicando a fração correspondente a essa nota por $\frac{2}{3}$. Desse modo, $\frac{8}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{27}$.

- A partir da nota LÁ₁, temos como quinta ascendente a nota MI₂, obtida multiplicando a fração correspondente a essa nota por $\frac{2}{3}$. Assim, $\frac{16}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{81}$. Mais uma vez, o resultado escapa da

oitava padrão. Logo, retornando para oitava inicial, é necessário dividir $\frac{32}{81}$ por $\frac{1}{2}$, que tem

como resultado $\frac{64}{81}$, que corresponde à nota MI₁.

- A partir da nota MI_1 , temos como quinta ascendente a nota SI_1 , obtida multiplicando a fração correspondente a essa nota por $\frac{2}{3}$. Assim, $\frac{64}{81} \times \frac{2}{3} = \frac{128}{243}$.
- A nota $FÁ_1$ é a quarta ascendente de $DÓ_1$, logo sua fração correspondente no intervalo inicial é obtida multiplicando 1 por $\frac{3}{4}$, que é igual a $\frac{3}{4}$.
- A partir de $FÁ_1$, temos como quinta ascendente o $DÓ_2$, obtida multiplicando a fração correspondente a essa nota por $\frac{2}{3}$. Desse modo, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

Assim, conseguimos a seguinte tabela:

Tabela 1 - Frações de Pitágoras e a escala musical

Nome das notas/intervalo ¹	Frações encontradas por Pitágoras
DÓ₁ (primeira)	1
RÉ₁ (segunda)	$\frac{8}{9}$
MI₁ (terça)	$\frac{64}{81}$
FÁ₁ (quarta)	$\frac{3}{4}$
SOL₁ (quinta)	$\frac{2}{3}$
LÁ₁ (sexta)	$\frac{16}{27}$
SI₁ (sétima)	$\frac{128}{243}$
DÓ₂ (oitava)	$\frac{1}{2}$

¹ Vale comentar que, nessa tabela, não se leva em consideração se os intervalos são maiores, menores, justos e diminutos. Além disso, os nomes das notas foram utilizados para dar maior entendimento ao leitor, visto que, naquela época, as notas musicais não tinham esses nomes como conhecemos hoje.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com isso, “Pitágoras estava determinado a achar uma medida para percepção sonora” (GRANJA, 2006, p. 31). Essa foi uma das bases da música da época. A questão da afinação dos instrumentos baseados nesse método de Pitágoras variou de época para época e de lugar para lugar.

Essa teoria pitagórica deu um novo tratamento para a música, que foi considerada um dos ramos da matemática, juntamente com a aritmética, a geometria e a astronomia. Para Pitágoras, pelos seus estudos musicais e pela crença de que tudo é número, todo cosmo era organizado segundo a mesma harmonia (GRANJA, 2006).

Essa palavra, *harmonia*, deve ser entendida em um sentido mais amplo, pois extrapola o campo musical e era utilizada pelos gregos na poesia e na arquitetura, por exemplo. Na concepção pitagórica, esse conceito possui um caráter geométrico e proporcional. Um dos motivos dessa percepção foi o achado que eles fizeram na música quando, após a experiência com o monocórdio, perceberam que o comprimento de corda específico de uma lira pode emitir sons *agradáveis* (consonantes) ou não (dissonantes) ao ouvido, dependendo da combinação dessas frações de corda. Nesse caso, os números possuem um aspecto quantitativo, quando são usados para determinar os comprimentos que produzem uma dada nota musical, ao mesmo tempo em que possuem um caráter qualitativo, quando o resultado desse procedimento é classificado como agradável ou não ao ouvido.

Segundo consta, Pitágoras não queria que seus discípulos tivessem o primeiro contato com o estudo das relações entre matemática e música através dos cálculos matemáticos. Para ele, era mais importante que os pitagóricos vivenciassem experiências perceptivas que envolvessem a apreciação das consonâncias e, posteriormente, entendessem as relações matemáticas por trás dessas sensações.

[...] ele evitava que seus discípulos se envolvessem, logo de início, em teorias abstratas concernentes à matemática e à música, mas fazia, primeiro, com que aprendessem a apreciar sensações agradáveis, as belas cores e a beleza das formas e dos sons. Após demonstrar-lhes o poder da música no mundo material, explicou-lhes as razões matemáticas invisíveis dessas manifestações (GORMAN apud GRANJA, 2006, p. 30).

Pitágoras não foi o único que contribuiu para a relação matemática/música na Grécia Antiga. Vale comentar sobre Aristoxeno de Tarento (~350 a.C.), que era discípulo de Arquitas (430-360 a.C.), com quem tinha divergências quanto à teoria musical. Enquanto Arquitas dava ênfase em determinar matematicamente os intervalos, Aristoxeno privilegiava o som das notas e a utilização do método empírico. Arquitas teve contato com a escola pitagórica e, quando iniciou seus estudos sobre, escreveu o livro *Elementos de Harmonia*, que reforçava sua ideia de estudar a música como um método empírico/demonstrativo (ABDOUNUR, 2003).

Assim como Pitágoras, Arquitas foi um dos indivíduos que mais influenciou nos trabalhos posteriores que relacionavam matemática e música. Teve grande destaque no desenvolvimento teórico da música e acreditava que ela era importante na formação do indivíduo, colocando-a em posição mais privilegiada que a literatura para os mais jovens. A maior parte de sua obra versa sobre proporções e intervalos musicais. Alguns historiadores acreditam que ele mudou o nome de média subcontrária para média harmônica. Dizia que o ouvido diante de uma consonância, com duas ou mais notas tocadas simultaneamente, escutaria somente uma nota, ou seja, um prenúncio na época da ideia de harmônicos do som (ABDOUNUR, 2003).

