

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Um modelo reforçado e heurísticas relax-and-fix e VNS para o Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis

Jean Carlos Tibúrcio Campos
Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Marcone Jamilson Freitas Souza

Coorientador: Alexandre Xavier Martins

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Ouro Preto, Abril de 2018

Um modelo reforçado e heurísticas relax-and-fix e VNS para o Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis

Jean Carlos Tibúrcio Campos
Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Marcone Jamilson Freitas Souza

Coorientador: Alexandre Xavier Martins



C157m Campos, Jean Carlos Tiburcio.
Um modelo reforçado e heurísticas relax-and-fix e VNS para o problema da árvore geradora mínima capacitada em níveis [manuscrito] / Jean Carlos Tiburcio Campos. - 2018.
xxii, 112f.: il.: color; tabs; Algoritmos.

Orientador: Prof. Dr. Marcene Jamilson Freitas Souza.
Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Xavier Martins.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Computação. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.
Área de Concentração: Ciência da Computação.

1. Algoritmos de computador. 2. Otimização combinatória. 3. Design de redes. I. Souza, Marcene Jamilson Freitas. II. Martins, Alexandre Xavier. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 004.021



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação PPGCC/UFOP

Ata da Defesa Pública de Dissertação de Mestrado

Aos 23 dias do mês de abril de 2018, às 15 horas na Sala de Seminários do DECOM, no Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), reuniram-se os membros da banca examinadora composta pelos professores: **Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza** (presidente e orientador), **Prof. Dr. Alexandre Xavier Martins** (coorientador), **Prof. Dr. Haroldo Gambini Santos**, **Prof. Dr. Marco Antônio Moreira de Carvalho** e o **Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza**, aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, a fim de argüirem o mestrando **Jean Carlos Tibúrcio Campos** com o título “**Um modelo reforçado e heurísticas relax-and-fix e VNS para o Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis**”. Aberta a sessão pelo presidente, coube ao candidato, na forma regimental, expor o tema de sua dissertação, dentro do tempo regulamentar, sendo em seguida questionado pelos membros da banca examinadora, tendo dado as explicações que foram necessárias.

Recomendações da Banca:

Aprovado sem recomendações


Reprovado

Aprovado com recomendações: _____

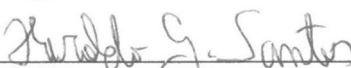
Banca Examinadora:




Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza



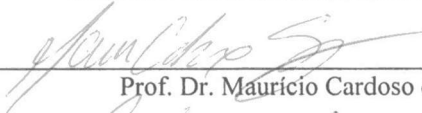
Prof. Dr. Alexandre Xavier Martins



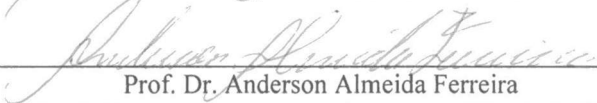
Prof. Dr. Haroldo Gambini Santos



Prof. Dr. Marco Antônio Moreira de Carvalho



Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza



Prof. Dr. Anderson Almeida Ferreira
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
DECOM/ICEB/UFOP

Ouro Preto, 23 de abril de 2018

*Dedico este trabalho à minha mãe Jeanete Aparecida, e aos meus queridos padrinhos
Joaquim Barcelos e Geracina Barcelos.*

Resumo

Este trabalho tem seu foco no Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis (PAGMCN). Ele consiste em encontrar uma árvore geradora de custo mínimo, tal que o fluxo a ser transferido de um nó central aos demais nós seja limitado pela capacidade das arestas. Para resolvê-lo, propomos neste trabalho uma formulação reforçada de programação matemática e um algoritmo híbrido, combinando as heurísticas *relax-and-fix* e *Variable Neighborhood Search* (VNS), juntamente com um modelo matemático. A formulação matemática proposta, chamada “Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2” (MBC2), consiste em adicionar dois novos conjuntos de restrições à formulação considerada a mais eficiente da literatura. A motivação para a utilização do modelo MBC2 está em ele fornecer um limite inferior de qualidade, esperando assim convergir mais rapidamente à solução ótima. Experimentos computacionais mostraram que a formulação reforçada proposta, quando comparada ao modelo da literatura, melhora a qualidade da relaxação linear, fornecendo um limite inferior melhor e justificando a sua utilização. Para o desenvolvimento do algoritmo híbrido, foi utilizado o modelo MBC2 proposto neste trabalho, em razão de ele ser capaz de proporcionar um limite inferior de qualidade. Essa formulação reforçada é usada com a heurística *relax-and-fix* para fornecer uma solução inicial para o VNS. Resultados mostram que o VNS melhora a solução inicial e gera soluções com *gaps* relativamente pequenos nas instâncias usadas para teste.

Palavras-chave: Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis, *Design* de redes, Otimização Combinatória, Formulação Matemática, Meta-Heurística, *Relax-and-Fix*, *Variable Neighborhood Search*.

Abstract

This work addresses the multi-level capacitated minimum spanning tree (MLCMST) problem. It consists of finding a minimum cost spanning tree such that the flow to be transferred from a central node to the other nodes is bounded by the edge capacities. To solve it, we propose in this work a reinforced mathematical programming formulation and a hybrid algorithm, combining the heuristics Relax-and-Fix and Variable Neighborhood Search (VNS), together with a mathematical model. The proposed mathematical formulation, called “Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2” (MBC2), consists in adding two new set of constraints in the most efficient formulation in the literature. The motivation for using the MBC2 model is to provide a quality lower limit, hoping to converge more quickly to the optimum solution. Computational experiments showed that the proposed reinforced formulation, when compared to the literature model, improves the quality of linear relaxation, thus providing a better lower bound and justifying its use. For the development of the hybrid algorithm, the MBC2 model proposed in this work was used, because it is able to provide a quality lower limit. The reinforced formulation is used with the relax-and-fix heuristic to provide an initial solution for the VNS algorithm. Results show that the VNS improves the initial solutions and obtains solutions with relatively small gaps for all instances used for testing.

Keywords: Multi-level capacitated minimum spanning tree, Network design, Combinatorial Optimization, Mathematical Programming, Metaheuristics, Relax-and-Fix, Variable Neighborhood Search.

Declaração

Esta dissertação é resultado de meu próprio trabalho, exceto onde referência explicativa é feita ao trabalho de outros, e não foi submetida para outra defesa nesta nem em outra universidade.

Jean Carlos Tiburcio Campos

Agradecimentos

Primeiramente à Deus, que iluminou o meu caminho durante esta caminhada, me dando saúde e força para superar as dificuldades.

À minha mãe Jeanete Aparecida, que sempre me apoiou e nunca mediu esforços para que eu chegasse até aqui.

Aos meus padrinhos Joaquim Barcelos (Tio Quinca) e Geracina Barcelos (Tia Gêra), sempre tão importantes em minha vida.

Aos grandes amigos Isabela Aparecida, Débora Antonieta, Matheus Matos, Plínio Roque e João Pedro, por todo o apoio e paciência.

À Ana Paula, por todo o incentivo, apoio e companheirismo.

À todos os demais familiares e amigos pela confiança.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da UFOP, pelo apoio e colaboração em minha formação.

Aos meus orientadores Marcone e Alexandre, pelo convívio, incentivo, compreensão, amizade e apoio durante toda essa jornada, contribuindo enormemente para o meu desenvolvimento.

Sumário

Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Algoritmos	xxv
Nomenclatura	1
1 Introdução	3
1.1 Objetivos	6
1.1.1 Objetivo Geral	6
1.1.2 Objetivos Específicos	6
1.2 Motivação	7
1.3 Estrutura do Trabalho	7
2 Caracterização do Problema	9
2.1 Definição do Problema	11
2.2 Representação da Solução	12
2.3 Avaliação de uma Solução	12
3 Revisão Bibliográfica	15

3.1	Formulações de Programação Matemática	15
3.1.1	Modelo Matemático Proposto por Gamvros et al.	15
3.1.2	Modelo Baseado em Fluxo – MBF	17
3.1.3	Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades – MBC	18
3.2	Abordagens Heurísticas	19
3.2.1	Abordagem desenvolvida por Gamvros <i>et al.</i>	19
3.2.2	Abordagem desenvolvida por Martins <i>et al.</i>	20
3.2.3	Abordagem desenvolvida por Uchoa <i>et al.</i>	21
4	Metodologia	23
4.1	Modelo Matemático Proposto	23
4.1.1	Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2 – MBC2	23
4.2	Meta-Heurísticas	25
4.2.1	<i>Relax-and-Fix</i>	25
4.2.2	<i>Variable Neighborhood Search</i>	27
5	Experimentos e Resultados Computacionais	43
5.1	Instâncias	43
5.2	Resultados Obtidos	44
5.2.1	Resultados Numéricos dos Modelos Matemáticos	44
5.2.2	Resultados Numéricos para a geração de uma Solução Inicial	47
5.2.3	Resultados Numéricos para a Meta-Heurística VNS	50
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	57
6.1	Trabalhos Futuros	59
A	Publicações	61

B Resultados - Modelos Matemáticos	63
C Resultados - Métodos de geração de Solução Inicial	79
D Resultados - Algoritmos VNS	95
Referências Bibliográficas	111

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de uma rede de computadores.	4
2.1	Exemplo de aplicação do PAGMC sobre uma rede.	10
2.2	Exemplo de aplicação do PAGMCN sobre uma rede.	11
3.1	Representação de uma solução da abordagem de Gamvros et al. (Gamvros et al., 2003).	20
4.1	Representação do funcionamento da heurística <i>Relax-and-Fix</i>	27
4.2	Exemplo de funcionamento do Método Guloso.	30
4.3	Exemplo de funcionamento da heurística RF1.	33
4.4	Exemplo de funcionamento da heurística RF2.	35
4.5	Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^1	36
4.6	Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^2	37
4.7	Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^3	37
4.8	Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^4	38
4.9	Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^5	39

4.10 Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^6	39
4.11 Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^7	40

Lista de Tabelas

2.1	Matriz de distâncias para os vértices da rede representada na Figura 2.2.	13
5.1	Resultados médios da aplicação dos modelos MBC e MBC2 aos conjuntos de instâncias.	45
5.2	Comparação das relaxações lineares das formulações MBC e MBC2.	46
5.3	Resultados médios dos métodos de solução inicial.	48
5.4	Comparação do ganho percentual dos métodos de solução inicial.	49
5.5	Média das soluções e comparações do <i>gap</i> para o algoritmo VNS1.	51
5.6	Média das soluções e comparações do <i>gap</i> para o algoritmo VNS2.	52
5.7	Média das soluções e comparações do <i>gap</i> para o algoritmo VNS3.	53
5.8	Comparação do VNS com os métodos de solução inicial.	54
5.9	Comparação do VNS3 com resultados ótimos da literatura.	56
5.10	Comparação do VNS3 com resultados da literatura para instâncias não resolvidas de maneira ótima.	56
B.1	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro	64
B.2	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	65
B.3	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	66

B.4	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro	67
B.5	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	68
B.6	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	69
B.7	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro	70
B.8	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	71
B.9	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	72
B.10	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro	73
B.11	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	74
B.12	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	75
B.13	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro	76
B.14	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	77
B.15	Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	78
C.1	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro	80
C.2	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	81

C.3	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	82
C.4	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro	83
C.5	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	84
C.6	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	85
C.7	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro	86
C.8	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	87
C.9	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	88
C.10	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro	89
C.11	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	90
C.12	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	91
C.13	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro	92
C.14	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	93
C.15	Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	94
D.1	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro	96

D.2	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	97
D.3	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	98
D.4	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro	99
D.5	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	100
D.6	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	101
D.7	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro	102
D.8	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	103
D.9	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	104
D.10	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro	105
D.11	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	106
D.12	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	107
D.13	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro	108
D.14	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente	109
D.15	Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades	110

Lista de Algoritmos

4.1	VNS	28
4.2	HEURÍSTICA <i>Relax-and-fix</i>	32
4.3	BUSCA LOCAL	41

Nomenclatura

B&C	Algoritmo <i>Branch-and-Cut</i>
GP	Ganho Percentual
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedures</i>
LB	<i>Lower Bound</i>
LRC	Lista Restrita de Candidatos
MBC	Modelo Baseado em Capacidades
MBC2	Modelo Baseado em Capacidades 2
MBF	Modelo Baseado em Fluxo
MIP	<i>Mixed Integer Programming</i>
PAGMC	Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada
PAGMCN	Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis
RF1	Heurística <i>relax-and-fix</i> 1
RF2	Heurística <i>relax-and-fix</i> 2
RF3	Heurística <i>relax-and-fix</i> 3
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
VNS1	Algoritmo <i>Variable Neighborhood Search</i> 1
VNS2	Algoritmo <i>Variable Neighborhood Search</i> 2
VNS3	Algoritmo <i>Variable Neighborhood Search</i> 3

Capítulo 1

Introdução

O presente trabalho trata o problema de *layout* de terminais, que consiste em encontrar a melhor maneira de se alocar uma determinada quantidade de clientes terminais a um servidor central por meio de linhas de transmissão, que podem ser compartilhadas entre os clientes para o envio e recebimento de informações de maneira eficiente. Cada cliente terminal possui uma demanda de fluxo proveniente do servidor central a ser atendida. Esta demanda pode ser atendida diretamente, por meio da conexão de um cliente terminal ao servidor central, ou indiretamente, por meio de outros clientes que estejam recebendo fluxo do servidor central.

Para entender melhor a situação descrita anteriormente, a Figura 1.1 apresenta um exemplo de uma rede de computadores. Na Figura, é possível observar um servidor central, identificado como X; quatro computadores conectados diretamente ao servidor central, identificados como computadores A, B, C e F; e quatro computadores conectados indiretamente ao servidor central, i. e., ligados a outros computadores que estão conectados ao servidor central, identificados como computadores D, E, G e H.

Problemas deste tipo podem ser aplicados em projetos de redes de telecomunicações (Gavish, 1991), sistemas logísticos (Brimberg et al., 2003), dentre outros. Na literatura, situações deste tipo são retratadas pelo Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada (PAGMC), que busca encontrar soluções e alternativas, de modo que o custo final seja o menor possível.

O PAGMC consiste em, dado um grafo composto por arcos associados a algum peso, encontrar a árvore de menor custo (menor soma dos pesos dos arcos selecionados) que possa cobrir todos os vértices da rede. Geralmente, este problema é tratado

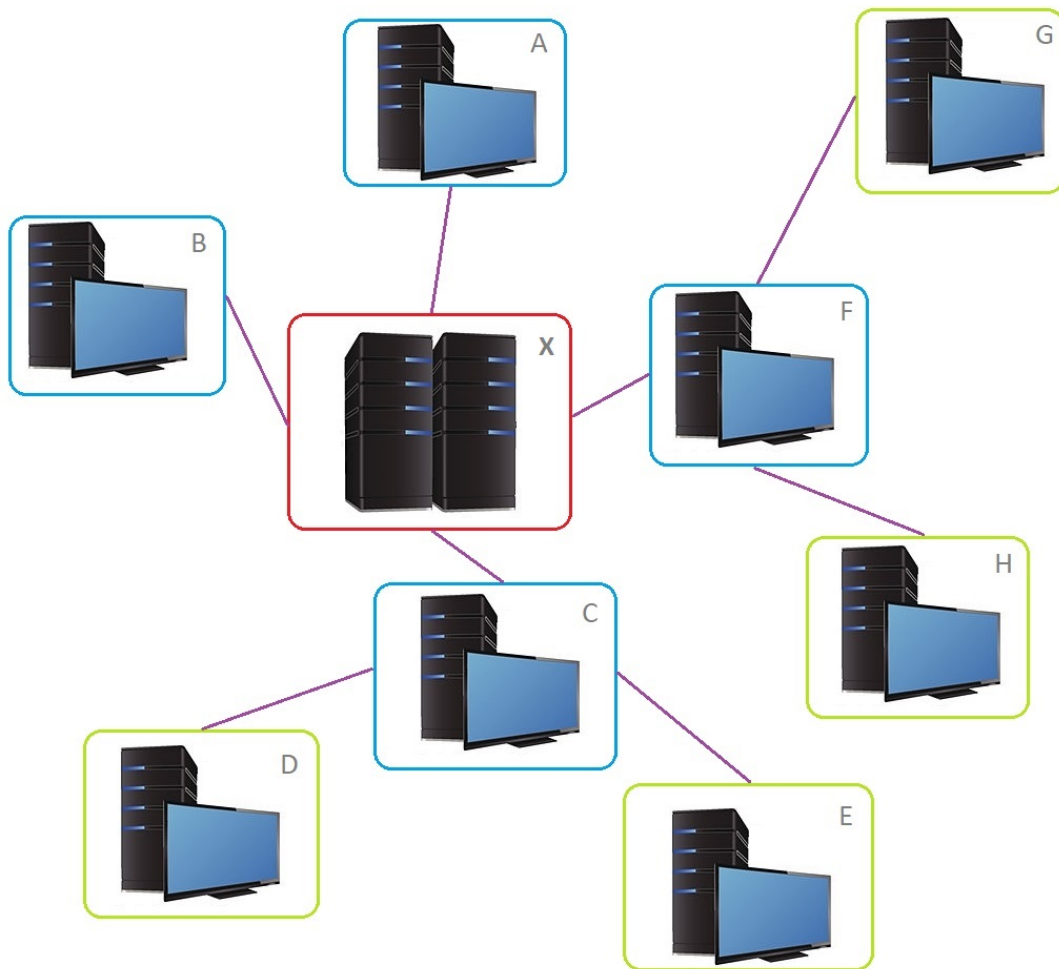


Figura 1.1: Exemplo de uma rede de computadores.

considerando-se que todas as linhas de transmissão têm uma capacidade fixa Q . Consequentemente, esta limitação acaba restringindo o fluxo máximo de informação em qualquer linha de transmissão adjacente ao servidor central a uma quantidade fixa.

Neste trabalho, consideramos que todos os clientes terminais possuem uma demanda homogênea, podendo então ser tratado como um problema de demanda unitária.

Papadimitriou (1978) mostrou que, para $2 < Q < n/2$, o problema é classificado como \mathcal{NP} -difícil. Portanto, apesar de existirem modelos matemáticos para resolução inteira do PAGMC, são necessárias heurísticas para obter boas soluções em tempo aceitável para instâncias de grande porte.

Vale observar que projetos reais, como por exemplo projetos de redes, são sujeitos a múltiplos tipos de linhas de transmissão, podendo estes possuir diferentes capacidades e

custos (Martins et al., 2005). Para estes casos, o PAGMC apresenta algumas limitações, não sendo perfeitamente adequado para resolver tais tipos de problemas.

Uma generalização para o PAGMC é conhecido como Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis (PAGMCN), onde, diferentemente do PAGMC em que todos os arcos possuem uma capacidade fixa Q , pode ocorrer a instalação de facilidades com capacidades de diferentes valores. Apesar de ser menos visado que o PAGMC, acredita-se que o PAGMCN seja de uso mais prático em projetos de redes de comunicação.

O Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis (PAGMCN) consiste em encontrar uma árvore geradora de custo mínimo, tal que o fluxo a ser transferido de um nó central (raiz) aos demais vértices é limitado pela capacidade das ligações. O PAGMCN foi introduzido em (Gamvros et al., 2006, 2003), e é uma extensão natural do Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada (PAGMC) (Esau e Williams, 1966).

A possibilidade de ter diferentes capacidades e custos para cada aresta imita o conceito de economia de escala, resultando em ganhos de eficiência paralelamente à diminuição de custos. Assim, amplia-se a aplicabilidade do PAGMCN para redes de telecomunicações (Gavish, 1991) e sistemas logísticos (Brimberg et al., 2003).

O PAGMCN é tratado na literatura por diferentes métodos. Gamvros et al. (2003), Martins et al. (2005) e Gamvros et al. (2006) compararam diferentes formulações para o PAGMCN. A formulação referenciada como Modelo Baseado em Capacidades (MBC) foi considerada a mais eficiente, dado que é a única capaz de resolver instâncias com até 30 vértices em um tempo limite pré-determinado de uma hora (Martins et al., 2005).

Martins et al. (2009) propuseram um GRASP com uma abordagem heurística híbrida de otimização de subproblemas. Utilizando regras heurísticas tanto na fase de construção quanto na fase de busca local, subproblemas menores são definidos e resolvidos de maneira exata usando um resolvidor comercial. Este esquema os permitiu melhorar vários limites superiores conhecidos para 250 exemplos de instâncias da literatura.

Uchoa et al. (2012) propuseram um algoritmo *Branch-and-Cut* que introduz dois tipos de cortes: a separação exata de cortes correspondentes a alguns dos principais poliedros iguais encontrados na formulação e a separação de cortes Fenchel. Resultados numéricos mostraram que os melhores limites superiores conhecidos foram melhorados para quase todas as instâncias que não foram possíveis resolver de maneira ótima.

Dado o bom desempenho do MBC na resolução do PAGMCN, o presente trabalho

propõe a adição de dois novos conjuntos de restrições ao MBC, gerando assim um modelo reforçado e mais forte que o modelo da literatura. Esta nova formulação, referenciada como Modelo Baseado em Capacidades 2 (MBC2), tem como principal objetivo fornecer um limite inferior melhor em relação ao modelo MBC, sem nenhum prejuízo em relação ao tempo da relaxação linear.

É também desenvolvido um algoritmo híbrido, combinando as heurísticas *relax-and-fix* (Wolsey, 1998) e *Variable Neighborhood Search* – VNS (Mladenović e Hansen, 1997) com o modelo de programação matemática reforçado proposto, para resolução do PAGMCN. Para a geração de uma solução inicial para o VNS, foram desenvolvidos quatro métodos: um guloso e três baseados na heurística *relax-and-fix*, chamados RF1, RF2 e RF3. Os quatro métodos consistem em gerar uma solução inteira a partir da solução fracionária calculada pela formulação MBC2, i. e., a solução obtida pela relaxação linear. Sete estruturas de vizinhança são utilizadas para explorar o espaço de soluções. Resultados mostram que os métodos baseados na heurística *relax-and-fix* conseguem fornecer uma solução inicial de melhor qualidade para o VNS, que por sua vez está apto a melhorar a solução inicial e obter soluções com *gaps* relativamente pequenos para todos os conjuntos de instâncias.

1.1 Objetivos

Nesta Seção são apresentados os principais objetivos deste trabalho.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é desenvolver algoritmos, baseados em técnicas heurísticas e/ou de programação matemática, que sejam capazes de produzir soluções de boa qualidade em um tempo restrito, para resolver o Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis (PAGMCN).

1.1.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral se faz necessário a obtenção dos seguintes objetivos específicos:

- Analisar e estudar trabalhos da literatura que tratam o problema abordado e relacionados;
- Analisar e estudar técnicas de solução de problemas de otimização combinatória;
- Propor uma formulação de programação matemática reforçada, baseada na formulação referenciada como Modelo Baseado em Capacidades (MBC);
- Desenvolver um algoritmo híbrido, que combine procedimentos heurísticos com um módulo de programação linear inteira;
- Realizar experimentos computacionais utilizando instâncias da literatura, de forma a comprovar a eficiência dos algoritmos desenvolvidos.

1.2 Motivação

Com os recentes avanços, tanto tecnológicos quanto econômicos, e tendências de crescimento presentes nas organizações contemporâneas, é cada vez mais recorrente a busca por economia, seja de produção ou operacional, de modo que o custo final para realização de algum processo seja o menor possível, sem comprometer sua qualidade.

Problemas de planejamento de redes podem ser retratados pelo PAGMC, ou a sua generalização, o PAGMCN, que se aproxima mais do caso real. Problemas deste tipo aparecem em projetos de redes de telecomunicações, redes de logística, redes de transmissão de energia, dentre outros. Por isso, este problema tem grande importância prática. A resolução de forma eficiente deste problema pode gerar economia para as organizações, através de planejamentos que minimizam custos operacionais; daí a importância de desenvolver algoritmos que resolvam o problema da melhor forma possível.

Por outro lado, o PAGMCN tem grande importância teórica, por ser um problema da classe \mathcal{NP} -difícil. Desta forma, é desafiador o desenvolvimento de algoritmos eficientes para sua solução. Entre estes algoritmos, destacam-se atualmente os algoritmos híbridos, que combinam procedimentos heurísticos e formulações exatas.

1.3 Estrutura do Trabalho

O restante deste trabalho está estruturado como segue. O Capítulo 2 apresenta a caracterização do problema tratado. A revisão bibliográfica é apresentada no Capítulo 3. O

Capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada e os algoritmos desenvolvidos para resolver o problema. Já no Capítulo 5 são relatados os experimentos computacionais realizados. O Capítulo 6 conclui esta dissertação e apresenta perspectivas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Caracterização do Problema

O Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada consiste em determinar a melhor maneira de se alocar uma determinada quantidade de clientes terminais a um servidor central por meio de linhas de transmissão, que podem ser compartilhadas entre os clientes para o envio e recebimento de informações de maneira eficiente, de modo que o custo total de utilização das linhas selecionadas seja o menor possível.

O PAGMC possui as seguintes características:

- (a) Cada cliente terminal possui uma demanda de fluxo que deve ser atendida por um servidor central;
- (b) A demanda de cada cliente pode ser atendida diretamente, por conexão direta com o servidor central, ou indiretamente, por meio de outros clientes que estejam recebendo fluxo;
- (c) Todas as linhas de transmissão possuem uma capacidade fixa Q ;
- (d) Todos os clientes terminais possuem demanda homogênea; desta forma, o PAGMC pode ser tratado como um problema de demanda unitária.

A Figura 2.1 ilustra uma solução do PAGMC para uma rede com oito clientes terminais com demanda unitária (B, C, D, E, F, G, H e I) e um nó central A . Nessa figura, pode-se perceber que a capacidade Q das linhas de transmissão é igual a 3 unidades e que, por exemplo, os clientes C e D se conectam ao nó central A pelo cliente B ; enquanto os clientes E e I se conectam diretamente ao nó central.

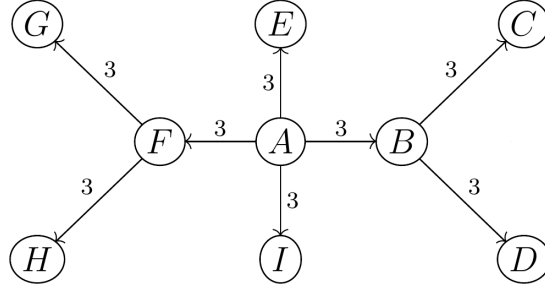


Figura 2.1: Exemplo de aplicação do PAGMC sobre uma rede.

A capacidade fixada Q atua como um limitador do número de conexões indiretas ao nó central. Além disso, a limitação das linhas de transmissão restringe o fluxo máximo de informação em qualquer linha de transmissão adjacente ao servidor central a uma quantidade fixa. Projetos reais, como por exemplo projetos de redes, estão sujeitos a múltiplos tipos de linhas de transmissão, com diferentes capacidades e custos (Martins et al., 2005). Situações como essas não se enquadram na definição do PAGMC. Para tratar esses casos, considera-se uma generalização do PAGMC, conhecida como Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis. Neste problema, diferentemente do PAGMC, em que todas as ligações possuem uma capacidade fixa Q , pode ocorrer a instalação de facilidades com capacidades de diferentes valores.

No PAGMCN existe a disponibilidade de instalação de L tipos diferentes de facilidades junto às linhas de transmissão, sendo cada facilidade associada a uma capacidade Z_l e a um custo de instalação CI_l .

O objetivo do PAGMCN, assim como o do PAGMC, é encontrar uma rede de custo mínimo, em que todos os clientes terminais tenham sua demanda atendida, e o fluxo que passa por cada facilidade não seja maior que sua capacidade.

Um exemplo de solução do PAGMCN é ilustrado na Figura 2.2, que utiliza a mesma rede da Figura 2.1. Nesta figura, há um nó central A , oito nós representando os clientes terminais com demanda unitária e duas facilidades disponíveis, sendo uma com capacidade unitária e outra com capacidade igual a 3 unidades, isto é, $Z_1 = 1$ e $Z_2 = 3$. Pela Figura 2.2 pode-se verificar, por exemplo, que os clientes B e F são atendidos por facilidades com capacidade de 3 unidades e estes, por sua vez, atendem a clientes terminais por meio de facilidades com capacidade unitária.

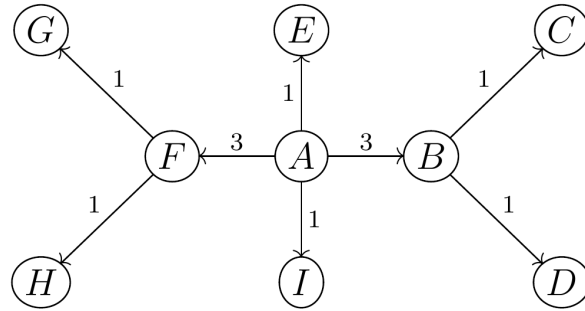


Figura 2.2: Exemplo de aplicação do PAGMCN sobre uma rede.

2.1 Definição do Problema

Seja $G(V, E)$ um grafo completo não direcionado, em que V é o conjunto de vértices que representam o servidor central (r) e os clientes terminais, E é o conjunto de arestas que representam as conexões existentes, e L é o conjunto de índices ordenados de tipos de facilidades disponíveis.

Para cada nó $i \in V \setminus \{r\}$, existe uma demanda não negativa b_i ; e para cada aresta $(i, j) \in E$ que usa uma facilidade do tipo $l \in L$, existe um custo de instalação $c_{ij}^l > 0$. Cada tipo de conexão $l \in L$ possui uma capacidade z_l associada a ela.

Neste trabalho, o problema é aqui descrito em termos de um grafo direcionado, em que cada aresta $(i, j) \in E$ é substituída por dois arcos (i, j) e (j, i) , formando o conjunto A de arcos. Entretanto, a mesma estrutura de custo é utilizada. Note que a estrutura da solução é uma árvore, não existindo arcos de entrada para o nó raiz r , existindo apenas arcos de saída a partir dele. Consequentemente, $(i, r) \notin A$.

Ao longo do texto, será de interesse o conjunto de componentes $SA_i = (V_i, A_i)$, com respectivos nós $V_i \subseteq V \setminus \{r\}$ e de arcos $A_i \subseteq A$, em que cada SA_i é uma componente conexa obtida ao se eliminar o nó raiz (r) e os arcos incidentes a ele no grafo. A estas componentes daremos o nome de subárvores.

2.2 Representação da Solução

Uma solução s para o PAGMCN é representada por um conjunto de arcos $(i, j) \in A$ com a facilidade $l \in L$ que são utilizados para a formação da árvore de custo mínimo.

Como exemplo, será utilizada a rede representada na Figura 2.2, composta por nove vértices, sendo o vértice A o nó central, e duas facilidades disponíveis, com capacidades $Z_1 = 1$ e $Z_2 = 3$. Podemos observar nessa rede a utilização de oito arcos $(i, j) \in A$ para formação da solução: dois arcos com capacidade 1 ligando os vértices E e I ao nó raiz, dois arcos com capacidade 3 ligando os vértices F e B ao nó raiz, e quatro arcos com capacidade igual a 1, sendo dois ligando os vértices C e D ao vértice B , e os outros dois ligando os vértices G e H ao vértice F .

2.3 Avaliação de uma Solução

Uma solução s é avaliada pela soma dos custos de instalação c_{ij}^l de todos os arcos utilizados para a sua construção. Como dito na Seção 2.1, para cada arco $(i, j) \in A$ usando uma facilidade do tipo $l \in L$, existe um custo de instalação $c_{ij}^l > 0$.

Como exemplo, será utilizada a rede representada na Figura 2.2, composta por nove vértices, sendo o vértice A o nó central, e duas facilidades disponíveis, com capacidades $Z_1 = 1$ e $Z_2 = 3$. Para o cálculo do custo de instalação c_{ij}^l , utilizaremos a distância euclidiana dos vértices juntamente com fatores multiplicadores, CI_l , para cada uma das facilidades disponíveis, sendo $CI_1 = 1$ e $CI_2 = 2$.

A Tabela 2.1 apresenta a matriz de distância entre os vértices da rede. Os valores em destaque representam as ligações utilizadas na solução apresentada. Aplicando os fatores multiplicadores para estas ligações, a rede representada na Figura 2.2 possui uma solução com custo igual a 120 ($10*1 + 10*1 + 10*2 + 15*1 + 15*1 + 10*2 + 15*1 + 15*1$).

Tabela 2.1: Matriz de distâncias para os vértices da rede representada na Figura 2.2.

Vértice	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	-	10	25	25	10	10	25	25	10
B	10	-	15	15	15	20	35	35	15
C	25	15	-	20	20	35	40	48	28
D	25	15	20	-	28	35	48	40	20
E	10	15	20	28	-	15	20	28	20
F	10	20	35	35	15	-	15	15	15
G	25	35	40	48	20	15	-	20	28
H	25	35	48	40	28	15	20	-	20
I	10	15	28	20	20	15	28	20	-

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo apresentamos os trabalhos relacionados ao tema. Apesar de se acreditar que o PAGMCN seja de uso mais prático em projetos de redes reais que o PAGMC, ele não tem recebido muita atenção dos pesquisadores, sendo a primeira pesquisa relacionada ao tema realizada por Gamvros et al. (2003). Nas próximas Seções, apresentaremos algumas abordagens matemáticas e heurísticas para o PAGMCN.

3.1 Formulações de Programação Matemática

Nesta seção são apresentadas três formulações de programação matemática presentes na literatura para o problema em estudo. Estas formulações utilizam variáveis de topologia e/ou variáveis de fluxo.

Na Seção 3.1.1, apresentamos uma formulação proposta por Gamvros et al. (2003). Nas Seções 3.1.2 e 3.1.3, apresentamos dois modelos matemáticos, ambos propostos por Martins et al. (2005).

