# UMA REFLEXÃO SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS QUE SE INICIAM NO ESTUDO DA ÁLGEBRA

**Débora Silva Veloso[1], Ana Cristina Ferreira[2]**

**Resumo**: Embora seja fundamental no currículo de Matemática, a Álgebra figura como uma das áreas que oferece maiores dificuldades para professores e alunos. O presente texto é parte de uma Dissertação de Mestrado em andamento e tem como objetivo apresentar algumas reflexões acerca dessa temática. Tais reflexões são estabelecidas a partir de um diálogo entre as experiências docentes de uma das pesquisadoras e a literatura. O foco são as dificuldades enfrentadas por alunos que se iniciam no estudo da Álgebra.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Educação Algébrica, Dificuldade em Álgebra.

## 1 Introdução

Em minha experiência docente, principalmente com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, verifiquei, mais uma vez, o que já percebia desde o tempo de estudante: os alunos apresentam grande dificuldade no estudo da Álgebra e, em particular, na resolução de problemas que envolvem uma tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica.

Para Ponte (2005, p.37), dada a forma como tem sido ensinada, cria-se uma visão da Álgebra como um conjunto "de regras de transformação de expressões (monômios, polinômios, frações algébricas, expressões com radicais) e processos de resolução de equações e sistemas de equações (...) Trata-se, claramente, de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática".

Contudo, como diversos pesquisadores, concordamos Usiskin (1995) em que a Álgebra é a "área-chave" de estudo da Matemática escolar, uma vez que ela fornece meios para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas.

Ponte (2005), apoiando-se no NCTM (2000), afirma que o pensamento algébrico diz respeito a:

- *Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas);*
- *Representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (Simbolização);*
- *Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;*
- *Analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação).*

Um dos grandes objetivos ao ensinar Álgebra nas escolas é desenvolver nos alunos o pensamento algébrico que vai muito além da simples capacidade da manipulação de símbolos.

*1Universidade Federal de Ouro Preto – ICEB, UFOP Departamento de Matemática* *deboraveloso@ig.com.br*
*2Universidade Federal de Ouro Preto – ICEB, UFOP Departamento de Matemática* *anacf@iceb.ufop.br*

Booth (1995) afirma que “a álgebra é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos”. Para ela, uma das razões para esse “estado das coisas” é que os alunos, normalmente, consideram a álgebra uma matéria difícil.

Acreditamos que uma das maneiras de tentar entender o porquê dos alunos terem dificuldade em álgebra é identificar os tipos de erros que os iniciantes no estudo dessa matéria comumente cometem e investigar as razões desses erros.

Dessa forma, apresentaremos no presente trabalho uma revisão de literatura e breves reflexões sobre as principais dificuldades apresentadas pelos alunos que se iniciam no estudo da álgebra e as fontes de suas dificuldades e confusões.

## 2 Dificuldades dos alunos que se iniciam em Álgebra

De acordo com Socas et al (1996, p.91), “no ensino-aprendizagem da álgebra, como em toda a matemática, nos encontramos com uma grande variedade de dificuldades”. Entre elas, os autores comentam, primeiramente, as dificuldades relacionadas à natureza da Álgebra e aquelas que surgem dos processos de desenvolvimento cognitivo dos alunos e da estrutura e organização de suas experiências.

A segunda fonte de dificuldade apontada pelos autores diz respeito à natureza do currículo, à organização das aulas e aos métodos de ensino usados. Concordamos que o que muitas vezes ocorre é uma fixação exagerada nas manipulações mecânicas com símbolos, produzindo uma impressão muito forte de inutilidade de tal conteúdo.

Acreditamos que a capacidade de manipulação dos símbolos é um dos elementos que devem ser desenvolvidos pelo aluno no processo de aprendizagem da Álgebra. No entanto, o sentido do símbolo e a capacidade de interpretá-los e usá-los de forma criativa na descrição de situação de situações e resolução de problemas também constituem elementos fundamentais no desenvolvimento do conhecimento algébrico do aluno.

Por último, Socas et al (1996) citam as dificuldades devido a atitudes afetivas e não racionais dos alunos com a álgebra. Como já citado anteriormente, os alunos, comumente, vêem a Álgebra como uma matéria difícil.

Booth (1995), baseando-se em uma pesquisa que ocorreu no Reino Unido e que buscou identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem em álgebra e investigar as razões desses erros, apresenta quatro aspectos principais que podem levar os alunos a apresentarem dificuldades no aprendizado da Álgebra:

1º) O foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”. A autora traz nesse tópico a diferença entre o foco de uma atividade aritmética e o foco de uma atividade algébrica.