Com o propósito de tornar mais simples a afinação da lira, Arquitas construiu a escala musical com sete notas utilizando apenas conceitos de médias aritméticas e médias harmônicas, diferentemente de Pitágoras, que utilizava o percurso das quintas. Com isso, obteve frações bem mais simples que as de Pitágoras. Arquitas utilizou, inicialmente, as primeiras razões encontradas por Pitágoras. Supondo o inteiro 1 correspondente à corda solta, em analogia com a escala musical, esta será a nota $DÓ_1$, primeira nota da escala, e a fração $\frac{1}{2}$ à nota $DÓ_2$, oitava nota da escala, porém, mais aguda que $DÓ_1$. Então, temos um intervalo de oitava, que tem como extremos $DÓ_1$ e $DÓ_2$. Para encontrar as outras frações que correspondem às outras notas da escala musical Arquitas fez da seguinte maneira:

- A quarta nota na escala (nota FÁ) foi calculada através da média aritmética entre os extremos do intervalo de oitava.

$$FÁ = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

- A quinta nota da escala (nota SOL) foi determinada através da média harmônica entre os extremos do intervalo de oitava.

$$SOL = \frac{2}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

- A terceira nota da escala (nota MI) foi calculada através da média harmônica entre a fração correspondente da nota DÓ₁ e da nota SOL.

$$MI = \frac{2}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{4}{5}$$

- A segunda nota da escala musical (nota RÉ) foi determinada através da média harmônica entre a fração correspondente da nota DÓ₁ e da nota MI.

$$RÉ = \frac{2}{1 + \frac{5}{4}} = \frac{8}{9}$$

- A sexta nota da escala musical (nota LÁ) foi calculada através da média harmônica entre a fração correspondente da nota FÁ e da nota DÓ₂.

$$LÁ = \frac{2}{\frac{4}{3} + 2} = \frac{3}{5}$$

- A sétima nota da escala musical (nota SI) foi determinada através da média harmônica entre a fração correspondente da nota SOL e da nota RÉ₂.

$$SI = \frac{2}{\frac{3}{2} + \frac{9}{4}} = \frac{8}{15}$$

Conforme a tabela abaixo, podemos perceber que as frações encontradas por Arquitas são mais simples que aquelas encontradas por Pitágoras.

Tabela 2 - Frações de Pitágoras e de Arquitas

Nome das notas/intervalo	Frações encontradas por Pitágoras	Frações encontradas por Arquitas
DÓ₁ (primeira)	1	1
RÉ (segunda)	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$
MI (terça)	$\frac{64}{81}$	$\frac{4}{5}$
FÁ (quarta)	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
SOL (quinta)	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
LÁ (sexta)	$\frac{16}{27}$	$\frac{3}{5}$
SI (sétima)	$\frac{128}{243}$	$\frac{8}{15}$
DÓ₂ (oitava)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

2 AS ATIVIDADES

Como apresentado anteriormente, o elemento fundamental da educação grega é a noção de ritmo expressa no conceito de *mousiké*. O mundo estaria em um estado de permanente mudança, mas esta não se daria de forma caótica ou aleatória e, sim, por padrões rítmicos que podem ser traduzidos em uma ordem matematicamente apreensível. Por esse motivo, o estudo da música e da matemática tinha tanto relevo na formação dos cidadãos gregos. A *mousiké* é o que torna possível a compreensão da realidade mais profunda. As atividades desta pesquisa foram elaboradas sob essa ótica, tomando a história da matemática como a ferramenta pedagógica capaz de recuperar essa perspectiva na sala de aula atual.

A formulação das atividades foi feita com o objetivo de tentar desenvolver nos alunos essa percepção mais integral da realidade e a capacidade dos seres humanos de apreendê-la não apenas formalmente, mas também pela experiência orientada pelo ritmo em suas mais diversas manifestações. Além da parte sensorial, que é o componente mais explícito da *mousiké*, há também a matematização da música, feita pelos gregos, dentro do seu modelo de matemática. Assim, o objetivo é elaborar atividades em que todos esses elementos pudessem estar presentes, mas que fossem orientadas por um conceito matemático estudado em sala de aula. Escolhemos a ideia de número racional como núcleo condutor.

Partimos de atividades mais gerais, de experiência sensorial, para as mais formais, de uso da matemática para dar inteligibilidade aos ritmos do mundo, considerando a ideia de número presente na matemática grega. Do ponto de vista conceitual, o objetivo foi mostrar de forma palpável a noção de número natural, racional e proporções, deixando, ao fim, a intuição da insuficiência dos números racionais para descrever o mundo e a necessidade dos números irracionais, utilizando, para isso, conceitos da teoria musical apresentados de uma perspectiva histórica.

2.1 Atividade 1: Percepção musical

O objetivo era fazer com que os alunos percebessem os ritmos que nos cercam e sua relação com as noções musicais. Utilizamos um notebook e um datashow para projetar a apresentação e caixas de som para passarmos alguns vídeos. Além disso, utilizamos um teclado musical. Nessa atividade participaram 15 alunos.

Depois de apresentada a pesquisa, iniciamos projetando pelo datashow a sequência de conceitos que iríamos trabalhar na atividade. Inicialmente, os alunos permaneceram em suas carteiras, pois o foco inicial era a apresentação conceitual dos elementos centrais da música e a percepção musical.

O primeiro deles foi o de melodia, que é conjunto de sons dispostos em ordem sucessiva. Após a definição, projetamos o vídeo *Bobby McFerrin Demonstrates the Power of the Pentatonic Scale*², no qual o músico americano Bobby McFerrin transforma a platéia de uma palestra em um coral, produzindo uma melodia guiada pela mudança de sua posição no palco.

