

Universidade Federal de Ouro Preto

Igor Ribeiro de Almeida

**Composição de Bootstrap com núcleo estimador multivariado
em processos autocorrelacionados para projeções de gastos**

Mariana
2019

Igor Ribeiro de Almeida

**Composição de Bootstrap com núcleo estimador multivariado
em processos autocorrelacionados para projeções de gastos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia Aplicada da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito à obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Ivair Ramos Silva

Mariana
2019

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

A447c Almeida, Igor Ribeiro De .

Composição de Bootstrap com núcleo estimador multivariado em processos autocorrelacionados para projeções de gastos. [manuscrito] / Igor Ribeiro De Almeida. - 2020.

67 f.: il.: gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Ivair Ramos Silva.

Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós- Graduação em Economia Aplicada.

Área de Concentração: Economia Aplicada.

1. Economia - Aspectos sociológicos. 2. Estatística. 3. Framework (Arquivo de computador). 4. Saúde pública - Brasil. 5. Teoria da estimativa. I. Silva, Ivair Ramos. II. Universidade Federal de Ouro Preto.

III. Título.

CDU 330.101.8



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Igor Ribeiro de Almeida

Composição de Bootstrap com Núcleo Estimador Multivariado em Processos Autocorrelacionados para Projeções de Gastos

Membros da banca

Ivair Ramos Silva - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Victor Maia Senna Delgado - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Júlio César Araújo da Silva Júnior - Doutor - Universidade Federal de Viçosa

Versão final
Aprovado em 15 de julho de 2020

De acordo

Ivair Ramos Silva



Documento assinado eletronicamente por **Ivair Ramos Silva, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/07/2020, às 23:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0068089** e o código CRC **4DFEABDD**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.005141/2020-68

SEI nº 0068089

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

AGRADECIMENTOS

À Deus.

À minha mãe.

À Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – Instituto de Ciências Sociais Aplicadas (ICSA), pela oportunidade oferecida em fazer o mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada da UFOP, por contribuírem em minha formação.

Ao meu orientador, Professor Dr. Ivair Ramos Silva, pela orientação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

O escopo deste trabalho se deve ao grande interesse econômico na aplicação da estatística em relação ao campo do financiamento da saúde pública. A proposta foi construir um modelo de projeção de gastos da saúde pública a partir de uma metodologia sequencial de procedimentos, os quais se referem ao núcleo estimador multivariado e o *Bootstrap*. A pesquisa mostrou a necessidade de analisar com mais afinco o financiamento da saúde pública no nível federal, pois o setor da saúde evidencia elos frágeis capazes de desorganizar todo o complexo econômico brasileiro. Nesse sentido, o modelo construído visa complementar as decisões dos gestores frente à distribuição monetária aos blocos da saúde, a fim de se evitar resultados prejudiciais à população no que se refere a qualidade, quantidade e eficiência na oferta de saúde. A estruturação da pesquisa iniciou com uma base de dados com 228 amostras mensais recolhidas no período de 2000 a 2018, levando em consideração o ano de vigência da Lei da Responsabilidade Fiscal.

Os resultados da aplicação do modelo comprovaram-se adequados para a projeção dos gastos na saúde no Brasil, uma vez que foi capaz de evidenciar a estimativa da probabilidade de ocorrer possíveis cenários. Logo, o modelo serviu como uma ferramenta de auxílio para apoiar a decisão do gestor em administrar os gastos. Porém, ressalta-se realizar avaliações na metodologia com finalidade de aperfeiçoá-la, considerando que foi a primeira tentativa na elaboração de um modelo de projeção.

Palavras Chave: Saúde pública brasileira, Núcleo estimador, *Bootstrap*

ABSTRACT

The scope of this project work is due to the great economic interest in the application of statistics in relation to the field of public health financing. The proposal was to build a public health expenditure projection model based on a sequential methodology of procedures, which refer to the Kernel multivariate estimator and the Bootstrap. The research showed the need to look more closely at public health financing at the federal level, as the health sector shows fragile links capable of disorganizing the entire Brazilian economic complex. In this sense, the constructed model aims to complement the manager's decisions regarding the monetary distribution to health blocks, in order to avoid harmful results to the population in terms of quality, quantity and efficiency in the health supply. The structuring of the research started with a database with 228 monthly samples collected from 2000 to 2018, taking into account the year of validity of the Fiscal Responsibility Law.

The results of the application of the model proved to be adequate for the projection of health expenditures in Brazil, since it was able to show the estimate of the probability of possible scenarios. Therefore, the model served as an aid tool to support the manager's decision to manage expenses. However, it is noteworthy to carry out evaluations in the methodology in order to improve it, considering that it was the first attempt in the elaboration of a projection model.

Keywords: Public health, Kernel Estimator, Bootstrap

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 SAÚDE.....	10
2.1 Caso COVID-19	11
2.2 Abordagem Constitucional	13
2.3 Questões metodológicas	15
2.4 Estratégias e modelos de previsão	19
2.5 Perspectiva do financiamento da saúde	22
3 MÉTODO NÚCLEO ESTIMADOR	25
3.1 Introdução	25
3.2 Núcleo estimador fixo	26
3.2.1 <i>Propriedades do núcleo estimador fixo</i>	27
3.3 Escolha da função núcleo	28
3.4 Núcleo estimador variável	29
3.4.1 <i>Método do núcleo estimador multivariável</i>	29
3.4.2 <i>Escolha do parâmetro de suavidade</i>	31
3.4.3 <i>Distribuição amostral e distribuição Bootstrap</i>	33
4 BOOTSTRAP.....	34
4.1 Fundamentação teórica.....	34
4.2 O princípio do plug-in	38
4.3 Estimativa da distribuição.....	39
4.4 Método Monte Carlo.....	39
4.5 Número de replicações B de <i>Bootstrap</i>	41
5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DO PROCESSO	42
5.1 Fundo Nacional de Saúde	42
5.2 Método Computacional.....	43
5.2.1 <i>Processo de reamostragem aplicado</i>	44
5.2.2 <i>Número de replicações aplicadas</i>	45
5.3 Análise de resultados	47
5.4 Análise gráfica comparativa	53
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
REFERÊNCIAS.....	62

1 INTRODUÇÃO

Em 1986, a partir da criação da Secretaria do Tesouro Nacional, o Brasil apresentou um avanço no que se refere ao controle dos gastos públicos. A partir da implantação do Sistema Integrado de Administração Financeira (SIAFI), o Governo Federal seria então capaz de registrar, acompanhar e controlar a execução orçamentária, financeira e patrimonial em âmbito federal. Contudo, o governo tem a concepção de equilibrar suas contas, mas não tem condições de promover cortes seletivos (ALONSO, 1999). E não seria diferente com o financiamento do sistema de saúde brasileiro. As ineficiências persistentes demonstram a importância de se preparar uma reforma no sistema de saúde em relação a qualidade, eficiência e principalmente questões relacionadas ao envelhecimento da população.

A metodologia utilizada para cálculo de gastos está focalizada na área financeira e contábil. Desse modo, o estudo que destina os recursos para o custeio da rede de serviços públicos está alocado no escopo da Ciência das Finanças, o qual fornece instrumentos financeiros para promover resultados econômicos e políticos. Ainda assim, conforme Remígio (2002), a Ciência das Finanças não gera informações suficientes para tomadas de decisão considerando o custeio dos serviços públicos. O governo não sabe em que medida cada tipo de gasto contribui para os resultados obtidos, bem como não sabe quais atividades agregam valor ao resultado final das ações de governo, e frequentemente desperdícios acumulados (ALONSO, 1999).

A literatura menciona que o método dos centros de custos é o mais viável implantado em hospitais, dentre os vários métodos de custeio, conforme Matos (2002) e Souza (2004). Esse método considera o custo do produto uma somatória que envolve matéria-prima, mão de obra e custos indiretos. Nesse sentido os centros de custos facilitam a distribuição dos gastos e a coleta de informações.

Por outro lado, Baumgartner (1998), Abbas (2001), Vargas (2002) e Martins (2002) defenderam a utilização do método ABC. Esse método propõe a otimização de dados relativos a custos de serviços, analisando separadamente as várias atividades rotineiras. Assim há a identificação do nível de custos, com o propósito de aprimorar as ineficiências. Rocha (2004) identifica dificuldades de aplicação tanto do método dos centros de custos quanto do ABC (LEONCINE et al, 2013).

Logo, de acordo com Leoncine et al (2013), muitas das pesquisas e debates sobre custos têm se concentrado na aplicação dos métodos de custeio. A partir do

desenvolvimento das técnicas e métodos estatísticos para a análise e solução de problemas, uma alternativa de se tratar o problema da gestão de custos poderia ser através de métodos estatísticos.

A utilização de métodos matemáticos e estatísticos tem a capacidade de lidar com as dificuldades do processo de decisão de gestores (CICHON, 1999). Uma das principais atribuições da ciência estatística é a inferência estatística, que é a abordagem formal para obtenção de estimativas de parâmetros associados a modelos probabilísticos associados a uma dada amostra aleatória ou conjunto de dados (FREIRE, 2017).

O objetivo principal do trabalho é apresentar dois métodos estatísticos em um estudo econômico capaz de viabilizar projeções em gastos na saúde. Para tal deve-se seguir uma sequência de procedimentos, definindo uma amostra a fim de se iniciar a metodologia do núcleo estimador, o qual é capaz de estimar a função de distribuição ou densidade de uma variável (WAND e JONES, 1996). O resultado encontrado a partir do núcleo estimador será utilizado pelo método *Bootstrap*. Este método de reamostragem é capaz de criar novas distribuições a partir da distribuição base com o propósito de imputar exatidão nas estimativas desejadas (EFRON e TIBSHIRANI, 1993).

Portanto a concepção do trabalho é evidenciar, como complemento de gestão, métodos associados à estatística e à economia que propiciem análises de projeções de gastos que permitam uma gestão competente frente a um setor problemático e significativo para o país.

2. SAÚDE

Sabe-se que o sistema de saúde de um país afeta diretamente o crescimento econômico, visto que a força de trabalho advém do estado da saúde e determina a produtividade (CICHON et al., 1999). Deste modo existem motivos para associar fatores socioeconômicos e indicadores de saúde, pois a partir dessa relação que se adequa os dados sobre os gastos e possibilita comparações sob bases compatíveis para atuar com um nível de intervenção em regiões do país (CARPINTÉRO, 1999). Por exemplo, segundo Nero (1995), pode-se citar trabalhos que relacionam renda e mortalidade infantil, distribuição geográfica dos recursos dedicados à saúde, análise de custo benefício de um novo medicamento, estudos comparativos entre sistemas de saúde de vários países.

Conforme os exemplos, a utilização da definição de economia no setor saúde é direta, isto é, emprega conceitos econômicos tradicionais (agregados macroeconômicos, orçamento do governo, teoria do consumidor, sistema de preços do mercado, demanda e oferta de bens e serviços). Por meio de um mecanismo contínuo, há a obtenção de recursos produtivos limitados, distribuição ao consumo e compete à natureza política o processo de decisão de distribuição desse ciclo. Estes recursos são distribuídos de acordo com as características e estrutura do sistema de saúde, com impacto imediato ou futuro, atingindo indivíduos ou grupos definidos da população. Por fim, a análise econômica avalia custos e benefícios das condições ótimas de distribuição dos recursos com o intuito de assegurar à população a melhor assistência à saúde (PIOLA, VIANNA, 1995).

A relação entre desenvolvimento econômico e nível de saúde também pode ser identificada em 1961, a partir do estatuto da Aliança para o Progresso, o qual afirmava que saúde constitui um requisito essencial e prévio ao desenvolvimento econômico. Neste caso, saúde vem antes, ou seja, existiria uma relação de causa e efeito, na qual saúde é um pré-requisito (NERO, 1995).

Nesse sentido, o papel do Estado é fundamental para explicar a evolução dos níveis de saúde como parte integrante da situação social, e não só pela sua intervenção no setor saúde, mas na organização do trabalho e nos modos de produção (PIOLA, VIANNA, 1995).

Nos últimos anos, observou-se um crescente interesse em relação ao controle dos gastos na área de saúde. Características como os gastos públicos sem

ponderação; o financiamento destes gastos; os métodos adequados de apuração ou mensuração de gastos, são fatores determinantes para um estudo e análise da competência de gestão financeira (CARPINTÉRO, 1999). Logo, a necessidade de se conhecer os gastos é fundamental como indicador para se atingir uma alocação ótima de recursos (ALONSO, 1999).

Informações do Ministério da Saúde certificam que as instituições de saúde no Brasil, principalmente as públicas, estão distantes do processo de modernização gerencial. Isso ocorre porque essas instituições não utilizam um sistema de gastos que oriente sobre os parâmetros de controle das atividades e decisões administrativas (BRASIL, 2013).

2.1 Caso COVID

A decorrência do COVID-19 evidenciou a fragilidade do sistema de saúde do mundo. Cada país apresentou medidas de combate, relativamente parecidas, mas que tiveram resultados em prazos diferentes. Isto é, as análises das implicações econômicas da pandemia COVID-19 na mídia pública e na redação acadêmica se concentraram principalmente nos impactos globais e macroeconômicos (ATAGUBA, 2020).

Nesse momento, percebe-se a relevância da função do economista no acompanhamento de uma pandemia e seus efeitos de desordem. O economista é capaz de destacar todos os custos associados à pandemia COVID-19, isto é, levar em consideração não apenas as despesas financeiras diretas, mas incluindo o custo de oportunidade (ATAGUBA, 2020).

Além de focar um indivíduo ao analisar o custo de oportunidade do tempo não gasto à atividade de trabalho, o economista também é qualificado em analisar de forma holística os custos de oportunidade relacionados à saúde, ou seja, a forma que os países se posicionam referente ao combate à pandemia COVID-19. Por exemplo, mesmo com fundos públicos limitados, pode ocorrer um efeito de “exclusão”, já que o aumento dos gastos com saúde pública para combater a pandemia de COVID-19 pode reduzir o financiamento para outras prioridades críticas de saúde pública, como deficiências nutricionais e doenças infecciosas. Isso pode resultar na redução do acesso a determinados serviços de saúde, o que pode aumentar a carga de doenças (ATAGUBA, 2020).

Em outras palavras, o economista analisa os custos microeconômicos da pandemia COVID-19, estes suportados por indivíduos, famílias, empresas e outros estabelecimentos como escolas, hospitais, clínicas, centros de saúde, unidades de saúde, profissionais de saúde e o governo, como também os custos macroeconômicos, tais como os choques de "demanda" e "oferta" na economia. Os impactos macroeconômicos podem ser resumidos observando, por exemplo, os efeitos da pandemia sobre agregados macroeconômicos, como o PIB do país, a taxa de desemprego e a taxa de inflação (ATAGUBA, 2020).

Geralmente, os governos terão custos relacionados à construção, equipamento e manutenção de infraestrutura para gerenciar, tratar e conter a pandemia COVID-19. Os governos também podem enfrentar a necessidade de fornecer redução de renda e apoio às famílias afetadas pelo fechamento temporário de locais de trabalho (ATAGUBA, 2020).

De acordo com Couto (2020), o Brasil permanece em estado de calamidade pública, até 31 de dezembro de 2020, por meio do Decreto Legislativo 6/2020, publicado em 20 de março. Esse momento atesta que o Poder Executivo pode descumprir a meta de resultado primário prevista na Lei de Diretrizes Orçamentária, consequência também de não ter obrigação de expedir decretos de limitação de empenho determinados pela Lei de Responsabilidade Fiscal. Em consequência, a pandemia conseguiu agravar a meta de superávit primário, sancionada em 11 de novembro de 2019. Vale ressaltar que a projeção do PIB foi diminuindo ao longo do ano.

O momento de calamidade é regido de acordo com o art.167 da Constituição Federal de 1988. Segundo o próprio Manual Técnico de Orçamento, os créditos extraordinários são destinados às despesas urgentes, imprevisíveis e relevantes, como as decorrentes de guerra, comoção interna ou calamidade pública. Deve-se atentar também à regra do ouro, a qual existe para disciplinar o aumento deliberado da dívida, isto é, a dívida não deve ultrapassar o volume dos gastos de capital. Esta regra atualmente é discutida, uma vez que ela impede gastos que atendem o princípio de equilíbrio intergeracional. Como exemplo deste gasto, pode-se citar a provável vacinação frente ao COVID-19. Embora essa prática seja despesa corrente, seu gasto no presente tem impacto na redução de despesas de saúde no futuro, contribuindo, portanto, para um equilíbrio fiscal intergeracional e consequentemente gastos mais elevados por um período que se estenda aos próximos anos (COUTO, 2020).

Logo já se espera estudos e planejamentos relacionados à projeção de gastos para os próximos anos, a fim de se viabilizar a sustentabilidade financeira do país. Contudo, deve-se atentar previamente uma abordagem constitucional para compreender como está regulamentado o orçamento para o setor da saúde.

2.2 Abordagem Constitucional

A Constituição Federal de 1988 determina que a saúde é um direito de todos e que é um dever do Estado. Dado o grau de importância desse setor, existe uma proteção adicional à aplicação de recursos para a saúde (BRASIL, 2018).

De acordo com a Emenda Constitucional nº 2917 (EC n. 29), promulgada em 13 de setembro de 2000, o financiamento das ações e serviços públicos de saúde reparte entre as três esferas de governo e que as mesmas aportem anualmente recursos mínimos provenientes da aplicação de percentuais das receitas determinando as suas bases de cálculo. Enquanto os Estados e o Distrito Federal são responsáveis por aplicar 12% no mínimo da arrecadação dos impostos a que se refere o art. 155 e dos recursos de que tratam o art. 157 e do art. 159, os municípios arcam com 15% no mínimo da arrecadação dos impostos a que se refere o art. 156 e dos recursos de que tratam o art. 158 e do art. 159 (BRASIL, 2015).

Sobre a União, apresentou-se mudanças em 2015 a partir da Emenda Constitucional nº 86, visando uma execução de programação orçamentária obrigatória. Fica registrado a menção de um valor mínimo e as normas de cálculo do montante mínimo a ser aplicado, anualmente, em ações e serviços públicos de saúde e definindo que será cumprido progressivamente em cinco anos, a partir de 2016. Revogou a possibilidade de o percentual mínimo da União ser reavaliado, por Lei Complementar, pelo menos a cada cinco anos e determinou a inclusão, para fins de cumprimento do montante mínimo aplicados pela União, dos recursos destinados para a área de saúde oriundos da exploração de petróleo e gás natural e das emendas individuais (BRASIL, 2015).