3.1.1 Modelo Matemático Proposto por Gamvros et al.

Este modelo, introduzido em Gamvros et al. (2003), corresponde ao primeiro trabalho relacionado ao PAGMCN encontrado na literatura. Ele é baseado em um grafo direcionado.

Nesta formulação foram utilizadas três tipos de variáveis: duas variáveis de topologia

e uma de fluxo. Seja x_{ij} igual a 1 se uma facilidade é instalada sobre o arco (i, j) e 0 caso contrário. Seja y_{ij}^l igual a 1 se a facilidade do tipo l é instalada sobre o arco (i, j) e 0 caso contrário.

Este modelo é a única abordagem relacionada ao PAGMCN em que o fluxo parte dos nós terminais em direção ao nó central. Neste caso, cada nó terminal transporta uma unidade de produto ao nó central. Na notação adotada, a origem do produto k é o nó k , e o destino é o nó 0. O fluxo do produto k sobre o arco (i, j) é denotado por f_{ij}^k . A função objetivo consiste em minimizar o custo total das ligações utilizadas.

Sendo assim, o problema pode ser formulado como:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{(i,j) \in A} \sum_{l \in L} c_{ij}^l y_{ij}^l \quad (3.1a)$$

s.a.

$$\sum_{j \in N} f_{ji}^k - \sum_{j \in N} f_{ij}^k = \begin{cases} -1 & i = 1, \dots, n, \quad k = i, \\ 1 & i = 0, \quad k = 1, \dots, n, \\ 0 & i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, n, \quad i \neq k. \end{cases} \quad (3.1b)$$

$$\sum_{k \in N - \{0\}} f_{ij}^k \leq \sum_{l \in L} z^l y_{ij}^l \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.1c)$$

$$\sum_{l \in L} y_{ij}^l = x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.1d)$$

$$f_{ij}^k \leq x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A; k \in N \setminus \{0\} \quad (3.1e)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j} = 0 \quad (3.1f)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N; i \neq 0 \quad (3.1g)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.1h)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.1i)$$

$$y_{ij}^l \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A; l \in L \quad (3.1j)$$

$$f_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A; k \in N \setminus \{0\}. \quad (3.1k)$$

$$(3.11)$$

As restrições (3.1b), (3.1e), (3.1f), (3.1g) e (3.1h) combinadas garantem que a topologia da rede é uma árvore. O conjunto de restrições (3.1b) fazem com que o produto proveniente de cada nó siga em direção ao nó central. O conjunto de restrições (3.1c)

garantem que o fluxo que passa sobre uma facilidade seja menor ou igual à capacidade instalada sobre ele. O conjunto de restrições (3.1d) garantem que somente um tipo de facilidade é instalada sobre um arco, e somente se o arco é escolhido para estar na árvore (isto é, somente se $x_{i,j} = 1$).

Esta formulação gera $n^3 + n^2L + n^2$ variáveis, sendo L o número de facilidades disponíveis e $n^3 + 4n^2 + 3n$ restrições.

3.1.2 Modelo Baseado em Fluxo – MBF

Este modelo, denotado por MBF e introduzido em Martins et al. (2005), é uma especificação ao PAGMCN do modelo proposto por Gavish (1983) para o PAGMC.

Nesta formulação foram utilizadas variáveis de topologia e de fluxo. Seja x_{ij}^l igual a 1 se a facilidade do tipo l é usada para ligar o nó i ao nó j e igual a 0 caso contrário; z_l é a capacidade da facilidade do tipo l , $l = 1, \dots, L$; y_{ij} é o fluxo que passa pelo arco (i, j) ; c_{ij}^l o custo de conectar os nós i e j utilizando a facilidade l ; e r o nó central.

Sendo assim, o problema é formulado como:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^l x_{ij}^l \quad (3.2a)$$

s.a.

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^l = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\} \quad (3.2b)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} z_l x_{ij}^l \geq y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.2c)$$

$$\sum_{i \in V} y_{ij} - \sum_{i \in V \setminus \{r\}} y_{ji} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\} \quad (3.2d)$$

$$x_{ij}^l \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A; \forall l \in L. \quad (3.2e)$$

Os conjuntos de restrições (3.2b), (3.2c) e (3.2d) garantem a conservação do fluxo e que a topologia da rede será uma árvore, onde o fluxo vai do nó central em direção aos nós terminais. O conjunto de restrições (3.2c) garantem ainda que o fluxo sobre um arco não irá ultrapassar a capacidade deste.

Esta formulação gera $n^2L + n^2$ variáveis, em que L é o número de facilidades disponíveis, e $n^2 + 2n$ restrições.

Se existe somente um tipo de facilidade, o problema passa a ser o PAGMC. Sendo assim, este modelo pode ser aplicado tanto na resolução do PAGMC quanto na sua extensão, o PAGMCN.

3.1.3 Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades – MBC

Este modelo, denotado por MBC e introduzido também em Martins et al. (2005), é uma especificação ao PAGMCN do modelo proposto por Gouveia (1995) para o PAGMC.

Nesta formulação são utilizadas as mesmas variáveis do modelo anterior, com exceção da variável de fluxo y_{ij} . Ou seja, o modelo utiliza apenas variáveis de topologia.

Sendo assim, o problema é descrito pelas equações a seguir:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^l x_{ij}^l \quad (3.3a)$$

s.a.

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^l = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\} \quad (3.3b)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} z_l x_{ij}^l - \sum_{l \in L} \sum_{(j,i) \in A: i \neq r} z_l x_{ji}^l \geq 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\} \quad (3.3c)$$

$$x_{ij}^l \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A; \forall l \in L. \quad (3.3d)$$

O conjunto de restrições (3.3b) e (3.3c) garante que a topologia da rede será uma árvore, que o fluxo irá do nó central em direção aos nós terminais, e que a capacidade das facilidades será preservada.

O problema deste modelo é que se utilizada uma facilidade com capacidade z_l qualquer, o modelo considera que esta facilidade utiliza toda a sua capacidade. Este problema pode ser solucionado através da criação de facilidades artificiais, de modo que a capacidade das facilidades variem de 1 em 1 até a facilidade real de maior capacidade. Além disso, o custo da facilidade artificial deve ser igual ao custo da facilidade real com capacidade imediatamente superior à sua.

Esta formulação gera $n^2 z_L$ variáveis, sendo z_L a maior capacidade dentre todas as facilidades, e $2n$ restrições.

Assim como a formulação anterior, se existe somente um tipo de facilidade, o pro-

blema passa a ser resolver o PAGMC. Sendo assim, este modelo também pode ser aplicado tanto na resolução do PAGMC quanto no PAGMCN.

Em relação ao desempenho das três formulações apresentadas, a formulação MBC é a que possui o melhor desempenho, muito devido à substancial redução no número de variáveis e restrições utilizadas. Entretanto, vale mencionar que o modelo proposto por Gamvros et al. (2003) apresentou melhores resultados em relação à solução obtida pela relaxação linear.

3.2 Abordagens Heurísticas

Nesta seção, são apresentadas três abordagens encontradas na literatura para o PAGMCN. Essas abordagens se baseiam na utilização de heurísticas para resolução do problema tratado.

3.2.1 Abordagem desenvolvida por Gamvros et al.

Em Gamvros et al. (2003) os autores propuseram um algoritmo genético para resolução do PAGMCN.

Nesse trabalho os autores dividiram o problema em dois subproblemas: um de agrupamento e outro de determinar as ligações entre os nós. O problema de agrupamento visa agrupar os nós em componentes, de forma que a soma dos pesos em cada componente não exceda a capacidade da facilidade com maior capacidade. Para agrupar os nós em componentes, os autores utilizaram um algoritmo genético.

Em uma solução do algoritmo genético proposto no trabalho, o cromossomo que representa a solução é composto por duas partes. A primeira indica a que grupo/componente cada nó pertence, organizados em ordem crescente, enquanto que a segunda indica os grupos/componentes existentes. A representação de uma solução pode ser observada na Figura 3.1. Aqui, a solução é representada pelo seguinte cromossomo: $(ABAABBACCC : ABC)$. Sendo assim, a composição deste cromossomo indica que os nós 1, 3, 4 e 7 estão no componente A , os nós 2, 5 e 6 estão no componente B , e os nós 8, 9 e 10 estão no componente C . A lista de componentes que formam a solução é formada pelos grupos A , B e C .

Para testar o método desenvolvido, os autores geraram três conjuntos de testes.

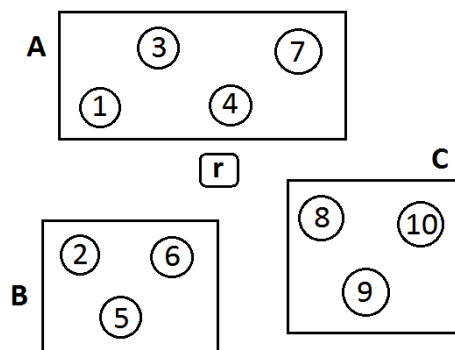


Figura 3.1: Representação de uma solução da abordagem de Gamvros et al. (Gamvros et al., 2003).

Estes conjuntos, compostos cada um por 50 instâncias, são diferenciados de acordo com a localização do nó raiz: um com a raiz ao centro, um com a raiz nas extremidades, e outro com a raiz localizada aleatoriamente. Cada instância é composta por 50 nós terminais, gerados aleatoriamente em um *grid* 20×20 . Os autores geraram também um quarto conjunto com 50 instâncias, compostas por 100 nós terminais e com a raiz localizada ao centro. Em todos os testes, os autores trabalharam com três tipos de facilidades, com capacidades $z_1 = 1$, $z_2 = 3$, $z_3 = 10$, e com os respectivos fatores 1, 2 e 6 que multiplicam a distância Euclidiana entre qualquer par de nós.

3.2.2 Abordagem desenvolvida por Martins et al.

Em Martins et al. (2009), os autores propuseram um GRASP com uma abordagem heurística híbrida de otimização de subproblemas para resolução do PAGMCN.

Uma meta-heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) é composta basicamente por uma fase de construção e uma fase de busca local. A fase de construção tem a função de criar uma solução inicial viável. A busca local começa com a solução construída na fase anterior e tenta, ao investigar vizinhanças, alcançar melhorias até alcançar um ótimo local. O procedimento retorna a melhor solução encontrada após um determinado número de iterações.

Para a fase de construção, os autores inicialmente dividem os nós terminais em K subconjuntos, de modo que a cardinalidade de cada subconjunto não seja superior que

a capacidade da facilidade com maior capacidade. A formação de um subconjunto R_k é feita a partir de uma lista restrita de candidatos (LRC). A LRC contém os nós que ainda não fazem parte de nenhum subconjunto, e que quando incorporados ao subconjunto R_k , resultam no menor incremento de custo de acordo com o algoritmo de Prim (Ahuja et al., 1993). Seja S o conjunto de nós que ainda não fazem parte de nenhum subconjunto; c_{ij} o custo de uma ligação entre os i e j ; e d_j um rótulo definido como $d_j = \min\{c_{ij} : i \in R_k\}$, para todo $j \in S$. Dado um parâmetro $\alpha \in [0, 1]$, a LRC é definida de acordo com a Equação (3.4a). Após a formação dos K subconjuntos, eles são resolvidos separadamente de maneira ótima utilizando a formulação MBC, apresentada na Seção 3.1.3. Ao final deste processo, se tem uma solução viável para o PAGMCN.

$$LRC = \{j \in S : d_j \leq d_{min} + \alpha(d_{max} - d_{min})\} \quad (3.4a)$$

A fase de busca consiste em melhorar uma solução viável através da reorganização dos nós de diferentes subconjuntos. A cada iteração da busca local, é construído um novo subconjunto P de nós, com cardinalidade aleatoriamente escolhida a partir da capacidade das facilidades disponíveis. Este subconjunto P é formado pela combinação de nós localizados em um ou mais subconjuntos. Após a construção, o subconjunto P é resolvido de maneira ótima através da formulação MBC, assim como os conjuntos que foram modificados. Para testar o método desenvolvido, os autores utilizaram instâncias da literatura, geradas por Gamvros et al. (2006).

O GRASP proposto por Martins *et al.* se mostrou bastante competitivo, permitindo melhorar vários limites superiores conhecidos para 250 exemplos de instâncias da literatura.

3.2.3 Abordagem desenvolvida por Uchoa et al.

Em Uchoa et al. (2012), os autores propuseram um algoritmo *Branch-and-Cut* com o objetivo de calcular limites inferiores justos e limites superiores de alta qualidade para o PAGMCN.

Os autores utilizaram um GRASP semelhante ao proposto por Martins et al. (2009) e apresentado na Seção anterior. Entretanto, a utilização da formulação MBC foi substituída pelo *branch-and-cut*.

Foram introduzidos dois tipos de cortes: a separação exata de cortes correspondentes a alguns dos principais poliedros iguais encontrados na formulação e a separação de cortes Fenchel.

Para testar o método desenvolvido, os autores, assim como Martins et al. (2009), utilizaram instâncias da literatura geradas por Gamvros et al. (2006). Os resultados numéricos mostraram que os melhores limites superiores conhecidos foram melhorados para quase todas as instâncias que não foram possíveis resolver de maneira ótima.

Capítulo 4

Metodologia

Neste capítulo apresentamos na Seção 4.1 uma formulação matemática reforçada, baseada no modelo MBC. Já Seção 4.2, apresentamos duas heurísticas que foram combinadas, juntamente com a formulação matemática MBC2, em um algoritmo híbrido para resolução do PAGMCN: *Relax-and-Fix* e *Variable Neighborhood Search*.

4.1 Modelo Matemático Proposto

Neste trabalho, é proposta a adição de dois novos conjuntos de restrições ao MBC, gerando, assim, um modelo reforçado e mais forte que o modelo da literatura. Esta nova formulação, referenciada como “Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2 - MBC2”, é apresentada a seguir.

4.1.1 Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2 – MBC2

Este modelo reforçado, denotado por MBC2, é complementar e mais forte que o modelo MBC, proposto por Martins et al. (2005) e apresentado na Seção 3.1.3. Assim como na formulação MBC, o modelo utiliza apenas variáveis de topologia e cria facilidades artificiais. No modelo proposto, dois novos conjuntos de restrições, dados pelas Equações (4.1d) e (4.1e) a seguir, são adicionados à formulação MBC.

A motivação para a utilização do modelo MBC2 está em fornecer um limite inferior melhor que o MBC, esperando, assim, que haja uma convergência mais rápida à solução

ótima. Os dois conjuntos de restrições adicionadas à formulação MBC são apresentados pelas Equações (4.1d) e (4.1e). Dado que a formulação MBC2 contém os mesmos conjuntos de restrições da formulação MBC2 e mais dois novos conjuntos, então a formulação MBC2 está estritamente contida na formulação MBC.

De forma a definir a formulação reforçada, seja x_{ij}^l uma variável de decisão que assume o valor 1 se a facilidade do tipo l é usada para ligar o nó i ao nó j , e igual a 0 caso contrário. Sejam z_l a capacidade da facilidade do tipo l , com $l = 1, \dots, L$; c_{ij}^l o custo de conectar os nós i e j utilizando a facilidade l ; e r o nó central. O problema pode ser, então, formulado pelas Equações (4.1a)–(4.1f):

$$\text{Minimize} \quad \sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^l x_{ij}^l \quad (4.1a)$$

s.a.

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^l = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\}, \quad (4.1b)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in A} z_l x_{ij}^l - \sum_{l \in L} \sum_{(j,i) \in A: i \neq r} z_l x_{ji}^l = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{r\}, \quad (4.1c)$$

$$\sum_{l \in L} (x_{ij}^l + x_{ji}^l) \leq 1 \quad \forall (i, j) \in V \setminus \{r\}, \quad (4.1d)$$

$$x_{ij}^l + \sum_{m \in V \setminus \{r\}} \sum_{p \in L: p < l} x_{jm}^p \leq 1 \quad \forall (i, j) \in V \setminus \{r\}; \forall l \in L, \quad (4.1e)$$

$$x_{ij}^l \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A; \forall l \in L \quad (4.1f)$$

Assim como no modelo MBC, a função objetivo (4.1a) minimiza o custo total de instalação, enquanto que as subárvores ligadas ao nó r têm seus graus definidos pelas restrições (4.1b) e o balanço de capacidade pelas restrições (4.1c). Quando combinadas, elas impedem ciclos e que as raízes das subárvores se conectem a um nó $i \in V \setminus \{r\}$ com pesos que excedam a capacidade dos arcos, garantindo então a viabilidade da árvore para o PAGMCN.

O novo conjunto de restrições (4.1d) tem por objetivo impedir a criação de arcos de retorno, caso já exista uma ligação do nó i para o nó j . Já a nova restrição (4.1e) tem por objetivo limitar a soma das capacidades das facilidades que um nó j utiliza, i.e., se

um determinado nó j recebe uma facilidade com capacidade Z_l , a soma das capacidades das facilidades que deixam o nó j deve ser menor que Z_l .

Como será mostrado na Seção 5.2.1, a inclusão dessas restrições melhora de maneira significativa as soluções fracionárias obtidas, sem nenhum prejuízo em relação ao tempo de obtenção.

4.2 Meta-Heurísticas

Como mencionado anteriormente, o PAGMC pertence à classe de problemas \mathcal{NP} -difíceis, não existindo ainda algoritmos conhecidos que o resolvam de maneira ótima em tempo determinístico polinomial.

Uma alternativa à essa dificuldade é a utilização de meta-heurísticas. Uma meta-heurística é uma estratégia de busca não específica para um determinado problema, que tenta explorar eficientemente o espaço das soluções viáveis. São algoritmos aproximados que incorporam mecanismos para evitar confinamento em mínimos ou máximos locais (Becceneri, 2008). Em relação aos modelos exatos, que fornecem a solução ótima para um determinado problema, as meta-heurísticas conseguem proporcionar boas soluções, eventualmente a ótima, com esforço e tempo computacional menores.

Para este trabalho, a fim de resolver o PAGMCN, desenvolvemos um algoritmo baseado na meta-heurística *Variable Neighborhood Search* - VNS. Para a geração da solução inicial do VNS, foram desenvolvidos quatro métodos: um guloso e três baseados na heurística *Relax-and-Fix*.

A Seção 4.2.1 apresenta a heurística *Relax-and-Fix*, que foi utilizada em três métodos de geração de solução inicial para o VNS. Já a Seção 4.2.2 detalha o funcionamento da meta-heurística VNS e apresenta os métodos de solução inicial desenvolvidos.

4.2.1 Relax-and-Fix

A meta-heurística *Relax-and-Fix* é uma abordagem desenvolvida por Wolsey (1998), que consiste na decomposição de um modelo de programação inteira mista (MIP, do inglês *Mixed Integer Programming*) em submodelos menores disjuntos. Métodos que se baseiam nesta heurística se utilizam da relaxação linear como parte da abordagem da

solução, com o intuito de tornar a resolução dos subproblemas mais “fáceis”.

O funcionamento do *relax-and-fix* consiste no particionamento do conjunto de variáveis inteiras Q em P subconjuntos distintos, $Q_i, i = 1, \dots, P$. Estes subconjuntos podem ser divididos em 3 grupos: um grupo contendo somente variáveis inteiras, como definido originalmente no problema; um grupo contendo apenas variáveis fracionárias; e outro grupo com apenas variáveis fixadas, que já assumiram valores finais para a formação da solução.

Para resolução do problema, o método se comporta de forma iterativa, onde o número P de subconjuntos determina o número de iterações que serão realizadas. Em uma iteração n , apenas as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras, e o restante das variáveis são fracionárias ou fixadas. O submodelo resultante é então resolvido.

Caso a solução do submodelo seja viável, as variáveis do conjunto Q_n são fixadas em seu valor corrente. Caso a solução seja inviável, o processo é interrompido, pois não é possível encontrar uma solução viável para o problema original com as variáveis atualmente fixadas.

O funcionamento do *relax-and-fix* é ilustrado na Figura 4.1. Neste exemplo, temos um conjunto composto por nove variáveis (*estado (a)*). Estas variáveis são então divididas em três subconjuntos, cada um composto por três variáveis (*estado (b)*). Durante a iteração 1 (*estado (c)*), as variáveis que compõem o primeiro subconjunto são definidas como inteiras e o restante como fracionárias, e o submodelo resultante é resolvido. Ao final da iteração, as variáveis do primeiro subconjunto são então fixadas. Este processo se repete, com um subconjunto ingressando no grupo de variáveis inteiras a cada iteração, e sendo fixadas ao final. Ao término do processo (*estado (f)*), todas as variáveis foram fixadas, representado assim uma solução viável para o problema. Observe que consideramos que todas as soluções dos submodelos foram consideradas viáveis.

Apesar dessa abordagem resolver diversos subproblemas ao invés de apenas um, como ocorre na resolução do MIP original, é esperada uma redução do esforço computacional, proporcionada pela diminuição do número de variáveis inteiras.

A heurística *relax-and-fix* foi utilizada para a geração de três soluções iniciais para o VNS. Devido ao seu comportamento iterativo, resolvendo a cada iteração um subconjunto com número reduzido de variáveis inteiras, espera-se que soluções construídas utilizando este método estejam mais próximas da solução ótima que soluções construídas com métodos gulosos. Na Seção 4.2.2.1 são detalhados os métodos desenvolvidos utili-

zando a heurística *relax-and-fix*.

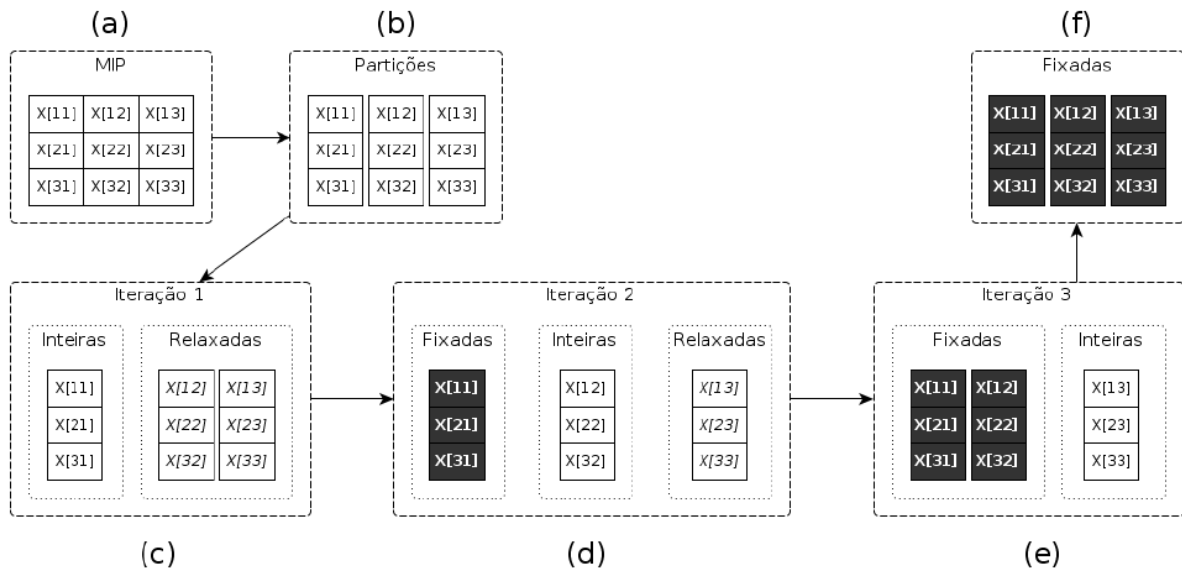


Figura 4.1: Representação do funcionamento da heurística *Relax-and-Fix*.

4.2.2 Variable Neighborhood Search

A *Variable Neighborhood Search* (VNS) é uma meta-heurística proposta por Mladenović e Hansen (1997). Ela explora vizinhanças que são gradativamente mais distantes de uma solução atual, e move em direção a uma nova solução se e somente se existe uma melhora.

Existem duas fases no VNS: um movimento de perturbação sobre uma solução atual s , e uma busca local aplicada sobre a solução perturbada. O método de busca local é aplicado repetidamente em soluções da vizinhança, até atingir um ótimo local.

Após cada perturbação, a busca local é aplicada sobre uma solução s' , que resulta em um ótimo local s'' . Se s'' é melhor que s , então s'' se torna a nova solução corrente, e uma nova iteração é iniciada a partir da primeira vizinhança.

O algoritmo desenvolvido é apresentado a seguir. Ele recebe como parâmetros os dados do problema (P), o número de vizinhanças (r) e as vizinhanças $N^1, N^2, N^3, N^4, N^5, N^6$ e N^7 . Essas vizinhanças estão organizadas de modo que a primeira seja a mais simples e a última seja a mais complexa.

Algoritmo 4.1: VNS**Entrada:** $P, r, N^1, N^2, N^3, N^4, N^5, N^6, N^7$ **Saída:** Solução s

```

1 início
2    $s_0 \leftarrow \text{SolucaoInicial}(P)$ ;
3    $s \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0, P)$ ;
4    $Iter \leftarrow 0$ ;
5   enquanto Critério de parada não atendido faça
6      $k \leftarrow 1$ ;  $Iter \leftarrow Iter + 1$ ;
7     enquanto  $k \leq r$  faça
8       Gerar um vizinho aleatório  $s' \in N^k(s)$ ;
9        $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s', P)$ ;
10      se  $f(s'') < f(s)$  então
11         $s \leftarrow s''$ ;  $k \leftarrow 1$ ;  $Iter \leftarrow 0$ ;
12      senão
13         $k \leftarrow k + 1$ ;
14  retorna  $s$ 
15 fim

```

Este processo de combinar movimentos de perturbação seguidos de uma busca local garante que a solução corrente não fique presa em um ótimo local.

A seguir, a Seção 4.2.2.1 descreve os processos de construção das solução inicial para o VNS. Em seguida, na Seção 4.2.2.2, apresentamos as vizinhanças utilizadas para explorar o espaço de soluções. Ao final, na Seção 4.2.2.3, detalhamos o método de Busca Local desenvolvido.

4.2.2.1 Solução Inicial

Para a geração da solução inicial para o VNS, foram desenvolvidos quatro métodos: um guloso e três baseados na heurística *relax-and-fix*. Os quatro métodos consistem em gerar uma solução inteira a partir da solução fracionária calculada pela formulação MBC2. Eles são apresentados a seguir.

4.2.2.1.1 Método Guloso A solução inicial que utiliza um método guloso é construída a partir de uma solução fracionária, que por sua vez é obtida pela aplicação de um modelo matemático.

Como podemos observar na Seção 5.2.1, a formulação MBC2 que propomos neste trabalho tem capacidade para gerar boas soluções fracionárias, fornecendo um limite inferior mais próximo da solução inteira. Por esta razão, utilizaremos este modelo para prover a solução fracionária que será utilizada para construir o primeiro método de solução inicial.

Ao se obter a solução fracionária s pela formulação MBC2, o passo seguinte é integralizar essa solução, criando assim uma solução inteira s' .

Para isso, primeiramente busca-se identificar as subárvores que já são inteiras em s , i.e., todos os arcos presentes nessas subárvores são utilizados integralmente. Estas subárvores são então mantidas para a nova solução s' , com a mesma configuração que apresentam em s .

Posteriormente, são então analisadas as subárvores fracionárias, i. e., subárvores que possuem pelo menos um arco que não é utilizado em sua totalidade, da solução s . Destas subárvores, seleciona-se aquela que está conectada com o nó raiz de s pela facilidade a de maior capacidade presente. Para a construção da nova subárvore em s' , o vértice raiz da subárvore selecionada em s será também o vértice raiz da subárvore a ser construída em s' . A quantidade de nós nesta subárvore será limitada pela capacidade do arco a . Por exemplo, se a capacidade do arco a for igual a 10, a nova subárvore possuirá, no máximo, 10 vértices.

O processo anterior se repete até que todas as subárvores em s tenham sido analisadas. Caso existam nós de s ainda não indexados em s' , seleciona-se destes aquele mais próximo ao nó raiz de s , e então se constrói uma nova subárvore a partir dele, utilizando os vértices ainda não indexados de s . Para a seleção dos vértices que compõem as novas subárvores de s' , utiliza-se o critério de proximidade com o vértice que vier a ser o antecessor em s' .

Nas subárvores de s' , todo vértice $i \in V \setminus \{r\}$ possui um arco de entrada com capacidade $z_k \in L$. Se k for diferente de L_{min} , então o vértice i terá pelo menos um arco de saída com a capacidade imediatamente inferior à capacidade k em L . Esta definição tem por objetivo evitar possíveis desperdícios nas transmissões de fluxo.

A Figura 4.2 ilustra um exemplo de funcionamento do método guloso. No exemplo,

existem três facilidades disponíveis, cada uma tendo capacidade de valor igual a 1, 3 e 10. As ligações tracejadas representam as ligações ainda não integralizadas, as com traços duplos representam as ligações selecionadas, e as com traços simples representam as ligações já integralizadas.

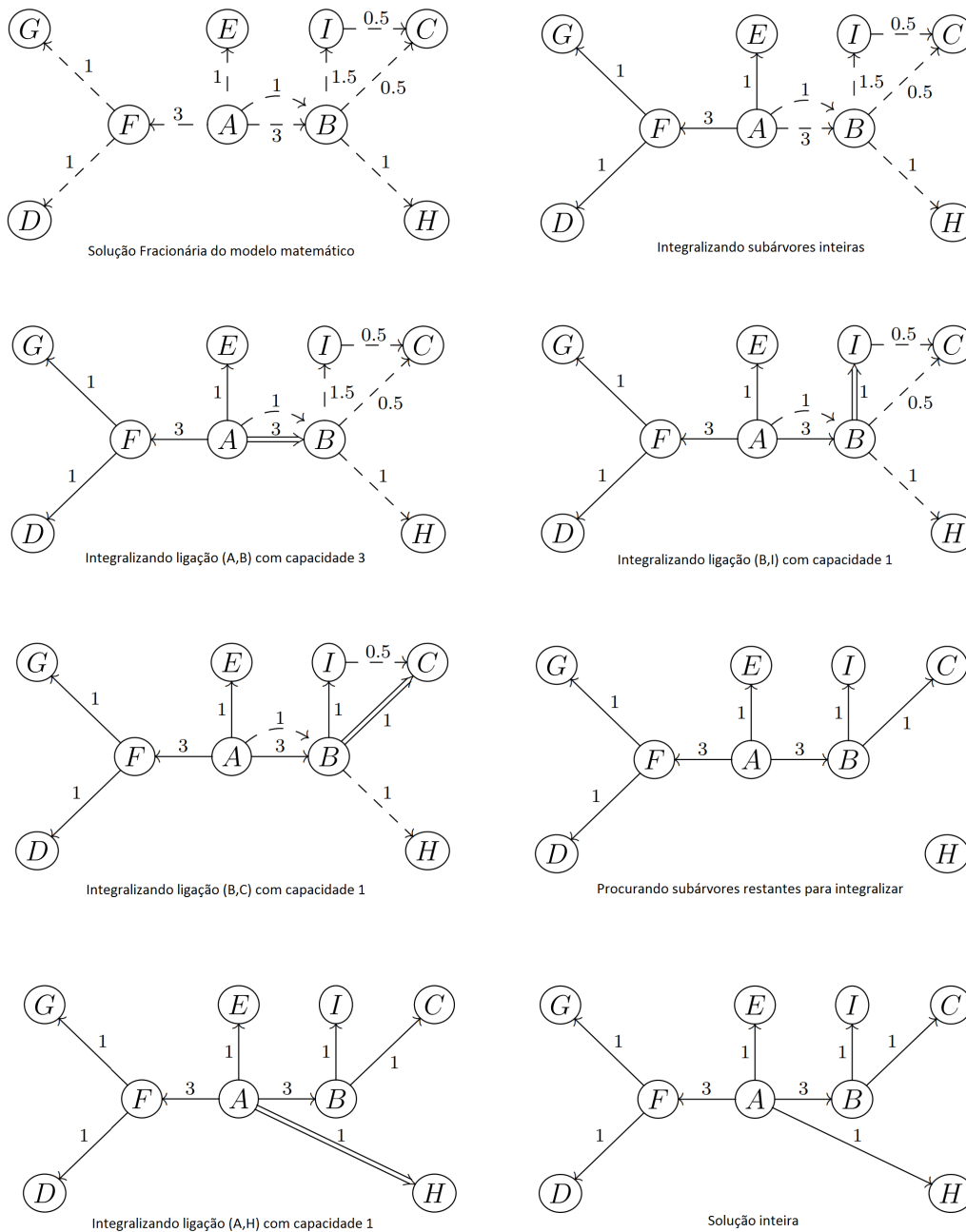


Figura 4.2: Exemplo de funcionamento do Método Guloso.

4.2.2.1.2 Heurística RF1 O primeiro método que utiliza a heurística *relax-and-fix*, denominado RF1, consiste em fixar as ligações a partir do nó raiz em direção aos nós folhas.

Ele consiste em, inicialmente, obter a solução fracionária s pela formulação proposta MBC2. Em seguida, são identificadas as subárvores inteiras presentes em s . As ligações que compõem estas subárvores são então fixadas como inteiras, i.e., não serão alteradas durante o processo iterativo.

Em seguida, no processo iterativo, é selecionada uma ligação para ser então fixada. O critério de seleção desta ligação, que será analisada se está apta a ser fixada, segue a ordem lexicográfica dos vértices que a compõe (vértice origem, vértice destino). Por exemplo, as ligações que tenham como origem um vértice A serão analisadas antes das demais ligações. A ligação a ser selecionada não deve ter sido ainda fixada, e deve ter como vértice de origem o nó central ou um outro vértice que também seja o vértice destino de uma ligação já fixada. É válido observar que, na primeira iteração, a ligação a ser fixada deverá ser uma ligação que tenha como vértice origem o nó central.