Em seguida, apresentamos a definição de harmonia, que é o conjunto de sons dispostos em ordem simultânea, mostrado com um exemplo no teclado tocado pelo pesquisador. Por fim, apresentamos o conceito de ritmo, que está relacionado à ordem e à proporção que estão dispostos os sons que constituem a melodia e a harmonia, e apresentamos um vídeo³ que é a introdução de uma matéria jornalística na qual são mostrados exemplos de ritmos diferentes, do jazz ao samba, com um músico dizendo como a matemática e a música relacionam-se por padrões que se repetem.

Na sequência, trabalhamos a percepção rítmica, mostrando como somos levados a fazer movimentos com o corpo, pés, mãos, cabeça, dedos, para “marcar” o ritmo que estamos ouvindo. Como exemplo, o pesquisador mostrou como as palmas normalmente batidas ao cantar “Parabéns pra você” servem para marcar o ritmo da música que, usualmente, é cantada

² Disponível em: <https://youtu.be/ne6tB2KiZuk>.

³ Disponível em: <https://youtu.be/fDXNye8jptw>.

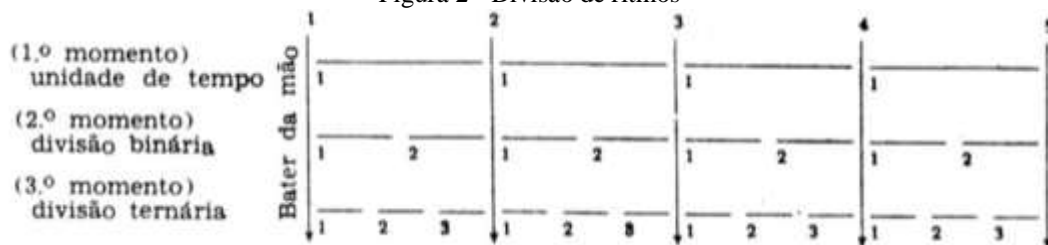
duas vezes em velocidades diferentes. O objetivo desse exemplo foi utilizar as palmas para definir o intervalo entre uma palma e outra como uma unidade de tempo dentro da música.

Figura 1 - Unidade de tempo dentro da música definido pelo intervalo de palmas



Apresentados esses conceitos, foi possível começar atividades mais participativas dos alunos. Para isso, introduzimos a diferenciação da divisão de ritmos, usando como exemplo a divisão do ritmo em binário e terciário. Usando o software *TempoPerfect*, que permite gerar padrões de batida em ritmos estabelecidos, pedindo que eles batessem palmas, tentando “encaixar” nas unidades de tempo (entre uma palma e outra) dois tempos e, em seguida, três tempos. Sugerimos que contassem, mentalmente, “1,2” em cada unidade de tempo para a divisão binária e “1,2,3” em cada unidade de tempo para a divisão ternária, fazendo isso para cada uma dessas divisões separadamente.

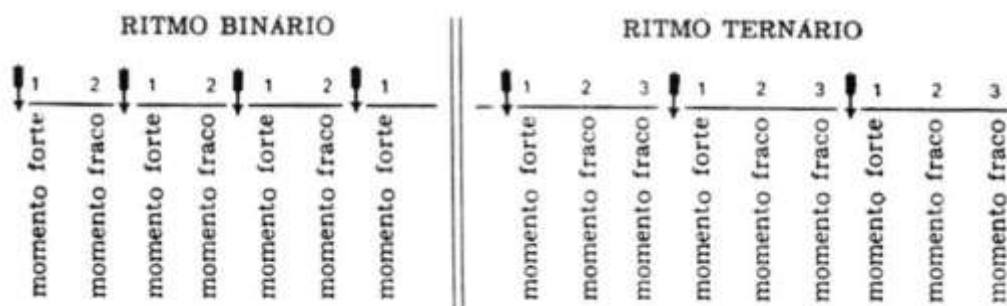
Figura 2 - Divisão de ritmos



Na sequência, abordamos a diferença entre tempo forte e tempo fraco. Em cada uma das divisões (binária e ternária) existe um tempo forte e um tempo fraco e é apresentado sempre na “primeira batida” ou, como estamos utilizando números, será representado sempre pelo número 1.

Para isso, utilizamos novamente o software *TempoPerfect* e acionamos a função *measure*, que permite programar os tempos fortes e fracos. Nessa parte, reforçamos a noção ciclos de repetição.

Figura 3 - Tempo forte e tempo fraco nos ritmos



Para trabalhar o andamento (a velocidade) das músicas, que são os tipos de compasso, apresentamos aos alunos em um slide o instrumento que é utilizado para medir o andamento da música. Em seguida, foi apresentada a tabela abaixo com os principais andamentos, apontando que algumas partituras, em vez de trazerem o andamento, registram o número correspondente de batidas por minuto (BPM).

Tabela 3 - Tipos de andamento

Andamento	BPM	Definição
Grave	40	Muito vagarosamente e solene
Largo	40-60	Largo e severo
Lento	60-66	Lento
Adagio	66-76	Vagarosamente, de expressão tema e patética
Andante	76-108	Velocidade do andar humano, amável e elegante
Andantino	84-112	Mais ligeiro que o <i>Andante</i> , agradável e compassado
Moderato	108-120	Moderadamente (nem rápido, nem lento)
Allegretto	112-120	Nem tão ligeiro como o <i>Allegro</i>
Allegro	120-168	Ligeiro e alegre
Vivace	152-168	Rápido e vivo
Vivacissimo	168-180	Mais rápido e vivo que o <i>Vivace</i>
Presto	168-200	Veloz e animado
Prestissimo	200-208	Muito rapidamente, com toda velocidade e presteza

Fonte: <https://lendasnamusica.blogspot.com/2018/05/dicionario-musical-andamento.html>.