Em um estudo sobre a gestão pública, Miranda Filho (2003) identifica que as organizações públicas são regidas pela Lei nº 4.320, de 17 de março de 1964, e posteriormente pela Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000 – Lei de Responsabilidade Fiscal. Dessa forma, a preocupação com a contabilidade de custos na administração pública tem como marco inicial a Lei nº 4.320/1964, que prescreve

normas gerais de direito financeiro para a elaboração e o controle dos orçamentos e balanços da União, dos estados, dos municípios e do Distrito Federal. Algumas fundamentações legais podem ser destacadas:

– Lei nº 4.320/1964:

Os artigos 85 e 99 da Lei nº 4.320, de 17 de março de 1964, determinam:

Art. 85 – Os serviços de contabilidade serão organizados de forma a permitirem o acompanhamento da execução orçamentária, o conhecimento da composição patrimonial, a determinação dos custos dos serviços industriais, o levantamento dos balanços gerais, a análise e a interpretação dos resultados econômicos e financeiros.

Art. 99 – Os serviços públicos industriais, ainda que não organizados como empresa pública ou autárquica, manterão contabilidade especial para determinação dos custos, ingressos e resultados, sem prejuízo da escrituração patrimonial e financeira comum.

– Decreto-Lei nº 200/1967:

O artigo 70 do Decreto-Lei nº 200/1967, de 25 de fevereiro de 1967, determina:

Art. 70 – Publicadas a lei orçamentária ou os decretos de abertura de créditos adicionais, as unidades orçamentárias, os órgãos administrativos, os de contabilização e os de fiscalização financeira ficam, desde logo, habilitados a tomar as providências cabíveis para o desempenho das suas tarefas.

– Decreto nº 93.872/1986: Os artigos 137 e 142 § 1º do Decreto nº 93.872, de 23 de dezembro de 1986, determinam:

Art.137 – A apuração dos custos dos projetos e atividades terá por base os elementos fornecidos pelos órgãos de orçamento, constantes dos registros do Cadastro Orçamentário de Projeto/Atividade, a utilização dos recursos financeiros e as informações detalhadas sobre a execução física que as unidades administrativas gestoras deverão encaminhar ao respectivo órgão da contabilidade, na periodicidade estabelecida pela Secretaria do Tesouro Nacional.

Art. 142 § 1º – O custo dos projetos e atividades a cargo dos órgãos e entidades da administração federal será objeto de exames de auditoria, verificando-se os objetivos alcançados em termos de realização de obras e de prestação de serviços, em confronto com o programa de trabalho aprovado.

Uma mudança no modelo de gestão advém da Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000 – Lei de Responsabilidade Fiscal, a qual estabelece diretrizes para o equilíbrio fiscal. Para tal, transparece os gastos públicos, a qualidade destes gastos, o desempenho das organizações públicas no tocante a custos e benefícios sociais. Dado como instrumento legal, caso os gestores não se adequem, reforça-se a

existência de sanções e penas (MIRANDA FILHO, 2003). Em outras palavras, a Lei Complementar nº 101/2000 preconiza que a administração pública manterá sistema de custos que permita a avaliação e o acompanhamento da gestão orçamentária, financeira e patrimonial.

Na medida em que as condutas de uma eficiente gestão financeira do governo priorizam a apuração e controle de gastos, por meio do Ministério da Fazenda, criou-se o Sistema de Custos do Governo Federal. Contudo, assumindo a existência de dispositivos legais como ferramentas da gestão administrativa, orçamentária, de controle interno e da estratégia, uma justificativa legal não significa a existência de esforços em controle de gastos por parte dos órgãos públicos (BRASIL, 2013).

Diante deste embate, surge a necessidade de aprofundamento da formulação de uma metodologia capaz de gerar informações de custos e benefícios que atenda aos anseios dos cidadãos, às necessidades dos administradores públicos e ao cumprimento da legislação (GONÇALVES et al., 2011).

2.3 Questões metodológicas

A ampliação dos obstáculos referentes aos gastos na área da saúde aponta o abandono de diferentes preconceitos relacionados aos cálculos e à gestão de custos. Isso ocorre justamente devido ao desconhecimento e desinformação a respeito das diferentes análises e técnicas (CARPINTÉRO, 1999).

Os esforços para contornar os problemas de gestão necessitaram da integração de diferentes áreas do conhecimento. Economia, administração, contabilidade e saúde têm sido constantemente interligadas, a fim de se aplicar seus instrumentos específicos e disponibilizar dados de apoio no processo de tomada de decisões e soluções de problemas (BRASIL, 2013).

O trabalho conjunto das áreas supracitadas constatou que as políticas públicas de saúde foram no geral movidas por ações que visam organizar, aparelhar, prover, regular, financiar ou subsidiar serviços de saúde pelo lado da oferta. Em uma análise conclusiva, essas políticas instalaram graves prejuízos à população: aumento dos custos; ausência de instrumentos de eficiência e gestão; adoção de limites orçamentários nos gastos; e redução na oferta de serviços para a população. (CARPINTÉRO, 1999).

Ainda assim, as questões básicas da área da saúde continuam sendo incógnitas: quanto um país deve gastar com saúde? - Os serviços de saúde oferecidos em determinado país ou região tem conseguido promover saúde? Quais os princípios que regem a organização e o financiamento desses serviços? - Como financiar os gastos com saúde de forma apropriada? - É possível manter um certo número de serviços disponíveis sempre que necessários e em todos os lugares? - Qual a melhor combinação de pessoal e tecnologia para prestar o melhor serviço? - É possível diminuir o custo dos serviços sem alterar sua qualidade? (IPEA, 2017).

O tratamento utilizado para tentar solucionar esses problemas envolve a contabilidade financeira, a qual pode ser entendida como a utilização de um conjunto de técnicas específicas que visam a manutenção e a remuneração dos fatores envolvidos. Contudo, antes de expor a metodologia de apuração de custos, é interessante retomar os conceitos econômico e contábil de custo. O conceito econômico incorpora a noção de custo de oportunidade, noção inexistente dentro do conceito contábil. A contabilidade entende que custo é a expressão em dinheiro do consumo de fatores necessários para realizar determinado ato de gestão. O conceito econômico acrescenta o custo de oportunidade, considerando o custo dos usos alternativos do capital da instituição (CARPINTÉRO, 1999).

Partindo do pressuposto da necessidade e precariedade do cálculo dos gastos na saúde, este inicialmente se torna a referência nas diferentes esferas de governo, uma vez que não se encontra referências ao estudo de usos alternativos, motivo que não se calcula o custo de oportunidade ao ser determinado o custo da saúde. Nesta situação prevalece claramente o conceito contábil de custo vis-à-vis o conceito econômico (CARPINTÉRO, 1999).

Assim, Gonçalves, Zac e Amorim (2009) destacam a importância de expor a metodologia contábil aplicada na gestão financeira da saúde. Há várias opções metodológicas para mensuração dos custos (métodos de custeio). Considerando a necessidade de situar adequadamente a importância da apuração e gestão dos custos na saúde, pode-se fazer uma breve referência a estas técnicas para uma avaliação econômica no intuito de entender a aplicação, utilidade e amplitude como instrumento de gestão na área.

No custeio por absorção, o custo dos bens e serviços produzidos assimila tanto os custos variáveis (aqueles cujo montante é afetado pelo volume produzido), quanto os custos fixos (os que não são afetados pela quantidade produzida). Esse método

de custeio permite a alocação dos gastos da administração central da organização às demais unidades, o conhecimento do custo total da unidade, por centros de custos, por item de custo e pelo custo médio, a atribuição de custos aos produtos e serviços via centros de custos (entidades contábeis nas quais os custos dos recursos consumidos (MARTINS, ROCHA, 2010).

O custeio pleno, por sua vez, considera todas as despesas da organização, inclusive as financeiras, ao contrário do custeio por absorção, que pondera os custos de produção (MACHADO, 2002).

Quanto ao custeio por atividades, apura a acurácia da alocação de custos aos objetos de custos, principalmente produtos, com foco no conceito de processos, atividades e direcionadores de custos. Difere do custeio por absorção por não considerar todos os custos de produção e todos os gastos da organização. Nesse método, faz-se o mapeamento de processos e atividades, dos direcionadores de custos e das rotas de custos até os produtos, clientes, etc. O maior objetivo do método de custeio por atividades é produzir informação para a gestão de custos empregado em instituições de saúde e possibilitar a obtenção de informação de custos de um conjunto de atividades para a realização de um procedimento, por exemplo uma cirurgia (MARTINS, ROCHA, 2010).

Diferente das outras metodologias, o custeio baseado em atividades (ABC) interpreta que não são os recursos que são consumidos pelo produto, mas as atividades; e estas, por sua vez, consomem os recursos. Segundo Brimson (2004), uma atividade é uma combinação de pessoas, tecnologia, matérias primas, métodos e ambiente para gerar determinado produto ou serviço. Em outras palavras, dado que seja possível descrever o tempo gasto e os resultados do processo, o custeio ABC fundamenta um mapeamento do processo, levando em consideração o cálculo dos custos dos produtos e serviços em função das atividades consumidas para o alcance do objetivo final.

A vantagem da utilização do método ABC é que além das informações básicas de custos, viabiliza indicadores de desempenho, mensura os custos da não qualidade (falhas internas e externas, prevenção e avaliação), identifica oportunidades de eliminar desperdícios, aperfeiçoar atividades e a tomada de decisão (GONÇALVES et al., 2011). A adoção do custeio ABC no setor público é defendida por Alonso (1999) ao afirmar que tal método de custeio permitiria ao governo conhecer o custo de determinados produtos/serviços disponibilizados aos cidadãos (BRASIL, 2013).

Ressalta-se que nenhum dos métodos é considerado melhor que o outro e que podem ser utilizados simultaneamente na produção da informação de custos. A decisão para iniciar a implantação utilizando um método ou outro depende da perspectiva prioritária para o uso da informação, isto é, se o objetivo, por exemplo, é a visão macro do sistema, melhor iniciar com o custeio por absorção, que provê informação mais completa dos custos, para depois avançar para o custeio por atividades, que é muito centrado no gerenciamento de processos (IPEA, 2017).

Uma adversidade que impossibilita o cálculo acurado de gastos dos métodos de custeio é por exemplo avaliar a relação salário e produtividade. O indicador com efeito potencial na análise da saúde é conhecido como a doença de Baumol. Esse conceito aborda que alguns setores da economia, que usam intensivamente trabalho, caracterizam-se por um tipo de progresso tecnológico que não poupa a utilização de trabalho e evidencia os setores de menor crescimento da produtividade. O modelo de Baumol parte do pressuposto da existência de setores que evoluem a diferentes ritmos em termos de crescimento da produtividade. A crítica surge no entendimento de que os custos salariais por unidade produzida no setor com baixo crescimento da produtividade crescem frente ao setor com elevado crescimento da produtividade. Este custo possui uma complicada mensuração contábil, pois não é praticável aferir este gasto referente à produtividade de um profissional da área de saúde (PITA, 2013).

Um exemplo simples é entender que um médico não atende atualmente três vezes mais doentes em 20 minutos que um médico consultava há 20 ou 30 anos. Além da produtividade, a metodologia contábil não calcula outros indicadores que estão inclusos como um dispêndio intrínseco nos gastos com a saúde. Pode-se citar a renda per capita, a estrutura etária da população como o grande potencial de crescimento de gastos no futuro. Estando o setor da saúde incluído nas atividades afetadas por esta doença de Baumol, é inevitável o aumento do preço relativo dos bens e serviços de saúde, e o aumento da sua importância no PIB (XU et al., 2011).

Portanto no que tange a gestão de gastos na saúde, reconhece-se a importância de verificar novas estratégias que propiciem soluções cabíveis para os impasses administrativos, contábeis e econômicos. Deste ponto em diante, há a necessidade de se definir construtos, metodologicamente defensáveis, visando ao fortalecimento legal e gerencial da gestão de gastos a partir da utilização de ferramentas estatísticas (BRASIL, 2013).

2.4 Estratégias e modelos de previsão

Em uma análise histórica, desde meados da década de 1970, a ênfase em muitos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) se adequou em manter o nível dos serviços de saúde existentes, uma vez que ocorria reduções drásticas de crescimento do PIB. Um dos maiores desafios era ajustar o orçamento e encontrar um equilíbrio entre a sustentabilidade dos serviços da saúde e a contenção de seus custos. Para que o sistema de saúde seja financeiramente sustentável, é necessária uma alocação sólida de recursos, governança financeira e monitoramento dos resultados da saúde (MORGAN, ASTOLFI, 2013).

Para atribuir competência em uma gestão financeira, é essencial utilizar instrumentos quantitativos e que segundo Cichon et al. (1999), há dois tipos principais: ferramentas descritivas e ferramentas analíticas. Enquanto as ferramentas descritivas são instrumentos padrão para uma governança sólida e consistem em relatórios e controles financeiros, as ferramentas analíticas permitem que os formuladores de políticas executem uma modelação de sistemas de financiamento que determina o nível de recursos necessário para manter a qualidade e quantidade. Destaca-se que ambas ferramentas são baseadas em estatística e contabilidade.

Apesar da utilidade e disponibilidade de tais ferramentas, os processos de planejamento e gestão nos sistemas nacionais de saúde geralmente ignoram ou não fazem uso de modelos e de seus resultados gerados. Modelos fornecem informações necessárias para tomada de decisões sobre o sistema atual ou futuro, com o intuito de através de observações complexas, entender melhor a realidade (CICHON et al., 1999).

Existem três categorias principais de modelos de projeção para gastos com saúde e sua sustentabilidade segundo Astolfi et al. (2012). Os micromodelos simulam a totalidade da população, isto é, reúne efetivamente uma amostra que represente adequadamente toda a população de interesse e inclua todas as características de interesse. Logo reproduzem as características e o comportamento de uma grande amostra de indivíduos representando toda a população de interesse e que permite uma análise de cenários detalhados, resultantes de uma variedade de opções de políticas.

Os modelos de componentes projetam gastos com saúde de acordo com diferentes componentes, como agentes de financiamento ou prestadores de cuidados. Esse tipo de modelo busca de forma fundamentada especificar os agrupamentos de gastos, podendo aplicar uma técnica diferente para cada um e assim projetar um subcomponente dos gastos com saúde. Devido sua implementação e manutenção ser simples e relativamente barata, exige uma quantidade limitada de dados e geralmente incluindo apenas alguns parâmetros que já são encontrados na literatura, permitindo avaliar facilmente o impacto das mudanças nas políticas. Por essa razão, é o modelo mais utilizado.

Os macromodelos concentram-se na projeção do gasto total em saúde, com uma análise em série cronológica e seções transversais de indicadores agregados. As projeções podem ser baseadas na extrapolação pura dos modelos estatísticos adequados aos dados ou podem ser baseadas nos valores projetados das variáveis explicativas críticas, sempre que incluídas. Modelos em nível macro são tipicamente os menos exigentes em termos de requisitos de dados. Este é particularmente o caso dos métodos puros de extrapolação que usam uma única série temporal e dos modelos baseados em regressão que muitas vezes incluem apenas algumas variáveis explicativas.

Comparações internacionais no campo da saúde são sempre interessantes e úteis. Considera-se que copiar as práticas de sucesso em outros contextos não necessariamente resultará também em outra circunstância, contudo, pode existir um grau de êxito ao evitar os erros já cometidos e identificar a posição relativa de seu próprio país frente a outras nações com alguma similaridade, seja social, econômica, demográfica (CONASS, 2011).

Matta (2018) cita exemplos, apresentados no decorrer do texto, relacionados aos governos do Canadá, França, Itália e Suécia que utilizam modelos de projeção de gastos. O *Parliamentary Budget Officer* (PBO), do Canadá, desenvolveu um modelo, baseado na contabilidade, com intuito de monitorar o crescimento das despesas do país no longo prazo e identificar necessidades em mudanças na condução da política fiscal para evitar que os comportamentos do governo se tornem insustentáveis do ponto de vista do financiamento.

No caso da França, a instituição *Direction de la Recherche, de L'évaluation et des Etudes Statistiques* (DRESS) elaborou um modelo para estimar a sustentabilidade dos gastos com saúde, dada a desaceleração econômica. O modelo também utiliza a

metodologia contábil, baseando-se nas tendências de crescimento observadas no passado para fazer as projeções futuras.

O modelo italiano foi especialmente desenvolvido para o Ministério da Saúde pela Universidade de Tor Vergata e os parâmetros para projeção das variáveis foi realizada por meio da aplicação de um Modelo de Correção de Erros (ECM), o que implica a existência de uma relação de equilíbrio de longo prazo entre os gastos com saúde e as demais variáveis que influenciam nele.

O modelo desenvolvido pela Suécia utiliza uma base de dados desagregada no nível individual que reúne informações sobre consumo de bens e serviços de saúde por nível de cuidado, idade, situação de emprego, nível educacional, dentre outros, coletados a partir de registros administrativos e pesquisas. Para realizar as projeções são utilizadas regressões que mapeiam a relação entre as variáveis.

Por sua vez, entende-se que o Brasil seria capaz de apresentar estratégias a fim de se criar uma alocação eficiente dos recursos para o financiamento de curto e médio prazo, uma vez que os gastos públicos representam menos da metade do gasto total com saúde do país e, ainda que tenham apresentado uma trajetória de crescimento, sua participação como percentual do PIB permanece constante (MATTA, 2018).

Porém, de acordo com IPEA (2017), os textos produzidos no Brasil que discutem custos na área de saúde, apontam três pontos comuns que merecem destaque sobre a necessidade de se generalizar uma metodologia de cálculo e gestão de custos: (i) a grande maioria dos profissionais de saúde e avaliadores sabem pouco sobre procedimentos formais de levantamento/apuração e análise de custos; (ii) poucos órgãos estatais e municipais realizam estes estudos; (iii) as metodologias existentes de apuração de custos causam algumas restrições ao serem aplicadas no cálculo total da União, como por exemplo sistema simples de informática, diversas formas de se apurar custos, especificidades de unidades regionais. Conseqüentemente há a necessidade de adaptações e simplificações, que nem sempre levam ao custo real dos programas e procedimentos e que acabam dificultando as comparações com outras unidades.