A facilidade alocada à esta ligação é determinada de modo que ela seja a capacidade de maior valor possível que possa ser utilizada totalmente, de acordo com as capacidades das facilidades disponíveis. Por exemplo, se a ligação selecionada tem como vértice origem o nó central (conectando assim a raiz de uma subárvore ao nó central); a subárvore a que faz parte possui 6 vértices; e as facilidades disponíveis têm capacidades iguais a 1, 3 e 10. Deste modo, a ligação deve ser fixada com a facilidade de capacidade igual a 3, pois esta é a facilidade com maior capacidade disponível que seja possível ser utilizada totalmente.

Posteriormente no processo iterativo, o problema é resolvido novamente pelo modelo matemático MBC2, adicionado das ligações fixadas. Assim, temos ao final do laço iterativo uma nova solução s .

As iterações ocorrem até que todas as ligações tenham sido fixadas. Ao final, temos a solução s sendo uma solução inteira, podendo ser então utilizada como uma solução inicial para o VNS.

O pseudocódigo deste método é apresentado pelo Algoritmo 2. Ele recebe como parâmetro os dados do problema (P). O método utiliza uma lista de ligações, chamada *ligacoesFixadas*, para armazenar as ligações que são fixadas durante o processo. São utilizadas também outras três funções. A função *formulaçãoMBC2()*, presente na

linha 2, recebe como parâmetro os dados do problema, o resolve utilizando o modelo MBC2 e retorna a solução ótima da relaxação linear. Já na linha 7, a função recebe também como parâmetro as ligações já fixadas, adicionando elas ao resolver o problema. A função *identificaSubarvoresInteiras()*, presente na linha 3, recebe como parâmetro uma solução s e, realizando uma busca em profundidade, identifica as subárvores inteiras dessa solução e retorna uma lista com as ligações dessas subárvores. Por sua vez, a função *selecionaLigacao()*, presente na linha 5, recebe como parâmetro uma solução s e a lista de ligações já fixadas. Esta função é responsável por selecionar e retornar uma ligação válida em s para ser fixada na iteração corrente.

Algoritmo 4.2: HEURÍSTICA *Relax-and-fix*

Entrada: P

Saída: Solução s

1 **início**

```

2    $s \leftarrow \text{formulacaoMBC2}(P);$ 
3    $\text{ligacoesFixadas} \leftarrow \text{identificaSubarvoresInteiras}(s);$ 
4   enquanto houver ligação não fixada em s faça
5      $x \leftarrow \text{selecionaLigacao}(s, \text{ligacoesFixadas});$ 
6      $\text{ligacoesFixadas} \leftarrow \text{ligacoesFixadas} + x;$ 
7      $s \leftarrow \text{formulacaoMBC2}(P, \text{ligacoesFixadas});$ 
8   retorna  $s$ 
```

9 **fim**

A Figura 4.3 exemplifica o processo descrito anteriormente, mostrando as ligações fixadas a cada iteração e a capacidade das facilidades alocadas a elas. Neste exemplo, temos três facilidades disponíveis, cada uma tendo capacidade de valor igual a 1, 3 e 10. As ligações tracejadas representam as ligações ainda não fixadas, as com traços duplos representam as ligações selecionadas na respectiva iteração, e as com traços simples representam as ligações já fixadas.

4.2.2.1.3 Heurística RF2 O segundo método que utiliza a heurística *relax-and-fix*, denominado RF2, consiste em fixar as ligações a partir dos nós folhas em direção ao nó raiz.

O funcionamento é semelhante ao do método anterior, primeiramente identificando as subárvores inteiras presente na solução s , obtida pela formulação MBC2, e fixando

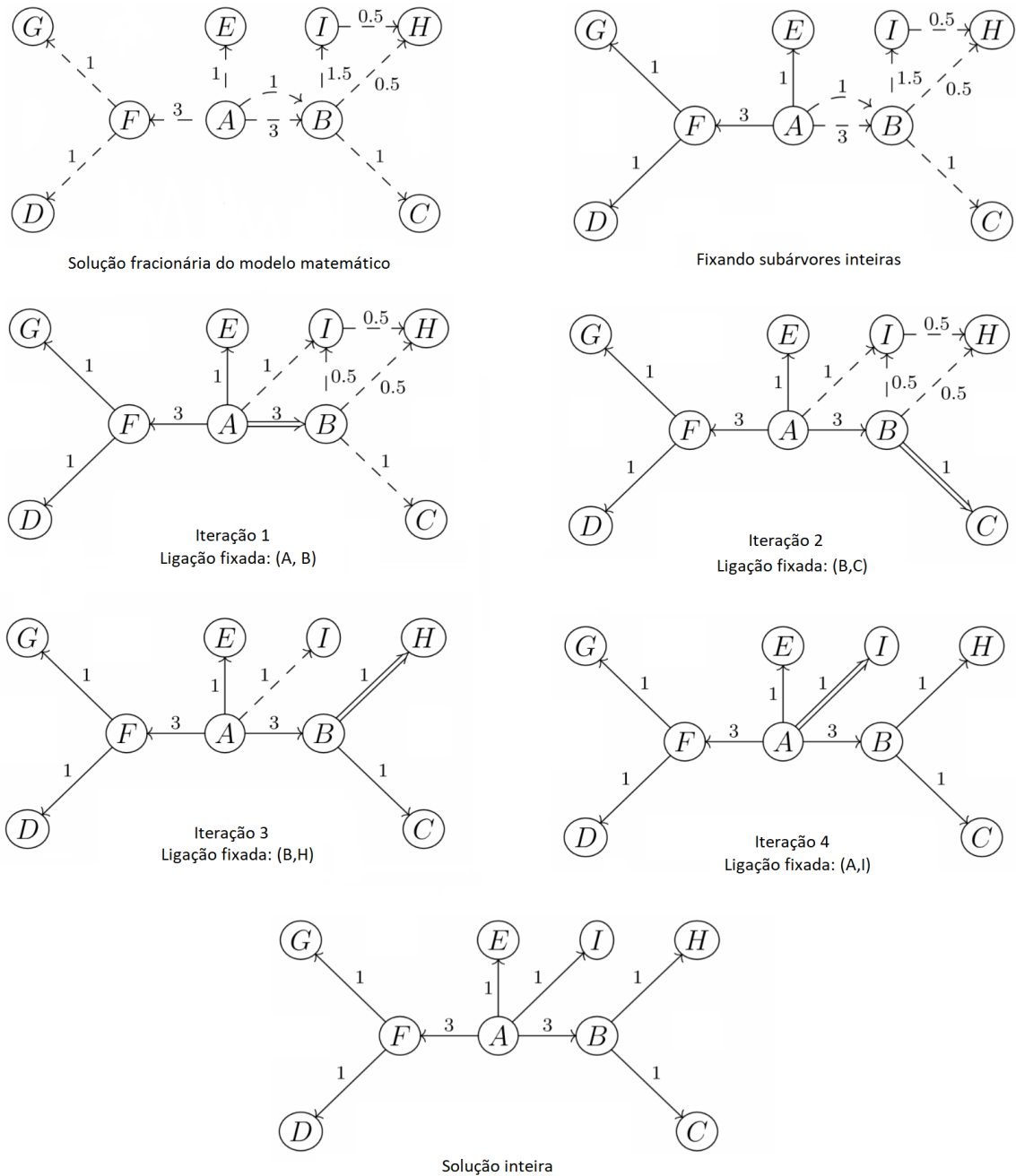


Figura 4.3: Exemplo de funcionamento da heurística RF1.

as ligações que as compõem.

Entretanto, já dentro do processo iterativo, este método estabelece condições diferentes para a seleção da ligação a ser fixada, pois a intenção aqui é iniciar dos nós folhas em

direção ao nó raiz, ou seja, fixando primeiro as ligações das ramificações das subárvores. A ligação a ser selecionada não deve ter sido ainda fixada, e deve ter como vértice de destino um nó folha ou um outro vértice que seja a origem, i.e., seja o vértice origem, de uma ligação já fixada. É válido observar que, na primeira iteração, a ligação a ser fixada deverá ser uma ligação que tenha como vértice destino um nó folha. A esta ligação será alocada a facilidade com a menor capacidade disponível.

A facilidade alocada às demais ligações é determinada de modo que seja aquela com capacidade de valor imediatamente superior à soma das capacidades das ligações (já fixadas) que tenham como vértice origem o vértice destino da ligação em análise. Por exemplo, se existem três tipos de facilidades disponíveis com capacidades iguais a 1, 3 e 10; a ligação selecionada tem como vértice origem um nó A e vértice destino um nó B ; e existem duas ligações já fixadas que têm o vértice B como vértice origem, cada uma alocada com uma facilidade de capacidade igual a 1. Deste modo, a ligação deve ser fixada com a facilidade de capacidade igual a 3, garantindo assim que as demandas dos vértices presentes em suas ramificações sejam atendidas.

Posteriormente no processo iterativo, o problema é resolvido novamente pelo modelo matemático MBC2, adicionado das ligações fixadas. Assim, temos ao final da iteração uma nova solução s .

As iterações ocorrem até que todas as ligações tenham sido fixadas. Ao final, temos a solução s sendo uma solução inteira, podendo também ser utilizada como uma solução inicial para o VNS.

O pseudocódigo deste método é apresentado pelo Algoritmo 2. A diferenciação em relação à heurística RF1 ocorre na função *selecionaLigacao()*, presente na linha 5 do Algoritmo, seguindo o critério descrito anteriormente.

A Figura 4.4 exemplifica o processo descrito anteriormente, mostrando as ligações fixadas a cada iteração e a capacidade das facilidades alocadas a elas. Neste exemplo, temos três capacidades disponíveis, cada uma tendo capacidade de valor igual a 1, 3 e 10. As ligações tracejadas representam as ligações ainda não fixadas, as com traços duplos representam as ligações selecionadas na respectiva iteração, e as com traços simples representam as ligações já fixadas.

4.2.2.1.4 Heurística RF3 O terceiro método que utiliza a heurística *relax-and-fix*, denominado RF3, é complementar à heurística RF1 e também consiste em fixar as

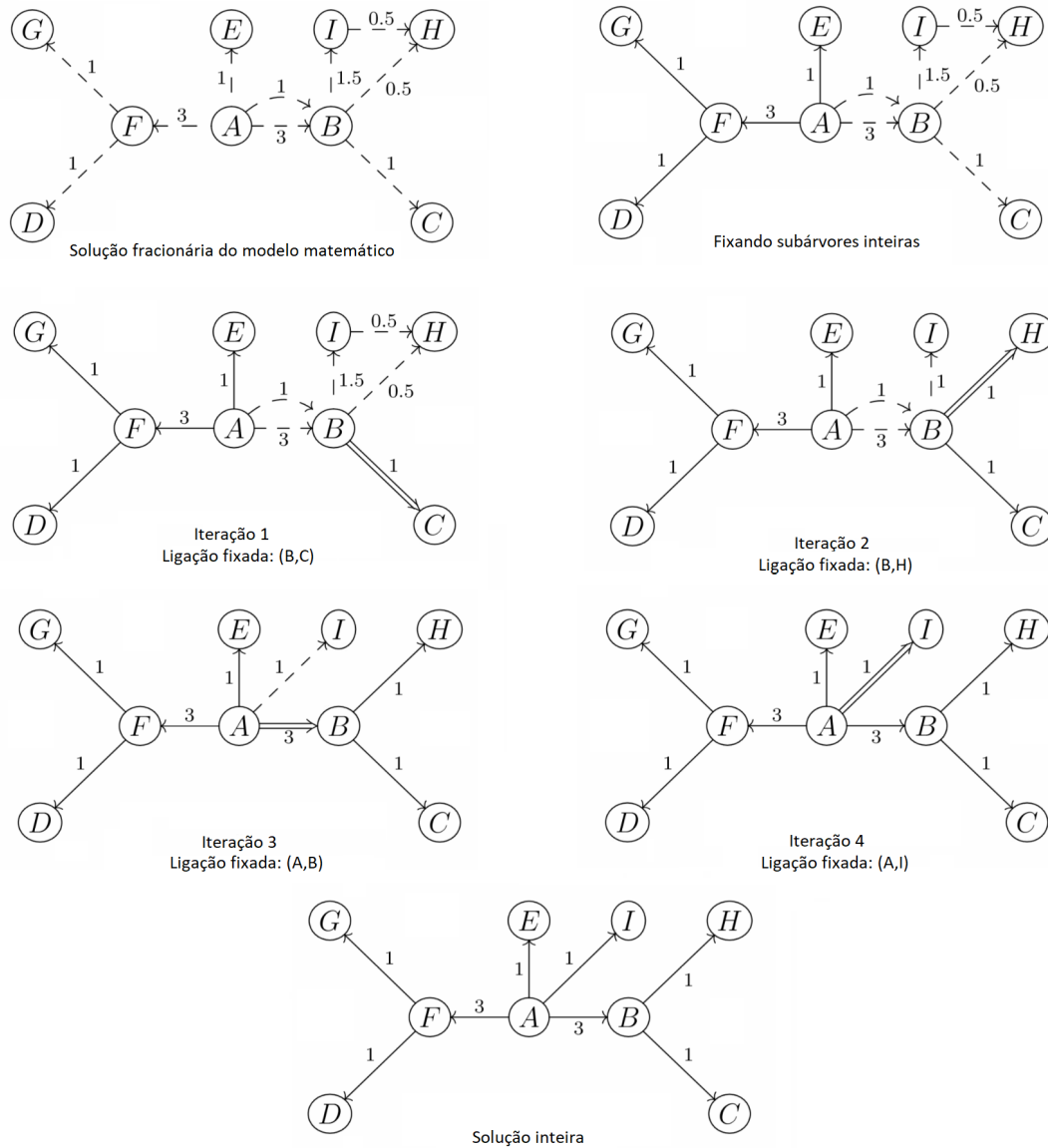


Figura 4.4: Exemplo de funcionamento da heurística RF2.

ligações a partir do nó raiz em direção aos nós folhas.

A diferença entre os dois métodos está na seleção da ligação a ser fixada. Enquanto a heurística RF1 realiza uma espécie de busca cega, selecionando e fixando a primeira ligação válida disponível que encontra, a heurística RF3 verifica todas as ligações disponíveis e seleciona aquela em que o vértice destino esteja mais próximo do vértice origem em análise para ser fixada.

O pseudocódigo deste método é também representado pelo Algoritmo 2. A diferenciação em relação às heurísticas RF1 e RF2 ocorre na função *selecionaLigacao()*, presente na linha 5 do Algoritmo.

4.2.2.2 Estruturas de Vizinhança

A fim de explorar o espaço de soluções do problema, sete vizinhanças ($N^1, N^2, N^3, N^4, N^5, N^6$ e N^7) são utilizadas. Estas vizinhanças foram desenvolvidas considerando-se três tipos de facilidades disponíveis, tendo cada uma capacidades com os seguintes valores: 1, 3 e 10, conforme descrito na Seção 5.1. As vizinhanças são descritas a seguir.

4.2.2.2.1 Vizinhança N^1 A vizinhança N^1 consiste em escolher dois nós folhas e mudar suas posições. Um nó folha é um nó que utiliza o arco de menor capacidade. Consequentemente, o número e os arcos instalados nos vértices raízes não serão alterados em uma solução retornada por esse procedimento.

A Figura 4.5 ilustra este movimento. Ao se selecionar os vértices H e D na solução s , eles terão suas posições trocadas na solução s' .

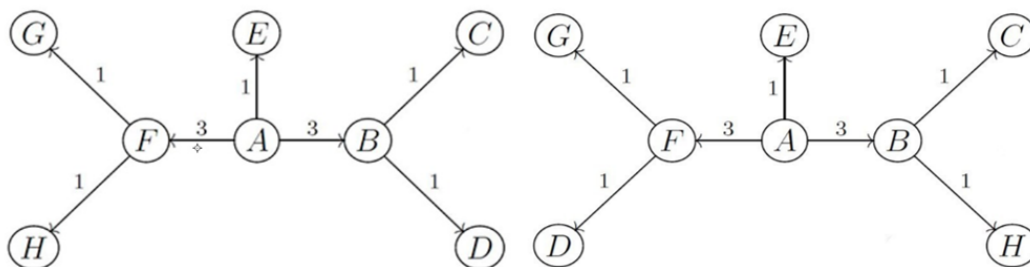


Figura 4.5: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^1 .

4.2.2.2.2 Vizinhança N^2 Esta estrutura de vizinhança, assim como as seguintes, consistem em mudar a estrutura da árvore.

Seja $|ST_i|$ o número de nós em uma subárvore i . Aqui, transforma-se uma subárvore ST_i em que $|ST_i| = 3$ em subárvores com apenas um nó, i. e., subárvores em que $|ST_i| = 1$. Neste caso, todos os nós da subárvore selecionada serão conectados diretamente à

raiz, através de ligações unitárias, i. e., ligações alocadas a facilidades com capacidade igual a 1.

A Figura 4.6 retrata este procedimento. Na solução s , utilizaremos como exemplo a subárvore que possui o vértice B como raiz. Esta subárvore possui tamanho 3. Ao realizar o movimento N^2 , os vértices B, C e D , que são os nós que compõem a subárvore selecionada, serão realocados, cada um, para outras 3 subárvores, que contêm apenas um nó.

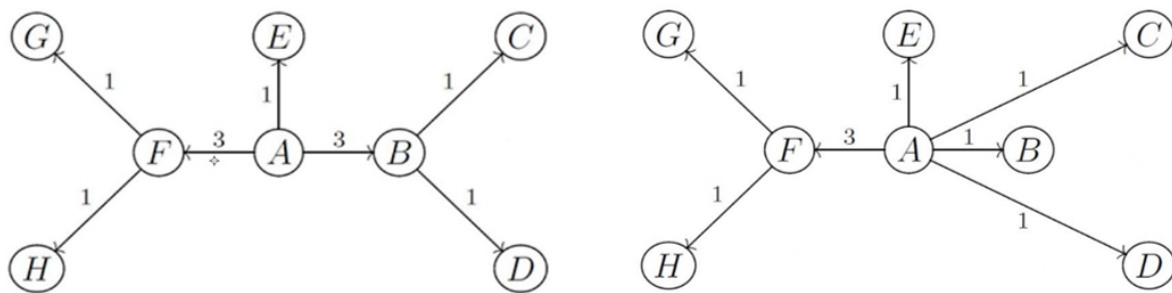


Figura 4.6: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^2 .

4.2.2.2.3 Vizinhaça N^3 A vizinhaça N^3 consiste em reunir os nós de subárvores tais que $|ST_i| = 1$ em subárvores com $|ST_i| = 3$.

A Figura 4.7 mostra uma solução s na qual os vértices B, C e D , que estão inseridos em subárvores com apenas um nó, são combinados em uma única subárvore de tamanho 3.

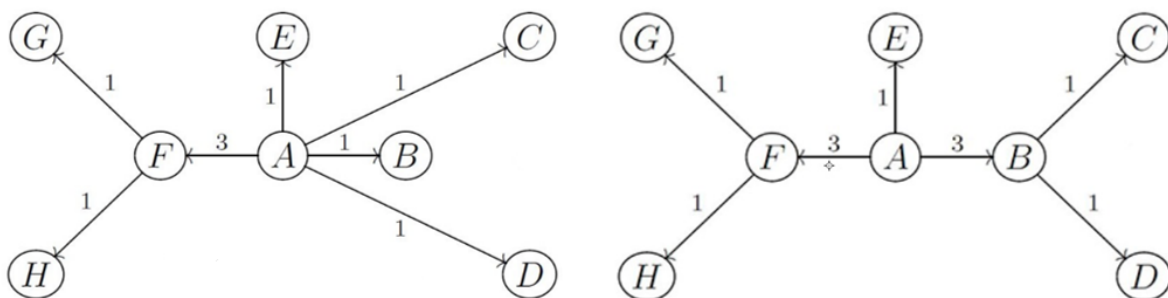


Figura 4.7: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^3 .

4.2.2.2.4 Vizinhaça N^4 A vizinhaça N^4 consiste em transformar uma subárvore ST_i em que $|ST_i| = 10$ em subárvores com apenas um nó. Neste caso, todos os nós da subárvore selecionada serão conectados diretamente à raiz, utilizando uma ligação unitária.

A Figura 4.8 retrata este procedimento. Na solução s , utilizaremos como exemplo a subárvore que possui o vértice B como raiz. Esta subárvore possui tamanho 10. Ao realizar o movimento N^4 , todos os 10 vértices que compõem a subárvore selecionada serão realocados, cada um, para outras 10 subárvores, que contêm apenas um nó.

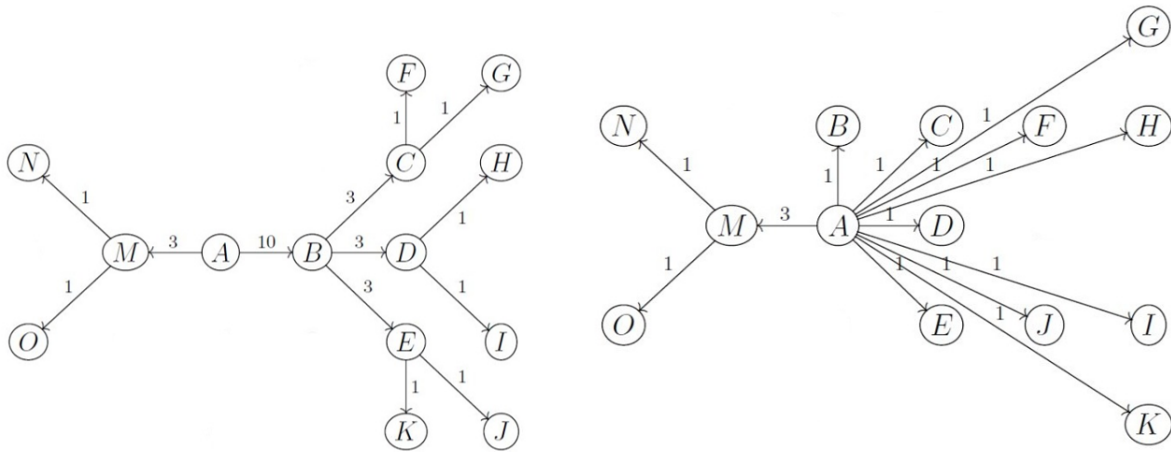


Figura 4.8: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^4 .

4.2.2.2.5 Vizinhaça N^5 A vizinhaça N^5 consiste em reunir os nós de subárvores tais que $|ST_i| = 1$ em subárvores com $|ST_i| = 10$.

A Figura 4.9 mostra uma solução s na qual os vértices $B, C, D, E, F, G, H, I, J$ e K , que estão inseridos em subárvores com apenas um nó, são combinados em uma única subárvore de tamanho 10, tendo o vértice B como raiz dessa subárvore.

4.2.2.2.6 Vizinhaça N^6 A vizinhaça N^6 consiste em transformar uma subárvore em que $|ST_i| = 10$ em três subárvores em que $|ST_i| = 3$ e uma subárvore em que $|ST_i| = 1$.

A Figura 4.10 mostra um exemplo dessa vizinhaça. Na solução s , utilizaremos como exemplo a subárvore que possui o vértice B como raiz. Esta subárvore possui tamanho

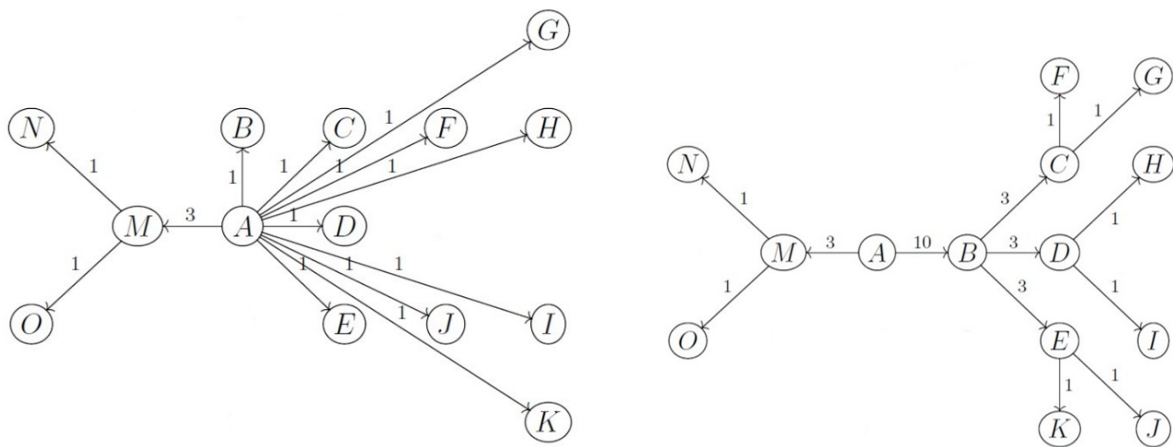


Figura 4.9: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^5 .

10. Ao realizar o movimento N^6 , quatro subárvores são criadas: três subárvores com três vértices (as subárvores que possuem como raiz os vértices C , D e E) e uma subárvore com apenas um nó (a subárvore com o vértice B).

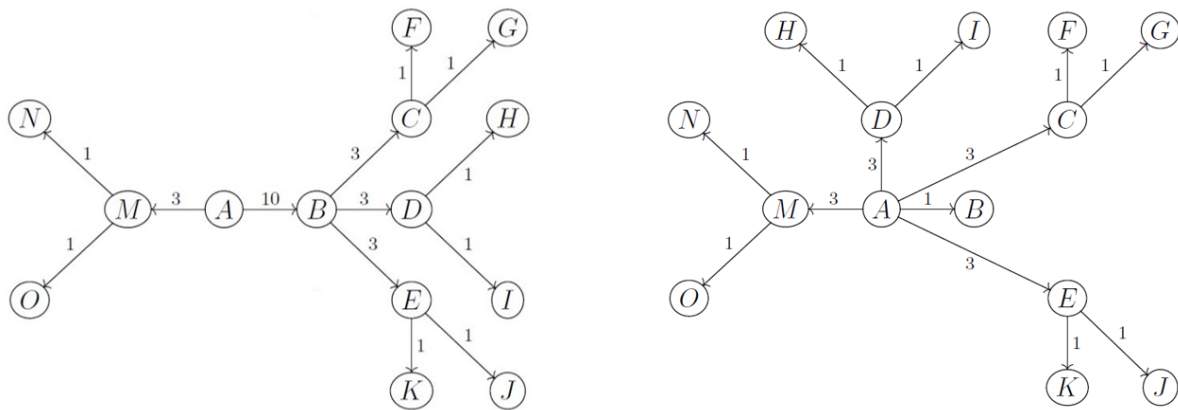


Figura 4.10: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^6 .

4.2.2.2.7 Vizinhaça N^7 A vizinhaça N^7 consiste em reunir os nós de três subárvores tais que $|ST_i| = 3$ e de uma subárvore tal que $|ST_i| = 1$, em uma subárvore com $|ST_i| = 10$.

A Figura 4.11 mostra uma exemplo deste movimento. Para construir a subárvore S com $|ST_i| = 10$, são selecionadas quatro subárvores, em que o vértice raiz de cada

subárvore são os nós B , C , D e E , respectivamente. Essas quatro subárvores são então combinadas, gerando assim a subárvore S , tendo o vértice B como raiz.

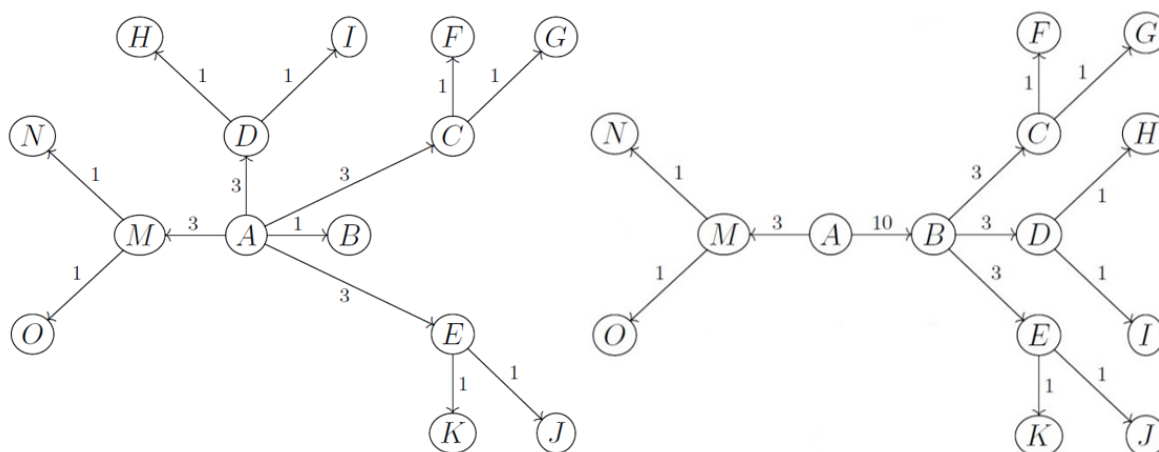


Figura 4.11: Grafo à esquerda: Solução s ; Grafo à direita: Solução s' após o movimento N^7 .

4.2.2.3 Busca Local

A fase de busca local consiste em refinar uma dada solução s , explorando regiões vizinhas com o intuito de encontrar um ótimo local.

Para realizar a busca local, foi utilizada o método *Descent Method* com a estratégia *Best Improvement*. Este método analisa a cada passo todos os vizinhos s' de s a partir de um movimento N e, ao final, seleciona e move para aquele que apresenta uma melhora no valor da função objetivo. Este processo se repete até que nenhum vizinho consiga apresentar alguma melhora. É dito então que a solução final s encontrada é um ótimo local em relação ao movimento N .

Para explorar as regiões vizinhas de s , optou-se por utilizar a vizinhança N^1 , por ser simples, rápida e eficaz, mesmo não alterando a estrutura original da solução em relação à disposição das subárvores.

Conforme foi anteriormente apresentado, a vizinhança N^1 realiza trocas sistemáticas entre os nós folhas. Este tipo de movimento é chamado na literatura de *swap*. A cada passo do *best improvement*, são analisadas todas as trocas entre todos os nós folhas. A troca que gerar a maior economia é escolhida, e então é realizado o movimento sobre s .

A seguir, o pseudocódigo do método desenvolvido é apresentado pelo Algoritmo 3,

que recebe como parâmetro uma solução (s) e os dados do problema (P). Ele utiliza a variável bfo para armazenar o valor da função de avaliação da solução que gerou a maior economia até então; a variável $v1$ para armazenar a identificação do primeiro vértice que, ao realizar o movimento N , gerou a maior economia até então; e a variável $v2$ para armazenar a identificação do segundo vértice que, ao realizar o movimento N , gerou a maior economia até então.

Algoritmo 4.3: BUSCA LOCAL

Entrada: s, P **Saída:** Solução s

```
1 início
2   enquanto True faça
3      $bfo \leftarrow f(s)$ ;
4      $v1 \leftarrow -1$ ;
5      $v2 \leftarrow -1$ ;
6     para  $i := 1$  até  $P.N - 1$  faça
7       para  $j := i + 1$  até  $P.N$  faça
8         Gera o vizinho  $s' \in N(s, i, j)$ ;
9         se  $f(s') < bfo$  então
10           $v1 \leftarrow i$ ;
11           $v2 \leftarrow j$ ;
12           $bfo \leftarrow f(s')$ ;
13        se  $v1$  for diferente de  $-1$  então
14           $s \leftarrow N(s, v1, v2)$ ;
15        senão
16          break;
17 retorna  $s$ 
18 fim
```

Capítulo 5

Experimentos e Resultados Computacionais

Neste Capítulo são relatados os resultados obtidos pela aplicação do modelo matemático reforçado proposto MBC2, dos métodos de solução inicial desenvolvidos e da meta-heurística VNS. A seguir, detalhamos as instâncias utilizadas neste trabalho na Seção 5.1. Os resultados obtidos pelos experimentos são apresentados na Seção 5.2.

5.1 Instâncias

Nesta Seção são apresentadas as características das instâncias utilizadas para realizar os experimentos computacionais com os algoritmos propostos.

Foi utilizado um total de 750 instâncias, as quais foram introduzidas na literatura por Gamvros et al. (2006) e separadas de acordo com o número de vértices e localização do nó central. Elas são divididas em quinze conjuntos, contendo 21, 31, 51, 101 e 151 nós aleatoriamente localizados em um *grid* 40×40 . Para cada tamanho de instância existem três diferentes conjuntos, com o nó raiz localizado ao centro (*c*), na extremidade (*e*) e aleatoriamente (*r*). Cada conjunto possui 50 instâncias, totalizando as 750 instâncias mencionadas.

Em relação aos parâmetros das instâncias, existem três tipos de facilidades disponíveis, com capacidades iguais a 1, 3 e 10, e custos com fatores multiplicadores iguais a 1, 2 e 6, respectivamente.

5.2 Resultados Obtidos

Nesta Seção são apresentados os resultados obtidos nos experimentos computacionais. Todos os algoritmos propostos foram desenvolvidos na linguagem C++, por meio da IDE *Microsoft Visual Studio* 2015. Integrado à ela, o *solver* IBM ILOG CPLEX versão 12.7 foi aplicado para resolver os modelos matemáticos MBC e MBC2. Os experimentos computacionais foram realizados em um computador com processador *Intel Core(R)* i5 - 4440U, CPU 3.10 GHz, com 8 GB de memória RAM, e sistema operacional *Windows* 10. As instâncias utilizadas foram definidas na Seção anterior.