Para exemplificar as diferenças entre andamentos e sua relação com os tempos, usamos algumas músicas para fazer os alunos perceberem esses conceitos na prática. Pedimos que eles ouvissem e tentassem identificar qual era a divisão da música, acompanhando com palmas e, se possível, identificassem o tempo forte. Em seguida, pedimos que eles encaixassem entre uma palma e outra (unidade de tempo) a contagem “1, 2” ou “1, 2, 3” para classificar a divisão entre binária ou ternária. Por serem músicas com andamentos diferentes e mais fáceis de perceber a marcação dos tempos, escolhemos trechos das seguintes canções (todas facilmente encontradas no YouTube pelo título): “Anunciação”, de Alceu Valença; “Qui nem jiló”, de Luiz Gonzaga; “Oceano”, de Djavan; “Primavera – Vivaldi”, de Vivaldi; “Pela luz dos olhos teus”, de Tom Jobim e Miucha; “Por você”, do grupo Barão Vermelho; e “*Lucy in the sky with diamond*”, na versão de Dan Torres.

Após essa atividade auditiva, mostramos aos alunos a tabela de equivalência das notas, que são símbolos que se encontram no início de cada música no compasso. Lá fica indicada a figura de nota que vale um pulso e que pode ser exemplificado da seguinte maneira: cada batida do metrônomo equivale a um pulso. Na simbologia musical, a figura escolhida para valer um pulso é a semínima.

Tabela 4 - Tabela de equivalência das notas

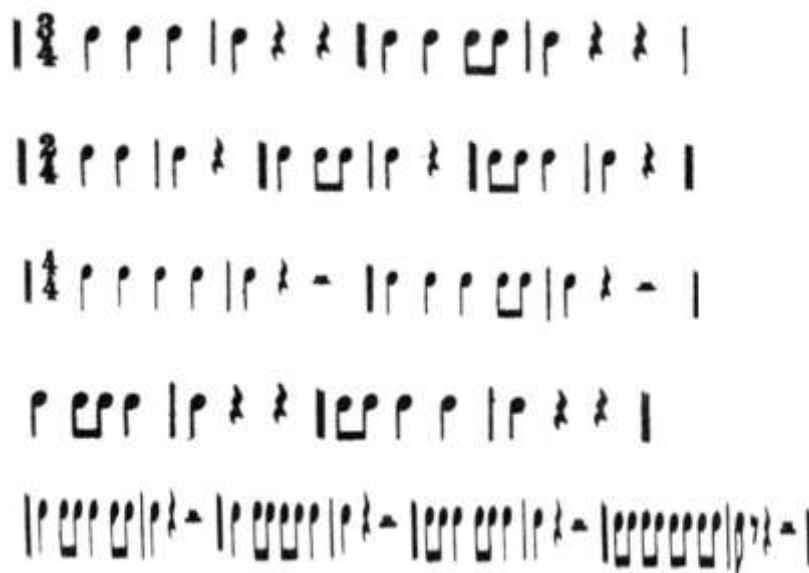
NOTA	PAUSA	TEMPO	NOMENCLATURA
		4	SEMIBREVE
		2	MÍNIMA
		1	SEMÍNIMA
		1/2	COLCHEIA
		1/4	SEMI-COLCHEIA
		1/8	FUSA

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir disso, levamos os alunos a elaborarem o que acontece com os valores das notas acima e abaixo da semínima e mostramos que cada figura tem uma pausa própria (figura de silêncio) que equivale a cada figura de som.

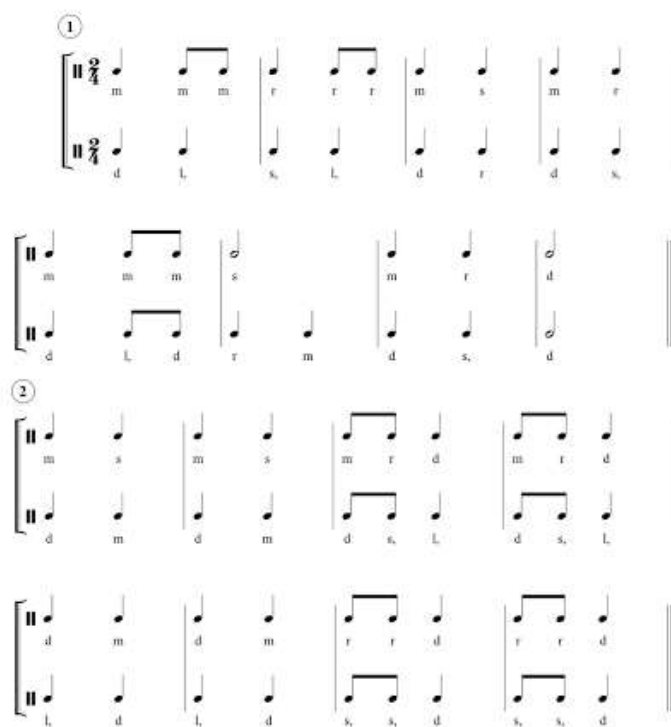
Com o programa *TempoPerfect* ligado, mostramos o que significa cada uma das notas e, em seguida, começamos a “cantar” cada uma delas (semibreve, mínima, semínima e colcheia e suas respectivas pausas). Com isso os alunos conseguiriam ler algumas partituras simples utilizando o metrônomo (que foi programado em 70 BPM). Fizemos cada atividade mais de uma vez, até que os alunos conseguissem internalizar o tempo das notas, com as seguintes partituras:

Figura 4 - Partituras utilizadas na pesquisa



Por fim, organizamos um solfejo, dividindo os alunos em dois grupos e deixando cada grupo encarregado de cantar uma voz, para que, sobrepostas, formassem a música. Fizemos essa atividade com o seguinte solfejo:

Figura 5 - Partitura do solfejo



2.2 Atividade 2: O ritmo do mundo

O objetivo da atividade era mostrar aos alunos os ritmos presentes no mundo e sua relação com o fluxo da vida, não necessariamente associada à música propriamente dita. Nas atividades seguintes, sob a ótica da educação clássica, matematizamos esses ritmos, mas sem isolá-los desse contexto geral que une a existência perpassada pela *mousiké*. Os materiais usados para essa atividade foram os mesmos da anterior e também compareceram 15 alunos.