> *Em aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral. Uma razão para se estabelecerem essas afirmações gerais é usá-las como ‘regras de procedimento’ para a resolução de problemas adequados e,*

> *então, achar respostas numéricas, mas o foco imediato é o estabelecimento, a expressão e a manipulação da própria afirmação geral (BOOTH, 1995, p. 24).*

De acordo com minha experiência docente, percebo que muitas vezes os alunos não aceitam uma expressão algébrica simplificada como resposta final de um exercício. Para eles, apenas o estabelecimento de uma expressão e manipulação da afirmação geral não são suficientes e eles comumente acreditam que devem apresentar uma resposta numérica.

2º) O uso da notação e da convenção em álgebra. Outra fonte de confusões para os iniciantes em Álgebra de acordo com Booth (1995), diz respeito à interpretação dos símbolos operatórios. Em Aritmética, os símbolos da soma, subtração, multiplicação, divisão e uma igualdade são interpretados, geralmente, como ações a serem efetuadas, de maneira que, "+" significa efetivamente realizar uma soma e "=" encontrar um resultado. Já na Álgebra, a idéia de que o símbolo da adição pode ser tanto a indicação de uma soma como a ação, ou de que o símbolo de igualdade possa representar uma relação de equivalência e não uma resposta propriamente dita pode não ser percebida de imediato pelos alunos.

Tinoco et al (2008) destaca a noção de equivalência representada pelo sinal de igualdade na Álgebra:

> *O aluno com experiência apenas em aritmética considera, muitas vezes, o sinal de igual como um símbolo unidirecional, que precede uma resposta numérica, um símbolo para 'escreva a resposta'. A igualdade, nesse caso, é vista como tendo uma expressão do lado esquerdo e um número do lado direito. Embora seja essencial nas atividades algébricas, os alunos não se apropriam com facilidade da idéia do sinal de igualdade, visto como indicador de uma equivalência entre duas expressões, mesmo que numéricas (p. 4).*

Ponte (2005) comentando sobre alunos que conseguem um nível de desempenho razoável no trabalho com números e operações numéricas, mas deparam-se depois com grandes dificuldades na Álgebra, reforça a idéia da confusão gerada pelos alunos com os símbolos operatórios:

> *Outra dificuldade, ainda, é compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =, bem como das convenções adotadas; assim, em Aritmética, 23 tem um significado aditivo (20 + 3), enquanto que em Álgebra 2x tem um significado multiplicativo (2 x x); em Aritmética 3 + 5 significa uma "operação para fazer" (cujo resultado é 8), mas em Álgebra x + 3 representa uma unidade irredutível (enquanto não se concretizar a variável x) (PONTE, 2005, p. 39).*

Essas dificuldades dos alunos são compreensíveis devido à complexidade e à sutileza da linguagem algébrica. Segundo Booth (1995), a Álgebra exige uma precisão nos registro de suas afirmações que não é exigido em Aritmética. De acordo com a autora,

> *Essa precisão, é claro, também é importante na aritmética, mas as conseqüências de impropriedades nesse aspecto podem ser menores se o aluno sabe o que se pretende e efetua a operação correta, independentemente do que está escrito. Em aritmética faz pouca diferença o aluno escrever 12 : 3 ou 3 : 12, desde que ele efetue corretamente o cálculo. Em álgebra, porém, é crucial a diferença entre p : q e q : p (p.29).*

A esse respeito, vale ressaltar que a autora vê a falta de rigor em aritmética como uma falta de atenção nas aulas de matemática às afirmações verbais corretas e precisas da matemática. Booth (1995) completa:

> *Alguns alunos acham que a divisão, como a adição, é comutativa. Outros não vêem a necessidade de distinguir as duas formas, acreditando que o maior número sempre deverá ser dividido pelo menor. Isso parece decorrer da recomendação bem-intencionada feita pelo professor de matemática, no início do aprendizado da divisão, e da própria experiência dos alunos, pois todos os problemas de divisão encontrados em aritmética elementar, de fato, exigem que o número maior seja dividido pelo menor (p. 29).*

Percebemos, dessa forma, que o aprendizado da Álgebra está fortemente vinculado ao conhecimento aritmético que o aluno possui e, como já citado anteriormente em Socas et al (1996), às estruturas e organização de suas experiências.