Na Seção 5.2.1 apresentamos os resultados numéricos para as formulações matemáticas MBC e MBC2, com o intuito de comparar os dois modelos. Na Seção 5.2.2 apresentamos os resultados alcançados pelos quatro métodos desenvolvidos para a geração de uma solução inicial. Em seguida, na Seção 5.2.3, apresentamos os resultados para a meta-heurística VNS, comparando os resultados obtidos com aqueles alcançados pelos modelos matemáticos.

5.2.1 Resultados Numéricos dos Modelos Matemáticos

Esta Seção apresenta os resultados obtidos pelos experimentos computacionais do modelo matemático reforçado MBC2 proposto neste trabalho, ver Seção 4.1.1, e do modelo MBC proposto por Martins et al. (2005), ver Seção 3.1.3.

Para realizar os experimentos foram utilizadas as 750 instâncias apresentadas na Seção 5.1, divididas em quinze conjuntos, separados de acordo com o número de vértices e localização do nó central.

Foi adotado um tempo limite de execução de 3600 segundos para resolução de cada instância pelos modelos, que é o tempo utilizado na literatura para resolução do problema tratado.

Para avaliar os dois algoritmos testados é utilizada a métrica *gap*, definida pela Equação (5.1):

$$gap = \frac{LS - LI}{LI} \times 100 \quad (5.1)$$

em que as variáveis LI e LS representam, respectivamente, os limites inferior e superior alcançados em uma dada instância.

A Tabela 5.1 apresenta os valores médios dos resultados dos testes para cada conjunto de instâncias. O resultado completo dos testes para todos os conjuntos estão reportados no Apêndice B.

Na Tabela 5.1 são apresentados os valores médios dos resultados dos métodos MBC e MBC2 nos 15 conjuntos de instâncias. A primeira coluna indica a identificação do conjunto de instâncias. A segunda e terceira colunas representam, respectivamente, o valor da solução fracionária do modelo MBC e o tempo, em segundos, gasto para ser calculada. A quarta, quinta e sexta colunas apresentam, respectivamente, o valor da solução inteira do modelo MBC, o tempo total gasto, em segundos, e o gap da solução final, dados pelo *solver* CPLEX. A sétima e oitava coluna apresentam, respectivamente, a solução relaxada do modelo MBC2 e o tempo gasto para ser calculada. Por fim, as três últimas colunas apresentam, respectivamente, o valor da solução inteira do MBC2, o tempo total em segundos, e o gap (%) da solução final, dados pelo *solver* CPLEX.

Tabela 5.1: Resultados médios da aplicação dos modelos MBC e MBC2 aos conjuntos de instâncias.

Conj.	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo (s)	Inteira	Tempo (s)	Gap(%)	Linear	Tempo (s)	Inteira	Tempo (s)	Gap(%)
21c	232,865	0,012	249,626	0,892	6,662	246,056	0,020	249,626	0,350	1,411
21r	297,041	0,010	320,139	1,788	7,245	313,439	0,024	320,139	0,808	2,043
21e	423,481	0,012	451,538	2,453	6,207	441,984	0,024	451,538	1,398	2,099
31c	340,859	0,018	366,866	2,721	7,079	359,605	0,105	366,866	1,721	1,972
31r	444,507	0,021	474,701	5,048	6,410	464,887	0,167	474,701	5,227	2,058
31e	616,430	0,026	654,709	9,533	5,862	641,467	0,209	654,709	13,057	2,026
51c	539,067	0,089	578,293	29,931	6,782	565,358	0,565	578,293	39,626	2,235
51r	702,256	0,112	744,316	59,929	5,685	730,086	0,976	744,316	140,839	1,926
51e	1015,342	0,136	1069,186	176,471	5,039	1050,846	1,368	1069,186	719,047	1,713
101c	1025,123	0,115	1087,813	2734,303	5,762	1066,689	24,445	1088,781	3601,085	2,026
101r	1378,307	0,198	1454,856	3467,502	5,307	1430,012	9,436	1455,324	3572,415	1,752
101e	1974,939	0,213	2061,608	3645,006	4,209	2033,676	10,854	2062,678	3616,628	1,410
151c	1515,996	0,706	1598,530	3617,046	5,164	1570,668	39,569	1602,539	3649,681	1,987
151r	2039,905	0,890	2134,938	3623,584	4,487	2104,462	86,184	2315,960	3823,058	8,638
151e	2923,231	0,702	3037,747	3607,839	3,771	3002,470	66,578	3175,170	3668,138	5,282

Analisando os resultados obtidos pelos experimentos computacionais com os modelos MBC e MBC2, apresentado na Tabela 5.1, é possível observar que os valores das soluções inteiras de ambos os modelos, que podem ser notados na quarta e nona colunas, são relativamente próximos para quase todas as instâncias.

Em relação aos valores das relaxações lineares das formulações, constatados na segunda e sétima colunas, pode-se verificar que o modelo reforçado MBC2 fornece valores mais altos em relação ao modelo MBC. A Tabela 5.2 apresenta o ganho percentual médio dos valores médios das relaxações lineares do Modelo MBC2 em relação ao modelo MBC. A primeira coluna indica o conjunto de instâncias. A segunda apresenta o valor da solução da relaxação linear do MBC, enquanto que a terceira possui o valor da solução da relaxação linear do MBC2. O ganho percentual, i.e., $\frac{MBC2-MBC}{MBC} \times 100$, é apresentado na última coluna.

Tabela 5.2: Comparação das relaxações lineares das formulações MBC e MBC2.

Instância	MBC	MBC2	Ganho Percentual Médio (%)
	Relaxação Linear	Relaxação Linear	
21c	232,86	246,06	5,67
21r	297,04	313,44	5,52
21e	423,48	441,98	4,37
31c	340,86	359,60	5,50
31r	444,51	464,89	4,58
31e	616,43	641,47	4,06
51c	539,07	565,36	4,88
51r	702,26	730,09	3,96
51e	1015,34	1050,85	3,50
101c	1025,12	1066,69	4,06
101r	1378,31	1430,01	3,75
101e	1974,94	2033,68	2,97
151c	1515,99	1570,67	3,60
151r	2039,90	2104,46	4,26
151e	2923,23	3002,47	2,59

Pela Tabela 5.2, observa-se que com o MBC2 há um ganho percentual em todos os conjuntos de instâncias, produzindo, assim, um limite inferior melhor que o da formulação MBC. Estes valores mais elevados são decorrentes das novas restrições que foram inseridas no novo modelo, justificando, assim, a inclusão delas. Apesar do aumento mencionado, o crescimento no tempo gasto pela relaxação linear no MBC2, que pode ser observado na oitava coluna da Tabela 5.1, não compromete diretamente o tempo final, mostrado na décima coluna.

O efeito de um limite inferior melhor pode ser observado ao se comparar os valores do cálculo do *gap* para os modelos, que podem ser notados na sexta e na última coluna. Verificando a Tabela 5.1, é possível observar que, com exceção dos dois últimos conjuntos, o modelo reforçado MBC2 possui um valor médio do *gap* consideravelmente menor que o modelo MBC, já que o cálculo dessa métrica leva em consideração o limite inferior.

Entretanto, percebe-se que o tempo total gasto pelo modelo reforçado proposto é superior quando comparado ao modelo MBC. Isto se deve ao fato de que, apesar de melhorar significativamente os limites inferiores, o número de restrições adicionadas eleva a dimensão do problema, tornando sua resolução mais lenta.

5.2.2 Resultados Numéricos para a geração de uma Solução Inicial

Esta Seção apresenta os resultados obtidos pelos experimentos computacionais dos quatro métodos desenvolvidos para a geração de uma solução inicial: o método guloso, ver Seção 4.2.2.1; a heurística RF1, ver Seção 4.2.2.1.2; a heurística RF2, ver Seção 4.2.2.1.3; e a heurística RF3, ver Seção 4.2.2.1.4.

Para realizar os experimentos foram utilizadas as 750 instâncias apresentadas anteriormente na Seção 5.1. Os resultados alcançados pelos quatro métodos são comparados entre si. Foram coletados o valor da solução alcançada e o tempo gasto por cada método.

Também é utilizada aqui a métrica *gap*, definida pela Equação (5.1), em que consideramos os valores das soluções relaxadas como limite inferior.

A Tabela 5.3 apresenta os valores médios alcançados pelos métodos desenvolvidos para cada conjunto de instâncias. O resultado completo dos testes para todos os conjuntos estão apresentados no Apêndice C.

Na Tabela 5.3 apresentamos os valores médios dos resultados para os 15 conjuntos de instâncias. A primeira coluna indica a identificação do conjunto de instâncias. A segunda, terceira e quarta colunas representam, respectivamente, o valor médio das soluções alcançadas pelo método guloso, a média do tempo total gasto, e o *gap* médio das soluções. A quinta, sexta e sétima colunas apresentam, respectivamente, o valor médio das soluções alcançadas pela heurística RF1, a média do tempo total gasto, e o *gap* médio das soluções. A oitava, nona e décima colunas representam, respectivamente, o valor médio das soluções alcançadas pela heurística RF2, a média do tempo total gasto, e o *gap* médio das soluções. Por fim, as três colunas finais indicam o valor médio das soluções alcançadas pela heurística RF3, a média do tempo total gasto, e o *gap* médio das soluções. A última linha apresenta os valores médios para todos os conjuntos de instâncias.

Analisando os resultados dos experimentos computacionais apresentados nas nas Ta-

Tabela 5.3: Resultados médios dos métodos de solução inicial.

Conj.	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tempo	Gap(%)	Sol.	Tempo	Gap(%)	Sol.	Tempo	Gap(%)	Sol.	Tempo	Gap(%)
21c	281,45	0,03	14,59	255,00	0,06	3,64	254,77	0,19	3,54	255,50	0,13	3,85
21r	363,55	0,03	15,86	332,83	0,07	5,94	335,17	0,13	6,67	335,69	0,14	6,94
21e	523,41	0,04	18,49	479,39	0,11	8,41	481,55	0,38	8,94	472,70	0,17	6,98
31c	452,37	0,09	25,68	378,39	0,42	5,23	381,85	1,18	6,15	380,42	0,84	5,74
31r	555,01	0,11	19,58	500,03	0,57	7,43	504,06	2,18	8,25	503,36	1,04	8,22
31e	743,08	0,12	15,88	695,50	0,73	8,44	700,88	2,51	9,28	688,05	1,25	7,27
51c	731,22	0,34	29,36	608,41	2,83	7,62	612,93	6,25	8,42	608,23	4,59	7,60
51r	890,81	0,51	23,04	795,87	3,55	8,96	802,82	7,84	9,77	794,29	5,78	8,79
51e	1192,71	0,58	13,48	1147,78	4,72	9,19	1156,58	11,11	10,06	1131,00	7,94	7,62
101c	1347,41	21,35	26,29	1158,77	47,90	8,62	1167,30	78,85	9,42	1154,95	77,52	8,27
101r	1665,88	20,09	17,19	1555,47	68,77	8,81	1576,70	65,70	10,19	1544,99	93,79	8,13
101e	2232,91	35,22	9,82	2188,98	89,95	7,64	2236,18	150,21	9,96	2168,45	113,45	6,63
151c	1915,19	61,87	21,95	1706,06	278,59	8,62	1730,96	528,33	10,20	1703,39	285,08	8,44
151r	2402,65	62,18	14,64	2273,21	361,08	8,03	2310,23	430,87	9,78	2251,50	438,52	7,08
151e	3243,26	147,06	8,03	3212,33	525,43	6,99	3269,38	805,26	8,90	3161,29	636,30	5,29
Média	1236,06	23,31	18,26	1152,53	92,32	7,57	1168,09	139,40	8,64	1143,59	111,10	7,12

belas 5.3 e 5.4, é possível observar que os métodos RF1, RF2 e RF3, baseados na heurística *relax-and-fix*, possuem desempenho melhor que o método guloso, conforme podemos observar através do ganho percentual alcançado pelos métodos. O ato de, a cada iteração, fixar uma ligação e, em seguida, executar o modelo matemático se mostrou útil e eficaz, conforme pode ser observado pelo valor das soluções geradas.

Podemos observar na Tabela 5.3 que os *gaps* médios das soluções obtidas pelas heurísticas RF1, RF2 e RF3 são relativamente próximos, tendo a heurística RF3 alcançado um resultado médio melhor que as heurísticas RF1 e RF2, conforme pode ser observado na última linha e coluna da tabela.

Em relação ao tempo gasto pelos métodos para gerar a solução final, é possível verificar que o método guloso, apesar de gerar uma solução de qualidade inferior às demais, é aquele que gasta o menor tempo, enquanto que a heurística RF2 é a que gasta o maior tempo dentre os quatro métodos. Mesmo gerando valores próximos para as soluções, a heurística RF2 consome um tempo consideravelmente maior em relação às heurísticas RF1 e RF3, conforme apresentado na nona coluna da Tabela 5.3. Essa diferença se deve ao fato de que a heurística RF2 realiza um número maior de verificações para garantir a viabilidade da rede e também executar o modelo matemático um número maior de vezes. Em alguns casos, por exemplo onde não havia uma ligação disponível para ser fixada, foi necessário fixar provisoriamente uma ligação de um nó pai, para posteriormente encontrar uma ligação disponível para um nó filho. Em seguida, a ligação

fixada provisoriamente é desfeita, o modelo matemático é executado novamente, e o processo continua normalmente. Essa rotina mencionada interfere diretamente no tempo final.

É apresentado na Tabela 5.4 o ganho percentual (GP) das soluções dos métodos de solução inicial. A segunda, terceira e quarta colunas indicam, na sequência, o ganho percentual das heurísticas RF1, RF2 e RF3 sobre o método guloso. A quinta coluna indica o ganho percentual da heurística RF1 sobre a heurística RF2. Por fim, as duas últimas colunas indicam, respectivamente, o ganho percentual da heurística RF3 sobre as heurísticas RF1 e RF2. A última linha apresenta a média dos ganhos percentuais em todos os conjuntos de instâncias.

Tabela 5.4: Comparação do ganho percentual dos métodos de solução inicial.

Conj.	GP_{Guloso}^{RF1}	GP_{Guloso}^{RF2}	GP_{Guloso}^{RF3}	GP_{RF2}^{RF1}	GP_{RF1}^{RF3}	GP_{RF2}^{RF3}
21c	10,37	10,47	10,16	-0,09	-0,20	-0,28
21r	9,23	8,47	8,30	0,70	-0,85	-0,16
21e	9,18	8,69	10,73	0,45	1,42	1,87
31c	19,55	18,47	18,91	0,91	-0,53	0,37
31r	11,00	10,11	10,26	0,81	-0,66	0,14
31e	6,84	6,02	8,00	0,77	1,08	1,86
51c	20,19	19,30	20,22	0,74	0,03	0,77
51r	11,93	10,96	12,15	0,87	0,20	1,07
51e	3,91	3,12	5,46	0,77	1,48	2,26
101c	16,28	15,43	16,66	0,74	0,33	1,07
101r	7,10	5,66	7,82	1,36	0,68	2,05
101e	2,01	-0,15	2,97	2,16	0,95	3,12
151c	12,26	10,64	12,43	1,46	0,16	1,62
151r	5,69	4,00	6,71	1,63	0,96	2,61
151e	0,96	-0,80	2,59	1,78	1,61	3,42
Média	9,77	8,69	10,23	1,00	0,44	1,45

Pela Tabela 5.4, podemos observar que a heurística RF1 consegue, com exceção do conjunto 21c, gerar um ganho percentual sobre a heurística RF2 em todos os conjuntos. Isso indica que fixar as ligações partindo do nó raiz em direção aos nós folhas possibilita resultados ainda melhores (mais próximos da solução ótima) do que fixar partindo dos nós folhas em direção ao nó raiz.

É possível observar também que a heurística RF3 consegue gerar um ganho percentual sobre os demais métodos em todos os conjuntos de instâncias, com exceção dos conjuntos 21c, 21r, 31c e 31r para a heurística RF1, e dos conjuntos 21c e 21r para a heurística RF2. Nestes casos, as perdas percentuais foram inferiores a 1% em todos os casos.

5.2.3 Resultados Numéricos para a Meta-Heurística VNS

Esta Seção apresenta os resultados obtidos pelos experimentos computacionais do algoritmo baseado na meta-heurística VNS, ver Seção 4.2.2. Para realizar os experimentos, foram utilizadas as 750 instâncias apresentadas anteriormente na Seção 5.1.

Como critério de parada para o VNS, foi adotado o tempo de 720 segundos, além do tempo gasto para a geração da solução inicial. Esse tempo é 20% do tempo disponibilizado ao modelo matemático. Cada instância foi executada 10 vezes, e em seguida foi calculada a média dos valores dessas soluções. Consideramos essa média como o valor da solução.

Para averiguar o desempenho do algoritmo desenvolvido, são comparados os resultados obtidos pelo VNS com aqueles da formulação matemática MBC2. Também é utilizada aqui a métrica *gap*, definida pela Equação (5.1), considerando os valores das soluções fracionárias como limite inferior (LB).

O VNS foi executado em três versões: uma versão com a solução inicial gerada pelo método guloso, denominada VNS1, e outras duas versões por um método baseado na heurística *relax-and-fix*. A segunda versão, denominada VNS2, utiliza a heurística RF1 para a geração da solução inicial. Já a terceira versão, denominada VNS3, utiliza a heurística RF3 para a geração da solução inicial.

5.2.3.1 Resultados do VNS com o Método Guloso

Os resultados médios das execuções do algoritmo desenvolvido são apresentados a seguir na Tabela 5.5. Ela contém os resultados médios da aplicação dos testes para os quinze conjuntos de instâncias. O resultado completo dos testes está disponível no Apêndice D.

Na Tabela 5.5, a primeira coluna identifica o conjunto de instância. A segunda, terceira e quarta colunas apresentam o valor da solução fracionária, da solução inteira após 3600 segundos e o *gap* do modelo MBC2. Para o algoritmo VNS1, apresentamos na quinta coluna o valor da solução inicial gerada pelo método guloso, na sexta coluna o *gap* dessa solução inicial, na sétima coluna o valor médio das soluções para cada conjunto de instâncias, seguida pelo seu *gap* na última coluna.

Como pode ser observado na Tabela 5.5, o algoritmo VNS1 conseguiu melhorar a solução inicial e encontrar soluções com *gaps* relativamente baixos para todos os con-

Tabela 5.5: Média das soluções e comparações do *gap* para o algoritmo VNS1.

Conjunto	MBC2			VNS1			
	LB	Sol. Inteira	Gap (%)	Solução Inicial	Gap (%)	Solução VNS1	Gap(%)
21c	246,06	249,63	1,44	281,45	14,59	250,52	1,82
21r	313,44	320,14	2,09	363,55	15,86	323,77	3,19
21e	441,98	451,54	2,15	523,41	18,49	460,19	4,13
31c	359,61	366,87	2,02	452,37	25,68	370,37	3,00
31r	464,89	474,70	2,10	555,01	19,58	483,77	4,01
31e	641,47	654,71	2,07	743,08	15,88	668,75	4,27
51c	565,36	578,29	2,29	731,22	29,36	588,54	4,10
51r	730,09	744,32	1,97	890,81	23,04	763,20	4,56
51e	1050,85	1069,19	1,75	1192,71	13,48	1090,29	3,75
101c	1066,69	1088,78	2,07	1347,41	26,29	1121,14	5,11
101r	1430,01	1455,32	1,78	1665,88	17,19	1490,77	4,32
101e	2040,42	2061,99	1,43	2232,91	9,82	2095,95	3,07
151c	1570,67	1602,54	2,03	1915,19	21,95	1647,16	4,87
151r	2112,58	2323,19	9,67	2402,65	14,64	2184,50	3,87
151e	3001,32	3172,38	5,74	3243,26	8,03	3083,27	2,69

juntos de instâncias utilizados para teste, sendo que o pior *gap* médio encontrado foi de 5,11% para o conjunto 101c. Para os conjuntos 151r e 151e, o VNS1 conseguiu encontrar soluções melhores que a do modelo MBC2 no tempo limite estabelecido.

5.2.3.2 Resultados do VNS com a Heurística RF1

Nesta Seção apresentamos os resultados obtidos pelo VNS ao utilizar um método baseado na heurística *relax-and-fix* para a geração das soluções iniciais. Este algoritmo é chamado de VNS2.

A heurística RF1, ver Seção 4.2.2.1.2, foi escolhida para gerar a solução inicial para o VNS por fornecer uma solução em um tempo consideravelmente menor que a da heurística RF2, ver Seção 4.2.2.1.3, além de apresentar um ganho percentual em relação à mesma, como é possível observar na Tabela 5.4.

Os resultados obtidos ao submeter tais instâncias ao algoritmo desenvolvido são apresentados a seguir na Tabela 5.6. Ela contém os resultados médios da aplicação dos testes para os quinze conjuntos de instâncias. O resultado completo dos testes está disponível no Apêndice D.

Na Tabela 5.6, a primeira coluna indica a identificação do conjunto de instância. A segunda, terceira e quarta colunas apresentam o valor da solução relaxada, da solução

inteira após 3600 segundos e o *gap* do modelo MBC2. Para o VNS2, apresentamos na quinta coluna o valor da solução inicial gerada pela heurística RF1, na sexta coluna o *gap* dessa solução inicial, na sétima coluna o valor médio das soluções para cada conjunto de instâncias, seguida pelo seu *gap* na última coluna.

Tabela 5.6: Média das soluções e comparações do *gap* para o algoritmo VNS2.

Conjunto	MBC2			VNS2			
	LB	Sol. Inteira	Gap (%)	Solução Inicial	Gap (%)	Solução VNS2	Gap(%)
21c	246,06	249,63	1,44	255,00	3,64	250,18	1,68
21r	313,44	320,14	2,09	332,83	5,94	322,60	2,80
21e	441,98	451,54	2,15	479,39	8,41	459,94	4,04
31c	359,61	366,87	2,02	378,39	5,23	368,52	2,48
31r	464,89	474,70	2,10	500,03	7,43	481,73	3,59
31e	641,47	654,71	2,07	695,50	8,44	667,99	4,16
51c	565,36	578,29	2,29	608,41	7,62	585,93	3,64
51r	730,09	744,32	1,97	795,87	8,96	761,33	4,25
51e	1050,85	1069,19	1,75	1147,78	9,19	1097,83	4,47
101c	1066,69	1088,78	2,07	1158,77	8,62	1113,55	4,39
101r	1430,01	1455,32	1,78	1555,47	8,81	1491,89	4,35
101e	2040,42	2061,99	1,43	2188,98	7,64	2108,73	3,70
151c	1570,67	1602,52	2,03	1706,06	8,62	1638,13	4,39
151r	2112,58	2323,19	9,67	2273,21	8,03	2190,35	4,10
151e	3001,32	3172,38	5,74	3212,33	6,99	3112,55	3,67

Como pode ser observado na Tabela 5.6, o algoritmo VNS2, assim como o algoritmo VNS1, conseguiu melhorar a solução inicial e encontrar soluções com *gaps* relativamente baixos para todos os conjuntos de instâncias utilizados para teste, sendo que o pior *gap* médio encontrado foi de 4,47% para o conjunto 51e. Para os conjuntos 151r e 151e, o VNS2 conseguiu encontrar soluções melhores que a do modelo MBC2 no tempo limite estabelecido.

5.2.3.3 Resultados do VNS com a Heurística RF3

Nesta Seção, apresentamos os resultados obtidos pelo VNS ao utilizar um segundo método baseado na heurística *relax-and-fix* para a geração das soluções iniciais. Este algoritmo é chamado de VNS3.

Para este algoritmo foi escolhida a heurística RF3. O intuito é verificar se com a fixação de uma ligação com o vértice disponível mais próximo é possível encontrar soluções de melhor qualidade que aquelas produzidas com o algoritmo VNS2, que utiliza

a heurística RF1 para gerar as soluções iniciais.

Os resultados obtidos ao submeter tais instâncias ao algoritmo desenvolvido são apresentados a seguir na Tabela 5.7. Ela contém os resultados médios da aplicação dos testes para os quinze conjuntos de instâncias. O resultado completo dos testes está disponível no Apêndice D.

Na Tabela 5.7 a primeira coluna indica o conjunto de instâncias. A segunda, terceira e quarta colunas mostram o valor da solução relaxada, da solução inteira após 3600 segundos e o *gap* do modelo MBC2. Para o VNS3, apresentamos na quinta coluna o valor da solução inicial gerada pela heurística RF3, na sexta coluna o *gap* dessa solução inicial, na sétima coluna o valor médio das soluções para cada conjunto de instâncias, seguida pelo seu *gap* na última coluna.

Tabela 5.7: Média das soluções e comparações do *gap* para o algoritmo VNS3.

Conjunto	MBC2			VNS3			
	LB	Sol. Inteira	Gap (%)	Solução Inicial	Gap (%)	Solução VNS3	Gap(%)
21c	246,06	249,63	1,44	255,50	3,85	250,53	1,81
21r	313,44	320,14	2,09	335,69	6,94	322,89	2,90
21e	441,98	451,54	2,15	472,70	6,98	458,73	3,79
31c	359,61	366,87	2,02	380,42	5,74	368,71	2,53
31r	464,89	474,70	2,10	503,36	8,22	483,83	3,97
31e	641,47	654,71	2,07	688,05	7,27	668,68	4,25
51c	565,36	578,29	2,29	608,23	7,60	585,16	3,50
51r	730,09	744,32	1,97	794,29	8,79	760,50	4,15
51e	1050,85	1069,19	1,75	1131,00	7,62	1092,97	4,01
101c	1066,69	1088,78	2,07	1154,95	8,27	1112,27	4,28
101r	1430,01	1455,32	1,78	1544,99	8,13	1488,72	4,13
101e	2040,42	2061,99	1,43	2168,45	6,63	2104,25	3,47
151c	1570,67	1602,54	2,03	1703,38	8,44	1641,70	4,52
151r	2112,58	2323,19	9,67	2251,50	7,08	2179,92	3,63
151e	3001,32	3172,38	5,74	3161,29	5,29	3087,34	2,83

Como pode ser observado na Tabela 5.7, o algoritmo VNS3, assim como os algoritmos anteriores, conseguiu melhorar a solução inicial e encontrar soluções com *gaps* relativamente baixos para todos os conjuntos de instâncias utilizados para teste, sendo que o pior *gap* médio encontrado foi de 4,52% para o conjunto 151c. Para os conjuntos 151r e 151e, o VNS3 conseguiu encontrar soluções melhores que a do modelo MBC2 no tempo limite estabelecido.

5.2.3.4 Comparação do VNS com os métodos de solução inicial

Aqui são comparados os resultados obtidos pelos três algoritmos VNS: o algoritmo VNS1, que utiliza o método guloso para gerar a solução inicial; o algoritmo VNS2, que utiliza a heurística RF1; e o algoritmo VNS3, que utiliza a heurística RF3.

A Tabela 5.8 apresenta os resultados médios dos testes obtidos para todos os conjuntos de instâncias. A primeira coluna indica o conjunto de instâncias. A segunda e terceira colunas apresentam, respectivamente, o valor da solução alcançada pelo algoritmo VNS1 e o seu *gap*. A quarta e quinta colunas mostram, respectivamente, o valor da solução alcançada pelo algoritmo VNS2 e o seu *gap*. Já as duas colunas finais apresentam, respectivamente, o valor da solução alcançada pelo VNS3 e o seu *gap*.

Tabela 5.8: Comparação do VNS com os métodos de solução inicial.

Conjunto	Método Guloso		Heurística RF1		Heurística RF3	
	Sol. VNS1	Gap (%)	Sol. VNS2	Gap (%)	Sol. VNS3	Gap (%)
21c	250,52	1,82	250,18	1,68	250,53	1,81
21r	323,77	3,19	322,60	2,80	322,89	2,90
21e	460,19	4,13	459,94	4,04	458,73	3,79
31c	370,37	3,00	368,52	2,48	368,71	2,53
31r	483,77	4,01	481,73	3,59	483,83	3,97
31e	668,75	4,27	667,99	4,16	668,68	4,25
51c	588,54	4,10	585,93	3,64	585,16	3,50
51r	763,20	4,56	761,33	4,25	760,50	4,15
51e	1090,29	3,75	1097,83	4,47	1092,97	4,01
101c	1121,14	5,11	1113,55	4,39	1112,27	4,28
101r	1490,77	4,32	1491,89	4,35	1488,72	4,13
101e	2095,95	3,07	2108,73	3,70	2104,25	3,47
151c	1647,16	4,87	1638,13	4,29	1641,70	4,52
151r	2184,50	3,87	2190,35	4,10	2179,92	3,63
151e	3083,27	2,69	3112,55	3,67	3087,34	2,83
Média	1108,15	3,78	1110,08	3,71	1107,08	3,59

É possível observar pela Tabela 5.8 que os três algoritmos obtiveram um *gap* médio inferior a 4%, tendo o algoritmo VNS3 melhor desempenho, com *gap* médio de 3,59%. Nas instâncias com até 31 vértices, o algoritmo VNS2 consegue alcançar os melhores resultados em 5 dos 6 conjuntos de instâncias. O algoritmo VNS3 consegue superar o algoritmo VNS2 no conjunto 21e.

Já nas instâncias a partir de 51 vértices, o algoritmo VNS3 é superior aos demais em 8 dos 9 conjuntos de instâncias. O algoritmo VNS2 consegue superar o algoritmo VNS3 no conjunto 151c.

Os resultados apresentados indicam que o uso da heurística *relax-and-fix* para a geração inicial consegue gerar resultados melhores no VNS do que quando utilizado o método guloso.

Os resultados também indicam que o fato de se selecionar a ligação disponível com o vértice mais próximo apresenta bons resultados, mostrando que a adoção de um critério para a fase de seleção pode contribuir para que o VNS alcance soluções de melhor qualidade.

5.2.3.5 Comparação do VNS com resultados da literatura

Nesta Seção comparamos os resultados obtidos pelo VNS com resultados da literatura.

Foi escolhido o algoritmo VNS3 para realizar a comparação pelo fato de ele apresentar o menor *gap* médio entre os três algoritmos desenvolvidos, conforme apresentado na Tabela 5.8. Os resultados alcançados são comparados com os resultados de Uchoa et al. (2012), que possui até então os melhores resultados conhecidos da literatura com o algoritmo GRASP+*branch-and-cut*, aqui denotado como GRASP+B&C. Os autores selecionaram apenas as 450 maiores instâncias apresentadas anteriormente na Seção 5.1. Foram selecionados os conjuntos com 51, 101 e 151 vértices.

Na Tabela 5.9 são apresentados os resultados médios para os conjuntos com 51 vértices, com o vértice raiz localizado ao centro (51c), aleatoriamente (51r) e nas extremidades (51e), e para o conjunto com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro (101c). Esses conjuntos são resolvidos de maneira ótima por Uchoa *et al.* (Uchoa et al., 2012). Na primeira coluna da tabela apresentamos a identificação do conjunto de instâncias. Na segunda e terceira colunas apresentamos, respectivamente, o resultado e tempo, em segundos, médios obtidos pelo GRASP+B&C para o conjunto. Na quarta e quinta colunas apresentamos, respectivamente, o resultado médio alcançado pelo algoritmo VNS3 e o seu *gap*. Como os resultados do BC são conhecidamente ótimos, consideraremos aqui eles como LBs para o cálculo do *gap*.

Pela Tabela 5.9 é possível observar na quinta coluna que as soluções alcançadas pelo algoritmo VNS3 possuem um *gap* ainda mais baixo para os conjuntos selecionados quando utilizado as soluções do GRASP+B&C para o LB, ficando assim muito próximas da solução ótima, principalmente no conjunto 51c.

Os resultados dos demais conjuntos de instâncias em que Uchoa et al. (2012) não

Tabela 5.9: Comparação do VNS3 com resultados ótimos da literatura.

Conjunto	GRASP+B&C		VNS3	
	Solução	Tempo	Solução	Gap (%)
51c	578,29	17,24	585,16	1,19
51r	744,32	46,73	760,50	2,17
51e	1069,19	113,21	1092,97	2,22
101c	1087,75	6780,11	1112,27	2,25

chegaram à solução ótima são apresentados na Tabela 5.10. Para o cálculo do *gap*, consideramos como LB o valor calculado e apresentado por Uchoa et al. (2012).

A primeira coluna da tabela indica a identificação do conjunto. A segunda e terceira apresentam o valor médio do LB e tempo médio gasto. Na quarta, quinta e sexta colunas apresentamos, respectivamente, o resultado obtido pelo GRASP+B&C para o conjunto após uma iteração do algoritmo, o tempo gasto, em segundos, e o *gap* da solução obtida. Na duas colunas finais apresentamos o valor das soluções médias alcançadas pelo algoritmo VNS3 e o *gap* dessa solução.

Tabela 5.10: Comparação do VNS3 com resultados da literatura para instâncias não resolvidas de maneira ótima.

Conjunto	GRASP+B&C					VNS3	
	LB	Tempo	Solução	Tempo	Gap (%)	Solução	Gap (%)
101r	1446,81	429,80	1456,96	465,70	0,70	1488,72	2,90
101e	2051,00	574,00	2064,00	995,30	0,63	2104,24	2,60
151c	1588,90	594,00	1601,05	661,90	0,76	1641,70	3,32
151r	2121,87	695,60	2138,84	750,80	0,80	2179,92	2,74
151e	3020,40	1037,60	3041,23	1546,20	0,69	3087,34	2,22
Média	2045,80	666,20	2060,42	883,98	0,72	2100,38	2,75

Pela Tabela 5.10 podemos ver que o algoritmo VNS3 tem um *gap* médio de 2,75% com os novos valores, enquanto que o algoritmo GRASP+B&C possui um *gap* médio de apenas 0,72%.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho teve seu foco no Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis (PAGMCN), tendo como objetivo encontrar uma rede de custo mínimo, em que todos os clientes terminais tenham sua demanda atendida, e o fluxo que passa por cada facilidade não seja maior que sua capacidade.