Iniciamos propondo uma atividade de percussão corporal guiada por um vídeo do grupo musical paulistano Barbatuques com o que eles chamam de “Jogo do Tum Pá”⁴. Treinamos os movimentos e sons com os alunos até eles conseguirem a sincronia do ritmo apresentado.

De volta às carteiras, propusemos que acompanhassem, usando o tampo das mesas como percussão, a música “*We Will Rock You*”, do conjunto Queen, tentando encaixar alguma das frases percussivas que foram apresentadas no vídeo do Barbatuques.

Dos sons do corpo e dos produzidos com o corpo, passamos ao que chamamos ritmos do mundo. Pedimos que os alunos ouvissem com atenção alguns áudios, tentando identificá-los e perceber repetições, padrões ou ciclos existentes em cada som apresentado. Foram passados sons de: (1) Canto de um bem-te-vi, (2) avião decolando, (3) coração batendo, (4) uma impressora matricial com pessoas falando ao fundo, (5) efeitos sonoros computacionais diversos, (6) sirene de uma ambulância, (7) um telefone tocando, (8) uma máquina de datilografar e (9) motor de um carro ao virar a chave de ignição.

A próxima etapa foi a de trabalhar o ritmo das palavras. Projetamos o poema “Trem de Ferro”, de Manuel Bandeira, e pedimos que escutassem um vídeo⁵ de uma apresentação teatral sobre o poema, acompanhando a letra:

Café com pão/Café com pão/Café com pão
Virge Maria que foi isso maquinista?
Agora sim/Café com pão/Agora sim/Café com pão
Voa, fumaça/Corre, cerca/Ai seu foguista
Bota fogo/Na fornalha/Que eu preciso
Muita força/Muita força/Muita força
Oô.../Foge, bicho/Foge, povo
Passa ponte/Passa poste/Passa pasto
Passa boi/Passa boiada/Passa galho

⁴ Disponível em: <https://youtu.be/Ti-RWna1Xqo>.

⁵ Disponível em: <https://youtu.be/O1bDntWPjj4>.

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o uso da música em aulas de matemática

Da ingazeira/Debruçada/No riacho

Que vontade/De cantar!

Oô...

(café com pão é muito bom)

Quando me prendero/No canaviá

Cada pé de cana/Era um oficiá

Oô...

Menina bonita/Do vestido verde

Me dá tua boca/Pra matar minha sede

Oô...

Vou mimbora vou mimbora

Não gosto daqui/Nasci no sertão

Sou de Ouricuri

Oô...

Vou depressa/Vou correndo

Vou na toda/Que só levo

Pouca gente/Pouca gente

Pouca gente...

(trem de ferro, trem de ferro)

Na sequência, pedimos aos alunos que discutissem as seguintes questões e apresentassem as respostas em seguida:

- 1) Em relação aos sons que você ouviu nos exemplos mostrados, algum (s) dele (s) segue (m) algum padrão rítmico? Qual (is) segue (m)? Qual (is) não segue (m)?
- 2) Qual a diferença entre os padrões rítmicos das músicas que você ouviu e os padrões rítmicos dos sons produzidos pelas palavras de uma poesia, pelo funcionamento de uma impressora, pela batida do coração, pelo motor do carro?

- 3) Que outros exemplos desses fenômenos rítmicos você já observou ou passou observar a partir de agora?
- 4) Em sua opinião, pode existir algum fenômeno que não produza som, mas que siga algum padrão rítmico? Dê exemplos.

Na próxima etapa, passamos para a avaliação dos ritmos do corpo, mostrando vídeos de danças, pedindo que eles, analisando o movimento do corpo dos dançarinos tentassem perceber a divisão rítmica expressa nos corpos. Mostramos um vídeo de samba⁶ e um de valsa⁷.

Chamamos a atenção deles para notarem que, apesar de no samba a divisão ser feita em quatro partes, podemos pensar também em uma divisão binária, bastando dividir cada tempo da binária em dois tempos, formando a divisão quaternária.

Por fim, apresentamos alguns vídeos que mostram ritmos do mundo e da vida: a passagem do tempo vista de um horizonte em câmera acelerada, o dia e a noite também acelerado e um que mostrava o envelhecimento de uma pessoa em frente a um espelho, de criança até virar um idoso. E, em seguida, pedimos que eles discutissem a seguinte questão: Após ver esses vídeos, você mudaria algo em sua resposta sobre a questão que diz “Em sua opinião, pode existir algum fenômeno que não produza som mais que siga algum padrão rítmico? Dê exemplo (s).”

2.3 Atividade 3: Construção da marimba com garrafas

Nessa atividade, compareceram 16 alunos, que foram divididos em grupos de 4 integrantes para construção de marimbas com garrafas de vidro. O objetivo era trabalhar as noções de razão e proporção a partir da sensibilidade auditiva dos alunos ao baterem nas garrafas com quantidades diferentes de água em seu interior. Utilizamos para essa atividade 1

⁶ Disponível em: <https://youtu.be/D8muihUaFp0>.

⁷ Disponível em: <https://youtu.be/gtfSXRqMJnE>.

Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o uso da música em aulas de matemática

notebook, 1 datashow, 20 garrafas de vidro de refrigerante de 290ml, 4 cabos de vassoura, 4 baldes, 4 conjuntos de medidores, 4 rolos de barbante, 4 tesouras de metal, 4 rolos de fita crepe, 4 funis, 4 calculadoras e um teclado musical.