Nesse caso, o papel do professor é fundamental. No oitavo ano, por exemplo, quando o objetivo no ensino da Álgebra é o de ensinar as técnicas que permitem a manipulação dos símbolos algébricos, o professor deve estar atento para que não ocorra uma fixação exagerada nas manipulações algorítmicas, produzindo uma impressão muito forte de inutilidade de tal conteúdo. Nesse sentido, Araújo (2009) argumenta que a Álgebra tratada apenas como manipulação de símbolos gera nos alunos uma compreensão parcial desse objeto de estudo. Portanto, é importante que seja desenvolvido nos alunos, além da habilidade na manipulação dos símbolos, a capacidade de representação de fenômenos e situações na forma algébrica.

3º) *O significado das letras e das variáveis.* A diferença mais flagrante entre a aritmética e a álgebra destacada por Booth (1995) está na utilização, nesta última, de letras para indicar valores. Quanto a tal diferença, a autora afirma

> *As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar 'metros', mas não para representar o número de metros, como em álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa 'falta de referencial numérico', por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra (p. 30).*

Ponte (2005) afirma que os alunos apresentam dificuldades com o uso de letras para representar variáveis e incógnitas, não conseguindo ver uma letra como representando um número desconhecido e não percebendo o sentido de uma expressão algébrica.

Porém, Booth (1995) e Tinoco et al (2008) concordam que mesmo quando os alunos interpretam as letras como representantes de números, há uma forte tendência a considerar as letras como valores específicos, únicos e possíveis de serem determinados, como em $3x - 1 = 5$, e não como números genéricos ou variáveis, como em $3x + 5$. Segundo Tinoco et al (2008), isso se deve ao fato de que, em muitos casos, a primeira e, às vezes, única experiência dos alunos com Álgebra é a partir do estudo das equações

Voltamos a enfatizar então a importância das diferentes concepções da Álgebra, de acordo com os papeis que a variável pode assumir, nos mais variados contextos algébricos. É importante que o aluno perceba que a letra nem sempre tem um valor específico, único e possível de ser determinado. Dessa forma, conhecendo os vários significados que as letras assumem de acordo com o contexto em que está empregada, acreditamos que será mais fácil que o estudante aceite uma expressão algébrica como resposta de algum exercício ou problema.

4º) Os tipos de relações e métodos usados em aritmética. Como já concluído anteriormente, a Álgebra não está isolada da Aritmética e, em muitos casos, pode ser encarada como uma "aritmética generalizada". De acordo com Booth (1995),

> *Nisso está a fonte das dificuldades. Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado (p. 33).*

Neste caso, podemos concluir que as dificuldades dos alunos não são em Álgebra propriamente dita, mas estão em deficiências em Aritmética que não foram corrigidas.

Para Gil (2008), "algumas barreira se configuram na Álgebra pelo fato do aluno trazer para o contexto algébrico, dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estenderam para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem".

Outro ponto apontado por Booth (1995) é a utilização pelas crianças de métodos informais para resolver problemas em aritmética, o que pode ter implicações negativas na habilidade do aluno para estabelecer afirmações gerais em Álgebra. A autora exemplifica:

> *Se um aluno geralmente não determina o número total de elementos de dois conjuntos de, digamos, 35 e 19 alunos utilizando a noção de adição, como 35 + 19, mas resolve o problema, utilizando o processo de contagem, então é pouco provável que o número total de elementos de dois conjuntos de $x$ e $y$ elementos seja prontamente representado por $x + y$. (p. 35).*

Assim, a autora destaca o papel do professor em convencer o aluno de que o seu método informal de resolução pode ser eficaz em determinados tipos de problemas, porém, em problemas que envolvem quantias maiores, o método falhará. Dessa forma, cabe ao professor reconhecer e mostrar as limitações do método informal utilizado pelo aluno e, assim, este poderá chegar a reconhecer a necessidade de um procedimento mais geral, ou seja, formal.

## 3 Algumas possibilidades

De acordo com Araújo (2009), soma-se a isso o fato de que os professores, em sua maioria, buscando contemplar conteúdos específicos, trabalham com problemas "modelos" estereotipados para aquele conteúdo abordado. Agindo dessa forma, os professores terminam por "treinar" os seus alunos na resolução de determinados "tipos" de problemas, em detrimento de conduzi-los a investigações em relação a vários outros tipos de raciocínio e estratégias de resolução.

Shoen (1995) destaca seis recomendações:

1) Basear a aprendizagem de coisas novas no conhecimento e na compreensão que os alunos já têm. Segundo o autor, “além de já terem conhecimentos adquiridos em cursos anteriores de Matemática, os alunos têm muitas crenças e preconceitos sobre a álgebra, sobre problemas e sobre os conceitos do mundo real descritos nos problemas” (SHOEN, 1995, p. 137).