É importante deixar claro que os modelos são apenas um meio para se conseguir informações necessárias para subsidiar a tomada de decisão. Não se pode esperar que a elaboração e utilização de um modelo, por si só, resolva todos os problemas de financiamento dos sistemas de saúde. Seu objetivo é munir os gestores

e tomadores de decisão de informações úteis que mostrem os possíveis resultados de intervenções a serem realizadas, auxiliando, desse modo, no planejamento, no monitoramento e na condução da política de saúde e de seu financiamento (CICHON et al., 1999).

2.5 Perspectiva do financiamento da saúde

Uma das adversidades que um gestor enfrenta diariamente é alocar os recursos de maneira mais eficiente e equitativa possível. Distribuir os recursos entre estados, regiões, municípios, programas e ações de saúde, exige um motivo justificado na tomada de decisão. Desde que o principal objetivo de uma distribuição de recursos financeiros em saúde seja atender os direitos dos cidadãos, é inevitável aferir a “necessidade de saúde” através de indicadores (CONASS, 2011).

No entanto, primeiramente, deve-se levar em consideração a gestão propensa ao reequilíbrio das contas públicas. Os tetos de gastos da União, por exemplo, é um elemento importante na formação de expectativas de resultados fiscais, contudo a atual vigência agrava a sustentabilidade orçamentária. Conforme Tanno et al (2018), de 2022 em diante, a obtenção de resultados satisfatórios ocorreria a partir de reformas estruturais na composição dos gastos públicos.

Os ganhos fiscais, citado por Tanno et al (2018), também fazem parte do estudo de projeções realizado pelo CONASS (2011). A análise do CONASS (2011) avaliou suas projeções de 2018 a 2021 a partir das medianas das expectativas de mercado relativas. Essas projeções levam em consideração a receita, despesa e resultado primário, informado no Relatório Prisma Fiscal de dezembro de 2018 pela Secretaria de Política Econômica do Ministério da Fazenda, e o PIB e a inflação (IPCA), fornecidos no Relatório Focus pelo Banco Central do Brasil de 14/12/2018.

As estimativas para 2022 e 2023 utilizaram critérios implícitos nas expectativas de mercado relativas a resultados fiscais, de forma que evidenciou redução gradual de despesas públicas na proporção anual de 0,5% do PIB. Essa informação manifestou-se a partir do projeto de lei orçamentária anual para 2019 ao Congresso Nacional, significando um novo regime fiscal, que por sua vez depende de ações estruturantes para a continuidade dos benefícios por ele proporcionados (CONASS, 2011).

Tanno et al (2018) afirma que desde 1998, o governo inaugura um período de produção sistemática de superávits primários, da ordem de 2% do PIB. Esse ciclo é interrompido em 2014 por um processo recessivo fomentado a partir do segundo trimestre de 2014, e conseqüentemente a uma geração de déficits primários da magnitude de 2% do PIB, com perspectiva de retorno a superávits somente a partir de 2022, e ainda assim nos cenários mais otimistas.

Entre os trabalhos que fizeram esse tipo de levantamento dos gastos públicos com saúde, cabe citar os realizados pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), pela Fundação do Desenvolvimento Administrativo (Fundap) de São Paulo e a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) nas décadas de 1980 e 1990. Esses trabalhos tinham uma característica comum, que era a de fazerem estimativas, a partir de regressões, para os gastos municipais a partir de uma amostra de municípios. (CONASS, 2011).

Considerando o potencial do processamento de computadores e disponibilidades de softwares capazes de realizar tarefas matemáticas sofisticadas, percebe-se a carência de sua utilização na área de saúde. Ao analisar trabalhos que envolve gastos de saúde, método de simulações e projeções de custos, identifica-se algumas limitações dos procedimentos executados como por exemplo no trabalho de Corrar (1998), de CONASS (2011), Macêdo (2018), e de Garcia et al (2010).

Estes trabalhos citados como exemplo assumem pressupostos afirmados de normalidade, suposição de independência, definição das métricas utilizadas e irrelevância à indexação de variáveis financeiras no tempo, pode-se questionar a necessidade de simulação de uma distribuição Normal, dado que as informações são consideradas normais e se essas informações são declaradas independentes, torna-se dispensável uma simulação em análise conjunta, uma vez que o conceito de independência envolve a probabilidade da alteração dessa variável independente sem que afete as demais.

Logo, quando se utiliza alguma ferramenta estatística na literatura financeira, constata-se seu uso inadequado, uma vez que demanda condições de aplicação específicas, e que muitas vezes não são observadas (RODRIGUES et al, 2017). Um possível pretexto para o uso inadequado poderia ser a formação desses pesquisadores. Há uma predominância de pesquisadores advindos da área de ciências da saúde, revelando assim uma discrepância existente entre a atuação de

profissionais da área de ciências da saúde e das demais áreas de conhecimento (ANDRADE et al ,2007).

Andrade et al (2007) pesquisou sobre trabalhos nacionais que enfocam a área de economia da saúde. Para realizar tal procedimento, houve uma busca nas bases de dados disponíveis na Biblioteca Virtual em Saúde. Após a identificação de 272 pessoas cadastradas no CNPq/MCT em que o perfil acadêmico está relacionado à economia da saúde, 96% desenvolve atividades de pesquisa, 94% realizam orientações em trabalhos de pós-graduação (monografias, dissertações e teses), 77% exercem atividades de consultoria e 58% oferecem cursos de extensão. Quanto aos tipos de estudos desenvolvidos, 69% realizam estudos de análise de custos; 63%, estudos sobre eficácia, efetividade e eficiência na gestão; 58%, estudos sobre acessibilidade econômica e análises de custo – efetividade; e 56%, estudos sobre análise de custo-benefício.

Como proposta que visa a complementação de gestão, este trabalho apresenta a metodologia de núcleo estimador e de *Bootstrap*. O objetivo do trabalho é desenvolver uma metodologia semi-paramétrica para a simulação de cenários em processos multivariados correlacionados que possuam distribuições conjuntas, e marginais, desconhecidas, para projeções e modelagem de gastos na saúde. Em outras palavras, construir um modelo a partir do *Bootstrap* semi-paramétrico baseado em distribuições de referência obtidas via núcleos estimadores.

Este tipo de estudo contribui na avaliação dos riscos de uma projeção para fins gerenciais ao permitir determinado grau de percepção de cenários futuros, isto é, um ambiente de incertezas financeiras decorrentes de variáveis caracterizadas por um comportamento probabilístico e econômico. Idealiza-se também que este trabalho colabore para outros estudos que envolvam a análise de riscos e gestão econômica.

3 MÉTODO NÚCLEO ESTIMADOR

Nesse capítulo, apresenta-se a teoria estatística conhecida por “núcleo estimador”, o principal conteúdo teórico que concerne à metodologia estatística que embasa o presente trabalho. A literatura sobre núcleo estimador é prolífera e complexa, portanto, não se pretende que esta seção ofereça uma revisão ampla e detalhada sobre este tópico da inferência estatística. O objetivo aqui é apresentar uma introdução geral contendo definições básicas sobre as abordagens univariada e multivariada, principais propriedades, a estimação por núcleos fixos e variáveis e implementação.

3.1 Introdução

As ideias básicas do núcleo estimador surgiram na literatura por Fix e Hodges (1951). Rosenblatt (1956) e Parzen (1962) estudaram a classe geral do núcleo estimador univariado, também conhecido na literatura por núcleo estimador fixo. A terminologia “fixo” se deve a janela h ser constante para todo $x \in \mathbb{R}$. Posteriormente, alguns autores estudaram a eficiência de diferentes funções núcleo, novas estimações de janela ótima, e métodos de validação cruzada. Tais ajustes e extensões visam corrigir problemas na escolha do parâmetro de suavidade, bem como produzir estimativas consistentes (LIMA, 2007).

Cacoullos (1966) e Minnotte (1992) evidenciaram que, geralmente, o núcleo estimador fixo não fornece resultados adequados no que se refere à estimação de densidades que exibem mudanças abruptas, multimodalidade, forte assimetria, etc. O núcleo estimador com janela variável, ou núcleo estimador variável, resultou em propostas na literatura para evitar tais problemas, isto é, sustentadas na ideia de variar a janela h ou a forma funcional do núcleo em diferentes partes da função.

Alguns autores apresentaram propostas para variações do núcleo estimador variável. Loftsgaarden e Quesenberry (1965) apresentaram o núcleo estimador local, analisando o método dos k vizinhos mais próximos para a estimação de densidades. Posteriormente, outros autores estudaram as propriedades do núcleo estimador local como Terrel e Scott (1992) e Hazelton (1999). Breiman et al. (1977) introduziram o núcleo estimador adaptativo; Abramson (1982) propôs a regra da raiz quadrada

(“*square root law*”) para estimar as janelas variáveis, o que favoreceu redução do vício do estimador pontual; Brewer (2000) propôs o primeiro procedimento bayesiano para a estimação das janelas ótimas, através de modelos gráficos bayesianos e validação cruzada por verossimilhança (LIMA, 2007).

Fukunaga (1972) apresentou a ideia da transformação de dados visando eliminar a necessidade de trabalhar com a matriz completa de janelas; a mesma ideia foi abordada por Silverman (1986). Terrell e Scott (1992) investigaram a implementação e visualização de estimadores não-paramétricos de densidades multivariadas. Wand e Jones (1994) examinaram o método “plug-in” para dados multivariados (LIMA, 2007).

Outras referências sobre núcleo estimador e suas propriedades podem ser encontradas em Sain (1994), Wand e Jones (1995), Simonoff (1996), Cavalcante (2004) e Duong (2004). Para mais informações sobre estimação das janelas, consulte Duong e Hazelton (2003), Duong e Hazelton (2005) e Zhang et al. (2006) (LIMA, 2007).

3.2 Núcleo estimador fixo

Segundo Silverman (1986), Wand e Jones (1995), dada uma amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n , de uma distribuição univariada contínua, com função densidade de probabilidade f , o núcleo estimador de f avaliada no ponto x é definido por:

$$\begin{aligned}\hat{f}(x; h) &= (nh)^{-1} \sum_{i=1}^n K \left\{ \frac{(x - X_i)}{h} \right\} \\ \hat{f}(x; h) &= n^{-1} \sum_{i=1}^n K_h \{ (x - X_i) \}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Note que $K_h(u) = h^{-1}K(u/h)$ e que K é uma função, denominada núcleo.

Em geral, a função núcleo é uma função densidade de probabilidade, e conseqüentemente garante que também f seja uma função densidade. O parâmetro h é chamado de janela ou parâmetro de suavização, pois controla a quantidade de suavização a ser feita na estimativa de f . O núcleo estimador definido por (3.1)

também é conhecido na literatura como núcleo estimador fixo, por considerar a janela h constante para todo ponto x (WAND, JONES 1995).

3.2.1 Propriedades do núcleo estimador fixo

Existem diversas formas para se avaliar a precisão de um estimador. De acordo com Wand e Jones (1995), o critério de erro geralmente é preferido a outros critérios desde que seja matematicamente mais simples de se trabalhar. Uma medida pontual comumente utilizada é o erro quadrático médio (*Mean Square Error* ou *MSE*), que no caso do núcleo estimador é definido por:

$$\begin{aligned} MSE[\hat{f}(x)] &= E \left\{ [\hat{f}(x) - f(x)]^2 \right\} \\ &= E \left\{ \hat{f}(x) - E[\hat{f}(x)] \right\}^2 + \left\{ E[\hat{f}(x)] - f(x) \right\}^2 \\ &= var[\hat{f}(x)] + \{vício[\hat{f}(x)]\}^2. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Outra medida muito utilizada para avaliar núcleo estimador é o erro quadrático médio integrado (*Mean Integrated Square Error* ou *MISE*), o qual demonstra uma medida global de discrepância de \hat{f} com relação a f .

$$\begin{aligned} MISE[f(x)] &= \int E \left\{ [f(x) - \hat{f}(x)]^2 \right\} dx \\ &= \int var[\hat{f}(x)] dx + \int \{vício[\hat{f}(x)]\}^2 dx. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Em ambas as medidas existe a compensação entre variância e vício, implicando assim em um efeito trade-off. Isso quer dizer que o aumento da variância resulta na redução do vício, e o contrário também é válido (SILVERMAN, 1986; WAND, JONES, 1995).

Na prática, o MSE e MISE não podem ser calculados exatamente para o caso geral do núcleo estimador, uma vez que esses indicadores dependem da janela ótima em uma forma complicada, o que torna difícil interpretar sua influência no desempenho do núcleo estimador. Contudo existe uma maneira de superar esse problema que envolve a obtenção de aproximações amostrais para a variância e o vício e que pode ser visto mais detalhadamente em Wand e Jones (1995).

3.3 Escolha da função núcleo

É importante ressaltar que se deve entender o fato do desempenho do núcleo estimador, em termos de erro, não depender diretamente da forma funcional do núcleo. A qualidade do núcleo estimador é atrelada à escolha da janela h (SILVERMANN, 1986). O MISE é afetado por h e pelo núcleo, e comumente vemos na literatura que o kernel ótimo é chamado de Epanechnikov (1969). Contudo, mesmo definindo o valor de h que minimiza MISE como h_{opt} , ainda assim é difícil de obter uma expressão para MISE. (PAGAN, ULLAH, 1999). Alguns núcleos são apresentados na tabela 3.1:

Tabela 3.1 – Função núcleo

Kernel	$K(t)$
Epanechnikov:	$\frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{5}t^2\right) / \sqrt{5}$. para $ t < \sqrt{5}$
Gaussiano:	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)t^2}$. para $-\infty < t < +\infty$
Uniforme:	$\frac{1}{2}$ para $ t < 1$
Biponderado:	$\frac{15}{16} (1 - t^2)^2$. para $ t < 1$
Triangular:	$1 - t $. para $ t < 1$

Fonte: Silverman (1986).

Deve-se levar em consideração o custo computacional, a simplicidade e a velocidade de convergência do estimador de densidade ao escolher um núcleo e a janela ótima. (PAGAN, ULLAH, 1999).

O ambiente R para computação estatística e gráficos oferece aos usuários uma variedade de ferramentas para estimar modelos não paramétricos, semiparamétricos e paramétricos. Além disso, existem vários pacotes ou bibliotecas no R que implementam uma variedade de métodos de núcleo, e seus vários graus de funcionalidade. Dentro dessas bibliotecas, os núcleos implementados para tipos numéricos incluem os kernels Gaussiano e Epanechnikov (LI, RACINE, 2009).

O reconhecimento do padrão do núcleo gaussiano ganhou muita popularidade nas comunidades de programação, amplamente baseado em desempenho e aplicabilidade (EVANGELISTA et al, 2007). Então neste trabalho, a escolha da função núcleo estará restrita ao núcleo Gaussiano, uma vez que a biblioteca de implementação utilizada é executada a partir do núcleo Gaussiano.

3.4 Núcleo estimador variável

No decorrer dos anos, houve modificações no núcleo estimador. Essas modificações foram baseadas na ideia de variar a janela h ou a forma funcional do núcleo em diferentes partes da função. O motivo foi que apesar do núcleo estimador fixo apresentar bons resultados, apresentava resultados não satisfatórios quando, por exemplo, existia uma distribuição com caudas pesadas ou assimétricas ou multimodais (LIMA, 2007).

3.4.1 Método do núcleo estimador multivariado

A definição do núcleo estimador, segundo Silverman (1986), é uma soma de “*choques*” centrados nas observações, o que pode ser generalizado para o caso multivariado. O núcleo estimador multivariado com núcleo K e janela ótima h é definido por

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n K \left\{ \frac{1}{h} \{x - X_i\} \right\}. \quad (3.4)$$

A função núcleo $K(x)$ é agora uma função do \mathbb{R}^d para o \mathbb{R} tal que:

$$\int_{\mathbb{R}^d} K(x) dx = 1 \quad (3.5)$$

Existem duas técnicas comuns para gerar os núcleos multivariados a partir de um núcleo univariado simétrico (w). A primeira chamada de “*product kernel*” “ $K^p(x)$ ” e a segunda chamada de “*spherical kernel*” “ $K^s(x)$ ” (WAND, JONES, 1995).

$$K^p(x) = \prod_{i=1}^d w(x_i). \quad \text{e} \quad K^s(x) = c_{w,d} w \left\{ (x^T x)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (3.6)$$

onde $c_{w,d}^{-1} = \int w \left\{ (x^T x)^{\frac{1}{2}} \right\} dx = 1$.

Visando fornecer uma regra sobre quando é apropriado estimar densidades multivariadas, Silvermann (1986) propôs uma tabela, a qual fornece o tamanho da amostra necessária para que a metodologia multivariada seja aplicável. A tabela 3.2 é uma replicação da tabela proposta por Silvermann, construída por minimização numérica sobre h da expressão exata para o erro quadrático médio em 0, a fim de se atingir o mínimo erro quadrático médio possível para cada tamanho de amostra. O intuito é expor a importância dos pressupostos antes da aplicação do método,

Tabela 3.2 – Relação tamanho da amostra e dimensões

Dimensão	Tamanho da amostra
1	4
2	19
3	67
4	223
5	768
6	2.790
7	10.700
8	43.700
9	187.000
10	842.000

Fonte: Silverman (1986).

A tabela 3.2 evidencia um problema detectado em estimativas não paramétricas. A maldição da multidimensionalidade sustenta a característica de que a quantidade de dados necessária para que as estimativas multivariadas obtenham uma precisão desejável deve crescer exponencialmente. Como fonte de resolução à maldição da multidimensionalidade, os métodos semiparamétricos constituem alguns dos métodos mais populares para uma estimativa flexível. (LI, RACINE, 2009).

3.4.2 Escolha do parâmetro de suavidade

A escolha do parâmetro de suavização h é parte essencial do método de estimação das funções de distribuição e densidade via núcleo estimadores, uma vez que sua determinação está relacionada à otimização de desempenho. Em outras palavras, h é escolhido de maneira que $\hat{F}_n(x)$ seja um ótimo estimador de F de acordo com uma medida de desempenho (SILVERMANN, 1986).