Iniciamos apresentando por meio de projeção via datashow quem foi o matemático grego Euclides e fazendo uma breve revisão das noções de razão e proporção. Além disso, abordamos a representação dos números racionais em sua forma fracionária e decimal.

Antes da construção, apresentamos o que é uma marimba e seu histórico, como foi e ainda é utilizada pelos povos para produzir música e mostramos algumas fotos de tipos diferentes de marimba:

Figura 6 - Marimba de tubos



Figura 7 - Marimba feita de cabaças



E, então, iniciamos a construção da marimba de garrafas listando uma sequência de procedimentos. Ressaltamos que, antes da atividade, fizemos testes para avaliar o som produzido pelas garrafas cheias e verificamos que com 225 ml de água elas produziam o som mais próximo possível da nota Dó.

Figura 8 - Marimba de garrafas



Resgatando elementos da *Paidéia* grega com o uso da música em aulas de matemática



Passo 1: Utilizando duas cadeiras como cavalete, coloque o cabo de vassoura na horizontal para servir de suporte da sua marimba.

Passo 2: Utilizando o barbante, pendure no cabo de vassoura as 4 garrafas vazias (o mais espaçado possível uma da outra). Utilize a fita crepe para deixar os nós do barbante amarrados na boca da garrafa e no cabo de vassoura o mais firme possível.

Passo 3: Utilizando os medidores, encha a primeira garrafa com 225ml de água.

Passo 4: Batendo de leve com a tesoura na parte vazia da garrafa com 225ml, perceba que o som produzido pela garrafa corresponde à nota Dó. Utilize o teclado para esse teste.

Passo 5: Encha as garrafas restantes com água, de modo que o som produzido ao batermos nelas com a tesoura seja o mais parecido possível com os sons que serão produzidos no teclado.

Passo 6: Usando os medidores, determine o volume de água dentro de cada garrafa.

No último passo, entregamos uma tabela para os alunos preencherem com a seguinte instrução:

Passo 7: Por fim, determine a razão entre o volume de água das três garrafas enchidas por último e o da primeira garrafa e preencha a tabela a seguir com esses dados:

Tabela 5 - Razão entre volumes de água nas garrafas da marimba

Razão entre os volumes de água	Em forma de fração	Em decimais
Entre o volume de água na garrafa 2 e o volume de água na garrafa 1		
Entre o volume de água na garrafa 3 e o volume de água na garrafa 1		
Entre o volume de água na garrafa 4 e o volume de água na garrafa 1		

Fonte: Elaborada pelo autor.

A última etapa da atividade foi propor um conjunto de questões para os alunos discutirem e apresentar suas respostas:

- 1) Há alguma relação entre a quantidade de água e o fato de o som ser mais grave ou mais agudo?
- 2) Toque duas garrafas simultaneamente. Quais têm o som mais parecido uma com a outra?
- 3) Pensando na representação das proporções que você obteve, haveria alguma vantagem na representação decimal comparada com a representação em forma de razão? Qual seria essa vantagem?

2.4 Atividade 4: Proporções na corda do violão

Nessa atividade, utilizamos um violão para relacionar os sons produzidos por uma corda de violão à medida que alterássemos o tamanho da corda solta. Compareceram 9 alunos que foram divididos em grupos de 3 integrantes.

Por termos conseguido apenas um violão, revezamos o uso do instrumento nos grupos, que fizeram a atividade de forma independente um do outro. A corda usada na experiência foi a sexta (mi grave) e utilizamos aos mesmos intervalos das notas trabalhadas na marimba. Como a sexta corda do violão é afinada em mi, usamos, portanto, as seguintes notas como referência para essa atividade: mi, lá, si e mi.

Projetamos no quadro a imagem de um violão e suas partes e passamos para a atividade prática, apresentando um roteiro de procedimentos com as seguintes orientações:

Você está recebendo um violão e uma fita métrica.

Passo 1: Determine o tamanho da corda entre a pestana e o cavalete.

Passo 2: Meça o tamanho da corda entre o cavalete e o 5º traste do braço do violão, considerando os trastes da pestana para o cavalete.

Passo 3: Meça o tamanho da corda entre o cavalete e o 7º traste do braço do violão, considerando os trastes da pestana para o cavalete.

Passo 4: Meça o tamanho da corda entre o cavalete e o 10º traste do braço do violão, considerando os trastes da pestana para o cavalete.

Passo 5: Por último, determine a razão entre o comprimento de cada uma das três últimas medidas e o tamanho da corda inteira e preencha a tabela a seguir com esses dados:

Tabela 6 - Razões entre os comprimentos da corda

Razão entre os comprimentos	Em forma de razão	Em decimais
Entre a 2 ^a medida e o tamanho da corda inteira		
Entre a 3 ^a medida e o tamanho da corda inteira		
Entre a 4 ^a medida e o tamanho da corda inteira		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora, compare os resultados obtidos com aqueles apresentados na tabela da atividade anterior da marimba. É possível perceber alguma relação entre os dados das duas tabelas? Se sim, você imagina por que isso ocorreu?

Após a discussão desses resultados, seguimos com a atividade no datashow apresentando aos alunos a teoria musical de Pitágoras. Iniciamos explicando o ciclo das quintas e das oitavas no quadro e finalizamos apresentando as frações descobertas por Pitágoras que associam o tamanho de uma corda vibrando em um instrumento a determinadas notas que formam a ‘escala pitagórica’.

2.5 Atividade 5: Construção do monocórdio

Para essa atividade compareceram 8 alunos, que foram divididos em 3 grupos, sendo 2 grupos com 3 pessoas e 1 grupo com 2 (os alunos se auto-organizaram nessa divisão e acabaram se agrupando por gênero).