O PAGMCN é um problema de grande importância, por pertencer à classe de problemas \mathcal{NP} -difíceis e pelo fato de poder ser aplicado em projetos de redes de telecomunicações, sistemas logísticos, redes de transmissão de energia, dentre outros.

Para resolvê-lo, é proposto neste trabalho uma formulação de programação matemática reforçada, chamada Modelo Baseado na Capacidade das Facilidades 2 (MBC2). Esta formulação aperfeiçoa, com a introdução de dois novos conjuntos de restrições, o Modelo Baseado em Capacidades (MBC), proposto por Martins et al. (2005), considerado o mais eficiente da literatura. A motivação para a utilização do MBC2 está em fornecer um limite inferior melhor que o MBC, esperando assim convergir mais rapidamente à solução ótima.

Para verificar o desempenho do modelo reforçado proposto em relação ao modelo da literatura, experimentos computacionais foram realizados, utilizando instâncias da literatura geradas por (Gamvros et al., 2006). Os resultados dos experimentos computacionais mostraram que os valores da relaxação linear do modelo reforçado MBC2 são mais altos que os valores do modelo MBC, fornecendo, assim, um limite inferior melhor e justificando a sua utilização. Vale observar também que o tempo gasto no processo da relaxação linear não compromete diretamente o tempo total gasto pelo modelo proposto.

Entretanto, o aumento do número de restrições adicionadas na formulação deixa o problema muito pesado para ser resolvido de maneira inteira, e como consequência, o tempo demandado para resolvê-lo é maior.

Por pertencer à classe de problemas \mathcal{NP} -difíceis, não existem ainda algoritmos conhecidos que resolvam o PAGMCN de maneira ótima em tempo polinomial. Por isso, as meta-heurísticas são abordagens alternativas para sua resolução, fornecendo solução de boa qualidade, com esforço e tempo computacional menores.

Além da formulação de programação matemática proposta neste trabalho, foi também desenvolvido um algoritmo híbrido, combinando as heurísticas *relax-and-fix* e *Variable Neighborhood Search* (VNS) com uma formulação de programação matemática. Por fornecer um limite inferior melhor, o modelo MBC2 foi escolhido para ser aplicado nesse algoritmo. Para a geração de uma solução inicial para o VNS, foram desenvolvidos quatro métodos: um guloso e três baseados na heurística *relax-and-fix*, chamados RF1, RF2 e RF3. Os quatro métodos consistem em gerar uma solução inteira a partir da solução relaxada calculada pela formulação MBC2.

Experimentos computacionais foram realizados para comparar o desempenho dos quatro métodos de solução inicial desenvolvidos, utilizando também as instâncias da literatura geradas por Gamvros et al. (2006). Foi possível observar que os métodos baseados na heurística *relax-and-fix* possuem desempenho superior em comparação ao método guloso, conseguindo gerar soluções de melhor qualidade, apesar de requererem um tempo maior devido ao fato de executarem o modelo matemático diversas vezes. Comparando as heurísticas RF1, RF2 e RF3, verifica-se que a heurística RF3 obteve um ganho percentual médio sobre todos os outros métodos.

Também foram realizados experimentos computacionais para averiguar o desempenho do algoritmo VNS, utilizando também as instâncias da literatura geradas por Gamvros et al. (2006). Foram realizadas três baterias de testes: uma com a solução inicial sendo gerada pelo método guloso e duas com a solução sendo gerada por um método baseado na heurística *relax-and-fix*. Foram escolhidas as heurísticas RF1, por fornecer uma solução de melhor qualidade e em um tempo consideravelmente menor que a heurística RF2; e a heurística RF3, por ter apresentado o melhor desempenho entre os métodos.

Os resultados alcançados pelos três algoritmos mostram que o VNS consegue melhorar a solução inicial gerada por todos os métodos de geração de solução inicial selecionados e encontrar soluções com *gaps* relativamente baixos para todos os conjuntos de instâncias utilizados para teste. Para os conjuntos de instâncias de grande porte,

mais precisamente os dois últimos conjuntos, nos quais as formulações matemáticas encontram dificuldades, o VNS conseguiu gerar soluções melhores que os modelos, em um tempo consideravelmente menor.

6.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros são propostas as seguintes atividades:

- Aperfeiçoar as heurísticas desenvolvidas para a geração de solução inicial;
- Desenvolver novos métodos para geração da solução inicial, baseados na heurística *relax-and-fix*;
- Avaliar a inclusão de novas técnicas de perturbação na meta-heurística VNS;
- Aplicar o modelo de programação matemática MBC2 para resolver parte do problema como método de busca local. Esse modelo seria aplicado periodicamente, sempre que o VNS não conseguisse encontrar uma melhora. Se bem sucedido, o VNS prosseguiria explorando o espaço de busca a partir de sua primeira vizinhança;
- Desenvolver técnicas que explorem a redução do espaço de busca. Essas técnicas consistem em limitar os movimentos realizados no espaço de busca, de maneira a evitar movimentos que não sejam promissores.

Apêndice A

Publicações

A presente pesquisa deu origem a duas apresentações em eventos científicos, e uma publicação em periódico, conforme descrito a seguir:

1. **Título:** *A hybrid VNS algorithm for solving the multi-level capacitated minimum spanning tree problem*
Autores: Jean Carlos Tibúrcio Campos, Alexandre Xavier Martins e Marcone Jamilson Freitas Souza
Evento: *5th International Conference on Variable Neighborhood Search – ICVNS 2017*
Local: Ouro Preto, Brasil
Período: 02 a 04 de outubro de 2017
Periódico: *Electronic Notes in Discrete Mathematics, v. 66*
Páginas: 159-166
2. **Título:** Novos modelos e uma heurística relax and fix, baseada em VNS, para o Problema da Árvore Geradora Mínima Capacitada em Níveis
Autores: Jean Carlos Tibúrcio Campos, Marcone Jamilson Freitas Souza e Alexandre Xavier Martins
Evento: Encontro de Saberes 2017 - Universidade Federal de Ouro Preto
Local: Ouro Preto, Brasil
Período: 29 de novembro a 01 de dezembro de 2017
Apresentação: Apresentação oral e apresentação em pôster

Apêndice B

Resultados - Modelos Matemáticos

Os resultados obtidos ao submeter as instâncias apresentadas na Seção 5.1 aos modelos MBC e MBC2 são apresentados nas tabelas a seguir. As Tabelas B.1, B.2 e B.3 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 21 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas B.4, B.5 e B.6 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 31 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas B.7, B.8 e B.9 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 51 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas B.10, B.11 e B.12 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 101 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas B.13, B.14 e B.15 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 151 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente.

Em cada tabela, apresentamos os resultados para as 50 instâncias de cada conjunto, o tempo gasto para cada solução, em segundos, e o cálculo do *gap* (%). A primeira coluna indica a identificação da instância. A segunda e terceira colunas representam o valor da solução linear do modelo MBC e o tempo gasto para ser calculada. A quarta, quinta e sexta colunas apresentam o valor da solução inteira do modelo MBC, o tempo total gasto, e o *gap* da solução final, calculada pelo CPLEX. A sétima e oitava coluna apresentam a solução linear do modelo MBC2 e o tempo gasto para ser calculada. Por fim, as três últimas colunas apresentam, respectivamente, a solução inteira do MBC2, o tempo total gasto, e o *gap* da solução final, calculada pelo *solver* CPLEX.

Tabela B.1: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	220.133	0.031	240.550	1.829	8.488	238.448	0.016	240.550	0.344	0.874
1	244.835	0.016	259.207	0.625	5.545	255.592	0.016	259.207	0.329	1.395
2	225.460	0.000	242.572	1.062	7.054	238.919	0.016	242.572	0.375	1.506
4	235.857	0.000	258.544	2.109	8.775	254.316	0.016	258.544	0.343	1.635
5	221.878	0.000	234.825	0.953	5.513	229.705	0.016	234.825	0.360	2.180
6	235.257	0.000	251.906	0.359	6.609	250.843	0.000	251.906	0.172	0.422
7	258.342	0.000	283.174	2.000	8.769	268.117	0.031	283.174	1.641	5.317
8	259.025	0.000	274.465	0.765	5.626	269.640	0.016	274.465	0.203	1.758
9	249.385	0.000	274.479	0.734	9.142	265.737	0.031	274.479	0.406	3.185
10	209.280	0.000	220.093	0.407	4.913	219.008	0.031	220.093	0.188	0.493
11	248.489	0.016	265.990	1.172	6.580	258.590	0.016	265.990	0.437	2.782
12	267.271	0.016	279.126	0.422	4.247	276.209	0.016	279.126	0.156	1.045
13	267.244	0.031	287.931	0.891	7.184	283.577	0.016	287.931	0.188	1.512
14	227.622	0.016	244.612	0.765	6.945	236.499	0.016	244.612	0.531	3.317
15	237.299	0.016	247.863	0.422	4.262	246.695	0.016	247.863	0.203	0.471
16	246.088	0.016	270.927	0.593	9.168	264.963	0.016	270.927	0.422	2.201
17	210.177	0.016	219.164	0.344	4.100	217.821	0.016	219.164	0.141	0.613
18	248.155	0.000	257.741	0.547	3.719	255.339	0.016	257.741	0.219	0.932
19	221.629	0.000	244.530	1.078	9.365	242.591	0.031	244.530	0.328	0.793
20	236.589	0.000	260.217	1.171	9.080	256.500	0.016	260.217	0.797	1.428
21	216.368	0.000	237.737	2.281	8.989	230.471	0.016	237.737	0.719	3.056
22	234.157	0.000	251.361	0.828	6.844	245.802	0.016	251.361	0.766	2.211
23	202.678	0.016	214.699	1.344	5.599	211.480	0.016	214.699	0.703	1.499
24	245.373	0.000	265.934	0.781	7.732	263.789	0.016	265.934	0.188	0.807
25	231.784	0.016	245.263	0.563	5.496	244.693	0.031	245.263	0.234	0.232
26	232.419	0.031	245.500	0.688	5.329	243.184	0.000	245.500	0.187	0.944
27	206.456	0.016	231.800	1.984	10.934	223.081	0.031	231.800	0.813	3.761
28	261.403	0.000	280.866	0.781	6.930	277.641	0.031	280.866	0.203	1.148
29	231.748	0.016	250.784	1.110	7.590	247.254	0.016	250.784	0.203	1.407
30	198.024	0.016	211.471	1.359	6.359	209.043	0.031	211.471	0.218	1.148
31	263.905	0.031	292.515	1.047	9.781	290.067	0.016	292.515	0.359	0.837
32	244.750	0.016	255.747	0.625	4.300	252.560	0.016	255.747	0.235	1.246
33	221.883	0.031	241.230	0.343	8.020	241.230	0.000	241.230	0.109	0.000
34	248.190	0.000	264.661	0.906	6.224	259.943	0.031	264.661	0.375	1.783
35	253.223	0.016	261.259	0.297	3.076	260.713	0.031	261.259	0.156	0.209
36	235.789	0.000	259.582	1.469	9.166	253.572	0.031	259.582	0.469	2.315
37	241.919	0.016	253.000	0.360	4.380	251.897	0.000	253.000	0.266	0.436
38	210.588	0.016	223.530	0.406	5.790	223.205	0.031	223.530	0.172	0.146
39	231.536	0.031	250.306	1.359	7.499	247.308	0.016	250.306	0.422	1.198
40	192.347	0.016	200.799	0.703	4.209	199.049	0.016	200.799	0.250	0.872
41	232.287	0.016	254.870	0.922	8.860	253.547	0.016	254.870	0.156	0.519
42	237.885	0.031	249.955	1.094	4.829	246.517	0.016	249.955	0.406	1.375
43	211.405	0.016	230.520	0.860	8.292	223.133	0.016	230.520	0.515	3.204
44	221.407	0.016	239.785	0.328	7.664	239.058	0.016	239.785	0.171	0.303
45	224.480	0.000	238.733	0.907	5.971	235.464	0.016	238.733	0.437	1.369
46	259.765	0.016	276.805	1.094	6.156	272.491	0.016	276.805	0.250	1.559
47	251.916	0.016	276.049	0.563	8.742	274.228	0.031	276.049	0.203	0.660
48	218.548	0.016	227.600	0.328	3.977	225.345	0.031	227.600	0.156	0.991
49	210.863	0.000	222.013	0.453	5.022	220.682	0.031	222.013	0.172	0.599

Tabela B.2: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	308.548	0.031	326.467	2.171	5.489	320.591	0.031	326.467	1.203	1.800
1	268.260	0.016	289.094	1.188	7.207	287.650	0.031	289.094	0.328	0.500
2	254.596	0.016	273.247	1.344	6.826	267.416	0.031	273.247	0.672	2.134
3	350.388	0.000	384.363	1.953	8.839	376.862	0.031	384.363	0.594	1.952
4	270.546	0.031	291.933	3.703	7.326	285.105	0.016	291.933	0.719	2.339
5	305.339	0.000	328.586	4.625	7.075	319.017	0.031	328.586	2.062	2.912
6	385.007	0.016	399.287	3.969	3.576	395.851	0.016	399.287	0.297	0.861
7	351.510	0.031	377.016	3.813	6.765	364.188	0.031	377.016	2.313	3.402
8	280.503	0.000	299.385	1.688	6.307	294.880	0.031	299.385	0.406	1.505
9	232.540	0.000	250.819	1.110	7.287	244.367	0.031	250.819	0.422	2.572
10	351.484	0.031	375.498	2.109	6.395	367.151	0.031	375.498	0.656	2.223
11	359.954	0.000	384.790	1.282	6.455	378.312	0.031	384.790	0.532	1.684
12	329.334	0.000	350.845	2.109	6.131	344.799	0.031	350.845	1.391	1.723
13	213.577	0.016	230.640	0.625	7.398	227.835	0.031	230.640	0.203	1.216
14	263.738	0.000	277.708	0.469	5.030	274.818	0.016	277.708	0.156	1.041
15	303.981	0.016	333.004	1.781	8.715	326.760	0.016	333.004	0.531	1.875
16	443.054	0.000	472.107	2.609	6.154	460.801	0.031	472.107	1.687	2.395
17	248.656	0.016	271.045	1.703	8.260	266.463	0.016	271.045	0.234	1.691
18	244.702	0.031	267.604	1.485	8.558	261.410	0.016	267.604	0.625	2.315
19	258.787	0.016	282.874	1.875	8.515	276.769	0.031	282.874	0.422	2.158
20	256.153	0.016	274.669	1.578	6.741	270.978	0.031	274.669	0.406	1.344
21	306.944	0.016	330.427	2.157	7.107	319.668	0.016	330.427	0.531	3.256
22	273.013	0.000	296.482	1.875	7.916	290.542	0.016	296.482	0.797	2.004
23	359.865	0.016	385.502	2.141	6.650	381.801	0.016	385.502	0.453	0.960
24	283.048	0.016	313.071	1.391	9.590	297.817	0.016	313.071	0.828	4.873
25	234.937	0.000	260.216	1.000	9.714	256.348	0.016	260.216	0.406	1.486
26	388.701	0.000	423.567	8.516	8.232	409.586	0.016	423.567	3.796	3.301
27	280.352	0.000	312.461	1.703	10.276	301.666	0.016	312.461	1.500	3.455
28	371.920	0.016	399.114	1.093	6.814	390.326	0.031	399.114	0.593	2.202
29	254.051	0.000	272.688	0.921	6.834	267.558	0.031	272.688	0.468	1.881
30	282.349	0.000	309.452	1.421	8.758	301.004	0.031	309.452	0.578	2.730
31	348.527	0.016	386.846	1.844	9.906	377.957	0.016	386.846	0.843	2.298
32	239.006	0.016	261.520	0.844	8.609	255.721	0.000	261.520	0.360	2.217
33	340.559	0.000	368.234	1.953	7.516	357.072	0.047	368.234	2.109	3.031
34	310.748	0.016	338.613	1.281	8.229	328.518	0.000	338.613	0.563	2.981
35	241.632	0.000	250.555	0.672	3.561	247.030	0.016	250.555	0.172	1.407
36	208.345	0.000	226.012	0.704	7.817	224.110	0.016	226.012	0.266	0.842
37	276.402	0.031	285.599	0.297	3.220	283.289	0.031	285.599	0.187	0.809
38	232.089	0.000	254.585	0.469	8.836	252.579	0.016	254.585	0.203	0.788
39	364.376	0.000	389.670	2.812	6.491	380.731	0.031	389.670	1.937	2.294
40	265.897	0.000	287.060	1.187	7.372	284.240	0.031	287.060	0.422	0.982
41	260.992	0.016	284.246	0.688	8.181	274.230	0.031	284.246	0.360	3.524
42	339.473	0.000	366.535	1.281	7.383	360.813	0.016	366.535	0.797	1.561
43	321.387	0.000	343.527	2.063	6.445	333.979	0.016	343.527	1.188	2.779
44	293.796	0.000	314.022	0.672	6.441	312.504	0.016	314.022	0.219	0.483
45	281.825	0.016	300.451	0.765	6.199	297.559	0.031	300.451	0.219	0.962
46	273.236	0.016	292.925	0.781	6.721	285.254	0.016	292.925	0.406	2.619
47	393.373	0.016	423.400	3.328	7.092	408.731	0.031	423.400	3.110	3.465
48	297.128	0.016	318.436	1.343	6.691	311.875	0.031	318.436	0.766	2.060
49	247.434	0.000	270.757	0.985	8.614	267.409	0.031	270.757	0.453	1.237

Tabela B.3: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	475.932	0.016	509.030	3.547	6.502	498.848	0.047	509.030	1.781	2.000
1	437.406	0.000	468.140	4.406	6.565	455.667	0.016	468.140	2.422	2.664
2	429.530	0.000	465.980	2.438	7.822	457.695	0.031	465.980	1.719	1.778
3	441.472	0.016	479.852	3.156	7.998	468.611	0.016	479.852	1.782	2.343
4	405.914	0.016	442.258	2.640	8.218	431.841	0.031	442.258	2.437	2.355
5	454.711	0.016	484.956	4.109	6.237	470.854	0.016	484.956	2.843	2.908
6	417.646	0.016	440.885	1.750	5.271	434.491	0.016	440.885	0.563	1.450
7	382.391	0.016	406.945	0.438	6.034	400.612	0.031	406.945	0.312	1.556
8	392.914	0.000	421.702	2.469	6.827	404.145	0.016	421.702	2.453	4.164
9	417.133	0.031	451.004	2.782	7.510	438.828	0.016	451.004	1.421	2.700
10	395.205	0.031	420.771	5.032	6.076	411.919	0.047	420.771	1.578	2.104
11	416.839	0.016	442.918	3.500	5.888	430.147	0.016	442.918	1.750	2.883
12	402.518	0.016	431.237	2.954	6.660	419.049	0.031	431.237	2.235	2.826
13	436.041	0.016	474.613	4.875	8.127	455.905	0.016	474.613	3.828	3.942
14	427.076	0.016	452.632	2.313	5.646	444.353	0.016	452.632	1.172	1.829
15	433.517	0.016	459.055	1.875	5.563	450.721	0.031	459.055	1.609	1.815
16	454.790	0.000	482.685	2.438	5.779	474.186	0.031	482.685	1.782	1.761
17	432.532	0.000	466.188	1.859	7.220	452.984	0.031	466.188	2.500	2.832
18	405.194	0.000	427.603	2.000	5.240	421.807	0.031	427.603	0.563	1.355
19	466.547	0.016	502.077	3.328	7.076	480.268	0.031	502.077	2.141	4.344
20	412.407	0.031	432.339	0.969	4.610	429.791	0.016	432.339	0.250	0.589
21	426.963	0.031	448.511	1.750	4.804	442.660	0.016	448.511	0.547	1.305
22	451.823	0.016	483.556	2.656	6.563	465.675	0.031	483.556	2.266	3.698
23	420.711	0.016	445.902	0.922	5.649	442.823	0.016	445.902	0.297	0.690
24	435.686	0.016	461.971	2.532	5.690	453.926	0.031	461.971	1.094	1.742
25	410.026	0.000	439.680	1.890	6.744	428.469	0.016	439.680	0.703	2.550
26	427.332	0.016	453.155	1.937	5.698	446.576	0.016	453.155	0.828	1.452
27	454.586	0.016	489.714	2.125	7.173	476.371	0.016	489.714	1.140	2.725
28	425.588	0.016	449.441	1.766	5.307	440.457	0.016	449.441	1.594	1.999
29	449.621	0.000	474.847	2.265	5.312	466.427	0.031	474.847	2.032	1.773
30	372.935	0.000	392.866	0.954	5.073	386.721	0.016	392.866	0.562	1.564
31	431.711	0.016	459.037	1.360	5.953	455.158	0.031	459.037	0.625	0.845
32	344.762	0.031	366.641	2.485	5.967	360.618	0.016	366.641	0.828	1.643
33	452.830	0.000	484.166	4.781	6.472	470.173	0.016	484.166	3.031	2.890
34	390.038	0.016	412.704	1.766	5.492	408.969	0.016	412.704	0.641	0.905
35	360.763	0.016	393.070	3.141	8.219	380.837	0.016	393.070	1.859	3.112
36	377.630	0.000	404.531	2.891	6.650	395.030	0.031	404.531	1.094	2.349
37	428.264	0.000	452.638	2.313	5.385	448.465	0.047	452.638	0.594	0.922
38	415.050	0.000	437.799	1.047	5.196	434.854	0.016	437.799	0.329	0.673
39	466.888	0.016	494.301	2.313	5.546	480.011	0.031	494.301	2.454	2.891
40	407.521	0.000	428.729	2.172	4.947	421.436	0.016	428.729	0.688	1.701
41	444.336	0.016	465.729	1.484	4.593	454.744	0.031	465.729	1.610	2.359
42	420.351	0.016	453.275	2.391	7.263	441.469	0.031	453.275	1.515	2.605
43	416.341	0.016	451.000	2.813	7.685	440.939	0.031	451.000	1.235	2.231
44	414.016	0.016	439.424	3.641	5.782	431.666	0.031	439.424	0.797	1.766
45	426.506	0.000	448.670	1.828	4.940	443.809	0.016	448.670	0.813	1.083
46	444.508	0.000	476.724	2.422	6.758	465.485	0.031	476.724	1.110	2.358
47	431.683	0.000	453.464	1.860	4.803	446.401	0.016	453.464	0.828	1.558
48	407.291	0.016	446.263	1.640	8.733	439.365	0.031	446.263	0.688	1.546
49	480.574	0.016	506.206	2.610	5.064	496.961	0.031	506.206	0.954	1.826

Tabela B.4: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	327.875	0.000	352.668	2.032	7.030	347.935	0.125	352.668	1.156	1.342
1	347.430	0.031	375.355	2.422	7.440	367.682	0.078	375.355	0.844	2.044
2	336.790	0.016	366.412	2.454	8.084	356.726	0.109	366.412	2.094	2.643
3	321.744	0.031	340.488	2.250	5.505	334.062	0.094	340.488	1.609	1.887
4	348.540	0.016	371.898	1.610	6.281	363.316	0.109	371.898	1.578	2.308
5	352.271	0.000	374.917	2.828	6.040	368.317	0.078	374.917	1.718	1.760
6	363.862	0.000	389.236	2.797	6.519	379.204	0.094	389.236	1.703	2.577
7	326.023	0.016	347.923	1.532	6.295	343.960	0.094	347.923	0.657	1.139
8	356.769	0.016	378.047	2.594	5.628	371.949	0.109	378.047	0.859	1.613
9	324.432	0.016	358.132	4.907	9.410	343.371	0.109	358.132	5.703	4.122
10	334.774	0.031	365.198	3.516	8.331	354.196	0.203	365.198	2.953	3.013
11	346.340	0.031	370.499	3.265	6.521	361.883	0.063	370.499	2.296	2.326
12	308.705	0.016	331.014	3.390	6.740	322.786	0.109	331.014	2.203	2.486
13	349.618	0.031	372.943	3.031	6.254	363.704	0.109	372.943	2.657	2.477
14	318.726	0.016	347.989	3.688	8.409	341.582	0.078	347.989	2.016	1.841
15	343.469	0.016	375.559	2.312	8.545	368.050	0.188	375.559	1.578	1.999
16	309.338	0.031	330.541	3.328	6.415	322.243	0.094	330.541	1.485	2.511
17	350.644	0.031	377.199	3.094	7.040	370.705	0.063	377.199	1.813	1.722
18	362.269	0.016	391.898	2.937	7.560	382.317	0.094	391.898	2.250	2.445
19	348.225	0.000	373.493	3.344	6.765	363.601	0.078	373.493	2.156	2.649
20	382.297	0.016	405.820	2.187	5.797	395.652	0.109	405.820	3.281	2.506
21	346.182	0.016	386.726	5.094	10.484	374.472	0.094	386.726	2.734	3.169
22	373.424	0.000	408.008	3.360	8.476	393.593	0.109	408.008	3.360	3.533
23	352.336	0.016	381.141	2.187	7.558	377.843	0.094	381.141	0.656	0.865
24	345.768	0.031	370.590	1.890	6.698	367.789	0.109	370.590	0.687	0.756
25	343.044	0.031	367.107	1.938	6.555	362.848	0.109	367.107	0.594	1.160
26	357.938	0.031	378.746	1.937	5.494	369.591	0.078	378.746	1.203	2.417
27	359.506	0.016	381.531	2.579	5.773	375.872	0.078	381.531	2.234	1.483
28	387.160	0.016	409.244	2.657	5.396	402.509	0.109	409.244	1.672	1.646
29	301.800	0.031	321.351	4.265	6.084	315.231	0.141	321.351	3.484	1.905
30	357.126	0.031	380.192	2.000	6.067	376.417	0.078	380.192	0.968	0.993
31	348.626	0.000	371.902	2.329	6.259	367.516	0.078	371.902	0.859	1.179
32	335.576	0.000	369.537	3.969	9.190	361.011	0.203	369.537	3.454	2.307
33	313.487	0.016	336.790	2.703	6.919	331.484	0.063	336.790	0.782	1.575
34	353.750	0.031	383.138	2.813	7.670	375.489	0.156	383.138	1.406	1.997
35	381.243	0.031	414.248	2.485	7.967	407.320	0.125	414.248	1.562	1.672
36	330.041	0.000	346.850	1.782	4.846	341.950	0.109	346.850	0.625	1.413
37	344.386	0.000	366.814	2.781	6.114	363.143	0.094	366.814	1.047	1.001
38	303.383	0.000	328.540	3.078	7.657	318.555	0.078	328.540	1.500	3.039
39	351.525	0.016	379.666	2.485	7.412	369.227	0.109	379.666	2.031	2.750
40	295.859	0.031	318.098	2.625	6.991	313.866	0.094	318.098	0.719	1.330
41	364.412	0.031	393.324	3.594	7.351	381.043	0.109	393.324	2.500	3.122
42	332.431	0.016	348.814	1.734	4.697	345.295	0.109	348.814	0.703	1.009
43	311.162	0.016	338.161	2.703	7.984	330.550	0.188	338.161	1.094	2.251
44	352.136	0.016	382.191	1.765	7.864	378.021	0.078	382.191	1.250	1.091
45	302.059	0.031	325.020	2.422	7.064	320.345	0.094	325.020	1.922	1.438
46	342.189	0.016	373.906	1.625	8.483	368.385	0.109	373.906	0.688	1.477
47	320.413	0.016	348.271	2.203	7.999	342.041	0.078	348.271	1.093	1.789
48	323.085	0.031	348.950	1.687	7.412	345.784	0.078	348.950	0.844	0.907
49	352.742	0.016	387.190	3.859	8.897	379.831	0.109	387.190	1.781	1.901

Tabela B.5: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	407.568	0.016	429.373	5.422	5.079	421.758	0.188	429.373	4.422	1.774
1	479.577	0.016	510.085	7.125	5.981	497.473	0.219	510.085	6.687	2.473
2	609.329	0.016	643.051	4.703	5.244	631.043	0.219	643.051	8.468	1.867
3	311.235	0.000	340.899	2.891	8.702	334.498	0.109	340.899	2.453	1.878
4	413.591	0.031	452.389	5.000	8.576	439.779	0.156	452.389	5.437	2.787
5	443.639	0.031	479.885	6.875	7.553	467.757	0.172	479.885	5.782	2.527
6	389.358	0.031	415.409	2.953	6.271	409.501	0.141	415.409	1.531	1.422
7	431.846	0.047	451.558	1.906	4.365	448.595	0.188	451.558	1.156	0.656
8	472.513	0.000	499.016	4.109	5.311	491.570	0.203	499.016	3.625	1.492
9	416.345	0.016	450.321	3.703	7.545	440.277	0.141	450.321	3.719	2.230
10	488.164	0.016	523.591	8.219	6.766	510.045	0.156	523.591	6.515	2.587
11	405.351	0.016	434.917	2.891	6.798	424.389	0.172	434.917	2.281	2.421
12	496.206	0.031	523.102	3.313	5.142	514.781	0.188	523.102	2.875	1.591
13	374.454	0.016	398.609	1.890	6.060	393.466	0.094	398.609	1.235	1.290
14	529.980	0.031	565.451	6.422	6.273	551.491	0.203	565.451	9.312	2.469
15	624.694	0.000	656.307	7.266	4.817	645.895	0.203	656.307	4.250	1.586
16	395.122	0.016	426.524	5.250	7.362	414.092	0.094	426.524	3.703	2.915
17	478.597	0.016	506.086	7.265	5.432	493.161	0.203	506.086	7.219	2.554
18	487.738	0.031	513.701	3.328	5.054	502.891	0.156	513.701	3.734	2.104
19	506.048	0.016	541.225	6.656	6.499	528.876	0.141	541.225	6.563	2.282
20	434.617	0.031	466.448	5.734	6.824	454.885	0.125	466.448	5.563	2.479
21	423.563	0.000	451.816	5.922	6.253	440.319	0.188	451.816	4.547	2.545
22	368.214	0.016	398.752	3.250	7.658	393.180	0.094	398.752	2.453	1.397
23	440.502	0.031	475.893	5.109	7.437	462.301	0.172	475.893	5.219	2.856
24	456.828	0.031	495.411	5.250	7.788	481.912	0.156	495.411	5.078	2.725
25	386.721	0.016	416.416	3.718	7.131	409.958	0.156	416.416	2.937	1.551
26	529.146	0.016	562.157	5.719	5.872	553.331	0.188	562.157	5.297	1.570
27	439.609	0.031	476.691	5.391	7.779	465.588	0.172	476.691	4.078	2.329
28	487.101	0.016	521.072	7.844	6.519	508.662	0.188	521.072	5.937	2.382
29	496.639	0.031	531.696	3.047	6.593	521.822	0.203	531.696	4.562	1.857
30	406.761	0.016	434.451	4.172	6.374	427.346	0.188	434.451	4.328	1.635
31	463.500	0.031	496.696	14.000	6.683	482.578	0.203	496.696	24.516	2.842
32	549.476	0.000	583.508	5.844	5.832	571.707	0.172	583.508	9.813	2.022
33	414.116	0.031	437.485	3.531	5.342	428.685	0.078	437.485	2.657	2.011
34	369.431	0.016	406.120	3.563	9.034	396.903	0.219	406.120	4.516	2.270
35	553.270	0.000	584.326	9.234	5.315	572.430	0.188	584.326	12.703	2.036
36	415.267	0.016	443.100	7.562	6.281	430.875	0.188	443.100	8.547	2.759
37	477.103	0.031	512.862	5.515	6.973	504.089	0.203	512.862	4.547	1.711
38	475.403	0.031	512.061	8.344	7.159	497.983	0.203	512.061	12.437	2.749
39	354.898	0.031	376.505	3.172	5.739	369.068	0.188	376.505	2.937	1.975
40	368.126	0.000	390.399	2.297	5.705	384.131	0.094	390.399	0.672	1.606
41	433.064	0.031	452.365	4.735	4.267	447.343	0.125	452.365	2.016	1.110
42	350.325	0.031	374.219	2.907	6.385	368.673	0.172	374.219	2.125	1.482
43	442.272	0.000	476.731	4.563	7.228	467.141	0.188	476.731	8.500	2.011
44	426.659	0.031	455.455	3.516	6.322	445.413	0.172	455.455	5.094	2.205
45	395.499	0.016	422.897	5.188	6.479	413.591	0.188	422.897	3.516	2.201
46	456.157	0.031	489.609	5.265	6.832	480.097	0.172	489.609	4.984	1.943
47	388.724	0.016	413.297	3.218	5.945	405.046	0.156	413.297	3.281	1.996
48	467.456	0.031	493.758	3.015	5.327	483.919	0.063	493.758	3.578	1.993
49	393.550	0.031	421.334	4.578	6.594	414.013	0.188	421.334	3.953	1.738