A estimação do h ótimo ocorre a partir de métodos automáticos de seleção de janela e estes métodos partem do pressuposto de que a quantidade ótima de suavização depende unicamente dos dados. Como exemplo pode-se citar o método Plug-in com abordagem de Chiu (1991); o método Plug-in com abordagem de Sheather e Jones (1991); o método Plug-in com Bessegato (2001); o método Plug-in de multiestágio com Polansky e Baker (2000); Blocos-Pontos Amostrais de Sain e Scott (1996); metodologias bayesianas (LIMA, 2007).

Este trabalho abordará apenas o método Plug-in aplicado por Sheather e Jones (1991) e sua extensão multivariada desenvolvida por Wand e Jones (1994). Conforme Cavalcante et al (2006 apud DAMASCENO, 2000) expõe a obtenção do modelo em seu artigo, uma medida de discrepância usada é o MISE e pode ser reescrita em função do vício quadrático integrado e da variância integrada definida por:

$$MISE = \frac{1}{4}h^4k_2^2 \int (f''(x))^2 dx + \frac{1}{nh} \int (k(t))^2 dt + o\left(h^4 + \frac{1}{nh}\right). \quad (3.7)$$

A partir dessa relação, o valor de h que minimiza o MISE é dado por:

$$h_{ótimo} = k_2^{-\frac{2}{5}} \left(\int k(t) dt \right)^{\frac{1}{5}} \left(\int (f''(x))^2 dx \right)^{-\frac{1}{5}} n^{-\frac{1}{5}}. \quad (3.8)$$

onde $k_2 = \int t^2 k(t) dt$. A ideia do método Plug-in é aproximar o único termo desconhecido $G = \int (f''(x))^2$ por:

$$\hat{G} = \frac{1}{\pi} \int_0^A \lambda^4 \left(|\tilde{\phi}(\lambda)|^2 - \frac{1}{n} \right) d\lambda. \quad (3.9)$$

onde $\tilde{\phi}(\cdot)$ é a função característica de X . Desta forma, o estimador pelo método Plug-in da janela ótima é definido como:

$$h_p = \left[\hat{\theta}_p + \frac{R_n'(\hat{\theta}_p)}{\tilde{A}_n(\hat{\theta}_p)} \right] n^{-\frac{1}{5}}. \quad (3.10)$$

Os termos acima são dados por:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_p &= \left\{ \int k^2(x) dx \right\}^{\frac{1}{5}} \left\{ \int x^2 k(x) dx \right\}^{\frac{-2}{5}} \hat{G}^{\frac{1}{5}} \\ \tilde{R}_n(h) &= (24\pi)^{-1} n^{-\frac{2}{5}} h^6 \int_0^A \lambda^6 \left\{ |\tilde{\phi}(\lambda)|^2 - \frac{1}{n} \right\} d\lambda * \\ &\quad * \int x^2 k(x) dx \int x^4 k(x) dx \\ \tilde{A}_n(h) &= (4)^{-1} h^4 \hat{G} \left\{ \int x^2 k(x) dx \right\}^2 + h^{-1} \int k^2(x) dx - \tilde{R}_n(h) \end{aligned} \quad (3.11)$$

É importante frisar que o uso de um único parâmetro de suavização h em (3.4) pressupõe que a versão do núcleo apresentada em cada ponto de dados seja dimensionada igualmente em todas as direções. Em outras situações, é factível utilizar um vetor de parâmetros de suavização. Silvermann (1986) sugere que seja melhor pré-redimensionar os dados para evitar diferenças extremas de dispersão nas várias direções das coordenadas. Se isso for feito, geralmente não haverá necessidade de considerar formas mais complicadas da estimativa da densidade do núcleo. Em outras palavras, Silvermann apresenta a ideia de como o parâmetro h fixo interfere na estruturação da função de densidade, isto é, não determina resultados coerentes na presença de multimodalidade, assimetria, sendo aconselhável calcular o vetor de parâmetros de suavização.

Portanto, deve-se levar em consideração os passos para se construir um núcleo estimador multivariado. De outro modo, primeiramente selecionar a função núcleo; em segundo lugar, determinar sobre a parametrização específica suavizada; por fim, a própria matriz h deve ser escolhida. Devido ao seu papel no controle tanto da quantidade quanto da direção da suavização multivariada, essa escolha é particularmente importante (WAND, JONES, 1995).

3.4.3 Distribuição amostral e distribuição *Bootstrap*

Segundo Hoel (1971), a distribuição amostral de uma estimativa é a função de densidade ou a função de probabilidade que descreve o comportamento probabilístico da estatística em amostragem repetida do mesmo universo ou do mesmo modelo de associação de variável do processo.

Para Moore et al (2006), na prática, não se podem tomar um número muito grande de amostras aleatórias para construir a distribuição amostral. Em vez disso, utiliza-se um atalho, como por exemplo, as leis da probabilidade que em algumas situações informam qual é a distribuição amostral. Por exemplo, se a população tem uma distribuição Normal, então a distribuição amostral de \bar{X} também é Normal.

Em situações em que não se está definido um modelo para a população e não é possível a extração de uma quantidade muito grande de amostras, o *Bootstrap* encontra o cenário ideal para a sua utilização. Neste contexto, utiliza-se a única amostra disponível como se fosse a população e dela extrai-se diversas subamostras para construir a distribuição *Bootstrap*.

Na maioria dos casos, a distribuição *Bootstrap* aproxima-se da mesma forma e dispersão da distribuição amostral, no entanto está centrada no valor da estatística original, e não no valor do parâmetro de interesse.

4 BOOTSTRAP

O *Bootstrap* é conhecido como método de simulação capaz de avaliar as propriedades de amostragem de procedimentos estatísticos e também faz parte do conjunto de métodos de reamostragem. O método se tornou prático através do uso da aproximação de Monte Carlo, principalmente após a aceleração do desenvolvimento dos computadores no início da década de 1940 (DAVISON et. al, 1986).

4.1 Fundamentação Teórica

Segundo Efron e Tibshirani (1993), *Bootstrap* é um método computadorizado que tem o objetivo de atribuir medidas de precisão às estimativas estatísticas. A base da técnica é adquirir, através da reamostragem do conjunto de dados originais, ou de uma função destes, um "novo" conjunto de dados.

A utilização desse método surge a partir de circunstâncias em que outras técnicas não podem ser aplicadas devido ao tamanho de amostra reduzido. O método *Bootstrap*, então, formula um ambiente desejável de testes, repetindo a experiência de forma computacional e escolhendo as observações de forma aleatória, recalculando assim as estimativas iterativamente (EFRON; TIBSHIRANI, 1993).

Segundo Moore et al (2006), o *Bootstrap* possui diversas vantagens. Entre elas, de não exigir que as distribuições sejam normais e/ou as amostras sejam grandes, considerado mais preciso que os métodos clássicos, e possui caráter geral, isto é, considerado um método similar para um grande número de estatísticas e não requer novas fórmulas para cada estatística.

Suponha que em uma situação analítica de dados comum consta a amostra aleatória $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de uma distribuição de probabilidade desconhecida, $F_x(x)$. Deseja-se estimar um parâmetro de interesse $\hat{\theta} = t(F_x(x))$ com base em X . Para esse propósito, calculamos uma estimativa $\hat{\theta} = s(X)$ de X . A estimativa de *Bootstrap* não requer cálculos teóricos, não importa quão matematicamente complicado seja o estimador $\hat{\theta} = s(X)$.

De acordo com Efron e Tibshirani (1993), o método *Bootstrap* se vale da noção da "reamostragem *Bootstrap*". Ao estimar um parâmetro com base nos dados, avalia-

se as propriedades da distribuição para a estimativa do parâmetro e construção do intervalo de confiança. Para tal, o elemento básico para o *Bootstrap* é a distribuição empírica, o qual se define como uma distribuição discreta que atribui peso igual a cada ponto observado, isto é, atribui probabilidade $1/n$ a cada um dos valores observados $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, referentes às n observações originais. Tendo observado uma amostra aleatória de tamanho n de uma distribuição de probabilidade $\hat{F}_x(x)$,

$$\hat{F}_x(x) \rightarrow (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n). \quad (4.1)$$

A notação em estrela indica que X^* não é o conjunto de dados real X , mas sim uma versão aleatória, ou reamostrada, de X . \hat{F} atribui a um conjunto A no espaço amostral de x sua probabilidade empírica

$$\widehat{\text{Prob}}\{A\} = \frac{\#\{x_i \in A\}}{n} \quad (4.2)$$

que é a proporção da amostra observada $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ que ocorre no conjunto A .

Nesta fase, destaca-se que a ideia de um *Bootstrap* é usar apenas as características dos dados, não introduzir suposições contestáveis sobre a distribuição da população. O “princípio de *Bootstrap*” diz que quando $F_x(x)$ é a distribuição da população e $T(F_x(x))$ é a função que define o parâmetro, deseja-se estimar com base em uma amostra de tamanho n que $\hat{F}_x(x)$ desempenhe o papel de $F_x(x)$. A amostra original é uma amostra de n observações independentes e identicamente distribuídas da distribuição $F_x(x)$, e a estimativa amostral do parâmetro é $T(\hat{F}_x(x))$. Assim, no *Bootstrap*, deixamos $\hat{F}_x(x)$ desempenhar o papel de $F_x(x)$ e tomamos n observações independentes e identicamente distribuídas de $\hat{F}_x(x)$. Como $\hat{F}_x(x)$ é a distribuição empírica, isto é apenas amostragem aleatória com substituição dos dados originais.

Existe outra maneira de dizer que em (4.1) os pontos de dados de *Bootstrap* $x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n$ são uma amostra aleatória de tamanho n desenhada como substituição da população de n objetos (x_1, x_2, \dots, x_n) .

Assim, pode-se ter $x_1^* = x_7, x_2^* = x_3, x_3^* = x_3, x_4^* = x_{22}, \dots, x_n^* = x_7$. O conjunto de dados de *Bootstrap* ($x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$) consiste em pontos do conjunto de dados original (x_1, x_2, \dots, x_n), alguns aparecendo zero vezes, outros aparecendo uma vez, outros aparecendo duas vezes.

Um exemplo simples, exposto por Shao e Dongsheng (1986), seria supor a existência de $n = 5$ e as observações são $x_1 = 7, x_2 = 5, x_3 = 3, x_4 = 9$ e $x_5 = 6$ e que se deseja estimar a média. Então, a estimativa amostral do parâmetro populacional é a média da amostra, $(7 + 5 + 3 + 9 + 6)/5 = 6$. A amostragem dos dados com substituição gera a amostra de *Bootstrap*.

A amostra de *Bootstrap* é denotada como $x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*$ e x_5^* . A distribuição para amostragem com substituição de F_n é chamada de distribuição de *Bootstrap*, atribuído como F_n^* . A estimativa de *Bootstrap* é então $T(F_n^*)$.

Portanto, uma amostra de *Bootstrap* pode ser $x_1^* = 5, x_2^* = 9, x_3^* = 7, x_4^* = 7$ e $x_5^* = 5$, com média $(5 + 9 + 7 + 7 + 5)/5 = 6,6$. Embora seja possível recuperar a amostra original, normalmente alguns valores são repetidos uma ou mais vezes e, conseqüentemente, outros são omitidos. Para esta amostra de *Bootstrap*, a estimativa de *Bootstrap* da média é 6,6. Ao coletar outra amostra de *Bootstrap*, obtém-se outra estimativa que pode ser diferente da amostra anterior e da amostra original. Seja a segunda amostra de *Bootstrap*, $x_1^* = 9, x_2^* = 9, x_3^* = 6, x_4^* = 7$ e $x_5^* = 5$ e o *Bootstrap* estimado tenha média de 7,2.

Ao repetir o procedimento muitas vezes, há a criação de um histograma de valores para a média, que é chamado de aproximação de Monte Carlo à distribuição de *Bootstrap*. A estimativa de *Bootstrap* difere da estimativa original, contudo a média de todos esses valores será muito próxima de 6,0, uma vez que a média teórica da distribuição de *Bootstrap* é a média da amostra. Mas a partir do histograma compreende-se a variabilidade dessas estimativas e pode ser utilizado para se estimar a assimetria, curtose, desvio padrão e intervalos de confiança (SHAO, DONGSHENG, 1986).

Em teoria, a estimativa exata de *Bootstrap* do parâmetro pode ser calculada pela média adequada de todas as amostras possíveis de *Bootstrap* e, neste exemplo, para a média, esse valor seria 6,0. Torna-se prático entender que pode haver n amostras de *Bootstrap* distintas (levando em consideração a ordem das observações) e nessa etapa é utilizada uma aproximação de Monte Carlo. Quanto maior o M , mais

próximo o histograma se aproxima da verdadeira distribuição do *Bootstrap* (SHAO, DONGSHENG, 1986).

De forma ilustrativa, conforme Efron e Tibshirani (1983), a figura 1 abaixo representa de maneira geral o esquema do processo *Bootstrap* para estimar o erro padrão da estatística $s(x)$. O algoritmo de *Bootstrap* começa gerando um grande número de amostras independentes de *Bootstrap* $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$, cada uma do tamanho n .

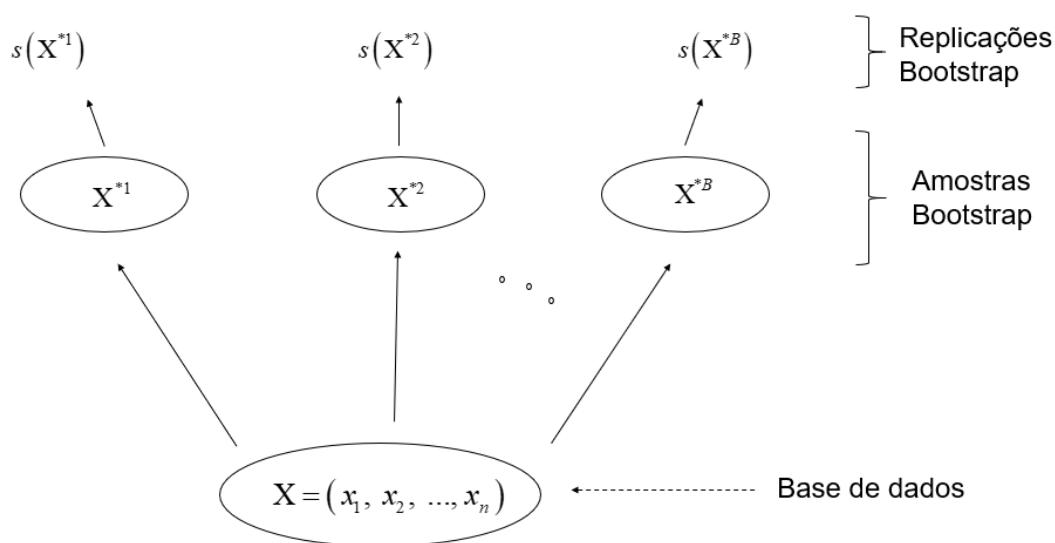


Figura 4.1 – Representação do método *Bootstrap*

Fonte: Efron e Tibshirani (1983)

A amostra *Bootstrap* é a replicação de *Bootstrap* de s , ou seja, $s(x^{*B})$. Se $s(x)$ é a mediana da amostra, por exemplo, então $s(x^*)$ é a mediana da amostra de *Bootstrap*. A estimativa de *Bootstrap* do erro padrão é o desvio padrão das replicações de *Bootstrap*,

$$\widehat{se}_{boot} = \left\{ \sum_{b=1}^B \frac{[s(x^{*b}) - s(\cdot)]^2}{(B-1)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (4.3)$$

$$\text{Onde } s(\cdot) = \sum_{b=1}^B \frac{s(x^{*b})}{B}.$$

Portanto, o *Bootstrap* tem o objetivo de gerar limites de confiança para o parâmetro estimado a partir de uma função de observações. Isto quer dizer que dada uma distribuição empírica para m valores da estatística, avaliando-a para m amostras independentes de tamanho n gerado com a distribuição empírica das n observações originais. Para m suficientemente grande, obtém-se assim uma aproximação arbitrariamente satisfatória de uma distribuição e conseqüentemente tratado como uma boa estimativa para a verdadeira distribuição da estatística (JOHNS, 1988).

Os problemas de inferência estatística geralmente envolvem estimar algum aspecto de uma distribuição de probabilidade $F_x(x)$ com base em uma amostra aleatória retirada de $F_x(x)$. Ao criar a função de distribuição empírica $\hat{F}_x(x)$ e que esta representa uma estimativa simples de toda a distribuição $F_x(x)$, utiliza-se o "princípio do plug-in". O método de *Bootstrap* é uma aplicação direta do princípio do plug-in (EFRON; TIBSHIRANI, 1993).

4.2 O princípio do plug-in

Conforme Efron e Tibshirani, (1993), o plug-in é um princípio encarregado dos métodos tradicionais e de *Bootstrap* para estatísticas inferenciais. Para compreender de maneira simplificada, suponha a necessidade de se estimar a média de uma variável em uma população, isto é, de forma ideal, reunir todos os dados da população. Geralmente, é impossível obter os valores de cada indivíduo da população. Uma opção é coletar uma amostra para se calcular uma estatística informativa sobre o parâmetro de interesse.

O princípio do plug-in é um método para estimar parâmetros de distribuições amostrais. A estimativa de plug-in de um parâmetro $\theta = t(F_x(x))$ é definida como

$$\hat{\theta} = t(\hat{F}_x(x)). \quad (4.4)$$

Deve-se estimar a função $\theta = t(F_x(x))$ da distribuição de probabilidade $F_x(x)$ pela mesma função da distribuição empírica $\hat{F}_x(x)$, $\hat{\theta} = t(\hat{F}_x(x))$.

4.3 Estimativa da distribuição

Dado que a essência do *Bootstrap* consiste no conceito de que a distribuição da estatística de interesse pode ser aproximada por estimativas baseadas em reamostragens repetidas, a população pode ser aproximada de diferentes maneiras, e cada qual resulta em um tipo diferente de *Bootstrap*. As aproximações mais comuns podem ser divididas em *Bootstrap* paramétrico e não paramétrico. Extensões mais sofisticadas podem levar ao *Bootstrap* suavizado e/ou generalizado (DIXON, 2006).