Utilizamos os seguintes materiais para essa atividade: 3 régua de papel do tamanho da corda, 3 pedaços de madeira, 3 cordas de violão de aço (usamos as cordas mi e lá, por serem mais grossas. As cordas mais finas não funcionaram bem no experimento prévio que fizemos), 1 martelo, pregos, palito de churrasco, canetas e régua com escala.

Iniciamos fazendo uma revisão de razões, proporções, média aritmética e média harmônica. Esses conteúdos foram usados para encontrarmos as frações de Arquitas, que foram usadas para trabalharmos com o monocórdio indicando proporções das cordas que seriam presas.

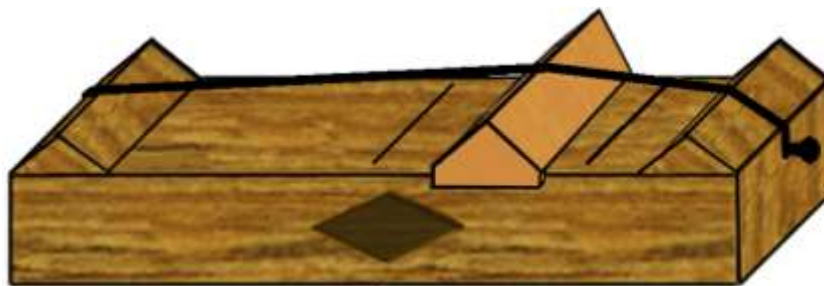
Tabela 7 - Frações de Pitágoras e Arquitas

Notas	Frações de Pitágoras	Notas	Frações de Arquitas
Dó1	1	Dó1	1
Ré	8/9	Ré	8/9
Mi	64/81	Mi	4/5
Fá	3/4	Fá	3/4
Sol	2/3	Sol	2/3
Lá	16/27	Lá	3/5
Si	128/243	Si	8/15
Dó2	1/2	Dó2	1/2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, apresentamos o monocórdio e começamos sua construção indicando passos a serem seguidos pelos alunos com o material que tinha recebido.

Figura 9 - Monocórdio



Passo 1: Você está recebendo um pedaço de madeira com, aproximadamente, 3x 6x 65 cm de dimensões.

Passo 2: Construa uma régua de papel com o mesmo comprimento do pedaço de madeira.

Passo 3: Vamos marcar a primeira fração de Arquitas, $\frac{8}{9}$, referente à nota Ré. Utilizando a ideia de fração como uma parte do inteiro, divida a régua de papel em 9 partes iguais. Corte uma delas (de uma das extremidades) e coloque-a sob a corda, encostando-a em uma das extremidades. Marque na tábua, com a canetinha da cor azul, o comprimento da régua sob a corda.

Passo 4: Repita essa operação para as outras frações de Arquitas, marcando a tábua com as seguintes cores, nessa sequência: verde, laranja, preto, rosa, roxo e marrom.

Passo 5: Martele dois pregos no centro da lateral da tábua.

Passo 6: Prenda a corda nos dois pregos e tencione-a até o som produzido por ela ficar o mais próximo possível do som que está sendo tocado agora no teclado.

Passo 7: Coloque dois palitinhos nas extremidades na parte superior, de modo a impedir que a corda encoste na madeira.

Passo 8: Use outro palitinho como cavalete móvel para verificar os sons produzidos nas marcações feitas na madeira.

Feitas as medidas e os registros, passamos para a parte discursiva propondo questões.

Sobre a construção do monocórdio, responda as seguintes perguntas:

1) Observando as régua marcadas, qual a vantagem em utilizar a escala de Arquitas em vez da escala de Pitágoras?

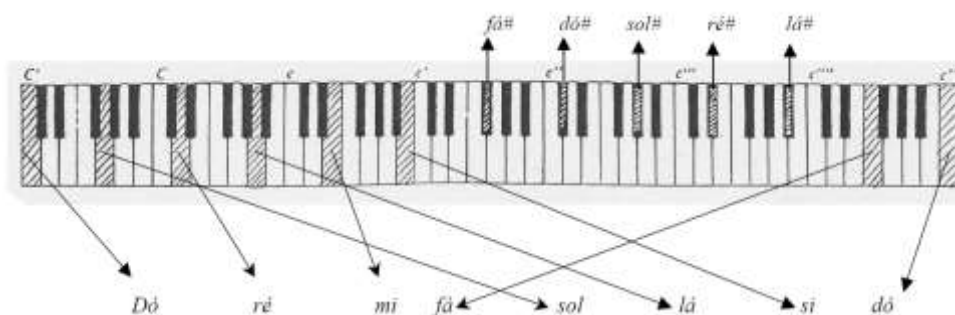
- 2) Vocês agora irão receber uma régua de papel com a marcação de um ponto. Encontre uma razão que corresponda àquele ponto.
- 3) Agora, com uma régua de papel sem nenhuma marcação, marque um ponto qualquer e determine uma fração correspondente.
- 4) Nesse processo de segmentação da régua, haveria algum ponto que não seja possível encontrarmos uma proporção entre dois inteiros que nos forneça uma razão correspondente?

2.6 Atividade 6: A escala temperada

A partir do problema da coma pitagórica e explorando a insuficiência dos números inteiros para expressar as proporções reais do mundo, trabalhamos na última atividade a escala temperada, popularizada por Johann Sebastian Bach no século XVIII. O objetivo dessa atividade foi mostrar um exemplo prático da necessidade dos números irracionais para a descrição da realidade e como isso se expressa no mundo físico.