2) Trabalhar, de modo gradual, a passagem da verbalização para o simbolismo algébrico. O desenvolvimento histórico do simbolismo algébrico começou com um período da álgebra verbal ou retórica, que durou milênios. Portanto, devemos entender que os alunos necessitam de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história.

3) Introduzir os tópicos de álgebra com aplicações. Shoen (1995) destaca que a prática das aplicações através de problemas pode proporcionar uma ligação entre o conceito ou procedimento e suas utilizações, além de servir como mais uma abertura para as aplicações verbais.

*4)* Ensinar os tópicos de álgebra a partir da perspectiva de como eles podem ser aplicados. Shoen (1995, p. 140) ressalta que além de introduzir tópicos com problemas, *“os professores podem utilizar as aplicações como concretizações de conceitos algébricos. Enquanto tais, aplicações são instrumentos para o ensino do próprio conceito, e não apenas para sua introdução inicial ou para sua aplicação final”.*

5) Ensinar e modelar processos heurísticos específicos como auxiliares para a compreensão e resolução de problemas. O autor cita a importância do uso de recursos como tabelas, diagramas ou fórmulas, dentre outras estratégias facilitadoras da resolução de problemas e que devem ser enfatizadas pelo professor. Segundo Shoen (1995), é importante enfatizar a estrutura matemática de um certo problema, permitindo que o aluno perceba por que uma equação ou um sistema de equações, por exemplo, podem ser bons modelos para a resolução desse problema.

6) Comprometer os alunos com a resolução de problemas. Segundo Shoen (1995), os alunos, por encontrarem dificuldades na compreensão de problemas, acabam optando por aprender apenas as técnicas manipulatórias com algoritmos. Assim sendo, cabe ao professor envolver os alunos e mostrá-los a importância de analisarem e resolver as aplicações verbais.

Para implementar tais recomendações, Shoen (1995) destaca que é importante que os problemas a serem abordados se integrem com os outros conteúdos algébricos e que o curso seja planejado de modo a ajudar os alunos a desenvolverem as aptidões necessárias para resolvê-los e não apenas para dominar técnicas algébricas.

## 4 Considerações Finais

Acreditamos que a Álgebra representa para o aluno um importante suporte conceitual tanto para a análise e interpretação de situações cotidianas quanto para estudos mais avançados. Dessa forma, sua introdução deve se basear na noção de que os símbolos algébricos podem ser manipulados de uma maneira que corresponde a aspectos do mundo real.

Como Ponte (2005), percebemos que, apesar de não faltarem críticas ao simbolismo excessivo que caracteriza muitas de nossas classes, não podemos negar que o simbolismo é parte essencial da Matemática. Porém, se priorizamos a manipulação dos símbolos e perdemos de vista seu significado, corremos o risco de cairmos no formalismo sem sentido.

Proporcionar aos alunos contextos significativos para o estudo da Álgebra, num quadro de trabalho que lhes mostrem o poder que a linguagem algébrica oferece-nos de aglutinar idéias em agregados compactos, pode tornar as informações mais fáceis de compreender e manipular. Esses conceitos podem ser introduzidos de forma gradual, passando por uma fundamentação verbal, sendo apropriados pelos alunos de forma efetiva e convencendo-os de forma natural a importância e o poder matemático da simbolização e da formalização. Isso não significa prescindir da manipulação algébrica.

Acreditamos que essa capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos pode ser desenvolvida nos alunos na descrição de situações e na resolução de problemas algébricos, afastando o abuso do uso simbólico e preocupando-se em trabalhar a compreensão dessa simbologia, procurando esclarecer seu significado.

Dessa forma, cabe a nós, professores, buscar continuamente levantamentos sobre quais aspectos envolvem o aprendizado da Álgebra, acompanhar e analisar erros cometidos pelos alunos e suas causas, e, assim, proporcionar instrumentos úteis para decidir sobre os meios de ajudar as crianças a melhorarem sua compreensão matemática.

## Referências


[1] ARAÚJO, L. F. *Rompendo o contrato didático*: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. Recife, PE: UFPE, 2009.

[2] BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. **As idéias da álgebra.** Organizadores A. F. Coxford e A. P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

[3] GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra**. Disponível em: www.sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/b2.pdf

[4] PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**. n. 85, 2005.

[5] SHOEN, H. L. A resolução de problemas em álgebra. **As idéias da álgebra.** Organizadores A. F. Coxford e A. P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

[6] SOCAS, M. M.; CAMACHO M.; PALAREA M.; HERNÁNDEZ J. **Iniciación al algebra**. Madrid: Ed Sínteses, 1996.

[7] TINOCO ET AL. Caminho da álgebra na escola básica. IV – SPEMRJ: **Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro**, 2008.