O *Bootstrap* paramétrico assume que $F_x(x)$ é conhecida, exceto talvez por um ou mais parâmetros desconhecidos. Com o *Bootstrap* não paramétrico, a população $F_x(x)$ é aproximada pela distribuição empírica dos valores observados, tal como se faz na estimação dos parâmetros de uma distribuição multinomial. (DIXON, 2006).

No caso do modelo tratado neste trabalho, há o *Bootstrap* semiparamétrico, isto é, consta em uma parte da modelagem a suposição de distribuição, mas a outra parte que não se identifica o que é e qual o formato, sendo necessário utilizar um método não paramétrico.

4.4 Método Monte Carlo

A essência do teste de Monte Carlo é estimar o valor de p-valor através de uma amostra de $(m - 1)$ cópias de T geradas sob a hipótese nula. Nesta direção, T_1, \dots, T_{m-1} denota uma sequência de observações de Monte Carlo de T geradas sob a hipótese nula. Silva e Assunção (2013) exploram de forma mais detalhada as propriedades e extensões do teste Monte Carlo (SILVA, 2016). Reitera-se que a aproximação de Monte Carlo é adotada para calcular os estimadores de *Bootstrap*.

Em uma abordagem simples sobre o *Bootstrap*, citando Shao e Dongsheng, (1986), e considerando as informações supracitadas em relação ao teste Monte Carlo, seja \hat{P}_n um modelo estimado usando como base X_1, \dots, X_n . O viés, variância e a distribuição dos estimadores *Bootstrap* são respectivamente,

$$b_{BOOT} = E_*[\mathfrak{R}_n(X_1^*, \dots, X_m^*, \hat{P}_n)], \quad (4.5)$$

$$v_{BOOT} = var_*[\mathfrak{R}_n(X_1^*, \dots, X_m^*, \hat{P}_n)], \quad (4.6)$$

$$H_{BOOT}(x) = P_*[\mathfrak{R}_n(X_1^*, \dots, X_m^*, \hat{P}_n) \leq x]. \quad (4.7)$$

Onde $\{X_1^*, \dots, X_m^*\}$ corresponde a uma amostra de \hat{P}_n , $\mathfrak{R}_n(\cdot, \cdot)$ com uma função definida por E_* , var_* e P_* definidas respectivamente como expectativa condicional, variância e probabilidade para X_1, \dots, X_n . Vale ressaltar que m não é necessariamente igual a n .

Para aplicar o método de Monte Carlo para computar os estimadores *Bootstrap* em 4.5 - 4.7, inicia-se gerando amostras independentes $B \{X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b}\}, b = 1, \dots, B$, para a estimação do modelo \hat{P}_n . Próxima etapa é calcular $\mathfrak{R}_n^{*b} = \mathfrak{R}_n(X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b}, \hat{P}_n), b = 1, \dots, B$ e aproximar b_{BOOT}, v_{BOOT} e H_{BOOT} respectivamente por,

$$b^{(B)}_{BOOT} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \mathfrak{R}_n^{*b}, \quad (4.8)$$

$$v^{(B)}_{BOOT} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left(\mathfrak{R}_n^{*b} - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \mathfrak{R}_n^{*b} \right)^2, \quad (4.9)$$

$$H^{(B)}_{BOOT} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I(\mathfrak{R}_n^{*b} \leq x). \quad (4.10)$$

Neste caso, a base X_1, \dots, X_n é i.i.d a partir da distribuição F , $\hat{P}_n = \hat{F}$, um estimador de F . Se \hat{F} é uma distribuição empírica, então $\{X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b}\}$ é uma amostra aleatória de $\{X_1, \dots, X_n\}$. A aproximação simples de Monte Carlo é fácil de programar e implementar. Isto é, somente há a necessidade de colher repetidamente amostras de \hat{P}_n ou \hat{F} e calcular a variável aleatória \mathfrak{R}_n .

É preciso decidir o tamanho da amostra B de Monte Carlo. Esse problema, que muitas vezes preocupa os estatísticos aplicados, é um pouco semelhante ao problema de determinar o tamanho da amostra original X_1, \dots, X_n . Mas existem duas diferenças importantes entre eles. Primeiro, na maioria dos casos, permite-se um B muito maior que n . Segundo, há um desperdício de tempo e recursos se elevarmos B desnecessariamente, pois mais cálculos não ajudam a reduzir o erro do estimador de *Bootstrap* original. Portanto, devemos selecionar um B para que o erro da

aproximação de Monte Carlo seja insignificante em relação ao erro do estimador de *Bootstrap* original (EFRON e TIBSHIRANI, 1993).

4.5 Número de Replicações B de *Bootstrap*

Qual deve ser o tamanho de B, o número de replicações de *Bootstrap* usadas para avaliar a uma variável estimada, por exemplo o erro padrão \widehat{se}_B ? A estimativa ideal de *Bootstrap* " \widehat{se}_∞ " leva $B = \infty$. Deve-se atentar a relação entre quantidade de tempo de reamostragem simulada pelo computador e a quantidade replicações utilizadas de *Bootstrap*. As restrições de tempo podem ditar um pequeno valor de B se $\hat{\theta} = s(x)$ for uma função muito complicada de x, uma vez que o tempo gasto aumenta linearmente com B (EFRON e TIBSHIRANI, 1993).

Durante uma simulação, deseja-se o um bom comportamento de uma estimativa da variável de interesse, ou seja, pequeno viés e pequeno desvio padrão. A estimativa de *Bootstrap* do erro padrão geralmente tem um viés e desvio-padrão relativamente pequenos. Essas boas propriedades decorrem do fato da origem estar na estimativa de plug-in (EFRON e TIBSHIRANI, 1993).

5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DO PROCESSO

5.1 Fundo Nacional de Saúde

O Fundo Nacional de Saúde (FNS) é o gestor financeiro dos recursos destinados à saúde na esfera federal de acordo com o Decreto Nº 64.867, de 24 de julho de 1969.

A gestão de seus recursos é realizada de acordo com o Plano Nacional de Saúde e o Planejamento Anual do Ministério da Saúde, nos termos das normas definidoras dos Orçamentos Anuais, das Diretrizes Orçamentárias e dos Planos Plurianuais. Logo, dadas as pautas a serem seguidas, incumbe o diretor executivo planejar, coordenar, desenvolver e controlar as atividades de execução orçamentária, financeira e contábil do Fundo Nacional de Saúde (JUNIOR, 2018).

De acordo com a Portaria N 3.992, de 28 de dezembro de 2017, os recursos administrados pelo FNS destinam-se a financiar as despesas com ações e serviços públicos de saúde e que devem ser repassados aos Estados, ao Distrito Federal e aos Municípios. A organização e transferência desse financiamento ocorre a partir de blocos de gastos: o Bloco de Custeio das Ações e Serviços Públicos de Saúde que abrange a Atenção Básica, Atenção de Média e Alta Complexidade Ambulatorial e Hospitalar, Assistência Farmacêutica, Vigilância em Saúde e Gestão do SUS; e Bloco de Investimento na Rede de Serviços Públicos de Saúde que também compreende todos as categorias citadas, mas recebe um grau de importância maior sendo necessário defini-lo como bloco.

Conforme Junior (2018), dado uma Cadeia de Valor que representa a identidade do FNS, existe uma preocupação em alinhar as estratégias de gestão financeira ao cumprimento das necessidades básicas da saúde. Logo, é viável apresentar uma nova estrutura de projeção como uma medida de colaboração em novos planejamentos que possibilite avaliações mais definidas. O tema abordado nesse trabalho é uma ferramenta capaz de oferecer resultados aptos de decisão administrativa, contábil e econômica.

5.2 Método Computacional

Ao realizar uma simulação, há a necessidade de cumprir uma sequência consecutiva de fases. Esse procedimento consta a partir da formulação do problema e posteriormente a coleta de dados. Em seguida, identificar as variáveis e elaborar o modelo que retrata as relações desconhecidas das variáveis. Por fim, avaliar toda a metodologia a partir dos experimentos de simulação computacional (ANDRADE, 1989).

Para apresentar as técnicas estatísticas citadas nessa dissertação, a proposta é apresentar como fonte de estudo a base de dados mensal sobre a saúde pública referente à União durante os anos de 2000 a 2018, adquirido a partir do Fundo Nacional de Saúde. O processo conta com uma amostra de tamanho $n = 228$. O objetivo é empregar a simulação em situações de projeções que visam expor as estimativas de probabilidades de tais valores prováveis dos gastos da saúde pública.

Os dados adquiridos sobre os gastos governamentais na saúde, primeiramente foram modificados em valores reais, isto é, encaminhou-se os demais valores para um ano de referência. Neste caso, dezembro de 2018 será a referência, uma vez que predispõe uma maior percepção da análise.

A implementação computacional dos métodos núcleo estimador e *Bootstrap*, apresentados no Capítulo 3 e 4 foram feitas em linguagem R versão 3.6.1.

Aplicou-se as funções de comando do pacote “*ks*”, o qual é fornecido por Duong et al (2020), que é capaz de executar o método do núcleo estimador para uma base de dados com 6 dimensões e que utiliza o núcleo Gaussiano. Uma etapa crucial para o desempenho do núcleo estimador é a determinação da janela ótima, a qual se baseia no método plug-in, que no caso é multivariado, resultando em uma matriz da janela ótima citada abaixo.

$2,736384E + 21$	$2,748632E + 21$	$1,865127E + 20$	$2,195215E + 20$	$9,915440E + 21$	$5,131033E + 20$
$2,748632E + 21$	$2,663337E + 22$	$4,623324E + 20$	$3,602039E + 21$	$5,065177E + 22$	$2,037284E + 21$
$1,865127E + 20$	$4,623324E + 20$	$6,721421E + 19$	$1,299513E + 19$	$1,481512E + 21$	$6,791113E + 19$
$2,195215E + 20$	$3,602039E + 21$	$1,299513E + 19$	$2,697160E + 21$	$6,155567E + 21$	$3,198938E + 20$
$9,915440E + 21$	$5,065177E + 22$	$1,481512E + 21$	$6,155567E + 21$	$1,538641E + 23$	$4,032450E + 21$
$5,131033E + 20$	$2,037284E + 21$	$6,791113E + 19$	$3,198938E + 20$	$4,032450E + 21$	$1,409442E + 21$

Após a obtenção da distribuição densidade de probabilidade estimada, ainda a partir do pacote “ks”, foram geradas observações aleatórias desta mesma densidade obtida via núcleo estimador, isto é, foi realizado um processo de reamostragem do tipo *Bootstrap*, o que foi viabilizado pelo método de Silverman (1986) e Shao e Dongsheng (1996). É importante destacar que o *Bootstrap* aplicado aqui não é o método clássico simples descrito no capítulo 4, pois a reamostragem é baseado em uma distribuição, estimada não parametricamente, via núcleo estimador.

5.2.1 Processo de reamostragem aplicado

Seja $\{X_i^{*b}, i = 1, \dots, n, b = 1, \dots, B\}$ os dados de *Bootstrap* gerados por algum plano de reamostragem. Para $i = 1, \dots, n$ e $b = 1, \dots, B$, define-se

$$P_i^{*b} = (\text{o número de } X_j^{*b} = X_i, j = 1, \dots, n)/n, \quad (5.1)$$

O qual representa as probabilidades de reamostragem e que deve satisfazer $\sum_{i=1}^n P_i^{*b} = 1$ para qualquer b .

Considerando o método Monte Carlo, $n(P_1^{*b}, \dots, P_n^{*b}), b = 1, \dots, B$, os valores i.i.d de uma distribuição multinomial. Em especial no caso onde $\mathfrak{R}_n = \bar{X}_n - EX_1$, a aproximação simples de Monte Carlo ao viés do estimador *Bootstrap* b_{BOOT} em (4.5) é, por (4.8),

$$\begin{aligned} b_{BOOT}^{(B)} &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^{*b} \right) - \bar{X}_n \\ &= \frac{1}{B} \sum_b \sum_{i=1}^n P_i^{*b} X_i - \bar{X}_n. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Onde $b_{BOOT}^{(B)}$ geralmente não é 0, ao passo que nesse caso especial, adota-se que b_{BOOT} é sempre igual a 0. Portanto, $b_{BOOT}^{(B)}$ possui um erro de simulação e precisamos de um B grande para obter uma aproximação precisa. O método de reamostragem de *Bootstrap* foi projetado para eliminar esse erro de simulação, impondo uma restrição

às probabilidades de reamostragem em (5.1). Suponha que $\{X_i^{*b}, i = 1, \dots, n, b = 1, \dots, B\}$ sejam gerados de acordo com um plano de reamostragem com as probabilidades de que P_i^{*b} satisfaça uma condição adicional:

$$\sum_{b=1}^B P_i^{*b} = \frac{B}{n}. \quad (5.3)$$

Seja $b_{BB}^{(B)}$, $v_{BB}^{(B)}$ e $H_{BB}^{(B)}$ as aproximações dos estimadores de viés, variação e distribuição do *Bootstrap* (4.5) - (4.8), respectivamente, usando esse método de reamostragem específico. No caso especial de $\mathfrak{R}_n = \bar{X}_n - EX_1$, (5.3) implica

$$b_{BB}^{(B)} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n \sum_{b=1}^B P_i^{*b} X_i - \bar{X}_n = 0, \quad (5.4)$$

isto é, não há erro de simulação.

Qualquer método que gere dados de *Bootstrap* com probabilidades de reamostragem $\{P_i^{*b}: i = 1, \dots, n, b = 1, \dots, B\}$ que satisfaça (5.3) é chamado de método de reamostragem de *Bootstrap*. Esse nome vem do fato de que o plano de reamostragem, satisfazendo (5.3), é semelhante a um desenho de blocos aleatórios balanceados. Observe que (5.3) implica que cada $X_i, i = 1, \dots, n$, apareça exatamente B vezes nos dados de *Bootstrap* $\{X_i^{*b}: i = 1, \dots, n, b = 1, \dots, B\}$ e $n(P_1^{*b}, \dots, P_n^{*b})$ tem uma distribuição multivariada.

A teoria do *Bootstrap* é uma área ativa da pesquisa estatística. Relatos detalhados da teoria de várias formas do *Bootstrap* podem ser encontrados nos estudos de Hinkley (1997), Efron (1982), Hall (1992) e Shao e Tu (1996).

5.2.2 Número de replicações aplicadas

Segundo Wehrens et al (2000), recomenda-se coletar de 100 a 500 amostras para realizar o processo de reamostragem. Ao considerar o número de amostras a serem coletadas, ressalta-se que o erro de uma aproximação de *Bootstrap* de Monte Carlo à distribuição de uma estatística é a soma de dois erros independentes de fontes

diferentes. O primeiro se chama *Bootstrap* ou erro estatístico e o segundo é o erro de Monte Carlo ou simulação. O erro de *Bootstrap* é inevitável e é independente de B e o erro de Monte Carlo é influenciado quando se altera B .

Wehrens et al (2000) realizou um estudo de simulação no intuito de calcular o erro padrão de *Bootstrap* das estimativas de inclinação e interceptação. O motivo é evidenciar que $B = 100.000$ seja grande o suficiente para poder negligenciar o erro de Monte Carlo. Assim, denominou o erro padrão de *Bootstrap* com $B = 100.000$ como “erro padrão de *Bootstrap* teórica” e concluiu que a diferença entre o erro padrão verdadeiro e o erro padrão de *Bootstrap* teórica é causada apenas pelo erro estatístico.

Logo a simulação do trabalho operou com a função de distribuição de densidade de $B = 100.000$ (réplicas) do processo com o intuito de avaliar a probabilidades de cenários ocorrerem. A estimativa do cálculo é determinada a partir da razão do número de amostras que atende a especificidade de cada caso identificado posteriormente e a estimativa da probabilidade das reamostragens no total.

A tabela 5.1 representa os quartis de cada variável via base dos dados originais, trazendo uma visão simplista e independente entre as variáveis. A tabela 5.2, construída a partir da simulação *Bootstrap*, tem o intuito de identificar o comportamento conjunto das variáveis e projetar conjunturas de forma correlacionada, mas também pontualmente. Ao comparar as duas tabelas, percebe-se que há uma pequena distorção dos valores, isto é, entende-se a existência de uma relação conjunta. Logo, pode-se afirmar que as variáveis dos blocos de saúde não são independentes.

Tabela 5.1 – Representação dos quartis de cada variável de gasto na saúde elaborado via base de dados original

	assistência farmacêutica	atenção básica	SUS
1º quartil	R\$ 143.285.086,00	R\$ 812.048.542,00	R\$ 2.942.467,00
2º quartil	R\$ 237.730.915,00	R\$ 1.229.222.896,00	R\$ 13.687.454,00
3º quartil	R\$ 414.656.570,00	R\$ 1.671.232.895,00	R\$ 33.421.608,00

	investimento	média e alta complexidade	vigilância saúde
1º quartil	R\$ 0,00	R\$ 1.471.509.722,00	R\$ 129.173.012,00
2º quartil	R\$ 0,00	R\$ 3.475.581.370,00	R\$ 162.218.151,00
3º quartil	R\$ 66.259.599,00	R\$ 4.094.625.060,00	R\$ 212.275.218,00

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5.2 – Projeção dos quartis de cada variável de gasto na saúde elaborado a partir dos métodos núcleo estimador e *Bootstrap*

	assistência farmacêutica	atenção básica	SUS
1º quartil	R\$ 144.610.939,00	R\$ 828.261.246,00	R\$ 3.617.278,00
2º quartil	R\$ 248.281.368,00	R\$ 1.199.351.067,00	R\$ 13.149.611,00
3º quartil	R\$ 420.502.929,00	R\$ 1.689.639.197,00	R\$ 33.186.891,00

	investimento	média e alta complexidade	vigilância saúde
1º quartil	R\$ 0,00	R\$ 1.419.956.242,00	R\$ 113.243.840,00
2º quartil	R\$ 25.883.001,00	R\$ 3.316.718.937,00	R\$ 161.304.421,00
3º quartil	R\$ 78.655.137,00	R\$ 4.089.551.651,00	R\$ 219.572.115,00

Fonte: Elaboração própria.