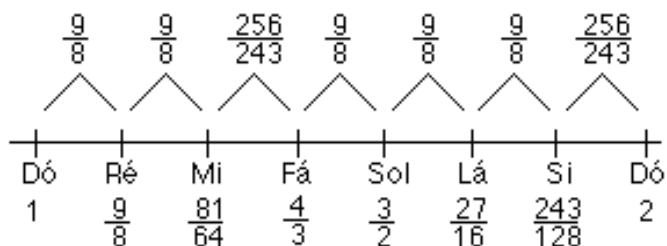
Como dito no primeiro capítulo, com o desenvolvimento dos instrumentos musicais, os problemas que uma concepção aritmética da música geram começaram a aparecer, não sendo possível afinar os instrumentos seguindo as frações de Pitágoras. De uma oitava a outra vai sobrando um “resíduo” de desafinação, um pequeno “erro ε ”, que se propaga pelas oitavas.

Figura 10 - As oitavas de um piano



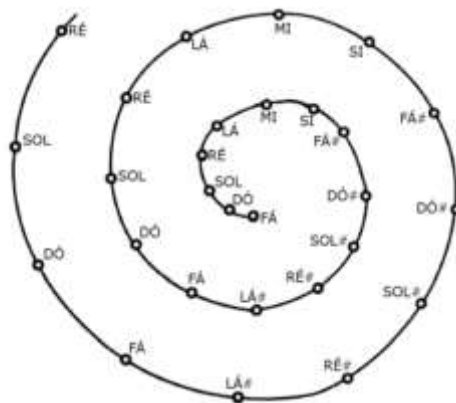
Como os intervalos conseguidos pela escala pitagórica não são constantes, desde a Antiguidade há tentativas de contornar esse problema na afinação, com a criação de escalas assimétricas. Se, do ponto de vista teórico, essa distorção poderia ser abordada com a introdução dos números irracionais para se buscar intervalos constantes, do ponto de vista prático, a solução veio com a criação de escalas que permitem contornar o problema diluindo esse erro ao longo das oitavas.

Figura 11 - Os intervalos da escala pitagórica



Um desses processos ficou conhecido como “temperamento”, que significa fazer ajustes nos intervalos, de modo a desviá-los dos intervalos naturais. Diferentes tipos de temperamento surgiram ao longo da história.

Figura 12 - Ciclo das quintas, mostrando os desencontros das notas em forma de espiral



Fonte: <https://laboratoriodeluthieria.wordpress.com/2015/07/02/temperamento-a-musica-atraves-dos-numeros/>.

Para mostrar essa ideia aos alunos, propusemos uma atividade final teórica, com exposição da solução apresentada por Andreas, que envolve potenciação e mostramos a mudança ocorrida na teoria da música ao longo da modernidade. A principal delas foi a transição de uma visão aritmética da música, herdada da Antiguidade, para uma concepção física do som, ligada a conceitos que emergiram do desenvolvimento da ciência acústica, como frequência, onda, timbre, intensidade sonora etc.

Para essa atividade compareceram 5 alunos e iniciamos retomando o ciclo das quintas e o ciclo das oitavas, mostrando como a escala pitagórica apresentava limites pela razão dos intervalos não ser constante ao longo das oitavas. Como exemplo dessa nova perspectiva sobre a música, apresentamos um dos pilares da música tonal, que é ‘O cravo bem temperado’, composto por Bach, sendo esta a primeira obra da história da música ocidental a consolidar o sistema temperado de afinação dos instrumentos. Bach explora todos os recursos disponíveis contidos nesse novo jeito de organizar a escala diatônica, com 24 prelúdios e fugas fechando o quadro das tonalidades maiores e menores, além das modulações apresentadas no interior de cada peça.

Na construção da escala, apresentamos o processo conhecido como temperamento igual, que consiste em dividir a oitava em 12 semitons rigorosamente iguais, impondo sempre o mesmo intervalo de frequência entre dois sons vizinhos quaisquer.

Por fim, apresentamos a ideia por trás das escalas temperadas, já explicadas no primeiro capítulo deste texto, na seção 1.4. Após essa exposição, os alunos determinaram a frequência das notas e preencheram a tabela abaixo com os cálculos.

Tabela 8 - Frequência das notas musicais a serem calculadas pelos alunos

Notas	Frequência	Notas	Frequência
Dó1		Sol	
Ré		Lá	
Mi		Si	
Fá		Dó2	

Fonte: Elaborada pelo autor.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados**. 2ª ed. São Paulo: Escrituras, 2002.

BARNABE, F. M. **A melodia das razões e proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de Matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

GRANJA, C. E. S. C. **Musicalizando a escola: música, conhecimento e educação**. São Paulo: Editora Escrituras, 2006.

JAEGER, W. **Paidéia**. A formação do Homem Grego. Tradução de Artur M. Parreira. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

MED, B. **Teoria da música**. Brasília: Musimed, 1996.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**. Curitiba. v. 5, n. 8, p.73-115, 1997.

MIORIM, M. **A Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual Editora, 1998.

PATRICK, J. **As origens da educação superior em Atenas**. O Lyceum e a educação ateniense antes de Aristóteles. Tradução de Olga Pombo. Cadernos de História e Filosofia da Educação, volume 3 (A invenção da escola Grega). Lisboa, 1996.

PFEIFFER, R. **Os sofistas, seus contemporâneos e alunos nos séculos V e IV**. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/hfe/cadernos/grecia/pfeiffer.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2020.

PRADO, L. A. G. **Matemática, Física e Música no Renascimento: uma abordagem histórico – epistemológica para um ensino interdisciplinar**. 2010, Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

ROCHA, L. J. L. R.; PINHO, M. O. Música e Matemática – um minicurso interdisciplinar. *Zetetiké*. Campinas. v. 19. n. 35. p. 179-194. jan/jun. 2011

SOUZA, L. G. S. **Uma abordagem didático - pedagógica da racionalidade Matemática na criação musical**. 2012, 296 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

TOMÁS, L. **Ouvindo o logos**: música e filosofia. São Paulo: Editora UNESP, 2002.