Tabela B.6: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	624.696	0.031	660.909	8.203	5.479	644.891	0.172	660.909	6.204	2.424
1	611.866	0.016	651.837	3.953	6.132	639.523	0.203	651.837	6.234	1.889
2	598.561	0.047	632.969	6.657	5.436	619.919	0.172	632.969	9.734	2.062
3	621.305	0.031	664.512	9.828	6.502	647.713	0.172	664.512	11.328	2.528
4	575.905	0.031	619.461	16.328	7.031	598.248	0.156	619.461	19.454	3.425
5	678.511	0.031	716.656	5.297	5.323	706.074	0.219	716.656	7.828	1.477
6	609.398	0.016	659.212	5.172	7.557	649.040	0.172	659.212	6.562	1.543
7	659.704	0.031	701.535	9.391	5.963	683.889	0.219	701.535	27.797	2.515
8	664.647	0.047	704.087	7.141	5.602	692.995	0.156	704.087	5.125	1.575
9	693.821	0.031	733.579	20.969	5.420	719.011	0.219	733.579	38.312	1.986
10	538.498	0.016	575.807	11.328	6.479	562.368	0.234	575.807	20.562	2.334
11	659.855	0.016	692.177	5.422	4.670	682.267	0.203	692.177	5.828	1.432
12	614.047	0.016	642.473	2.313	4.425	639.013	0.266	642.473	1.921	0.539
13	584.553	0.016	623.831	11.765	6.296	605.453	0.141	623.831	22.782	2.946
14	583.302	0.031	614.759	8.906	5.117	599.922	0.250	614.759	9.093	2.413
15	630.567	0.031	671.944	8.594	6.158	657.425	0.219	671.944	15.719	2.161
16	624.369	0.031	665.830	8.266	6.227	652.255	0.219	665.830	11.516	2.039
17	611.400	0.047	648.643	4.938	5.742	636.566	0.219	648.643	8.141	1.862
18	571.594	0.016	611.650	7.141	6.549	597.529	0.219	611.650	11.031	2.309
19	630.529	0.031	665.220	6.078	5.215	652.585	0.188	665.220	10.843	1.899
20	656.697	0.031	696.649	5.250	5.735	684.493	0.203	696.649	6.360	1.745
21	631.352	0.031	674.695	9.969	6.424	662.745	0.188	674.695	13.750	1.771
22	616.695	0.031	656.254	9.562	6.028	645.023	0.219	656.254	12.891	1.711
23	578.959	0.016	618.548	4.594	6.400	610.962	0.203	618.548	3.953	1.226
24	626.255	0.016	667.314	33.453	6.153	647.527	0.203	667.314	23.812	2.965
25	606.901	0.031	643.048	12.812	5.621	629.520	0.188	643.048	9.984	2.104
26	584.235	0.031	614.081	8.344	4.860	605.422	0.219	614.081	7.875	1.410
27	601.136	0.016	643.304	21.375	6.555	627.552	0.234	643.304	19.875	2.449
28	613.641	0.031	651.708	4.812	5.841	640.475	0.234	651.708	9.843	1.724
29	523.106	0.016	561.774	9.719	6.883	549.114	0.172	561.774	10.094	2.254
30	596.953	0.000	635.096	4.844	6.006	623.482	0.234	635.096	5.859	1.829
31	649.951	0.031	685.339	6.016	5.164	672.333	0.188	685.339	9.782	1.898
32	618.196	0.016	649.893	8.047	4.877	638.431	0.188	649.893	7.235	1.764
33	586.124	0.031	631.898	9.782	7.244	615.728	0.234	631.898	10.672	2.559
34	585.906	0.031	635.968	12.625	7.872	618.541	0.203	635.968	23.047	2.740
35	652.385	0.031	689.159	8.969	5.336	673.601	0.172	689.159	8.062	2.258
36	718.144	0.000	758.899	5.312	5.370	745.060	0.219	758.899	10.547	1.824
37	641.868	0.000	683.879	19.625	6.143	664.769	0.203	683.879	15.515	2.794
38	707.416	0.047	740.465	9.109	4.463	728.804	0.250	740.465	12.140	1.575
39	563.419	0.000	607.659	10.828	7.280	594.859	0.203	607.659	22.562	2.106
40	644.274	0.031	680.030	8.281	5.258	665.841	0.219	680.030	10.625	2.086
41	592.539	0.016	632.362	9.437	6.297	617.039	0.250	632.362	13.578	2.423
42	639.608	0.000	676.018	24.672	5.386	659.874	0.203	676.018	48.110	2.388
43	645.614	0.031	683.430	9.032	5.533	672.568	0.266	683.430	8.250	1.589
44	595.863	0.031	636.488	9.750	6.383	619.381	0.203	636.488	18.047	2.688
45	603.686	0.031	637.028	6.063	5.234	629.029	0.234	637.028	1.625	1.256
46	623.983	0.031	662.425	13.547	5.803	644.351	0.188	662.425	36.093	2.728
47	599.289	0.031	635.223	7.031	5.657	621.721	0.203	635.223	10.594	2.126
48	589.567	0.047	622.233	2.875	5.250	619.026	0.266	622.233	1.641	0.515
49	540.632	0.031	567.505	3.235	4.735	559.395	0.234	567.505	4.437	1.429

Tabela B.7: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	528.509	0.078	568.476	36.234	7.031	553.763	0.875	568.476	43.797	2.588
1	497.975	0.094	540.621	45.079	7.888	523.813	0.453	540.621	48.625	3.109
2	522.770	0.047	558.659	16.938	6.424	548.242	0.484	558.659	20.891	1.865
3	520.251	0.094	564.283	19.125	7.803	551.266	0.500	564.283	37.094	2.307
4	508.261	0.078	541.677	22.719	6.169	534.395	0.906	541.677	31.531	1.344
5	568.676	0.078	608.158	11.562	6.492	594.127	0.484	608.158	26.953	2.307
6	515.052	0.078	571.427	168.062	9.866	552.189	0.891	571.427	174.469	3.367
7	545.352	0.094	580.527	9.094	6.059	569.112	0.594	580.527	13.562	1.966
8	584.223	0.078	616.956	11.860	5.306	609.108	0.422	616.956	13.219	1.272
9	594.508	0.078	635.477	13.734	6.447	621.014	0.453	635.477	17.765	2.276
10	523.781	0.094	557.311	18.687	6.016	546.739	0.453	557.311	25.954	1.897
11	562.216	0.094	592.567	9.719	5.122	578.886	0.438	592.567	22.703	2.309
12	590.927	0.094	630.495	20.375	6.276	618.148	0.438	630.495	24.422	1.958
13	498.401	0.078	541.065	15.078	7.885	529.609	0.453	541.065	33.359	2.117
14	528.379	0.078	565.960	15.062	6.640	556.373	0.922	565.960	30.344	1.694
15	527.951	0.094	560.875	33.515	5.870	7546.622	0.531	560.875	42.219	2.541
16	537.426	0.109	577.772	17.109	6.983	5766.859	0.484	577.772	17.141	1.889
17	537.294	0.109	570.136	12.500	5.760	559.868	0.469	570.136	17.156	1.801
18	564.711	0.078	605.112	24.094	6.677	588.239	0.469	605.112	36.797	2.788
19	566.276	0.078	608.206	22.203	6.894	592.948	0.516	608.206	41.563	2.509
20	511.531	0.063	561.301	117.406	8.867	540.714	0.453	561.301	140.282	3.668
21	552.892	0.109	593.014	16.875	6.766	579.116	0.484	593.014	27.063	2.344
22	528.646	0.094	565.352	16.656	6.493	553.778	0.484	565.352	23.359	2.047
23	523.544	0.094	573.494	44.156	8.710	560.330	0.953	573.494	119.125	2.295
24	581.618	0.094	623.627	10.375	6.736	608.655	0.500	623.627	13.547	2.401
25	537.199	0.109	554.543	5.688	3.128	552.274	0.500	554.543	3.531	0.409
26	530.139	0.063	570.778	14.234	7.120	557.102	0.469	570.778	18.547	2.396
27	528.870	0.094	564.583	15.375	6.326	552.395	0.469	564.583	24.719	2.159
28	544.876	0.078	581.974	15.235	6.374	569.405	0.516	581.974	28.063	2.160
29	532.281	0.094	572.327	20.719	6.997	557.380	0.953	572.327	36.515	2.612
30	566.354	0.125	601.977	20.235	5.918	588.783	0.406	601.977	20.985	2.192
31	542.000	0.094	582.820	47.922	7.004	568.295	0.469	582.820	32.360	2.492
32	552.124	0.078	591.413	42.953	6.643	578.671	0.516	591.413	47.922	2.155
33	529.559	0.094	562.659	18.453	5.883	549.146	0.984	562.659	22.750	2.402
34	549.426	0.125	596.988	25.938	7.967	578.505	0.469	596.988	53.250	3.096
35	527.465	0.047	574.187	43.203	8.137	557.044	0.453	574.187	62.484	2.986
36	531.583	0.078	579.590	13.437	8.283	568.307	0.891	579.590	22.093	1.947
37	495.872	0.078	525.880	14.875	5.706	516.476	0.469	525.880	16.766	1.788
38	551.581	0.078	595.329	24.172	7.349	580.786	0.516	595.329	35.953	2.443
39	504.981	0.063	549.045	171.422	8.025	527.771	0.453	549.045	213.672	3.875
40	516.645	0.109	554.145	12.953	6.767	543.574	0.422	554.145	14.671	1.908
41	540.943	0.078	578.868	17.594	6.552	567.799	0.453	578.868	22.860	1.912
42	537.481	0.109	581.187	13.750	7.520	570.501	0.469	581.187	14.140	1.839
43	545.321	0.094	581.138	19.906	6.163	569.169	0.422	581.138	35.532	2.060
44	555.898	0.109	584.498	16.454	4.893	576.993	0.891	584.498	19.422	1.284
45	537.909	0.078	581.792	58.984	7.543	566.872	0.953	581.792	54.687	2.564
46	543.494	0.109	575.617	16.015	5.581	565.937	0.484	575.617	15.781	1.682
47	563.516	0.078	622.094	34.407	9.416	604.390	0.469	622.094	56.313	2.846
48	537.368	0.094	579.057	51.500	7.200	564.808	0.516	579.057	52.656	2.461
49	529.277	0.125	559.609	12.922	5.420	551.587	0.516	559.609	12.703	1.433

Tabela B.8: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	553.086	0.063	591.991	41.109	6.572	575.485	0.500	591.991	51.594	2.788
1	688.093	0.141	737.046	34.500	6.642	721.265	1.016	737.046	182.656	2.141
2	662.442	0.109	701.633	35.671	5.586	688.897	1.141	701.633	94.422	1.815
3	641.153	0.125	676.355	21.125	5.205	665.226	0.984	676.355	23.235	1.645
4	814.947	0.156	859.786	29.438	5.215	848.005	1.188	859.786	21.437	1.370
5	898.323	0.109	958.692	805.516	6.297	934.851	1.203	958.692	1413.453	2.487
6	724.565	0.125	767.158	137.375	5.552	751.741	1.203	767.158	314.547	2.010
7	695.658	0.125	741.734	71.188	6.212	727.526	1.094	741.734	134.312	1.915
8	646.219	0.141	684.667	118.688	5.616	669.974	1.016	684.667	59.734	2.146
9	791.148	0.125	829.176	31.735	4.586	815.499	1.031	829.176	52.281	1.649
10	808.293	0.078	850.330	71.687	4.944	838.713	1.266	850.330	148.062	1.366
11	634.996	0.109	670.775	16.235	5.334	663.092	0.859	670.775	12.610	1.145
12	668.023	0.094	715.212	62.250	6.598	698.983	1.047	715.212	138.062	2.269
13	748.977	0.078	790.461	21.031	5.248	777.550	1.047	790.461	33.234	1.633
14	739.575	0.109	786.882	33.719	6.012	773.812	1.141	786.882	140.532	1.661
15	820.816	0.109	872.357	74.313	5.908	855.594	1.281	872.357	208.656	1.922
16	658.206	0.094	702.672	16.984	6.328	692.284	0.844	702.672	25.172	1.478
17	545.892	0.109	585.497	15.610	6.764	574.272	0.484	585.497	24.703	1.917
18	657.286	0.078	690.706	20.578	4.839	676.295	0.906	690.706	22.766	2.086
19	761.328	0.109	811.374	53.938	6.168	796.875	1.000	811.374	155.188	1.787
20	836.829	0.188	879.342	42.141	4.835	865.600	1.203	879.342	238.407	1.563
21	758.632	0.109	797.794	45.016	4.909	782.597	0.969	797.794	126.438	1.905
22	652.971	0.125	688.662	23.000	5.183	679.036	1.406	688.662	26.813	1.398
23	679.576	0.094	720.743	72.484	5.712	706.719	1.078	720.743	137.703	1.946
24	764.637	0.141	809.756	50.719	5.572	791.594	1.016	809.756	308.859	2.243
25	587.261	0.141	625.111	16.047	6.055	614.699	1.141	625.111	38.890	1.666
26	811.606	0.125	853.640	57.156	4.924	837.492	1.000	853.640	573.703	1.892
27	664.657	0.109	694.711	12.032	4.326	683.417	1.031	694.711	21.781	1.626
28	723.922	0.094	773.762	44.140	6.441	754.023	0.984	773.762	89.078	2.551
29	1008.846	0.094	1062.233	131.125	5.026	1042.604	1.125	1062.233	310.828	1.848
30	670.551	0.141	712.625	24.391	5.904	700.067	1.016	712.625	64.985	1.762
31	683.522	0.094	729.420	45.657	6.292	709.991	0.922	729.420	140.063	2.664
32	925.542	0.156	973.967	114.984	4.972	957.524	1.328	973.967	574.406	1.688
33	922.085	0.125	970.959	52.828	5.034	955.703	1.094	970.959	61.329	1.571
34	748.306	0.078	792.202	35.046	5.541	779.226	1.125	792.202	30.781	1.638
35	519.754	0.063	551.251	21.297	5.714	540.307	0.516	551.251	24.813	1.985
36	658.340	0.078	698.521	22.813	5.752	683.770	0.922	698.521	54.843	2.112
37	724.948	0.125	769.785	151.469	5.825	750.355	0.953	769.785	309.484	2.524
38	617.927	0.141	657.630	38.734	6.037	642.163	1.422	657.630	66.000	2.352
39	645.519	0.109	687.322	36.328	6.082	675.708	1.000	687.322	61.703	1.690
40	608.532	0.125	649.140	13.641	6.256	636.601	0.516	649.140	22.954	1.932
41	742.128	0.125	788.533	32.328	5.885	776.158	1.000	788.533	38.750	1.569
42	505.017	0.094	535.245	15.360	5.648	523.807	0.469	535.245	25.687	2.137
43	681.892	0.125	719.962	21.531	5.288	706.812	0.500	719.962	23.375	1.826
44	584.903	0.109	621.563	16.579	5.898	609.833	0.453	621.563	23.078	1.887
45	753.088	0.109	800.283	51.343	5.897	781.412	0.984	800.283	186.391	2.358
46	513.210	0.078	547.649	28.187	6.289	531.423	0.906	547.649	58.907	2.963
47	726.067	0.109	766.440	24.766	5.268	754.719	1.016	766.440	73.765	1.529
48	639.740	0.094	684.083	32.109	6.482	666.120	0.938	684.083	56.078	2.626
49	593.744	0.109	628.967	10.531	5.600	618.866	0.500	628.967	15.390	1.606

Tabela B.9: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	1059.770	0.188	1108.674	62.875	4.411	1092.431	1.156	1108.674	83.704	1.465
1	1093.142	0.156	1147.728	58.157	4.756	1127.675	1.313	1147.728	1111.047	1.747
2	960.299	0.125	1007.268	43.344	4.663	990.322	1.313	1007.268	192.187	1.682
3	1031.235	0.188	1084.108	130.546	4.877	1067.946	1.469	1084.108	272.985	1.491
4	1069.164	0.141	1123.234	183.593	4.814	1101.537	1.359	1123.234	983.734	1.932
5	1040.750	0.156	1096.209	51.860	5.059	1080.857	1.531	1096.209	292.985	1.400
6	949.430	0.141	1002.304	112.515	5.275	984.299	1.500	1002.304	156.547	1.796
7	986.528	0.094	1038.709	127.812	5.024	1024.372	1.391	1038.709	149.985	1.380
8	1029.113	0.141	1077.996	40.359	4.535	1064.904	1.422	1077.996	145.250	1.214
9	1047.562	0.141	1117.051	93.328	6.221	1096.032	1.516	1117.051	3604.047	1.882
10	1052.019	0.188	1115.708	95.640	5.708	1094.018	1.438	1115.708	579.125	1.944
11	1030.552	0.109	1093.425	3190.750	5.750	1061.675	1.125	1093.425	2527.344	2.904
12	957.994	0.172	1018.228	87.922	5.916	1001.176	1.234	1018.228	205.375	1.675
13	1112.060	0.141	1158.830	55.578	4.036	1141.874	1.109	1158.830	145.438	1.463
14	1036.036	0.094	1093.222	43.796	5.231	1071.875	1.094	1093.222	117.219	1.953
15	1030.461	0.125	1081.795	217.781	4.745	1063.329	1.188	1081.795	2878.250	1.707
16	995.153	0.109	1044.068	69.532	4.685	1026.564	1.297	1044.068	315.109	1.677
17	1005.904	0.141	1058.846	259.125	5.0007	1038.324	1.156	1058.846	3601.453	1.938
18	1010.100	0.109	1073.215	183.296	5.881	1051.503	1.344	1073.215	1208.421	2.023
19	988.314	0.172	1039.356	110.781	4.911	1022.915	1.313	1039.356	784.891	1.582
20	1000.817	0.172	1042.514	27.610	4.000	1031.943	1.125	1042.514	98.547	1.014
21	1082.767	0.125	1138.702	162.047	4.912	1118.507	1.188	1138.702	662.079	1.774
22	1057.307	0.156	1107.963	301.688	4.5727	1087.079	1.016	1107.963	1539.359	1.885
23	968.293	0.109	1020.009	130.469	5.070	1005.321	1.078	1020.009	277.422	1.440
24	1019.189	0.125	1064.897	30.640	4.292	1051.136	1.219	1064.897	73.937	1.292
25	976.472	0.109	1030.405	67.125	5.234	1016.859	1.109	1030.405	199.281	1.315
26	1071.932	0.094	1121.626	36.719	4.431	1104.518	1.078	1121.626	94.360	1.525
27	890.169	0.094	941.540	56.297	5.456	927.716	1.156	941.540	265.125	1.468
28	1006.678	0.141	1059.916	167.360	5.023	1038.249	1.578	1059.916	844.656	2.044
29	1075.527	0.188	1128.082	53.141	4.659	1112.365	1.344	1128.082	157.578	1.393
30	997.243	0.141	1044.712	52.704	4.544	1030.307	1.156	1044.712	147.500	1.379
31	1060.305	0.109	1109.926	65.797	4.471	1094.760	1.172	1109.926	287.688	1.366
32	1077.991	0.156	1135.531	105.843	5.067	1117.166	1.172	1135.531	253.343	1.617
33	1011.921	0.078	1068.535	99.484	5.298	1047.273	1.203	1068.535	220.516	1.990
34	974.010	0.094	1024.628	158.953	4.940	1006.982	1.500	1024.628	321.562	1.722
35	992.254	0.094	1039.296	44.828	4.526	1027.082	1.172	1039.296	149.469	1.175
36	1001.864	0.125	1057.711	33.422	5.280	1037.474	1.219	1057.711	150.610	1.913
37	946.869	0.141	1001.467	155.015	5.452	981.919	1.125	1001.467	473.015	1.952
38	1016.210	0.172	1080.916	114.609	5.986	1059.404	1.125	1080.916	702.468	1.990
39	985.959	0.109	1038.405	298.593	5.051	1018.384	1.094	1038.405	1508.094	1.928
40	988.667	0.141	1046.796	69.235	5.553	1025.785	1.406	1046.796	259.250	2.007
41	990.174	0.156	1049.914	257.953	5.690	1030.862	1.219	1049.914	383.813	1.815
42	1000.578	0.156	1052.056	120.281	4.893	1032.585	1.391	1052.056	316.859	1.851
43	996.428	0.109	1048.190	173.141	4.938	1030.430	1.313	1048.190	1324.812	1.694
44	965.112	0.156	1017.236	65.219	5.124	98.960	1.234	1017.236	410.235	1.797
45	1007.302	0.141	1061.875	74.907	5.139	1044.396	1.203	1061.875	144.860	1.646
46	1046.810	0.125	1106.692	103.250	5.411	1082.121	1.094	1106.692	632.500	2.220
47	1051.861	0.109	1113.141	107.407	5.505	1090.881	3.266	1113.141	1742.094	2.000
48	979.581	0.203	1028.043	266.031	4.714	1010.766	3.063	1028.043	1334.859	1.681
49	1041.217	0.141	1098.593	205.203	5.223	1077.461	3.109	1098.593	1621.344	1.923

Tabela B.10: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	1017.154	0.109	1075.429	205.781	5.419	1057.686	24.828	1075.429	3630.735	1.650
1	1042.119	0.109	1102.352	183.828	5.464	1081.165	10.859	1102.352	3617.125	1.922
2	1045.196	0.109	1108.982	3604.516	5.752	1087.969	24.328	1108.892	3652.813	1.887
3	1039.453	0.094	1096.077	516.484	5.166	1077.078	10.078	1096.307	3620.562	1.754
4	1008.800	0.125	1074.267	3627.032	6.094	1051.798	31.453	1074.904	3636.484	2.150
5	1048.855	0.141	1106.464	1212.625	5.207	1088.158	9.484	1106.464	3615.328	1.654
6	978.137	0.094	1042.656	3628.188	6.188	1021.421	23.938	1045.132	3629.562	2.269
7	1069.037	0.125	1136.440	3634.875	5.931	1111.846	26.109	1137.987	3671.234	2.297
8	1042.746	0.172	1104.339	3608.078	5.577	1085.122	30.984	1105.212	3719.265	1.818
9	1070.710	0.156	1140.361	2728.922	6.108	1119.064	24.484	1144.159	3687.954	2.193
10	985.362	0.125	1040.935	3602.453	5.339	1023.127	31.844	1042.668	3648.485	1.874
11	983.670	0.125	1046.843	3612.985	6.035	1026.293	25.313	1047.351	3648.062	2.011
12	1033.309	0.141	1100.986	1242.954	6.147	1078.988	32.266	1101.768	3630.516	2.068
13	1008.597	0.109	1076.326	3600.922	6.293	1055.560	24.672	1077.407	3706.562	2.028
14	992.790	0.094	1052.864	3605.391	5.706	1032.198	34.172	1053.967	3652.093	2.065
15	1030.759	0.125	1096.602	3618.406	6.004	1068.728	10.359	1098.477	3618.547	2.708
16	1025.300	0.094	1081.679	1781.532	5.212	1064.190	24.453	1081.679	3632.172	1.617
17	1126.260	0.094	1197.728	3634.734	5.967	1169.719	10.953	1201.254	3617.219	2.625
18	1048.949	0.141	1100.989	126.125	4.727	1085.163	23.734	1100.989	3623.500	1.437
19	1000.753	0.078	1064.041	284.547	5.948	1050.648	24.672	1064.041	1548.203	1.259
20	1045.801	0.125	1102.979	307.016	5.184	1083.726	33.797	1104.174	3631.609	1.852
21	1019.956	0.125	1082.299	3609.875	5.760	1060.904	23.859	1082.329	3629.250	1.979
22	969.759	0.109	1026.593	642.156	5.536	1008.216	10.031	1028.597	3624.187	1.981
23	1024.255	0.094	1088.228	2571.750	5.879	1068.719	24.641	1089.193	3665.157	1.880
24	1026.512	0.094	1095.762	3609.547	6.320	1074.299	25.063	1098.132	3629.672	2.170
25	1021.350	0.141	1088.681	3628.453	6.185	1064.272	33.109	1090.673	3634.141	2.421
26	993.546	0.141	1058.178	3614.172	6.108	1038.084	33.219	1060.599	3688.719	2.123
27	1003.348	0.094	1067.799	2735.766	6.036	1046.717	25.078	1067.962	3629.094	1.989
28	1005.375	0.109	1072.297	3636.422	6.241	1043.988	9.688	1072.683	3623.297	2.675
29	1064.875	0.125	1136.181	3612.438	6.276	1109.877	25.328	1136.250	3633.593	2.321
30	981.155	0.094	1036.521	3128.890	5.342	1017.760	9.797	1037.297	3664.844	1.883
31	1004.580	0.094	1062.345	3603.047	5.437	1043.238	32.766	1062.345	3636.797	1.798
32	990.493	0.109	1059.192	3621.453	6.486	1032.579	10.422	1060.433	3644.343	2.627
33	1042.569	0.109	1105.185	3606.906	5.666	1081.408	33.156	1107.451	3635.000	2.352
34	1013.500	0.125	1071.753	3618.344	5.435	1052.214	24.750	1072.110	3633.875	1.856
35	1065.577	0.109	1128.925	1042.281	5.611	1108.724	24.906	1128.925	3632.969	1.789
36	1055.357	0.125	1123.295	3606.922	6.048	1099.601	33.063	1124.766	3633.516	2.237
37	1048.290	0.109	1114.458	3603.016	5.937	1092.800	25.016	1114.502	3630.562	1.947
38	1062.450	0.063	1123.318	3604.125	5.419	1101.528	33.734	1123.814	3685.375	1.983
39	1035.355	0.078	1095.434	208.937	5.485	1074.463	24.656	1095.434	3633.172	1.914
40	1024.082	0.125	1087.756	3604.359	5.854	1065.833	23.906	1089.688	3646.203	2.189
41	1010.335	0.141	1070.239	3604.375	5.597	1050.166	25.391	1073.309	3630.219	2.156
42	945.553	0.094	1004.472	3605.594	5.866	983.741	33.328	1004.537	3634.235	2.070
43	999.060	0.125	1059.290	3603.219	5.686	1039.057	24.797	1059.614	3629.438	1.940
44	1038.617	0.125	1098.467	1003.563	5.449	1077.059	32.906	1099.936	3631.734	2.080
45	1066.303	0.109	1135.270	3605.922	6.075	1111.456	10.313	1135.840	3616.813	2.147
46	1053.435	0.109	1120.805	3605.188	6.011	1095.265	32.219	1120.805	3638.078	2.279
47	1068.615	0.156	1132.807	3600.594	5.667	1110.760	26.328	1134.059	3634.016	2.054
48	1006.769	0.141	1061.246	1582.563	5.133	1043.636	23.922	1062.411	3737.234	1.767
49	971.314	0.109	1034.512	3227.860	6.109	1018.461	34.078	1034.750	3630.672	1.574

Tabela B.11: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	1518.051	0.203	1594.654	3631.204	4.804	1570.002	9.000	1595.716	3614.640	1.611
1	1793.328	0.188	1885.063	3655.641	4.866	1856.439	10.844	1886.830	3629.422	1.611
2	1402.374	0.219	1476.980	1962.313	5.051	1454.711	10.250	1476.980	3608.859	1.508
3	1098.202	0.203	1167.382	3656.468	5.926	1144.288	8.500	1166.972	3618.469	1.944
4	1092.806	0.234	1155.406	3620.359	5.418	1134.882	8.484	1155.406	3619.016	1.776
5	1140.031	0.141	1202.533	3655.828	5.198	1184.121	8.672	1203.963	3641.031	1.648
6	1525.220	0.203	1602.159	3665.734	4.802	1577.835	9.422	1602.116	3620.703	1.516
7	1038.944	0.172	1109.897	3644.094	6.393	1086.653	8.531	1108.985	3649.563	2.014
8	1255.225	0.188	1326.983	3650.656	5.408	1305.550	8.969	1326.983	3642.219	1.615
9	1418.826	0.234	1495.832	3653.328	5.148	1467.613	9.328	1495.341	3661.797	1.854
10	1406.962	0.156	1493.643	3661.125	5.803	1460.946	8.906	1495.666	3623.656	2.321
11	1704.912	0.203	1793.842	3638.969	4.958	1766.354	11.844	1797.580	3620.234	1.737
12	1621.517	0.219	1707.677	3649.797	5.045	1679.720	10.594	1708.875	3610.219	1.706
13	1299.169	0.234	1369.532	3608.578	5.138	1349.427	8.609	1369.588	3620.297	1.472
14	1175.253	0.156	1245.412	3632.891	5.633	1224.830	8.891	1245.412	3639.297	1.653
15	1533.371	0.234	1614.986	3680.453	5.054	1590.200	9.094	1617.995	3636.453	1.718
16	1066.749	0.188	1132.185	3447.219	5.780	1113.350	8.719	1132.960	3639.828	1.731
17	1239.219	0.156	1316.531	3621.532	5.872	1290.787	8.828	1317.799	3647.890	2.050
18	1642.219	0.203	1724.015	3641.968	4.744	1697.683	10.922	1724.015	3623.875	1.527
19	1050.925	0.172	1111.798	674.953	5.475	1093.310	8.828	1111.798	3609.125	1.663
20	1493.745	0.219	1572.510	3673.375	5.009	1546.852	9.641	1571.434	3623.938	1.564
21	1429.088	0.219	1502.107	3651.891	4.861	1479.271	8.859	1504.430	3641.937	1.672
22	1080.684	0.203	1140.389	440.468	5.236	1123.167	8.797	1140.389	816.454	1.510
23	1169.727	0.188	1232.631	2260.828	5.103	1212.422	8.563	1232.631	3625.859	1.640
24	1424.368	0.219	1505.165	3658.219	5.368	1475.549	9.109	1505.436	3616.156	1.985
25	1523.506	0.188	1595.197	3670.187	4.494	1574.877	9.141	1595.197	3645.906	1.274
26	1298.257	0.219	1368.108	3664.985	5.106	1344.464	8.875	1370.746	3656.906	1.917
27	1455.315	0.234	1537.950	3666.063	5.373	1510.065	9.563	1535.502	3614.656	1.657
28	1049.239	0.188	1117.041	3681.625	6.070	1091.429	8.813	1116.704	3666.094	2.263
29	1140.790	0.141	1210.074	3630.140	5.726	1187.431	9.188	1210.074	3619.906	1.871
30	1191.267	0.172	1264.267	3653.890	5.774	1240.504	8.984	1264.267	3645.110	1.880
31	1408.025	0.188	1485.111	3622.266	5.191	1462.741	9.281	1485.111	3623.047	1.506
32	1363.066	0.219	1437.397	3647.578	5.171	1414.550	9.156	1436.266	3637.938	1.512
33	1508.561	0.234	1594.686	3660.094	5.401	1564.303	9.172	1593.594	3637.468	1.838
34	1444.950	0.203	1525.012	3631.953	5.250	1498.170	9.422	1524.811	3615.407	1.747
35	1684.954	0.203	1779.317	3657.016	5.303	1749.415	11.125	1777.327	3612.844	1.570
36	1118.637	0.172	1190.485	3650.422	6.035	1165.504	9.000	1190.517	3645.437	2.101
37	1537.680	0.156	1628.279	3659.235	5.564	1599.009	10.219	1627.299	3626.750	1.738
38	1587.569	0.188	1674.090	3648.656	5.168	1645.818	11.047	1675.392	3620.391	1.765
39	1240.447	0.141	1311.144	3636.391	5.392	1286.772	9.828	1311.144	3614.093	1.859
40	1424.548	0.250	1501.177	3689.266	5.105	1476.588	9.328	1501.307	3632.391	1.647
41	1124.493	0.234	1192.525	3748.391	5.705	1167.979	9.078	1192.737	3609.843	2.076
42	1715.540	0.297	1805.075	3649.406	4.960	1777.083	10.219	1810.343	3622.718	1.837
43	1487.056	0.172	1562.983	3632.141	4.858	1540.658	9.516	1562.929	3619.297	1.425
44	1665.510	0.125	1749.447	3793.594	4.798	1721.216	9.688	1748.192	3632.656	1.543
45	1415.842	0.203	1497.515	3678.516	5.454	1469.423	9.109	1500.276	3635.016	2.056
46	1083.261	0.141	1154.473	3661.579	6.168	1129.406	9.063	1154.473	3640.891	2.171
47	1331.921	0.219	1405.595	3648.250	5.242	1382.504	8.984	1405.875	3618.671	1.662
48	1883.539	0.266	1980.285	3689.250	4.885	1947.558	11.469	1980.243	3613.281	1.651
49	1610.466	0.203	1696.240	3666.312	5.057	1667.182	10.344	1700.591	3613.110	1.965