5.3 Análise de resultados

Inicialmente, suponha que se almeja checar a ocorrência simultânea das variáveis próximo de suas medianas ou médias em uma distância de um desvio padrão. Segue a tabela 5.3 que expõe os valores a fim de se verificar uma análise adequada destas medidas:

Tabela 5.3 – Estatísticas descritivas para os valores simulados via núcleo estimador multivariado e *Bootstrap*.

	assistência farmacêutica	atenção básica	SUS
Média	R\$ 229.293.612,00	R\$ 1.332.222.387,00	R\$ 25.801.303,00
Mediana	R\$ 248.281.368,00	R\$ 1.199.351.067,00	R\$ 13.149.611,00
Desvio padrão	R\$ 198.248.780,00	R\$ 662.849.727,00	R\$ 33.425.628,00

	investimento	média e alta complexidade	vigilância saúde
Média	R\$ 92.648.312,00	R\$ 2.826.589.080,00	R\$ 188.063.820,00
Mediana	R\$ 25.883.001,00	R\$ 3.316.718.937,00	R\$ 161.304.421,00
Desvio padrão	R\$ 226.699.577,00	R\$ 1.502.757.159,00	R\$ 143.812.693,00

Fonte: Elaboração própria.

Considere o conceito de desvio padrão para indicar o quanto os valores se distanciam da média. Percebe-se que o valor do desvio padrão apresentou um significativo resultado, indicando uma expressiva dispersão dos dados, e conseqüentemente se torna inapropriado avaliar a projeção das variáveis incluídas como gastos de saúde através da média e visivelmente também da mediana.

Uma vantagem de se trabalhar com a simulação *Bootstrap* é dispensar a necessidade de ficar reestimando a densidade na medida que queremos calcular novas funções das variáveis ou distribuições conjuntas. Basta utilizar as variáveis originais simuladas e aplicar funções a elas. As probabilidades estimadas dessa transformação são também as estimativas para as probabilidades das transformadas.

Além da análise conjunta de todas as variáveis, pode-se por exemplo, mostrar somente relações de duas variáveis. A tabela 5.4 exibe um diagnóstico de ocorrer simultaneamente valores superiores ao terceiro quartil. Posteriormente, na tabela 5.5 é avaliado a correlação entre as variáveis, duas a duas.

Tabela 5.4 – Relação entre dois blocos de gastos na saúde brasileira dada a condição superior ao percentil 75 da amostra via métodos núcleo estimador multivariado e *Bootstrap*.

	as	ab	sus	Inv	mac	vs
as	-					
ab	8,147%					
sus	13,519%	10,901%				
inv	9,663%	14,570%	10,783%			
mac	10,109%	17,303%	12,450%	13,911%		
vs	9,970%	11,092%	10,374%	9,286%	9,740%	-

Fonte: Elaboração própria.

Legenda: as – assistência farmacêutica; ab – assistência básica; sus – gestão do SUS; inv – investimento; mac – média e alta complexidade; vs – vigilância saúde.

Tabela 5.5 – Coeficiente de correlação do método de Pearson entre dois blocos de gastos na saúde brasileira

	as	ab	sus	Inv	mac	vs
as	-					
ab	0,2788					
sus	0,4251	0,3047				
inv	0,8455	0,4486	0,2503			
mac	0,4629	0,7976	0,4561	0,3315		
vs	0,2713	0,3211	0,2290	0,1891	0,2752	-

Fonte: Elaboração própria.

Legenda: as – assistência farmacêutica; ab – assistência básica; sus – gestão do SUS; inv – investimento; mac – média e alta complexidade; vs – vigilância saúde.

Verifica-se nas tabelas acima que, em algumas combinações, existe uma elevada correlação. Contudo, essa correlação não é facilmente traduzida em termos de probabilidade conjunta para eventualidades de gastos simultâneos. A correlação foi mensurada de forma clássica através do coeficiente de Pearson que mede o grau de relação linear entre duas variáveis. O coeficiente assume um valor entre -1 e +1. Caso as duas variáveis aumentem em conjunto, o coeficiente de correlação é positivo (FIGUEIREDO, SILVA, 2009). Segue abaixo a fórmula do coeficiente de correlação de Pearson:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}} \quad (5.4)$$

onde x e y são as variáveis e \bar{x} e \bar{y} as respectivas médias dos valores.

Um outro exemplo seria calcular a probabilidade de ocorrerem valores que não extrapolem os terceiros quartis em cada uma das variáveis, simultaneamente. Este tipo de análise é exemplificado na Tabela 5.6. A probabilidade de ocorrer, de forma conjunta, valores menores que o percentil 75 em todas as variáveis é de aproximadamente 0,412. Em outras palavras, a Tabela 5.6 revela a chance de que todas as seis variáveis (Atenção Básica, Média e Alta Complexidade, Assistência Farmacêutica, Vigilância em Saúde, Gestão do SUS e Investimento) assumam, simultaneamente, valores inferiores aos seus respectivos quartis.

Tabela 5.6 – Probabilidade da ocorrência simultânea dos quartis referentes a cada bloco de gastos na saúde brasileira a partir da utilização dos métodos núcleo estimador multivariado e *Bootstrap*.

as x ab x sus x inv x mac x vs	
1º quartil	0,923%
2º quartil	13,151%
3º quartil	41,156%
Média	27,674%

Fonte: Elaboração própria.

Legenda: as – assistência farmacêutica; ab – assistência básica; sus – gestão do SUS; inv – investimento; mac – média e alta complexidade; vs – vigilância saúde.

Agora em outro caso, pode-se elaborar um cenário em que um gestor, hipoteticamente, deseja conhecer qual é a probabilidade conjunta de ocorrer uma situação em que: a variável investimento tem um valor menor que seu primeiro quartil; as três variáveis (assistência farmacêutica, SUS, vigilância saúde) têm um valor menor que seu terceiro quartil; e as demais variáveis (atenção básica e média e alta complexidade) estariam em todo conjunto dos valores da reamostragem, isto é, admitir toda a função de distribuição, pois se torna aceitável considerar que são os blocos de maior gasto na saúde para o governo. Este cenário pode representar uma contramedida de encontro a atitudes intuitivas, adquiridas por experiência exercida no cargo. Decisões intuitivas podem originar resultados poucos prováveis. A tabela 5.7 indica que o cenário de interesse tem a probabilidade de 0,207 de acontecer, isto é, o gestor pode tomar uma decisão de orçamento errônea acreditando somente em sua expertise, uma vez que a probabilidade dessa conjuntura ocorrer é baixa.

Tabela 5.7 – Exemplo da utilização dos métodos núcleo estimador multivariado e *Bootstrap* para tomada de decisão do gestor.

	Quartil	Valor
assistência farmacêutica	75%	R\$ 420.502.929,00
atenção básica	100%	R\$ 4.765.864.328,00
SUS	75%	R\$ 33.186.891,00
investimento	25%	R\$ 0,00
média e alta complexidade	100%	R\$ 7.874.132.531,00
vigilância saúde	75%	R\$ 219.572.115,00
Estimativa do cenário		20,70%

Fonte: Elaboração própria.

Um outro exemplo, avaliando a realidade, seria aplicar o método ao ano de 2019. A tabela 5.8 expõe os gastos mensais de cada bloco da saúde em 2019, com o propósito de identificar os valores desembolsados pela União frente aos quartis elaborados dos métodos.

Ao relacionar a tabela 5.2 com a tabela 5.8, constata-se que: os valores do bloco de assistência farmacêutica se encontram no segundo quartil; a atenção básica em sua maioria apresenta resultado superior ao terceiro quartil; o SUS apresenta resultados referentes ao primeiro quartil, contudo existem meses atípicos, pois o gasto referente à implementação da segurança alimentar e nutricional na saúde não é habitual e costuma ser o mais dispendioso do bloco; os investimentos, sendo um bloco de alta volatilidade que depende de fatores exógenos, se sujeitaram a planejamentos não recorrentes da estruturação da rede de serviços de atenção básica da saúde, como por exemplo aquisição de equipamentos e material permanente no âmbito da atenção básica; o bloco de média e alta complexidade, firmado como o grupo mais oneroso devido ao alto custo na realização de cirurgias e aquisição de equipamentos e materiais cirúrgicos, espera-se em sua maioria admitir valores superiores ao terceiro quartil; o bloco de vigilância sanitária com valores referentes ao terceiro quartil, com valores atípicos devido à quantidade incomum de processos de incentivo financeiro aos Estados, Distrito Federal e Municípios para execução de ações de vigilância sanitária que foram pagos em parcela única.

Tabela 5.8 – Valores referentes ao dispêndio mensal de cada bloco de gastos na saúde brasileira em 2019

	assistência farmacêutica	atenção básica	sus
jan/19	R\$ 96.174.406,81	R\$ 817.386.452,51	R\$ 11.127.392,34
fev/19	R\$ 229.356.930,74	R\$ 1.987.598.167,98	R\$ 0,00
mar/19	R\$ 153.653.636,60	R\$ 2.271.544.840,28	R\$ 610.795,25
abr/19	R\$ 94.511.041,43	R\$ 2.109.367.717,25	R\$ 181.220,46
mai/19	R\$ 200.746.453,79	R\$ 1.979.606.915,65	R\$ 0,00
jun/19	R\$ 142.957.054,14	R\$ 2.125.811.316,82	R\$ 0,00
jul/19	R\$ 103.648.989,73	R\$ 4.237.070.034,63	R\$ 0,00
ago/19	R\$ 178.866.407,87	R\$ 2.452.256.026,97	R\$ 0,00
set/19	R\$ 148.768.579,76	R\$ 2.161.934.719,09	R\$ 0,00
out/19	R\$ 94.017.047,64	R\$ 1.829.017.417,50	R\$ 29.927.775,06
nov/19	R\$ 146.665.767,06	R\$ 2.361.422.399,77	R\$ 775.794,00
dez/19	R\$ 172.165.489,05	R\$ 5.378.231.320,15	R\$ 0,00

	investimento	média e alta complexidade	vigilância em saúde
jan/19	R\$ 31.054.807,93	R\$ 3.559.396.036,87	R\$ 5.812,69
fev/19	R\$ 8.426.248,67	R\$ 3.921.977.148,29	R\$ 166.685.765,59
mar/19	R\$ 56.554.597,45	R\$ 4.228.786.217,57	R\$ 157.437.112,84
abr/19	R\$ 415.864.290,53	R\$ 3.887.273.102,62	R\$ 258.024.244,44
mai/19	R\$ 80.541.737,67	R\$ 4.108.616.730,89	R\$ 187.528.672,32
jun/19	R\$ 38.556.288,51	R\$ 3.997.215.625,38	R\$ 185.668.854,49
jul/19	R\$ 32.502.926,26	R\$ 4.753.782.267,07	R\$ 164.593.752,04
ago/19	R\$ 185.567.387,85	R\$ 4.746.761.136,67	R\$ 164.569.957,58
set/19	R\$ 92.153.161,71	R\$ 4.396.419.853,24	R\$ 226.040.814,28
out/19	R\$ 181.463.729,23	R\$ 4.613.492.898,96	R\$ 577.530.116,26
nov/19	R\$ 60.155.640,02	R\$ 4.471.474.806,16	R\$ 118.638.275,66
dez/19	R\$ 398.017.452,09	R\$ 6.976.540.349,23	R\$ 426.925.790,52

Fonte: Elaboração Própria.

Como fonte de suporte, percebe-se que o mecanismo de reamostragem, a partir do método núcleo estimador, sugere um nível de relevância frente a decisões de gestão. Isto ocorre uma vez que os resultados mostram uma fonte de referência para tomada de decisão.

Outra vantagem de se usar *Bootstrap* da densidade estimada é a possibilidade de se calcular probabilidades, momentos, quartis, ou qualquer outra função mais sofisticada, sem que seja necessário realizar todo o processo de estimação por núcleo estimador novamente. Por exemplo, em projeções de riscos o *Bootstrap* trabalha na escala logarítmica, portanto um analista precisaria apenas tomar a transformação

logarítmica dos dados reamostrados para obter as probabilidades estimadas de interesse na nova escala. Portanto, ganha-se agilidade na tomada de decisões e benefícios de gestão, tanto para o lado da oferta do bem quanto para a demanda.

5.4 Análise gráfica comparativa

Uma outra maneira de verificar os resultados efetivos dos métodos abordados no trabalho é a utilização de gráficos, uma vez que nessa fase pode-se comparar o panorama dos dados reais e dos simulados.

Para criar os gráficos apresentados a seguir, foi necessário se adequar à base de dados reais, ou seja, ao gerar a comparação de uma forma simplificada, limitou-se às 250 reamostras aleatórias das 100.000 geradas. Esta adaptação foi necessária, pois dado que a base original contém 228 amostras, para efeito de análise permite maior congruência de características. A média e mediana estão representando como referências para análise das variações mês a mês dos gastos. Outra informação que estes indicadores apresentam no gráfico é a disparidade da utilização dessas medidas como alternativa para assumir decisões de gestão. É importante evidenciar que no eixo y o prefixo dado representa os dados retirados diretamente da base de dados do FNS e o prefixo reamostragem representa os dados retirados após a modelagem proposta do trabalho.

Fica evidente que em todos os gráficos as variáveis resultantes dos métodos aplicados estão com menor variabilidade em relação à média e mediana frente aos dados reais. Logo para uma tomada de decisões avaliando os gastos já registrados, confirma-se maior consistência utilizar os métodos aplicados, pois ocorre menos volatilidade e esta pode ser trabalhada de acordo com as decisões do gestor a partir dos quartis.