Tabela B.12: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	2082.131	0.203	2168.613	3628.016	3.988	2143.488	9.703	2170.466	3618.875	1.243
1	1925.497	0.188	2009.585	3632.438	4.184	1980.500	9.984	2007.767	3608.484	1.358
2	2031.360	0.188	2111.526	3641.125	3.797	2088.989	9.109	2111.597	3622.219	1.071
3	1906.483	0.219	1994.405	3656.953	4.408	1964.215	10.703	1992.577	3616.750	1.423
4	1948.050	0.219	2035.555	3635.625	4.299	2001.101	10.188	2035.865	3611.734	1.708
5	2052.492	0.203	2138.408	3653.219	4.018	2108.981	9.609	2139.544	3637.469	1.428
6	1948.364	0.203	2031.392	3632.672	4.087	2003.136	12.547	2030.704	3611.593	1.358
7	2125.479	0.203	2210.044	3651.891	3.826	2184.203	10.234	2210.573	3611.484	1.193
8	1941.192	0.172	2032.190	3670.688	4.478	2001.582	12.156	2038.694	3629.812	1.820
9	1939.145	0.203	2022.269	3649.828	4.110	1996.499	10.047	2026.306	3620.453	1.471
10	1921.147	0.203	2001.622	3668.750	4.020	1974.652	9.844	2002.208	3618.703	1.376
11	2125.693	0.203	2210.223	3640.078	3.825	2188.073	11.063	2213.723	3609.172	1.159
12	1832.526	0.219	1922.008	3647.672	4.656	1889.973	11.781	1923.162	3610.844	1.726
13	2042.770	0.203	2144.304	3650.750	4.735	2108.967	9.875	2138.439	3627.172	1.378
14	1957.259	0.141	2049.657	3650.250	4.508	2020.660	13.391	2051.456	3611.688	1.501
15	1879.074	0.234	1959.505	3646.656	4.105	1932.736	9.609	1961.443	3615.438	1.464
16	2006.825	0.234	2091.400	3655.688	4.044	2061.852	8.672	2091.190	3630.594	1.403
17	1868.702	0.219	1959.253	3657.266	4.622	1931.339	11.953	1959.272	3611.015	1.426
18	1958.770	0.188	2045.390	3656.250	4.235	2014.300	9.391	2047.189	3609.016	1.607
19	2089.966	0.188	2181.769	3646.844	4.208	2150.522	10.938	2179.774	3609.860	1.342
20	1850.244	0.188	1932.486	3635.813	4.256	1905.905	10.797	1941.150	3623.531	1.816
21	2041.240	0.250	2126.715	3626.438	4.019	2103.122	11.188	2126.715	3617.671	1.109
22	1920.489	0.219	2012.604	3621.515	4.577	1980.555	12.063	2014.938	3614.453	1.706
23	1959.839	0.219	2047.086	3640.656	4.262	2019.027	10.188	2046.175	3609.484	1.327
24	1926.480	0.172	2019.522	3656.031	4.607	1987.671	9.875	2020.644	3611.532	1.632
25	1858.369	0.250	1943.617	3649.641	4.386	1913.801	12.484	1945.371	3615.016	1.623
26	2010.519	0.203	2091.216	3642.610	3.859	2065.421	10.219	2091.607	3608.453	1.252
27	1880.513	0.219	1966.675	3658.938	4.381	1936.442	11.797	1969.954	3627.313	1.701
28	2002.949	0.234	2092.897	3653.250	4.298	2065.005	10.156	2098.248	3621.703	1.584
29	2008.132	0.172	2102.750	3632.532	4.500	2068.107	10.344	2102.932	3615.875	1.656
30	1857.200	0.188	1953.384	3656.219	4.924	1921.729	11.938	1958.614	3614.422	1.883
31	1935.635	0.172	2015.996	3668.532	3.986	1991.150	9.703	2012.820	3616.532	1.077
32	2093.776	0.266	2174.497	3653.797	3.712	2152.326	10.609	2174.497	3628.562	1.020
33	2033.448	0.172	2133.454	3649.672	4.688	2093.971	10.406	2126.543	3608.344	1.532
34	1972.215	0.203	2061.275	3648.437	4.321	2034.219	10.156	2063.970	3622.875	1.441
35	2069.851	0.219	2159.746	3618.265	4.162	2133.769	10.328	2167.609	3611.281	1.561
36	1911.418	0.234	1997.255	3669.000	4.298	1970.485	10.500	1999.850	3633.859	1.468
37	1934.807	0.234	2018.325	3663.750	4.138	1995.834	10.875	2018.325	3619.453	1.114
38	2037.870	0.250	2118.407	3666.453	3.802	2097.857	12.688	2118.891	3613.797	0.993
39	1950.945	0.203	2031.087	3658.922	3.946	2008.324	11.000	2031.976	3609.047	1.164
40	1951.508	0.219	2030.022	3622.547	3.868	2003.694	10.406	2032.746	3609.078	1.429
41	1968.368	0.281	2048.908	3625.000	3.931	2025.567	12.766	2048.908	3610.219	1.139
42	1789.571	0.234	1876.231	3632.797	4.619	1850.009	11.375	1875.925	3609.312	1.382
43	2134.078	0.219	2225.808	3638.188	4.121	2193.584	10.703	2228.782	3616.125	1.579
44	2068.866	0.219	2152.697	3639.656	3.894	2128.438	12.172	2154.010	3612.563	1.187
45	2069.806	0.203	2153.805	3657.094	3.900	2129.531	10.047	2154.297	3609.406	1.150
46	2036.776	0.203	2128.477	3640.047	4.308	2097.345	11.625	2129.014	3615.204	1.487
47	1964.967	0.219	2047.853	3620.219	4.047	2022.094	11.109	2047.176	3609.594	1.225
48	1958.615	0.281	2042.998	3605.641	4.130	2017.936	12.391	2042.523	3610.797	1.204
49	1965.519	0.250	2055.482	3626.000	4.377	2025.120	11.984	2057.733	3643.547	1.585

Tabela B.13: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	1472.103	0.359	1550.434	3607.734	5.052	1523.805	37.516	1555.373	3642.421	2.030
1	1558.450	0.359	1636.522	3610.984	4.771	1610.172	36.844	1636.927	3652.297	1.634
2	1537.996	0.875	1624.085	3622.719	5.301	1590.479	37.781	1630.176	3647.312	2.435
3	1497.838	0.891	1578.877	3623.657	5.133	1549.114	37.859	1582.917	3674.328	2.135
4	1544.317	0.938	1626.642	3622.266	5.061	1598.207	38.563	1628.590	3640.875	1.866
5	1570.624	0.938	1659.174	3613.375	5.337	1622.946	38.469	1662.755	3641.390	2.394
6	1474.505	0.406	1550.753	3617.203	4.917	1528.029	38.891	1550.891	3654.313	1.474
7	1507.035	1.141	1595.045	3617.578	5.518	1566.034	39.188	1597.402	3655.156	1.964
8	1501.191	0.969	1584.621	3609.484	5.265	1557.943	39.063	1587.962	3656.156	1.890
9	1465.765	0.453	1549.682	3611.781	5.415	1518.683	38.969	1557.774	3653.343	2.509
10	1576.902	0.609	1666.390	3608.500	5.370	1634.664	39.109	1671.137	3643.484	2.183
11	1455.366	0.469	1538.689	3615.328	5.415	1511.054	39.656	1539.131	3636.469	1.824
12	1515.250	0.406	1596.347	3610.625	5.080	1569.187	39.672	1597.086	3636.969	1.747
13	1534.856	0.453	1620.554	3628.782	5.288	1588.561	39.547	1625.925	3649.547	2.298
14	1508.142	0.625	1588.398	3613.734	5.053	1560.915	39.609	1589.004	3647.625	1.768
15	1510.493	0.391	1587.223	3619.968	4.834	1562.201	39.547	1588.331	3649.453	1.645
16	1456.428	0.875	1544.196	3611.360	5.684	1509.600	39.641	1552.514	3643.937	2.764
17	1552.618	0.516	1641.993	3610.125	5.443	1609.261	39.656	1647.344	3667.391	2.312
18	1537.399	0.422	1623.837	3613.547	5.323	1591.879	40.125	1624.911	3658.718	2.033
19	1584.023	0.844	1672.751	3616.844	5.304	1643.032	40.141	1683.750	3643.281	2.418
20	1440.345	0.656	1520.120	3603.297	5.248	1494.831	39.938	1521.832	3633.516	1.774
21	1530.088	0.375	1609.528	3610.500	4.936	1584.566	39.844	1615.704	3644.188	1.927
22	1527.277	0.516	1605.970	3622.093	4.900	1582.077	40.016	1615.894	3646.922	2.093
23	1527.636	0.781	1608.257	3630.172	5.013	1576.041	40.172	1611.988	3644.907	2.230
24	1539.503	0.828	1623.523	3617.453	5.175	1594.600	40.109	1626.311	3674.172	1.950
25	1499.074	1.031	1582.446	3612.312	5.269	1555.451	40.203	1585.504	3639.062	1.895
26	1472.667	0.859	1556.013	3616.937	5.356	1532.920	40.047	1558.337	3635.453	1.631
27	1569.743	0.375	1653.482	3605.844	5.064	1626.286	40.063	1658.850	3638.547	1.963
28	1493.609	0.391	1570.411	3622.157	4.891	1547.333	40.406	1571.865	3653.344	1.561
29	1492.389	0.969	1572.138	3606.609	5.073	1545.746	40.484	1572.138	3641.141	1.679
30	1500.625	0.500	1583.279	3618.015	5.220	1553.682	40.375	1585.190	3642.875	1.988
31	1516.286	0.891	1598.005	3613.391	5.114	1571.975	40.375	1599.860	3637.844	1.743
32	1507.063	0.438	1597.964	3619.656	5.689	1565.660	31.688	1599.226	3664.328	2.099
33	1561.675	0.438	1644.303	3636.609	5.025	1613.704	40.453	1644.537	3655.594	1.875
34	1438.433	1.344	1519.330	3609.610	5.325	1494.675	40.750	1528.302	3639.719	2.200
35	1535.610	0.359	1623.236	3626.078	5.398	1594.416	40.203	1641.245	3649.985	2.853
36	1443.733	0.813	1524.201	3626.312	5.279	1497.839	41.109	1531.277	3640.125	2.184
37	1496.601	0.797	1573.266	3620.704	4.873	1547.548	40.406	1575.165	3663.859	1.753
38	1429.130	0.828	1514.978	3621.141	5.667	1484.771	40.750	1516.071	3657.765	2.065
39	1508.007	0.844	1583.585	3616.469	4.773	1559.837	40.672	1592.677	3643.188	2.062
40	1583.012	1.016	1669.827	3627.891	5.199	1639.597	32.422	1675.885	3676.734	2.165
41	1520.582	0.828	1606.274	3621.156	5.335	1574.934	40.734	1610.479	3696.219	2.207
42	1542.046	0.938	1624.093	3618.969	5.052	1597.270	40.859	1624.878	3675.563	1.699
43	1528.249	0.891	1605.802	3625.531	4.830	1576.847	40.609	1609.924	3638.000	2.055
44	1532.033	0.938	1609.328	3612.109	4.803	1588.233	40.891	1615.590	3643.657	1.693
45	1541.109	0.594	1626.151	3615.828	5.230	1602.171	41.109	1629.823	3645.765	1.697
46	1557.481	0.438	1634.433	3619.921	4.708	1610.466	41.016	1635.141	3645.171	1.509
47	1521.872	1.047	1601.108	3619.438	4.949	1575.912	40.906	1603.916	3639.203	1.746
48	1508.532	0.969	1591.390	3626.047	5.207	1565.223	41.109	1596.473	3645.031	1.957
49	1574.107	0.688	1657.825	3604.438	5.050	1633.042	40.906	1662.950	3637.719	1.798

Tabela B.14: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	2278.386	0.578	2380.138	3614.672	4.275	2346.471	112.578	2574.248	3674.031	8.848
1	2001.089	0.422	2088.087	3618.796	4.166	2057.950	82.344	2195.594	3668.297	6.269
2	2113.408	0.906	2220.701	3620.906	4.831	2183.988	85.281	2407.294	3668.735	9.276
3	2055.533	0.984	2146.888	3625.000	4.255	2117.827	80.969	2205.678	3664.422	3.983
4	2105.255	0.813	2204.101	3623.469	4.485	2176.293	92.969	2389.077	3673.735	8.907
5	2491.768	0.938	2596.584	3630.610	4.037	2564.751	97.922	2878.101	3666.266	10.887
6	2341.225	0.719	2439.677	3626.531	4.035	2405.076	83.500	2699.440	3662.781	10.905
7	1919.001	0.875	2017.469	3641.203	4.881	1985.471	93.297	2132.761	3672.421	6.906
8	2345.175	0.875	2455.878	3628.625	4.508	2419.842	105.531	2797.647	3668.985	13.504
9	1928.663	1.078	2010.407	3624.922	4.066	1987.478	88.094	2146.772	3687.500	7.420
10	2120.358	0.891	2230.784	3614.813	4.950	2192.910	107.391	2603.232	3680.078	15.762
11	1836.017	1.047	1933.572	3612.422	5.045	1896.517	84.922	2083.082	3698.859	8.956
12	2136.956	0.938	2234.971	3624.125	4.385	2209.575	87.578	2375.262	3660.469	6.976
13	1833.072	0.828	1918.742	3621.578	4.465	1895.883	83.203	2068.098	3662.797	8.327
14	2098.242	0.922	2192.729	3612.094	4.309	2165.920	86.313	2208.911	3663.250	1.946
15	2349.258	0.625	2444.032	3613.172	3.878	2419.266	83.375	2651.135	3655.594	8.746
16	2531.661	0.719	2627.858	3609.875	3.661	2601.530	97.469	2766.597	3661.016	5.966
17	2336.242	0.625	2440.012	3618.016	4.253	2407.805	86.828	2666.022	3653.968	9.685
18	1755.418	0.844	1842.275	3626.031	4.715	1814.622	71.438	1911.954	3774.297	5.091
19	2288.412	0.750	2389.868	3632.640	4.245	2356.884	104.547	2843.473	3668.516	17.113
20	2330.003	1.031	2428.661	3626.406	4.062	2394.974	91.281	2931.891	4502.110	18.313
21	2072.119	0.828	2171.249	3619.203	4.566	2139.859	86.266	2381.619	3878.156	10.151
22	1640.189	0.781	1727.977	3637.078	5.080	1694.577	70.984	1879.458	3697.641	9.837
23	1853.110	0.781	1946.396	3633.313	4.793	1917.072	70.516	2054.744	3668.657	6.700
24	2019.458	0.969	2114.468	3625.594	4.493	2079.772	75.719	2172.109	3655.734	4.251
25	1645.763	0.969	1726.764	3622.875	4.691	1701.349	71.234	1750.441	3682.562	2.805
26	1945.576	0.906	2042.901	3630.734	4.764	2008.432	73.188	2220.429	3658.078	9.548
27	2811.012	0.984	2920.746	3612.469	3.757	2889.111	119.891	3543.909	4000.688	18.477
28	1854.160	1.141	1943.099	3628.938	4.577	1911.742	82.094	2054.844	3699.359	6.964
29	1633.539	1.031	1712.525	3626.954	4.612	1685.410	75.172	1753.124	4023.375	3.863
30	1835.076	0.891	1915.281	3605.656	4.188	1892.445	84.406	1962.788	3760.391	3.584
31	2322.883	0.531	2421.557	3625.422	4.075	2397.834	109.016	2858.669	4307.469	16.121
32	1435.352	0.766	1513.743	3625.000	5.179	1488.858	81.344	1638.093	3663.500	9.110
33	2266.354	0.969	2363.524	3625.141	4.111	2339.400	100.297	2446.952	3686.032	4.395
34	2089.578	1.031	2200.654	3620.203	5.047	2160.967	101.563	2543.797	8754.687	15.050
35	1606.271	0.766	1691.662	3631.438	5.048	1658.126	85.031	1741.320	3723.516	4.778
36	2027.792	1.109	2118.067	3607.375	4.262	2087.743	89.844	2285.763	3670.969	8.663
37	1818.797	0.938	1905.877	3621.484	4.569	1876.086	73.281	2074.587	3655.641	9.568
38	2113.110	1.391	2215.022	3626.719	4.601	2180.680	77.734	2313.745	3660.157	5.751
39	2158.093	0.984	2252.403	3627.265	4.187	2218.538	76.734	2421.906	3656.093	8.397
40	2237.168	1.078	2333.043	3617.797	4.109	2305.783	84.594	2461.090	3656.375	6.311
41	1936.590	0.953	2028.016	3636.875	4.508	2001.656	76.750	2181.988	3662.516	8.265
42	1906.706	0.891	2000.458	3620.734	4.687	1968.055	72.938	2111.010	3658.704	6.772
43	2361.916	0.656	2465.041	3628.016	4.184	2429.458	86.094	2813.495	3660.953	13.650
44	1546.328	1.047	1628.494	3624.203	5.046	1597.595	71.953	1678.167	3679.562	4.801
45	1960.231	0.891	2065.585	3634.187	5.100	2026.070	78.641	2196.295	3653.625	7.751
46	1638.763	0.781	1719.938	3647.328	4.720	1698.755	71.891	1760.046	3665.016	3.482
47	2236.504	1.172	2347.072	3624.343	4.711	2309.869	93.609	2553.003	3655.375	9.523
48	1745.874	1.016	1830.269	3619.968	4.611	1806.315	74.563	1923.002	3686.407	6.068
49	2081.793	0.844	2181.623	3607.000	4.576	2150.494	87.047	2485.346	3683.515	13.473

Tabela B.15: Resultados dos modelos MBC e MBC2 para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC					MBC2				
	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)	Linear	Tempo	Inteira	Tempo	Gap(%)
0	2899.068	0.594	3006.854	3602.297	3.585	2975.849	65.188	3027.841	3647.140	1.717
1	2982.547	0.609	3100.620	3603.328	3.808	3066.719	65.328	3225.127	3642.187	4.912
2	2926.738	0.625	3049.947	3612.828	4.040	3010.094	59.172	3277.855	3646.891	8.169
3	2913.493	0.516	3023.279	3602.313	3.631	2988.462	55.234	3074.187	3655.062	2.789
4	2896.991	0.594	3010.661	3604.656	3.776	2975.508	58.766	3106.756	3643.968	4.225
5	2984.646	0.719	3098.265	3622.016	3.667	3061.416	49.422	3108.071	3633.953	1.501
6	2987.056	0.625	3104.402	3609.063	3.780	3065.111	50.359	3165.921	3635.656	3.184
7	2983.283	0.516	3099.595	3608.687	3.752	3061.550	52.172	3184.222	3641.422	3.852
8	2865.911	0.703	2983.211	3602.188	3.932	2948.079	75.141	3235.992	3656.688	8.897
9	2883.528	0.516	2996.021	3605.578	3.755	2960.803	58.438	3108.138	3672.265	4.740
10	2931.991	0.594	3046.380	3609.265	3.755	3012.144	54.359	3229.710	3644.781	6.736
11	2928.951	0.719	3043.329	3607.000	3.758	3002.870	60.625	3099.698	4204.984	3.124
12	2897.267	0.703	3013.139	3602.297	3.846	2980.424	62.156	3281.897	3654.328	9.186
13	2965.426	0.594	3084.902	3602.922	3.873	3048.868	61.891	3177.686	3968.546	4.054
14	2952.820	0.609	3066.042	3602.375	3.693	3033.382	153.875	3230.821	3714.625	6.111
15	2943.866	0.563	3063.035	3602.422	3.891	3025.119	62.063	3250.113	3664.578	6.923
16	2765.627	0.609	2881.225	3605.344	4.012	2846.301	66.375	2976.633	3666.813	4.379
17	2993.593	0.547	3111.433	3608.016	3.787	3078.881	65.969	3251.748	3640.562	5.316
18	2945.545	0.641	3052.384	3608.265	3.500	3025.268	54.250	3101.229	3634.687	2.449
19	2782.796	0.547	2892.502	3602.375	3.793	2861.190	60.875	2945.416	3647.484	2.860
20	2888.515	0.563	3000.681	3610.625	3.738	2966.226	58.484	3134.652	3659.234	5.373
21	3028.479	0.688	3145.228	3613.907	3.712	3104.694	57.484	3190.965	3668.781	2.704
22	2974.549	1.188	3078.448	3602.844	3.375	3048.204	59.563	3285.038	3646.641	7.209
23	2869.429	0.594	2980.288	3602.375	3.720	2940.074	59.063	3003.045	3676.046	2.097
24	2954.211	0.500	3068.486	3615.000	3.724	3031.324	61.125	3345.343	3664.532	9.387
25	2905.891	1.156	3014.181	3602.859	3.593	2983.929	56.453	3335.844	3670.843	10.550
26	2894.140	0.641	3005.698	3602.453	3.712	2972.993	57.281	3047.340	3641.516	2.440
27	2749.727	0.578	2860.017	3607.656	3.856	2826.083	61.250	3047.898	3639.891	7.278
28	2823.781	1.094	2935.678	3612.172	3.812	2903.060	54.531	2987.593	3632.062	2.829
29	3011.279	0.563	3125.330	3605.843	3.649	3089.915	61.672	3407.882	3642.593	9.330
30	2990.073	0.781	3100.576	3603.062	3.564	3068.672	54.484	3261.064	3646.844	5.900
31	2897.107	0.641	3003.968	3612.063	3.557	2972.840	58.234	3141.417	3638.578	5.366
32	3006.104	0.750	3130.068	3603.797	3.960	3095.548	56.234	3261.349	3639.531	5.084
33	3036.722	0.531	3154.164	3608.766	3.723	3122.471	51.625	3248.108	3639.375	3.868
34	2991.694	0.734	3114.206	3610.969	3.934	3069.689	52.375	3212.048	3636.453	4.432
35	2949.664	1.000	3060.341	3607.985	3.616	3024.410	58.266	3264.448	3639.687	7.353
36	2831.788	0.438	2939.425	3612.609	3.662	2909.504	59.766	2997.710	3640.547	2.942
37	2852.822	0.484	2968.352	3601.906	3.892	2937.052	143.391	3022.360	3679.125	2.823
38	3044.252	0.563	3161.499	3615.719	3.709	3127.944	55.844	3239.751	3635.110	3.451
39	2819.215	0.781	2942.742	3608.219	4.198	2902.443	58.078	2993.953	3636.141	3.056
40	2907.555	1.016	3025.224	3615.828	3.890	2986.881	54.359	3126.051	3639.000	4.452
41	2835.654	0.891	2950.836	3607.281	3.903	2913.816	61.109	3208.154	3637.875	9.175
42	2944.897	1.094	3055.950	3602.235	3.634	3024.820	57.031	3120.368	3640.187	3.062
43	2835.283	0.500	2947.545	3602.094	3.809	2913.629	51.672	3017.245	3634.984	3.434
44	2936.145	0.531	3058.646	3610.125	4.005	3014.535	56.109	3124.581	3635.453	3.522
45	3001.825	1.125	3115.019	3614.437	3.634	3075.245	49.891	3221.601	3634.734	4.543
46	2869.817	0.609	2986.720	3623.141	3.914	2948.332	53.375	3079.740	3636.640	4.267
47	2965.490	0.984	3079.856	3607.109	3.713	3045.310	52.969	3124.949	3632.391	2.549
48	2923.011	0.828	3037.964	3621.750	3.784	3002.020	130.063	3221.832	3677.594	6.823
49	2991.287	1.109	3113.004	3603.875	3.910	3073.805	235.438	4027.112	3747.891	23.672

Apêndice C

Resultados - Métodos de geração de Solução Inicial

Os resultados obtidos na geração da solução inicial são apresentados nas tabelas a seguir. As Tabelas C.1, C.2 e C.3 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 21 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas C.4, C.5 e C.6 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 31 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas C.7, C.8 e C.9 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 51 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas C.10, C.11 e C.12 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 101 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas C.13, C.14 e C.15 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 151 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente.

Em cada tabela, apresentamos os resultados para as 50 instâncias de cada conjunto, o tempo gasto para cada solução, em segundos, e o cálculo do *gap* (%). A primeira coluna indica a identificação da instância. A segunda, terceira e quarta colunas indicam os resultados obtidos pelo método guloso. A quinta, sexta e sétima colunas indicam os resultados obtidos pela heurística RF1. As três colunas seguintes apresentam os resultados obtidos pela heurística RF2. Por fim, as três colunas finais apresentam os resultados alcançados pela heurística RF3.

Tabela C.1: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	209,00	0,03	0,85	209,00	0,04	0,85	210,82	0,13	1,73	209,00	0,06	0,85
1	255,11	0,03	6,99	240,55	0,06	0,88	240,55	0,18	0,88	247,31	0,08	3,72
2	319,20	0,03	24,89	262,35	0,05	2,64	263,03	0,18	2,91	260,51	0,07	1,92
3	295,11	0,03	23,52	255,92	0,07	7,12	246,52	0,22	3,18	251,42	0,10	5,23
4	287,17	0,03	12,92	264,59	0,05	4,04	267,95	0,18	5,36	263,42	0,08	3,58
5	279,31	0,03	21,60	250,46	0,08	9,03	250,46	0,29	9,04	244,00	0,10	6,22
6	252,68	0,03	0,73	252,55	0,03	0,68	252,68	0,14	0,73	252,55	0,06	0,68
7	327,65	0,03	22,20	292,74	0,07	9,18	293,39	0,22	9,43	294,44	0,10	9,82
8	316,45	0,03	17,36	274,47	0,05	1,79	275,68	0,21	2,24	275,65	0,13	2,23
9	325,12	0,03	22,35	274,85	0,06	3,43	283,60	0,23	6,72	274,48	0,16	3,29
10	220,09	0,03	0,50	220,09	0,04	0,50	220,09	0,12	0,49	220,09	0,08	0,50
11	309,94	0,03	19,86	272,09	0,08	5,22	272,09	0,22	5,22	280,37	0,19	8,42
12	279,86	0,03	1,32	280,62	0,07	1,60	280,62	0,13	1,60	279,86	0,05	1,32
13	373,43	0,03	31,68	294,67	0,05	3,91	294,67	0,15	3,91	296,28	0,08	4,48
14	321,54	0,03	35,96	251,12	0,08	6,18	251,12	0,26	6,18	256,50	0,11	8,46
15	287,97	0,03	16,73	249,23	0,05	1,03	249,23	0,22	1,03	256,79	0,10	4,09
16	318,76	0,03	20,30	273,31	0,06	3,15	275,29	0,21	3,90	276,21	0,10	4,24
17	223,73	0,03	2,71	219,16	0,04	0,62	221,29	0,15	1,59	221,35	0,10	1,62
18	290,84	0,03	13,90	265,46	0,06	3,96	267,57	0,26	4,79	266,24	0,18	4,27
19	302,76	0,03	24,80	252,49	0,09	4,08	251,08	0,24	3,50	252,00	0,19	3,88
20	290,34	0,04	13,19	268,84	0,07	4,81	268,84	0,23	4,81	271,79	0,16	5,96
21	256,89	0,03	11,46	240,68	0,06	4,43	243,82	0,19	5,79	238,91	0,14	3,66
22	351,69	0,03	43,08	265,03	0,06	7,82	265,03	0,17	7,82	263,41	0,14	7,16
23	239,36	0,03	13,18	217,89	0,07	3,03	225,12	0,23	6,45	226,25	0,11	6,98
24	268,71	0,18	1,86	265,93	0,04	0,81	267,96	0,16	1,58	265,93	0,07	0,81
25	264,31	0,03	8,02	282,47	0,07	15,44	245,26	0,18	0,23	254,17	0,10	3,87
26	255,31	0,03	4,99	251,35	0,05	3,36	251,35	0,17	3,36	248,82	0,10	2,32
27	297,93	0,03	33,55	248,78	0,09	11,52	241,97	0,25	8,47	247,16	0,25	10,80
28	289,33	0,06	4,21	284,37	0,05	2,42	289,33	0,17	4,21	284,37	0,13	2,42
29	302,21	0,03	22,22	258,26	0,07	4,45	255,24	0,24	3,23	263,22	0,20	6,46
30	283,48	0,03	35,61	214,57	0,06	2,64	214,57	0,22	2,64	217,79	0,16	4,18
31	302,64	0,03	4,34	294,89	0,08	1,66	292,52	0,18	0,85	292,52	0,15	0,84
32	311,49	0,03	23,33	261,39	0,06	3,50	262,91	0,23	4,10	264,53	0,17	4,74
33	241,23	0,03	0,00	241,23	0,03	0,00	241,23	0,11	0,00	241,23	0,04	0,00
34	277,09	0,03	6,60	282,91	0,07	8,83	275,26	0,18	5,89	277,09	0,13	6,60
35	263,82	0,03	1,19	261,48	0,03	0,29	261,48	0,11	0,29	262,89	0,07	0,83
36	282,04	0,04	11,23	262,91	0,08	3,68	262,91	0,27	3,68	261,92	0,20	3,29
37	289,39	0,06	14,88	264,98	0,05	5,19	273,80	0,21	8,70	273,76	0,13	8,68
38	226,59	0,03	1,52	226,35	0,04	1,41	226,59	0,13	1,52	226,35	0,08	1,41
39	265,11	0,03	7,20	252,12	0,06	1,95	253,36	0,21	2,45	251,94	0,17	1,87
40	290,35	0,03	45,87	206,74	0,05	3,86	203,03	0,18	2,00	206,44	0,15	3,71
41	269,18	0,03	6,17	254,87	0,04	0,52	254,87	0,13	0,52	254,87	0,11	0,52
42	279,02	0,03	13,19	252,38	0,05	2,38	257,46	0,24	4,44	258,04	0,09	4,67
43	314,29	0,03	40,85	239,55	0,09	7,36	239,55	0,25	7,36	237,62	0,11	6,49
44	247,62	0,03	3,58	241,23	0,04	0,91	241,31	0,15	0,94	241,23	0,07	0,91
45	266,23	0,03	13,07	241,02	0,07	2,36	242,21	0,31	2,86	244,24	1,04	3,72
46	296,02	0,03	8,64	281,99	0,06	3,49	281,99	0,17	3,49	289,50	0,10	6,24
47	276,79	0,08	0,93	277,05	0,04	1,03	277,92	0,14	1,35	276,79	0,06	0,93
48	227,60	0,03	1,00	231,11	0,03	2,56	231,96	0,11	2,94	227,60	0,05	1,00
49	250,75	0,03	13,62	222,01	0,05	0,60	222,01	0,17	0,60	226,19	0,08	2,50
Média	281,45	0,03	14,59	255,00	0,06	3,64	254,77	0,19	3,54	255,50	0,13	3,85

Tabela C.2: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	520,88	0,03	62,48	328,71	0,06	2,53	328,71	0,298	2,53	328,71	0,19	2,53
1	352,68	0,03	22,61	295,05	0,06	2,57	304,83	0,322	5,97	320,85	0,12	11,54
2	336,78	0,03	25,94	286,80	0,07	7,25	286,80	0,242	7,25	290,51	0,11	8,63
3	460,50	0,03	22,19	398,89	0,11	5,84	413,46	0,340	9,71	399,19	0,16	5,92
4	305,07	0,03	7,00	304,75	0,08	6,89	306,63	0,423	7,55	302,91	0,12	6,25
5	406,03	0,03	27,27	376,03	0,11	17,87	347,04	0,351	8,78	384,64	0,16	20,57
6	462,44	0,03	16,82	420,32	0,10	6,18	425,99	0,252	7,61	435,41	0,16	9,99
7	459,06	0,04	26,05	381,20	0,08	4,67	388,82	0,327	6,76	386,89	0,13	6,23
8	305,36	0,03	3,55	314,84	0,08	6,77	314,84	0,212	6,77	302,44	0,07	2,56
9	273,78	0,03	12,04	260,70	0,09	6,68	259,33	0,245	6,12	259,44	0,14	6,17
10	408,91	0,03	11,37	395,97	0,07	7,85	395,97	0,253	7,85	389,26	0,13	6,02
11	420,54	0,05	11,16	399,97	0,07	5,72	409,33	0,295	8,20	423,18	0,17	11,86
12	363,59	0,04	5,45	372,10	0,08	7,92	363,62	0,191	5,46	353,80	0,11	2,61
13	256,90	0,03	12,76	233,04	0,04	2,28	233,04	0,116	2,28	235,71	0,09	3,46
14	280,76	0,03	2,16	277,71	0,09	1,05	277,71	0,067	1,05	281,26	0,06	2,35
15	372,72	0,03	14,06	348,55	0,06	6,67	340,05	0,134	4,07	346,32	0,19	5,99
16	551,46	0,04	19,67	506,34	0,10	9,88	504,54	0,215	9,49	479,60	0,20	4,08
17	319,77	0,03	20,01	277,95	0,04	4,31	280,26	0,128	5,18	279,78	0,09	5,00
18	318,26	0,03	21,75	273,58	0,06	4,65	280,93	0,159	7,47	275,70	0,11	5,47
19	300,92	0,03	8,73	296,51	0,06	7,13	296,51	0,116	7,13	300,92	0,08	8,73
20	301,99	0,03	11,44	283,17	0,07	4,50	282,56	0,176	4,27	293,51	0,12	8,32
21	370,71	0,04	15,97	349,34	0,07	9,28	355,96	0,170	11,35	348,69	0,12	9,08
22	334,40	0,03	15,10	314,74	0,07	8,33	322,27	0,223	10,92	314,03	0,14	8,08
23	444,59	0,03	16,45	404,13	0,08	5,85	399,16	0,232	4,55	398,64	0,12	4,41
24	369,25	0,03	23,99	328,44	0,06	10,28	324,29	0,129	8,89	321,58	0,14	7,98
25	305,61	0,03	19,22	264,20	0,05	3,06	264,68	0,115	3,25	267,59	0,16	4,39
26	432,50	0,04	5,59	457,99	0,09	11,82	464,44	0,193	13,39	432,50	0,19	5,59
27	339,98	0,03	12,70	326,40	0,08	8,20	319,64	0,196	5,96	324,78	0,13	7,66
28	453,78	0,04	16,26	420,47	0,07	7,72	436,29	0,242	11,78	415,72	0,12	6,51
29	280,24	0,03	4,74	277,38	0,04	3,67	280,24	0,100	4,74	280,24	0,12	4,74
30	337,90	0,04	12,26	320,31	0,08	6,41	332,26	0,210	10,38	343,20	0,20	14,02
31	438,11	0,03	15,91	405,29	0,07	7,23	405,29	0,173	7,23	406,80	0,19	7,63
32	296,09	0,03	15,79	262,04	0,04	2,47	262,83	0,108	2,78	262,04	0,08	2,47
33	426,09	0,03	19,33	390,01	0,09	9,22	412,21	0,208	15,44	414,75	0,26	16,15
34	398,40	0,04	21,27	355,46	0,07	8,20	364,21	0,180	10,86	352,54	0,19	7,31
35	270,12	0,03	9,35	252,43	0,04	2,19	256,54	0,110	3,85	251,08	0,13	1,64
36	267,99	0,03	19,58	226,61	0,04	1,12	228,10	0,130	1,78	230,15	0,09	2,69
37	298,18	0,03	5,26	286,13	0,03	1,00	295,17	0,082	4,19	288,33	0,07	1,78
38	264,31	0,03	4,64	261,17	0,03	3,40	261,17	0,090	3,40	255,30	0,06	1,08
39	432,70	0,04	13,65	404,35	0,08	6,20	413,92	0,217	8,72	432,70	0,16	13,65
40	338,48	0,03	19,08	289,02	0,07	1,68	287,83	0,14	1,26	305,38	0,20	7,44
41	294,06	0,03	7,23	286,18	0,04	4,36	295,65	0,12	7,81	286,92	0,13	4,63
42	406,95	0,03	12,79	372,91	0,07	3,35	372,91	0,187	3,35	383,36	0,23	6,25
43	402,65	0,03	20,56	381,19	0,09	14,14	366,72	0,215	9,80	357,52	0,13	7,05
44	352,79	0,03	12,89	314,02	0,05	0,49	327,09	0,214	4,67	334,77	0,12	7,13
45	367,73	0,04	23,58	313,52	0,08	5,36	320,86	0,169	7,83	352,69	0,16	18,53
46	324,88	0,03	13,89	295,96	0,06	3,75	305,58	0,155	7,13	297,74	0,17	4,38
47	439,47	0,04	7,52	429,03	0,09	4,97	428,56	0,232	4,85	439,47	0,25	7,52
48	413,91	0,03	32,72	338,36	0,08	8,49	331,41	0,156	6,26	323,24	0,19	3,64
49	297,53	0,04	11,26	282,11	0,08	5,50	282,11	0,170	5,50	292,69	0,24	9,45
Média	363,55	0,03	15,86	332,83	0,07	5,94	335,17	0,13	6,67	335,69	0,14	6,94