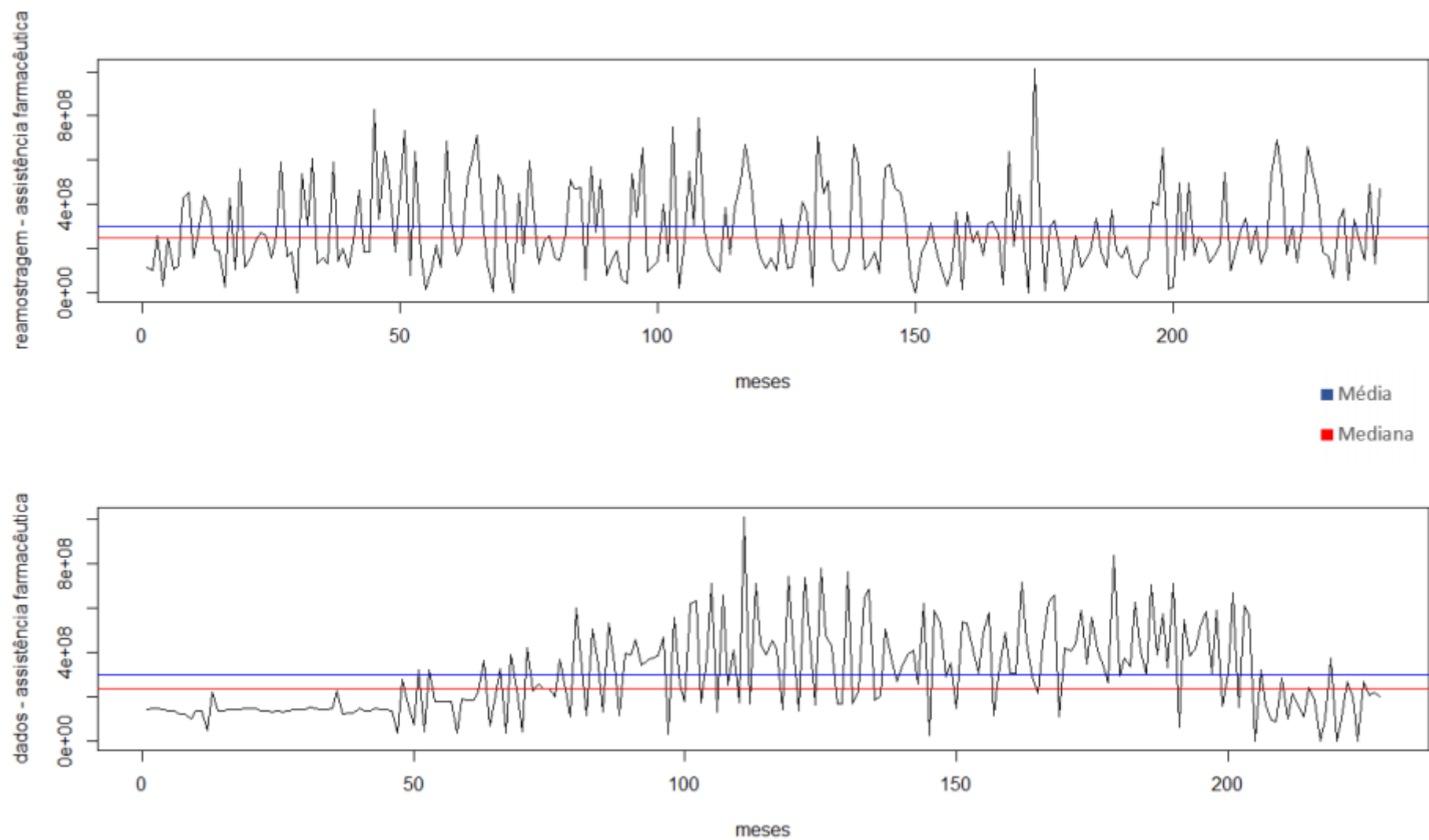


Figura 5.2 – Comparação da volatilidade dos gastos em assistência farmacêutica

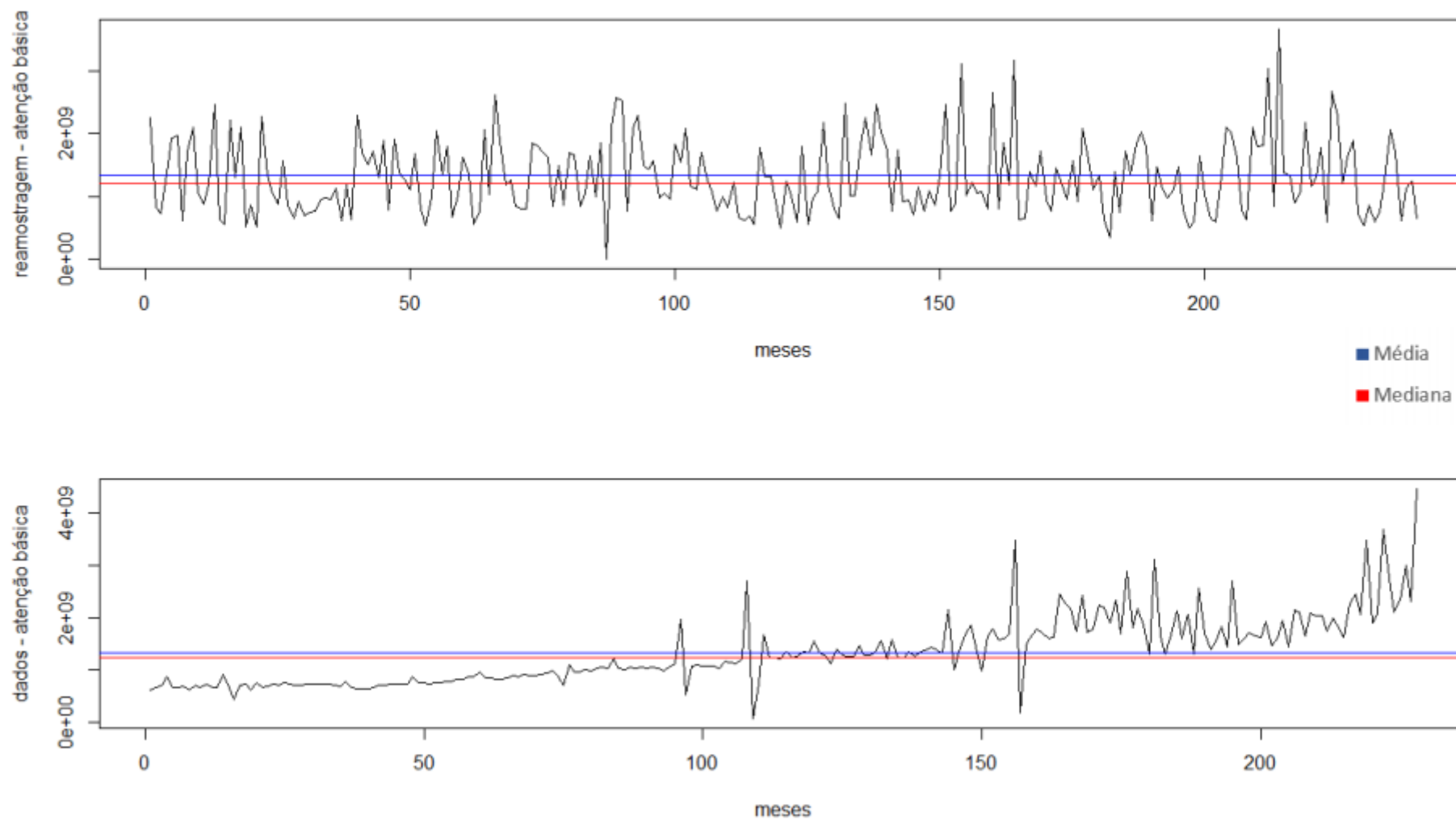


Figura 5.3 – Comparação da volatilidade dos gastos em atenção básica

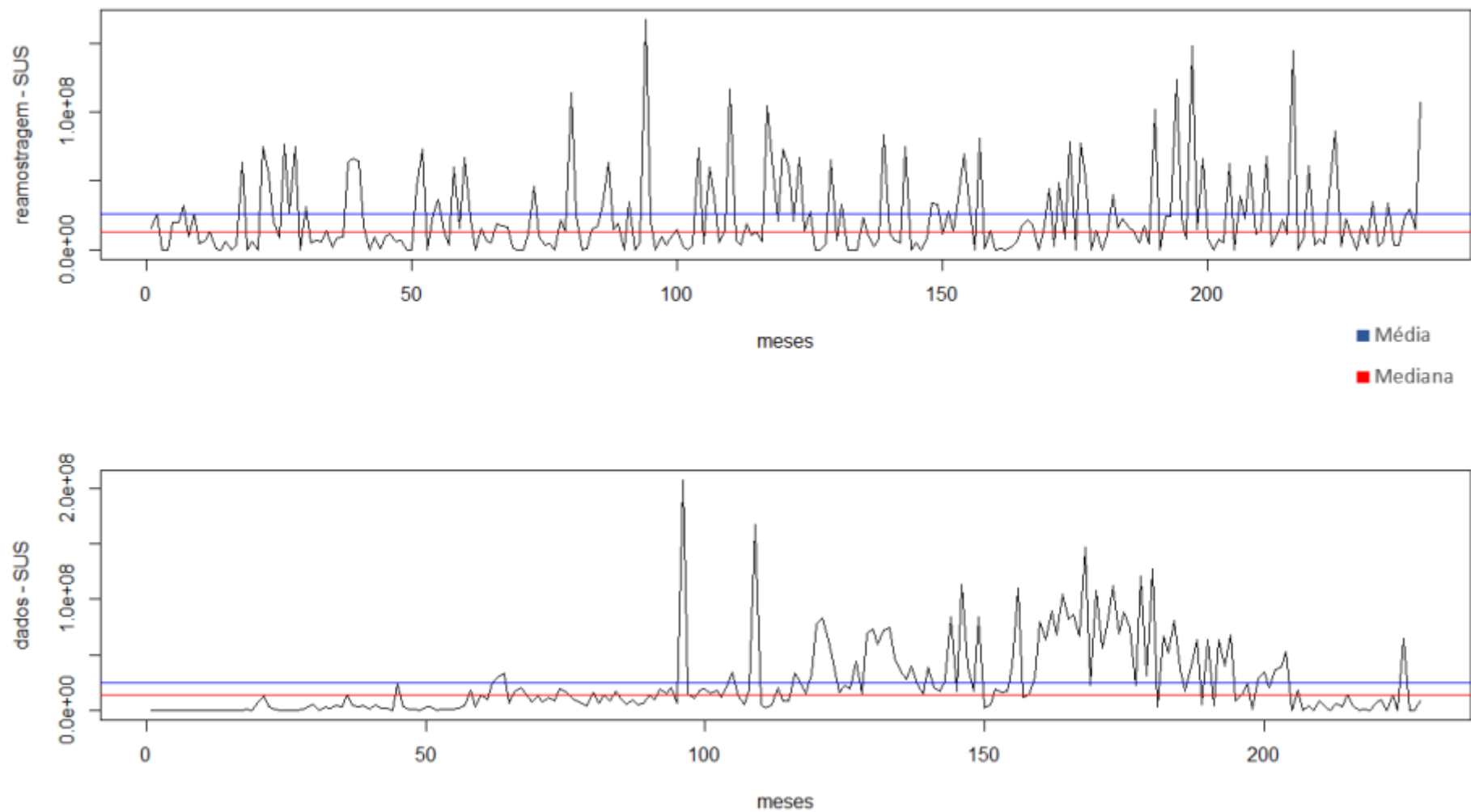


Figura 5.4 – Comparação da volatilidade dos gastos em SUS

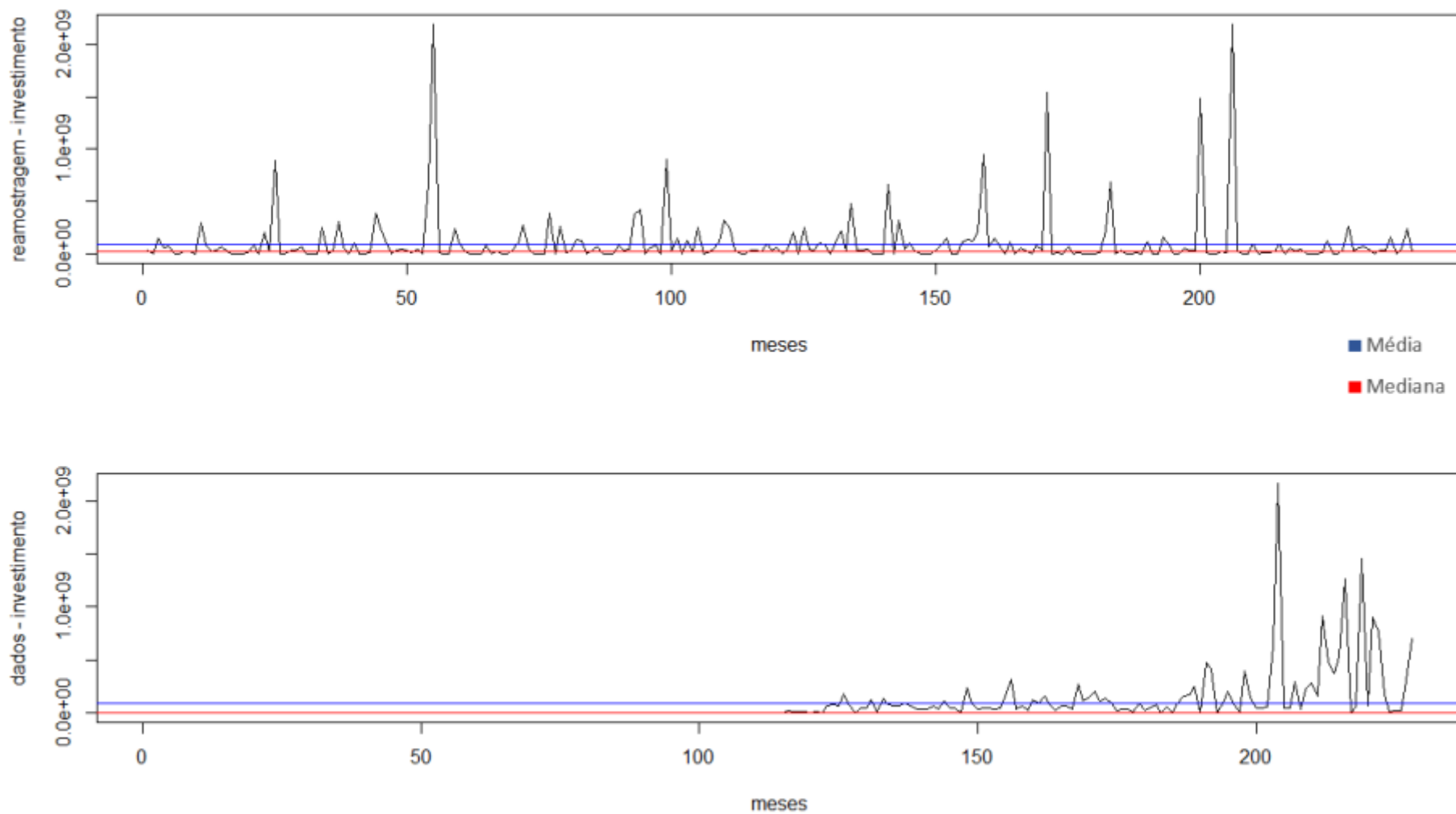


Figura 5.5 – Comparação da volatilidade dos gastos em investimento

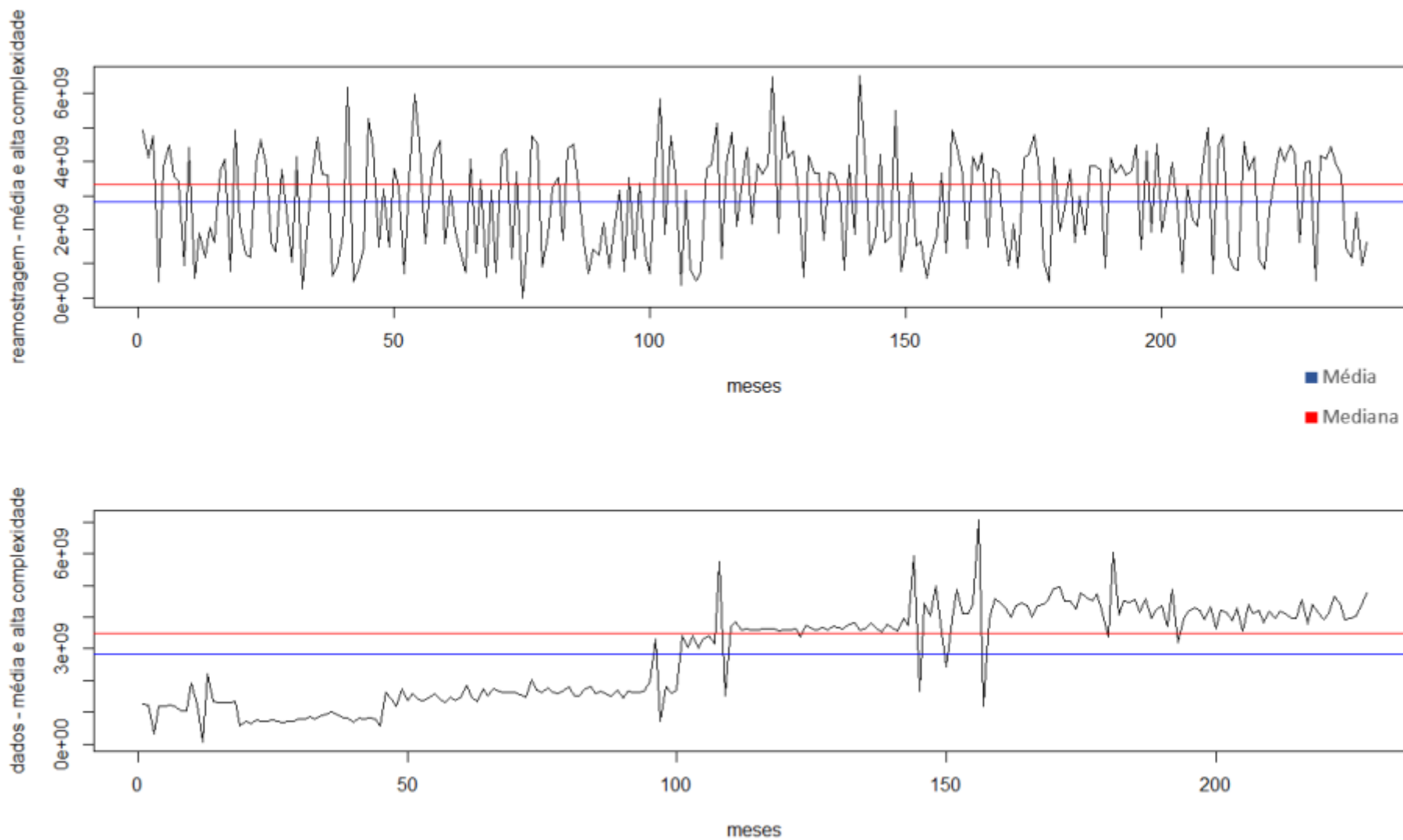


Figura 5.6 – Comparação da volatilidade dos gastos em média e alta complexidade

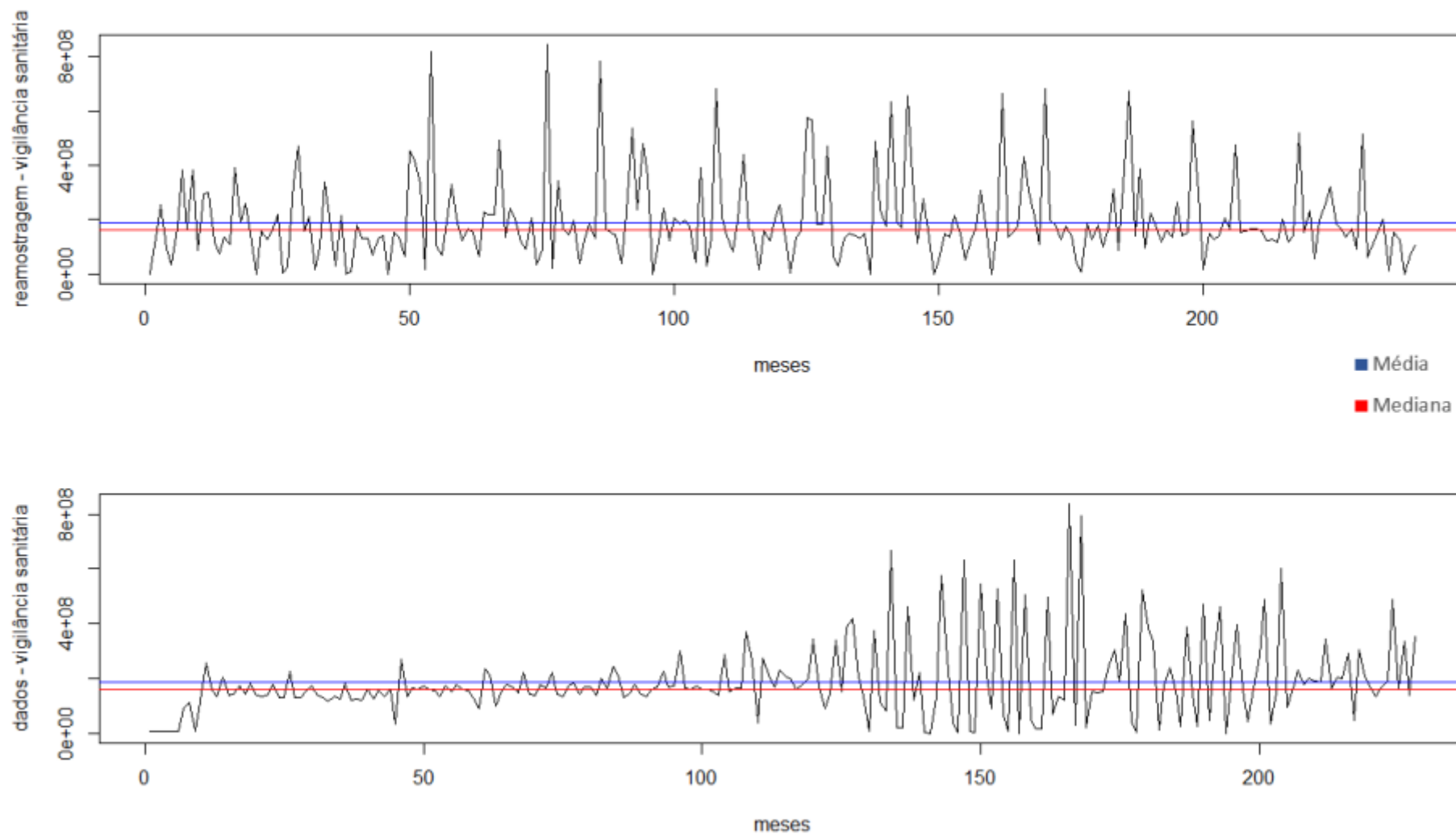


Figura 5.7 – Comparação da volatilidade dos gastos em vigilância sanitária

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compete ao governo brasileiro constante aprimoramento em suas funções visto o bem estar da população. Uma das urgências atuais se encontra no campo da economia da saúde, sendo necessário maior eficiência e eficácia na gestão do sistema de saúde. A finalidade do trabalho é instigar o desenvolvimento e consolidação de estudos e pesquisas que contribuam para a consecução de êxito em um setor tão complexo. É essencial que as alternativas de alocação de recursos sejam analisadas no contexto da universalidade e integralidade e, dado o caráter econômico de bem público da assistência à saúde, é possível e necessário combinar eficiência e equidade em seu provimento.

Em momentos de recessão e/ou colapso financeiro, exige-se uma liderança forte e resiliente. O planejamento de médio e longo prazo é necessário para reequilibrar e aquecer a economia após uma crise. Não é diferente no setor da saúde, isto é, através de uma atitude prudente, o governo brasileiro deve avaliar constantemente a situação e garantir o cumprimento de todos serviços do setor prestados à população.

Os métodos de núcleo estimador e de *Bootstrap* podem ser aplicados em um grande número de análises estatísticas. Isso ocorre devido ao rápido desenvolvimento computacional que proporciona desempenho, eficiência, que por fim demandam menor tempo para resolver questões complexas e agilizar as tomadas de decisões. Logo, essa metodologia pode ser utilizada para projetar gastos na saúde, auxiliar na criação de planejamentos estruturais e tomadas de decisões de gestores.

Convém observar que deve ser feito um acompanhamento contínuo dos gastos pelos gestores para que ações corretivas imediatas possam ser tomadas no momento em que ocorrerem variações acentuadas. Fazer essa análise dos gastos requer disciplina e determinação, além de demandar amplo esforço, porém proporciona informações que ajudam os gestores da empresa e/ou governo a tomarem decisões mais precisas. O tema abordado tem a competência de fornecer dados que prestam assistência à gestão, uma vez que indica a probabilidade de mudanças conjunturais.

Percebe-se que no tratamento dos gastos na saúde não se deve adotar a uma simples média aritmética ou mediana para os valores, pois não se adequa à realidade de grande variação. Outro ponto relevante é evitar a consideração de que amostras monetárias apresentam características normalmente distribuídas no tempo e que são

independentes. O método do núcleo estimador é uma ferramenta distinta capaz de fornecer conclusões aptas com a realidade sobre a distribuição de uma base de dados.

Dentre as limitações do trabalho, destaca-se uma análise realizada aos fatores estritamente contábeis, uma vez que se torna inviável ponderar algumas externalidades pontuais que ocorreram durante o período de tempo estudado, como por exemplo o Programa Mais Médicos ou o Programa Farmácia Popular, considerados como gastos atípicos. A classificação de custos não é um processo simples quando se leva em consideração um horizonte de curto prazo, mas o processo de reamostragem *Bootstrap*, a partir de uma pequena base de dados, consegue uma quantia considerável de replicações capazes de propiciar uma estimativa de probabilidade confiável para tomada de decisões. Contudo, as limitações aqui explicitadas representam oportunidades de pesquisa que podem ser exploradas em trabalhos futuros.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALONSO, Marcos. Custos no serviço público. Revista. do Serviço Público, ano 50, v. 1, p. 37-63. mar. 1999.

ANDRADE, E. L. Introdução à Pesquisa Operacional – Métodos e Modelos para a Análise de Decisão. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Ed., 1989.

ANDRADE, Eli Iola Gurgel et al. Pesquisa e produção científica em economia da saúde no Brasil. **Rev. Adm. Pública**, Rio de Janeiro, v. 41, n. 2, p. 211-235, abr. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S00346122007000200003&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 30 jul. 2020.

ASTOLFI, R.; LORENZONI, L.; ODERKIRK, J. A Comparative Analysis of Health Forecasting Methods. **OECD Health Working Papers** No 59, 2012.

ATAGUBA, J.E. COVID-19 Pandemic, a War to be Won: Understanding its Economic Implications for Africa. **Rev. Appl Health Economics and Health Policy**, v.18, 325–328 (2020). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40258-020-00580-x>. Acesso em 31 ago. 2020.

ATELLA, V. *Spesa sanitaria e sostenibilità finanziaria: quale futuro? In: La sanità in Italia. Organizzazione, governo, regolazione, mercato. Bologna: Il Mulino, 2011. p. 427–446.*

BARROS, Pedro. Economia da saúde: Conceitos e comportamentos. 3ª ed Almedina out. 2013.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Emenda Constitucional nº 86**, de 17 de março de 2015. Brasília, 2015. Acesso em: 03 dez. 2019. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Emendas/Emc/emc86.htm>.

BRASIL. Decreto nº 93.872, de 25 de dezembro de 1986. Dispõe sobre a unificação dos recursos de caixa do Tesouro Nacional, atualiza e consolida a legislação pertinente e dá outras providências. Acesso em: 03 dez. 2019. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/>.

BRASIL. Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967. Dispõe sobre a organização da Administração Federal, estabelece diretrizes para a Reforma Administrativa e dá outras providências. Acesso em: 03 dez. 2019. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/del0200.htm>.

BRASIL. Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000. Estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências. Acesso em: 03 dez. 2019. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp101.htm>.

BRASIL. Lei nº 4.320, de 17 de março de 1964. Estatui Normas Gerais de Direito Financeiro para elaboração e controle dos orçamentos e balanços da União, dos

Estados, dos Municípios e do Distrito Federal. Acesso em: 03 dez. 2019. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4320.htm>.

BRASIL. Ministério da Saúde - Organização Pan-Americana da saúde. Introdução à gestão de custos em saúde 1ª edição. Brasília. 2013.

BRASIL. Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão. Mensagem Presidencial ao Projeto de Lei Orçamentária Anual para 2019. Brasília, 2018. Disponível em: < <https://www.camara.leg.br/internet/comissao/index/mista/orca/orcamento/OR2019/proposta/MensagemPres.pdf>>. Acesso em 3 dez 2019.

BUCKLAND, S. T. Monte Carlo *confidence intervals*. **Biometrics**. 40:811,817, 1984. Disponível em: < https://www.jstor.org/stable/pdf/2530926.pdf?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em: 14 out. 2018.

CACOULOS, T. *Estimation of a multivariate density*. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, v. 18, p. 179–189, 1966.

CARPINTÉRO, José N. C. Custos na área de saúde - considerações teóricas. **VI Congresso Brasileiro de Custos**, São Paulo, 1999. 18p.

CAVALCANTE, Cléia, MINGOTI, Sueli, ATUNCAR, Gregório, CRUZ, Frederico. Avaliando o desempenho do núcleo estimador na estimação da função de densidade normal bivariada. **Universidade Federal de Minas Gerais. Dept. Estatística**. Disponível em: < <ftp://est.ufmg.br/pub/fcruz/pub/sbpo-nucleo.pdf>> Acesso em: 14 out. 2018.

CICHON, M. et al. *Modelling in health care finance: A compendium of quantitative techniques for health care financing*. Genebra: International Labor Office, 1999.

Conselho Nacional de Secretários de Saúde. **O financiamento da Saúde**. Brasília, CONASS 2011. Disponível em: < https://www.conass.org.br/bibliotecav3/pdfs/colecao2011/livro_2.pdf>. Acesso em: 03 dez 2019.

CORRAR, Luiz. **Projeção de custos e o método de simulação de Monte Carlo: o caso da Fundação Salute**. Disponível em:< <https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/article/view/3276>> Acesso em: 30 nov. 2018

COUTO, Leandro. A CRISE DO COVID-19, REGRAS ORÇAMENTÁRIAS E SUAS INTERPRETAÇÕES: MUDANÇAS NECESSÁRIAS? Diretoria de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia, n. 28 **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**,2020. Disponível em: http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/9835/1/NT_28_Diest_A%20crise%20do%20Covid19_regras%20or%C3%A7ament%C3%A1rias%20e%20suas%20interpreta%C3%A7%C3%B5es.pdf Acesso em: 31 ago. 2020.

DAVISON, A. C; HINKLEY, D. V; SCHECHTMAN, E. *Efficient Bootstrap simulations*, **Biometrika**, 73, 555-566, 1986.

DEVROYE, L.; GYÖRFI, L. **Nonparametric Density Estimation: the L1 View**. [S.l.]: New York: John Wiley, 1985.

DIXON, Philip. *Bootstrap resampling*. **Encyclopedia of Environmetrics**, Pages 212–220, Volume 1. Iowa City, 2001, Chichester: Wiley.

EFRON, Bradley; TIBSHIRANI, Robert. J. **An introduction to the Bootstrap**. New York: John Wiley & Sons, 1993.

EFRON, B. *Bootstrap methods: another look at the jackknife*. **The Annals of Statistics**. 21- 460-480, 1979a. Disponível em: < http://jeti.uni-freiburg.de/studenten_seminar/stud_sem_SS_09/EfronBootstrap.pdf> Acesso em: 14 out. 2018.

EFRON, B. *Nonparametric estimates o/ Standard Error: The Jackknife, the Bootstrap and other methods*. **Biometrika**. 68:589-599, 1981. Disponível em: < <https://statistics.stanford.edu/sites/default/files/EFS%20NSF%20156.pdf> > Acesso em: 14 out. 2018.

EFRON, B. *Better Bootstrap confidence intervals*. **Tech. Rep Stanford Univ. Dept. Statist**, 1984. Disponível em: < <https://statistics.stanford.edu/sites/default/files/EFS%20NSF%20226.pdf>> Acesso em: 14 out. 2018.

ESPINOSA, Mariano; SANDANIELO, Vera; LOUZADA-NETO, Francisco: O método de bootstrap para o estudo de dados de fadiga dos materiais. **Rev. Mat. Estat.**, São Paulo, v.24, n.2, p.37-50, 2006. Disponível em: <http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v24/v24_n2/A3_Mariano_Louzada.pdf> Acesso em: 14 out. 2018.

EVANGELISTA, Paul; EMBRECHTS, Mark; SZYMANSKI, Boleslaw. *Some Properties of the Gaussian Kernel for One Class Learning. Porto, Portugal, Set. 2007, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4668, Part I, Springer, Berlin, Germany, 2007, p. 269-278.

FIGUEIREDO, Dalson; SILVA, José. Desvendando os Mistérios do Coeficiente de Correlação de Pearson, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). **Revista Política Hoje**, Vol. 18, n. 1, 2009. Disponível em: < <https://periodicos.ufpe.br/revistas/politica hoje/article/viewFile/3852/3156>> Acesso em: 14 ago 2020.

FREIRE, João. Introdução à Inferência Estatística. Dissertação (Mestrado em Matemática) – **Instituto de Matemática Pura e Aplicada**, Rio de Janeiro, 2017.

FUKUNAGA, K. *Introduction to statistical pattern recognition*. [S.l.]: New York: Academic Press, 1972.

GARCIA, Solange; LUSTOSA, Paulo, BARROS, Nara. Aplicabilidade do método de simulação de Monte Carlo na previsão dos custos de produção de companhias industriais: o caso da companhia Vale do Rio Doce. **Revista de Contabilidade e Organizações** - FEA-RP/USP, v. 4, n. 10, p. 152-173, set-dez-2010. Disponível em:

< <https://www.revistas.usp.br/rco/article/download/34781/37519/>>

Acesso em: 30 nov. 2018

GONCALVES, M. A. et al. Modelo de gestão FHEMIG e o uso da meta-informação custo. In: **XII Congresso Internacional de Custos e V Congresso da Associação Uruguaia de Custos (AURCO)**, 2011, Punta del Este. Anais..., 2011. p. 160-161. Acesso: 03 dez 2019. Disponível em: <<https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/issue/view/9>>

GONÇALVES, M. A.; ZAC, J. I.; AMORIM, C. A. Gestão estratégica hospitalar: aplicação de custos na Saúde. **Revista de Administração FACES Journal**, v. 8, n. 4, art. 75, p. 161-179, 2009.

HOEL, Paul. **Introduction to Mathematical Statistics**. John Wiley & Sons. New York, 1971.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. Produção de informação de custos para a tomada de decisão no Sistema Único de Saúde: uma questão para a política pública. Brasília: IPEA, 2017.

LEONCINE, Maury; BORNIA, Antônio Cezar; ABBAS, Katia. Sistemática para apuração de custos por procedimento médico-hospitalar. **Prod.**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 595-608, set. 2013.

Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-65132013000300013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 17 jul. 2019

LIMA, Luciano. Métodos Clássicos e Bayesianos de Estimação da Janela Ótima em Núcleo Estimadores. Dissertação de Mestrado, **Departamento de Estatística da UFMG**, 2007.

Li, Qi & Racine, Jeffrey S. **Nonparametric Econometric Methods, Advances in Econometrics**, vol. 25, p 335-378, 2008.

MACHADO, N. Sistema de Informação de Custos: diretrizes para Integração ao Orçamento Público e à Contabilidade Governamental. 2002. Tese (Doutorado)–FAE, USP, São Paulo, 2002. Acesso em: 03 dez 2019. Disponível em: <http://antigo.enap.gov.br/downloads/ec43ea4fNelson_Machado_Tese_Doutorado.pdf>

MARTINS, Eliseu.; ROCHA, Welington. **Métodos de custeio comparados: custos e margens analisados sob diferentes perspectivas**. São Paulo: Atlas, 2010.

MATOS, Afonso. **Gestão de custos hospitalares: técnicas, análise e tomada de decisão**. São Paulo: Editora STS, 2002.

MATTA, Fabiana. Metodologia para estimativa da necessidade de financiamento do SUS. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**, Brasília, 2018

MINNOTTE, Michael. *A Test of Mode Existence with Applications to Multimodality*. 1992. Tese (Doutorado) — **Rice University**.

MIRANDA FILHO, C. R. **Sistema de Custos na Administração pública**: uma Análise das Proposições Teóricas Atuais à Luz da Realidade Institucional: o caso da Secretaria da Fazenda do Estado da Bahia. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2003. Acesso em: 03 dez 2019. Disponível em: < <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/9466/2/Carlos%20Ramos%20Miranda%20Filho%20I.pdf>>

MOORE, David; McCABE, George.; DUCKWORTH, William.; ALWAN, Layth. **The Practice of Business Statistics: Using data for decisions**. 2a ed. LTC: Rio de Janeiro, p.785, 2002

MORGAN, D.; ASTOLFI, R. Health spending growth at zero: wich countries, wich sectores are most affected? **OECD Health Working Papers** No. 60, 2013.

NERO, Carlos. O que é economia da saúde In: Piola SF, Vianna SM (ed). *Economia da Saúde. Conceito e contribuição para a gestão da saúde*. Brasília: **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**, 1995. Disponível em: < <http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/9778/1/O%20Que%20%20c3%a9%20economia.pdf>>. Acesso em: 31 ago. 2020.

Pagan A., Ullah A. **Nonparametric econometrics**, Cambridge University Press, 1999.

PIOLA, Sérgio; VIANNA, Sólon. *Economia Da Saúde: Conceitos E Contribuição Para A Gestão Da Saúde*. Ed. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. 1995. Disponível em: < <http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/3036/27/EcoSaude.pdf>>. Acesso em: 31 ago. 2020.

REMÍGIO, Hipólito Gadelha. **Custos no serviço público: um modelo aplicado ao custeio dos processos judiciais**. 2002. 167f. Dissertação (Mestrado em Contabilidade), Programa Multiinstitucional e Inter-Regional de Pós-Graduação em Ciências Contábeis, Brasília, 2002.

RODRIGUES, Célio Fernando de Sousa; LIMA, Fernando José Camello de; BARBOSA, Fabiano Timbó. Importância do uso adequado da estatística básica nas pesquisas clínicas. **Rev. Bras. Anestesiol.**, Campinas, v. 67, n. 6, p. 619-625, Dec. 2017.

Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-70942017000600619&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 31 ago. 2020.

RODRIGUES, Chang. **O Teorema Central do Limite: Um estudo ecológico do saber e do didático**. Tese (Doutorado em Matemática). 2009. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em:

<http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/teses/chang_kuo_rodrigues.pdf>
Acesso em: 14 out. 2018

SARAIVA JUNIOR, Abraão; TABOSA, Cristiane, COSTA, Reinaldo. Simulação de Monte Carlo aplicada à análise econômica de pedido. **Produção**, v. 21, n. 1 p. 149-164. mar. 2011. Disponível em:

<http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010365132011000100013&script=sci_abstract&tlng=pt>

Acesso em: 30 dez. 2018

SHAO, Jun; DONGSHENG, Tu. **The jackknife and Bootstrap**. New York, 1996, Springer Verlag.

SILVA, Damião. **O método Bootstrap e aplicações à regressão múltipla**. Dissertação (Mestrado em Estatística). 1995 - Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. Disponível em:

<http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/307140/1/Silva_DamiaoNobregada_M.pdf> Acesso em: 14 out. 2018.

SILVA, I.R., ASSUNÇÃO, R.M., 2013. **Optimal generalized truncated sequential Monte Carlo test**. *J. Multivariate Anal.* 121, 33–49

SILVERMAN B. W. **Density Estimation for Statistics and Data Analysis Monographs on Statistics and Applied Probability**. 1 edição, Chapman and Hall, 1986.

SOUZA, Paulo. Como são apurados os custos dos procedimentos médicos: o caso do IMIP - Instituto Materno Infantil de Pernambuco. 2004. Dissertação (Mestrado em Administração) - **Universidade Federal de Pernambuco**, Recife, 2004

TANNO, Cláudio, et al. Projeções Orçamentárias: Cenários para 2019-2023 no Contexto de Tetos de Gastos. **Consultoria de Orçamentos e Fiscalização Financeira**. Brasília, 2018. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/orcamento-da-uniao/estudos/2018/et-25-2018-projecoes-orcamentarias-cenarios-para-2019-2023-no-contexto-de-tetos-de-gastos>>. Acesso em: 03 dez 2019.

XU, K. et al. *The determinants of health expenditure: a country-level panel data analysis. Working paper, World Health Organization*, 2011. Disponível em: <https://www.who.int/health_financing/documents/report_en_11_deter-he.pdf>. Acesso em: 03 ago. 2020.

WAND, M. P.; JONES, M. C. **Kernel Smoothing Monographs on Statistics and Applied Probability**. 1 ed, Chapman and Hall, 1995.

WEHRENS, R; PUTTER, H; BUYDENS, L. *The Bootstrap: a tutorial. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, p 35–52, 2000. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.391.6853&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 14 out. 2018.