Tabela C.3: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	586,54	0,04	17,58	535,29	0,12	7,31	538,54	0,46	7,96	534,72	0,21	7,19
1	545,62	0,05	19,74	485,60	0,11	6,57	482,56	0,40	5,90	498,45	0,19	9,39
2	525,33	0,04	14,78	485,46	0,10	6,07	500,83	0,38	9,42	480,25	0,17	4,93
3	547,68	0,04	16,87	507,02	0,13	8,20	531,60	0,39	13,44	508,68	0,19	8,55
4	501,33	0,04	16,09	473,98	0,14	9,76	477,21	0,39	10,51	469,28	0,19	8,67
5	555,78	0,04	18,04	516,59	0,13	9,71	509,87	0,37	8,29	493,98	0,15	4,91
6	525,93	0,03	21,05	475,25	0,11	9,38	464,11	0,41	6,82	462,28	0,17	6,40
7	447,84	0,03	11,79	431,31	0,11	7,66	457,29	0,37	14,15	445,27	0,17	11,15
8	605,05	0,04	49,71	446,63	0,11	10,51	452,14	0,36	11,87	455,24	0,16	12,64
9	520,37	0,04	18,58	482,86	0,13	10,03	498,96	0,44	13,70	480,15	0,21	9,42
10	478,49	0,04	16,16	439,35	0,12	6,66	439,07	0,42	6,59	436,65	0,17	6,00
11	547,19	0,03	27,21	470,36	0,12	9,35	463,06	0,42	7,65	468,57	0,20	8,93
12	498,64	0,05	18,99	449,96	0,11	7,38	459,25	0,39	9,59	441,81	0,17	5,43
13	543,58	0,03	19,23	509,98	0,10	11,86	498,33	0,40	9,31	500,75	0,16	9,84
14	508,18	0,03	14,36	502,03	0,13	12,98	485,39	0,39	9,24	486,46	0,18	9,48
15	548,32	0,04	21,65	492,76	0,12	9,33	503,48	0,43	11,71	487,59	0,17	8,18
16	608,87	0,03	28,40	510,46	0,11	7,65	508,03	0,45	7,14	495,89	0,16	4,58
17	530,24	0,04	17,05	511,51	0,13	12,92	488,22	0,42	7,78	499,80	0,15	10,33
18	496,11	0,03	17,62	433,69	0,08	2,82	433,69	0,34	2,82	427,60	0,10	1,37
19	558,21	0,10	16,23	543,16	0,12	13,09	537,91	0,36	12,00	515,27	0,25	7,29
20	504,66	0,06	17,42	440,20	0,07	2,42	448,54	0,38	4,36	435,91	0,10	1,42
21	594,44	0,04	34,29	474,44	0,11	7,18	490,65	0,39	10,84	470,82	0,16	6,36
22	522,10	0,04	12,12	521,10	0,10	11,90	537,85	0,34	15,50	494,23	0,14	6,13
23	509,43	0,03	15,04	481,42	0,12	8,71	478,18	0,40	7,98	445,90	0,10	0,70
24	497,39	0,03	9,58	493,52	0,12	8,72	471,72	0,30	3,92	471,40	0,12	3,85
25	442,36	0,03	3,24	439,95	0,04	2,68	446,29	0,16	4,16	442,36	0,08	3,24
26	587,40	0,05	31,53	553,02	0,11	23,83	484,76	0,36	8,55	475,79	0,13	6,54
27	533,42	0,03	11,97	512,69	0,10	7,62	541,57	0,36	13,69	520,13	0,16	9,19
28	547,99	0,04	24,41	487,65	0,11	10,71	451,71	0,37	2,56	474,15	0,15	7,65
29	594,26	0,03	27,41	495,45	0,10	6,22	515,44	0,36	10,51	493,26	0,13	5,75
30	472,05	0,03	22,07	417,92	0,10	8,07	418,96	0,38	8,34	422,38	0,17	9,22
31	523,67	0,04	15,05	484,83	0,12	6,52	486,60	0,40	6,91	486,31	0,27	6,84
32	405,20	0,03	12,36	373,16	0,11	3,48	413,60	0,41	14,69	386,33	0,16	7,13
33	545,52	0,04	16,02	511,33	0,11	8,75	513,34	0,33	9,18	512,78	0,15	9,06
34	467,11	0,03	14,22	457,27	0,11	11,81	430,37	0,38	5,23	438,77	0,25	7,29
35	486,23	0,03	27,67	414,15	0,12	8,75	434,74	0,41	14,15	431,80	0,22	13,38
36	477,44	0,03	20,86	418,60	0,10	5,97	423,18	0,35	7,13	429,61	0,19	8,75
37	530,68	0,04	18,33	452,77	0,08	0,96	470,08	0,42	4,82	461,00	0,15	2,80
38	511,87	0,04	17,71	437,80	0,06	0,68	438,18	0,41	0,77	437,80	0,10	0,68
39	564,63	0,03	17,63	501,19	0,08	4,41	511,80	0,39	6,62	538,46	0,27	12,18
40	480,64	0,03	14,05	463,19	0,14	9,91	449,66	0,35	6,70	449,69	0,27	6,71
41	510,87	0,03	12,34	494,92	0,10	8,83	504,18	0,35	10,87	467,28	0,12	2,76
42	532,00	0,03	20,51	464,50	0,09	5,22	500,12	0,39	13,28	490,45	0,14	11,09
43	519,29	0,04	17,77	479,59	0,13	8,76	468,01	0,38	6,14	472,86	0,14	7,24
44	509,48	0,03	18,03	472,56	0,11	9,47	475,26	0,37	10,10	460,22	0,26	6,61
45	475,30	0,04	7,10	483,39	0,12	8,92	497,17	0,37	12,02	463,24	0,22	4,38
46	564,00	0,04	21,16	526,89	0,13	13,19	530,18	0,38	13,90	487,05	0,21	4,63
47	543,04	0,03	21,65	496,72	0,13	11,27	485,24	0,39	8,70	499,95	0,18	12,00
48	488,34	0,03	11,15	453,84	0,07	3,29	468,50	0,42	6,63	468,06	0,13	6,53
49	550,56	0,04	10,78	562,36	0,12	13,16	562,15	0,43	13,12	518,13	0,13	4,26
Média	523,41	0,04	18,49	479,39	0,11	8,41	481,55	0,38	8,94	472,70	0,17	6,98

Tabela C.4: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	362,48	0,12	4,18	371,14	0,31	6,67	371,14	0,39	6,67	362,48	0,41	4,18
1	412,97	0,10	12,32	380,20	0,31	3,40	380,39	0,51	3,46	382,92	0,69	4,14
2	448,53	0,09	25,74	394,21	0,55	10,51	387,61	0,67	8,66	387,73	0,68	8,69
3	430,72	0,08	28,93	362,85	0,51	8,62	368,19	0,87	10,22	345,70	1,12	3,48
4	436,19	0,08	20,06	375,30	0,32	3,30	375,30	0,52	3,30	374,49	0,56	3,08
5	471,71	0,08	28,07	388,67	0,45	5,53	395,48	0,80	7,37	402,14	0,78	9,18
6	530,82	0,08	39,98	405,60	0,45	6,96	420,08	0,75	10,78	416,34	0,94	9,79
7	373,74	0,08	8,66	363,48	0,31	5,68	353,71	0,50	2,83	348,36	0,64	1,28
8	438,38	0,08	17,86	389,46	0,46	4,71	388,49	0,74	4,45	397,89	1,06	6,97
9	420,08	0,08	22,34	364,81	0,47	6,24	367,79	0,82	7,11	368,35	1,09	7,27
10	491,14	0,12	38,66	396,77	0,41	12,02	386,53	0,81	9,13	384,31	0,99	8,50
11	482,57	0,08	33,35	378,23	0,45	4,52	388,11	0,81	7,25	376,88	1,03	4,14
12	388,66	0,08	20,41	338,03	0,41	4,72	338,03	0,71	4,72	343,54	1,05	6,43
13	485,37	0,08	33,45	377,62	0,45	3,83	388,16	0,76	6,72	382,32	0,77	5,12
14	436,91	0,08	27,91	360,04	0,53	5,40	353,02	0,89	3,35	359,04	1,00	5,11
15	537,87	0,09	46,14	386,01	0,40	4,88	388,99	0,68	5,69	382,99	0,84	4,06
16	411,14	0,09	27,59	345,15	0,47	7,11	346,72	0,85	7,60	342,95	1,05	6,43
17	453,90	0,08	22,44	386,56	0,40	4,28	398,28	0,94	7,44	387,23	0,92	4,46
18	568,06	0,08	48,58	400,85	0,41	4,85	407,43	0,91	6,57	403,49	0,69	5,54
19	467,71	0,08	28,63	392,03	0,43	7,82	392,73	1,03	8,01	391,74	0,96	7,74
20	455,26	0,08	15,07	418,35	0,42	5,74	428,84	0,88	8,39	435,75	0,90	10,14
21	553,82	0,07	47,89	396,71	0,43	5,94	400,24	1,00	6,88	401,96	0,72	7,34
22	562,71	0,08	42,97	420,50	0,50	6,84	443,56	1,21	12,69	428,78	0,83	8,94
23	413,88	0,08	9,54	388,65	0,31	2,86	391,23	0,78	3,54	406,34	0,54	7,54
24	376,87	0,08	2,47	372,63	0,27	1,32	376,61	0,71	2,40	371,01	0,65	0,88
25	448,09	0,08	23,49	385,43	0,43	6,22	383,98	1,10	5,83	377,06	0,62	3,92
26	476,72	0,08	28,99	392,68	0,38	6,25	405,58	0,97	9,74	386,67	0,93	4,62
27	486,79	0,08	29,51	382,94	0,38	1,88	403,84	0,95	7,44	385,79	0,80	2,64
28	484,81	0,07	20,45	438,87	0,56	9,03	436,23	1,17	8,38	429,75	1,07	6,77
29	352,28	0,08	11,75	324,96	0,34	3,09	324,96	0,82	3,09	329,32	0,55	4,47
30	463,35	0,08	23,09	395,94	0,42	5,19	389,26	1,01	3,41	396,26	0,70	5,27
31	377,60	0,08	2,74	378,84	0,34	3,08	376,36	0,74	2,41	374,55	0,51	1,91
32	465,97	0,12	29,07	372,72	0,54	3,24	379,88	1,15	5,23	396,26	0,85	9,76
33	402,42	0,08	21,40	342,81	0,38	3,42	342,81	1,76	3,42	339,72	0,67	2,48
34	491,89	0,12	31,00	391,70	0,52	4,32	408,07	2,03	8,68	396,61	1,06	5,63
35	519,33	0,12	27,50	416,10	0,51	2,16	426,08	2,08	4,60	444,35	0,83	9,09
36	383,45	0,08	12,14	350,85	0,30	2,60	361,33	1,64	5,67	357,00	0,69	4,40
37	484,58	0,08	33,44	370,38	0,49	1,99	381,61	1,98	5,08	394,96	1,08	8,76
38	380,79	0,08	19,54	339,74	0,42	6,65	338,37	1,91	6,22	336,62	0,92	5,67
39	462,44	0,08	25,25	396,89	0,44	7,49	396,09	1,91	7,27	393,53	0,75	6,58
40	393,26	0,08	25,30	327,24	0,46	4,26	333,88	1,89	6,38	326,39	0,93	3,99
41	474,30	0,07	24,47	408,36	0,33	7,17	407,37	1,70	6,91	408,12	0,73	7,11
42	488,79	0,09	41,56	367,87	0,44	6,54	357,05	1,88	3,40	358,27	0,73	3,76
43	421,77	0,12	27,60	358,10	0,51	8,34	366,23	2,00	10,79	364,33	1,16	10,22
44	504,17	0,08	33,37	398,52	0,42	5,42	402,52	1,81	6,48	409,27	1,00	8,27
45	403,19	0,08	25,86	328,14	0,40	2,43	330,07	1,80	3,03	330,43	0,84	3,15
46	523,67	0,10	42,15	383,25	0,50	4,04	383,25	1,89	4,04	389,79	1,15	5,81
47	388,12	0,12	13,47	358,64	0,33	4,85	359,60	1,66	5,13	356,30	0,74	4,17
48	494,52	0,07	43,02	359,19	0,35	3,88	360,13	1,68	4,15	353,71	0,71	2,29
49	434,68	0,08	14,44	395,37	0,41	4,09	401,11	1,77	5,60	401,29	0,92	5,65
Média	452,37	0,09	25,68	378,39	0,42	5,23	381,85	1,18	6,15	380,42	0,84	5,74

Tabela C.5: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	471,21	0,11	11,72	462,82	0,49	9,74	461,25	2,10	9,36	457,54	0,77	8,48
1	627,35	0,11	26,11	536,03	0,61	7,75	546,14	2,34	9,78	540,07	0,95	8,56
2	731,26	0,12	15,88	685,34	0,69	8,60	708,99	2,51	12,35	669,11	0,96	6,03
3	462,04	0,08	38,13	347,65	0,42	3,93	347,19	1,81	3,79	343,77	0,60	2,77
4	625,36	0,11	42,20	465,52	0,60	5,85	477,89	2,24	8,67	475,44	1,22	8,11
5	576,01	0,11	23,14	526,96	0,59	12,66	500,67	2,15	7,04	512,41	1,16	9,55
6	516,01	0,11	26,01	434,54	0,50	6,11	449,29	2,11	9,72	431,29	0,75	5,32
7	502,86	0,11	12,10	504,69	0,57	12,50	466,81	2,26	4,06	469,27	0,81	4,61
8	610,66	0,12	24,23	547,61	0,67	11,40	545,75	2,17	11,02	525,30	1,24	6,86
9	550,30	0,12	24,99	485,19	0,67	10,20	478,18	2,20	8,61	497,89	1,34	13,08
10	608,56	0,11	19,31	558,27	0,62	9,45	555,23	2,17	8,86	562,12	0,86	10,21
11	515,88	0,12	21,56	454,48	0,54	7,09	457,65	2,15	7,84	471,63	1,15	11,13
12	592,67	0,11	15,13	567,66	0,63	10,27	562,15	2,26	9,20	580,65	1,24	12,80
13	522,94	0,07	32,91	406,96	0,44	3,43	410,32	1,99	4,28	425,55	0,91	8,15
14	652,83	0,12	18,38	618,29	0,67	12,11	620,96	2,47	12,60	585,33	1,21	6,14
15	740,92	0,13	14,71	701,32	0,76	8,58	719,64	2,51	11,42	710,77	1,38	10,04
16	487,85	0,08	17,81	444,33	0,57	7,30	450,40	2,03	8,77	450,88	1,14	8,88
17	593,83	0,11	20,41	527,91	0,62	7,05	538,54	2,42	9,20	532,70	1,24	8,02
18	594,97	0,11	18,31	517,86	0,45	2,98	528,45	2,05	5,08	553,01	0,73	9,97
19	595,97	0,12	12,69	602,66	0,67	13,95	570,92	2,28	7,95	578,44	1,27	9,37
20	540,48	0,11	18,82	490,86	0,57	7,91	490,75	2,26	7,88	491,64	0,88	8,08
21	514,21	0,09	16,78	459,62	0,48	4,38	480,05	2,01	9,02	481,60	1,01	9,38
22	423,52	0,07	7,72	413,81	0,40	5,25	416,97	1,74	6,05	402,76	0,81	2,44
23	554,17	0,11	19,87	492,71	0,58	6,58	507,68	1,95	9,82	528,31	0,81	14,28
24	605,68	0,11	25,68	539,50	0,59	11,95	518,51	2,26	7,59	519,35	1,12	7,77
25	485,11	0,11	18,33	426,10	0,51	3,94	427,72	2,00	4,33	429,64	0,76	4,80
26	634,64	0,11	14,69	596,62	0,63	7,82	586,33	2,31	5,96	595,65	1,30	7,65
27	555,54	0,12	19,32	495,61	0,56	6,45	496,98	2,10	6,74	505,72	1,10	8,62
28	599,34	0,12	17,83	559,36	0,66	9,97	546,72	2,49	7,48	559,24	1,07	9,94
29	588,57	0,11	12,79	550,73	0,61	5,54	579,17	2,43	10,99	562,21	1,23	7,74
30	515,52	0,11	20,63	454,23	0,60	6,29	464,56	2,26	8,71	490,18	1,29	14,70
31	545,00	0,11	12,94	522,75	0,57	8,32	538,34	2,21	11,55	532,06	0,83	10,25
32	687,63	0,11	20,28	613,22	0,73	7,26	643,86	2,43	12,62	617,11	1,28	7,94
33	526,29	0,07	22,77	462,62	0,48	7,91	461,63	1,98	7,69	442,25	0,92	3,16
34	448,88	0,11	13,09	427,35	0,62	7,67	428,09	2,32	7,86	428,58	0,93	7,98
35	656,17	0,14	14,63	606,93	0,63	6,03	623,34	2,35	8,89	621,55	1,30	8,58
36	544,58	0,12	26,39	469,75	0,60	9,02	481,92	2,39	11,85	480,83	0,88	11,59
37	606,50	0,12	20,32	512,95	0,53	1,76	542,32	2,34	7,58	531,54	0,95	5,44
38	596,77	0,11	19,84	527,73	0,69	5,97	530,32	2,40	6,49	534,76	1,24	7,39
39	412,80	0,11	11,85	390,93	0,53	5,92	390,93	2,05	5,92	400,50	0,83	8,52
40	428,38	0,08	11,52	402,71	0,29	4,84	408,46	1,57	6,33	399,70	0,57	4,05
41	492,89	0,12	10,18	466,27	0,49	4,23	485,93	2,05	8,63	460,48	0,72	2,94
42	429,42	0,08	16,48	390,75	0,47	5,99	383,06	1,93	3,90	408,65	1,13	10,84
43	555,23	0,11	18,86	504,74	0,60	8,05	510,95	2,26	9,38	520,26	1,23	11,37
44	560,69	0,11	25,88	492,84	0,58	10,65	481,36	2,14	8,07	471,67	1,15	5,90
45	455,63	0,11	10,16	455,19	0,58	10,06	452,37	2,16	9,38	459,50	1,12	11,10
46	641,21	0,12	33,56	521,40	0,65	8,60	528,74	2,32	10,13	518,94	1,23	8,09
47	561,19	0,11	38,55	415,21	0,52	2,51	436,71	2,03	7,82	444,58	1,74	9,76
48	557,60	0,08	15,23	514,10	0,48	6,24	519,84	1,97	7,42	525,81	0,76	8,66
49	447,35	0,12	8,05	428,77	0,45	3,56	443,08	1,99	7,02	429,72	0,73	3,79
Média	555,01	0,11	19,58	500,03	0,57	7,43	504,06	2,18	8,25	503,36	1,04	8,22

Tabela C.6: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	787,44	0,12	22,10	678,79	0,62	5,26	720,51	2,40	11,73	689,29	1,04	6,88
1	739,82	0,11	15,68	674,83	0,70	5,52	719,16	2,56	12,45	689,83	1,09	7,87
2	692,19	0,12	11,66	674,85	0,66	8,86	670,89	2,55	8,22	647,88	1,32	4,51
3	727,06	0,11	12,25	681,32	0,70	5,19	693,54	2,84	7,08	682,52	1,37	5,37
4	800,92	0,12	33,88	646,15	0,67	8,01	657,52	2,39	9,91	655,36	1,33	9,55
5	808,90	0,11	14,56	755,01	0,79	6,93	793,10	2,67	12,32	745,04	1,10	5,52
6	783,10	0,11	20,66	692,64	0,66	6,72	706,41	2,41	8,84	691,05	1,25	6,47
7	821,30	0,11	20,09	734,21	0,70	7,36	743,88	2,51	8,77	718,75	0,98	5,10
8	802,11	0,12	15,75	741,95	0,62	7,06	750,07	2,55	8,24	740,33	0,99	6,83
9	817,00	0,12	13,63	802,95	0,93	11,67	816,23	2,78	13,52	771,77	1,59	7,34
10	644,88	0,13	14,67	633,03	0,83	12,57	630,36	2,56	12,09	595,27	1,45	5,85
11	815,68	0,11	19,55	733,29	0,76	7,48	744,45	2,67	9,11	724,57	0,98	6,20
12	762,73	0,12	19,36	686,06	0,81	7,36	693,88	2,67	8,59	676,44	1,50	5,86
13	734,26	0,12	21,27	663,68	0,65	9,62	662,27	2,49	9,38	655,24	1,03	8,22
14	718,80	0,13	19,82	662,17	0,72	10,38	650,27	2,44	8,39	659,55	1,62	9,94
15	796,36	0,11	21,13	719,07	0,74	9,38	720,78	2,48	9,64	691,60	1,41	5,20
16	723,40	0,12	10,91	685,74	0,70	5,13	707,80	2,65	8,52	700,43	1,01	7,39
17	729,44	0,11	14,59	673,05	0,67	5,73	686,19	2,51	7,80	681,02	1,48	6,98
18	645,87	0,11	8,09	652,97	0,75	9,28	645,63	2,33	8,05	639,60	1,03	7,04
19	771,63	0,13	18,24	700,55	0,70	7,35	689,72	2,48	5,69	699,56	1,54	7,20
20	831,47	0,11	21,47	758,40	0,82	10,80	716,33	2,44	4,65	734,03	1,00	7,24
21	710,55	0,12	7,21	735,72	0,79	11,01	714,70	2,33	7,84	709,27	1,49	7,02
22	730,44	0,12	13,24	701,66	0,77	8,78	721,87	2,75	11,91	677,31	1,39	5,01
23	645,57	0,17	5,66	659,02	0,67	7,87	643,91	2,27	5,39	636,59	0,87	4,19
24	718,31	0,12	10,93	729,53	0,77	12,66	685,85	2,43	5,92	707,27	1,39	9,23
25	789,72	0,12	25,45	697,25	0,75	10,76	703,15	2,39	11,70	650,75	1,04	3,37
26	680,53	0,12	12,41	668,21	0,80	10,37	658,87	2,47	8,83	654,23	1,42	8,06
27	743,06	0,12	18,41	659,85	0,72	5,15	671,41	2,46	6,99	675,30	1,34	7,61
28	771,48	0,11	20,45	690,41	0,76	7,80	698,65	2,53	9,08	702,30	1,10	9,65
29	698,73	0,12	27,25	616,90	0,81	12,34	622,71	2,60	13,40	582,12	1,05	6,01
30	732,63	0,12	17,51	678,77	0,72	8,87	677,96	2,41	8,74	673,36	0,97	8,00
31	789,77	0,11	17,47	721,14	0,75	7,26	744,23	2,45	10,69	731,68	1,48	8,83
32	733,83	0,13	14,94	697,39	0,71	9,24	699,98	2,60	9,64	697,38	1,14	9,23
33	707,59	0,11	14,92	666,59	0,71	8,26	663,54	2,54	7,77	663,02	1,04	7,68
34	749,28	0,12	21,14	674,00	0,75	8,97	692,87	2,56	12,02	647,19	1,54	4,63
35	731,02	0,11	8,52	701,21	0,65	4,10	705,61	2,38	4,75	729,63	0,93	8,32
36	856,11	0,12	14,91	839,22	0,86	12,64	819,49	2,54	9,99	795,18	1,39	6,73
37	735,73	0,11	10,67	731,98	0,71	10,11	738,73	2,45	11,13	728,16	1,30	9,54
38	816,87	0,13	12,08	789,81	0,70	8,37	790,20	2,51	8,42	780,44	1,33	7,08
39	654,82	0,12	10,08	635,05	0,72	6,76	668,62	2,51	12,40	628,32	1,28	5,63
40	715,88	0,12	7,52	709,32	0,66	6,53	733,94	2,53	10,23	708,23	1,03	6,37
41	671,02	0,12	8,75	705,97	0,78	14,41	679,96	2,52	10,20	659,95	1,45	6,95
42	770,81	0,12	16,81	700,61	0,64	6,17	722,68	2,45	9,52	701,03	1,15	6,24
43	794,91	0,11	18,19	716,22	1,01	6,49	715,22	2,50	6,34	700,57	1,31	4,16
44	702,95	0,12	13,49	666,84	0,67	7,66	670,30	2,49	8,22	701,31	1,13	13,23
45	753,12	0,11	19,73	695,37	0,66	10,55	698,06	2,49	10,97	693,38	1,19	10,23
46	778,09	0,12	20,76	697,93	0,69	8,32	718,07	2,34	11,44	701,16	1,47	8,82
47	674,35	0,12	8,47	701,78	0,69	12,88	683,66	2,58	9,96	729,51	1,38	17,34
48	706,10	0,12	14,07	638,25	0,65	3,11	668,54	2,52	8,00	662,87	1,40	7,08
49	636,19	0,11	13,73	598,10	0,64	6,92	612,12	2,44	9,42	586,07	1,25	4,77
Média	743,08	0,12	15,88	695,50	0,73	8,44	700,88	2,51	9,28	688,05	1,25	7,27

Tabela C.7: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	739,49	0,33	33,54	602,58	3,25	8,82	628,16	6,85	13,43	607,40	3,88	9,69
1	654,31	0,32	24,91	567,31	2,75	8,30	569,27	5,82	8,68	563,47	3,71	7,57
2	646,17	0,32	17,86	589,55	2,88	7,53	587,41	6,28	7,14	564,63	5,11	2,99
3	764,10	0,32	38,61	605,28	3,05	9,80	590,21	6,47	7,06	599,64	5,51	8,77
4	719,73	0,56	34,68	558,86	2,97	4,58	582,08	6,28	8,92	579,86	3,70	8,51
5	735,07	0,32	23,72	638,34	2,90	7,44	642,78	6,27	8,19	629,56	3,82	5,96
6	662,04	0,31	19,89	617,32	2,98	11,79	605,26	6,33	9,61	611,57	3,94	10,75
7	746,98	0,32	31,25	609,63	2,92	7,12	613,08	6,14	7,73	613,33	3,87	7,77
8	717,99	0,31	17,87	628,48	1,73	3,18	640,56	4,27	5,16	624,69	3,13	2,56
9	857,96	0,32	38,15	666,08	2,79	7,26	669,68	6,56	7,84	668,18	5,18	7,59
10	672,93	0,36	23,08	634,71	2,78	16,09	594,25	6,04	8,69	583,26	4,87	6,68
11	726,10	0,31	25,43	598,54	2,00	3,40	629,81	4,58	8,80	611,61	2,72	5,65
12	864,06	0,32	39,78	683,38	2,94	10,55	662,14	6,42	7,12	655,18	3,94	5,99
13	654,89	0,31	23,66	572,45	1,94	8,09	566,51	4,63	6,97	577,55	2,67	9,05
14	724,29	0,59	30,18	589,00	3,39	5,86	593,22	7,61	6,62	609,23	4,38	9,50
15	726,89	0,31	32,98	591,18	2,87	8,15	599,55	6,33	9,68	595,57	3,91	8,95
16	694,25	0,31	22,47	608,20	2,93	7,29	606,91	6,36	7,07	621,14	3,89	9,58
17	721,30	0,31	28,83	612,74	2,92	9,44	594,75	6,46	6,23	605,91	4,81	8,22
18	746,15	0,33	26,84	633,91	2,59	7,76	637,20	5,92	8,32	624,96	3,38	6,24
19	727,75	0,31	22,73	632,67	2,86	6,70	643,22	6,44	8,48	645,77	3,57	8,91
20	815,21	0,31	50,77	582,26	2,92	7,68	582,37	6,33	7,70	589,64	5,05	9,05
21	696,56	0,32	20,28	626,20	2,88	8,13	630,21	6,17	8,82	618,99	4,19	6,88
22	702,81	0,31	26,91	614,91	2,74	11,04	604,27	5,82	9,12	581,65	3,44	5,03
23	811,66	0,56	44,85	613,19	3,20	9,43	614,00	6,96	9,58	617,55	4,44	10,21
24	744,71	0,31	22,35	650,30	2,82	6,84	652,93	6,24	7,27	646,91	5,04	6,29
25	644,62	0,31	16,72	577,98	2,22	4,66	574,70	5,09	4,06	583,22	2,94	5,60
26	734,23	0,31	31,79	592,83	2,61	6,41	605,34	5,95	8,66	601,01	4,27	7,88
27	680,67	0,31	23,22	587,45	2,94	6,35	598,07	6,54	8,27	608,07	3,79	10,08
28	677,60	0,33	19,00	607,35	2,80	6,66	610,24	6,60	7,17	642,03	5,32	12,75
29	712,18	0,58	27,77	596,37	3,15	7,00	617,14	7,00	10,72	594,70	6,40	6,70
30	790,67	0,32	34,29	651,78	2,95	10,70	675,49	6,61	14,73	627,87	5,54	6,64
31	728,46	0,31	28,18	602,62	2,87	6,04	605,93	6,49	6,62	590,83	3,82	3,96
32	749,36	0,38	29,50	651,02	3,05	12,50	615,74	6,60	6,41	651,10	5,54	12,52
33	740,72	0,31	34,89	604,65	3,01	10,11	597,50	6,57	8,81	614,10	6,24	11,83
34	659,38	0,31	13,98	630,62	2,87	9,01	646,74	6,31	11,80	637,04	3,91	10,12
35	734,73	0,30	31,90	601,72	2,90	8,02	600,95	6,48	7,88	612,35	5,43	9,93
36	805,46	0,31	41,73	593,85	3,14	4,50	623,24	7,05	9,67	621,03	4,29	9,28
37	680,15	0,37	31,69	556,35	2,59	7,72	556,09	5,69	7,67	551,13	5,00	6,71
38	697,66	0,31	20,12	618,54	2,76	6,50	630,40	6,14	8,54	607,84	5,46	4,66
39	729,00	0,30	38,13	568,09	2,95	7,64	590,84	6,44	11,95	565,93	5,43	7,23
40	667,24	0,30	22,75	585,54	2,77	7,72	598,74	6,11	10,15	574,91	5,01	5,76
41	669,41	0,31	17,90	592,98	2,65	4,43	611,39	5,81	7,68	588,62	5,21	3,67
42	757,12	0,35	32,71	589,86	2,76	3,39	613,80	6,24	7,59	610,91	5,44	7,08
43	829,06	0,31	45,66	602,38	2,91	5,83	603,21	6,43	5,98	597,69	5,34	5,01
44	723,76	0,31	25,44	606,09	2,81	5,04	615,13	6,24	6,61	616,71	3,84	6,88
45	861,55	0,31	51,98	611,64	2,95	7,90	625,16	6,75	10,28	599,46	5,86	5,75
46	793,44	0,31	40,20	590,11	2,92	4,27	609,22	6,44	7,65	604,61	5,70	6,83
47	807,97	0,30	33,68	676,45	3,02	11,92	675,02	6,42	11,69	675,60	5,83	11,78
48	743,32	0,31	31,61	605,61	2,94	7,22	608,20	6,58	7,68	606,95	6,01	7,46
49	669,89	0,31	21,45	591,48	2,92	7,23	598,43	6,33	8,49	580,43	5,98	5,23
Média	731,22	0,34	29,36	608,41	2,83	7,62	612,93	6,25	8,42	608,23	4,59	7,60

Tabela C.8: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	823,79	0,31	43,15	606,12	2,94	5,32	607,83	6,56	5,62	618,25	4,18	7,43
1	911,39	0,56	26,36	764,80	3,66	6,04	779,26	8,16	8,04	803,16	5,42	11,35
2	802,78	0,56	16,53	757,75	4,20	9,99	765,03	8,73	11,05	750,73	5,35	8,97
3	960,93	0,55	44,45	721,18	3,34	8,41	744,69	7,70	11,94	730,81	4,66	9,86
4	941,82	0,58	11,06	931,52	4,26	9,85	928,43	9,48	9,48	910,65	5,82	7,39
5	1065,17	0,56	13,94	1021,22	4,97	9,24	1031,49	10,80	10,34	1032,42	8,94	10,44
6	944,63	0,58	25,66	840,40	4,04	11,79	814,10	7,76	8,30	821,28	6,99	9,25
7	842,99	0,60	15,87	803,91	3,39	10,50	817,35	8,06	12,35	771,69	6,20	6,07
8	856,34	0,56	27,82	729,73	3,45	8,92	753,30	7,28	12,44	739,72	5,82	10,41
9	1043,03	0,59	27,90	878,89	3,80	7,77	893,08	8,95	9,51	871,54	5,61	6,87
10	956,86	0,56	14,09	932,70	4,07	11,21	922,53	9,15	9,99	912,54	6,37	8,80
11	901,06	0,31	35,89	712,37	3,06	7,43	709,61	6,83	7,02	747,52	4,06	12,73
12	823,34	0,58	17,79	774,67	3,68	10,83	768,70	7,90	9,97	729,33	4,58	4,34
13	882,95	0,57	13,56	849,04	3,33	9,19	873,66	7,40	12,36	844,31	4,96	8,59
14	863,89	0,56	11,64	834,41	3,61	7,83	879,80	8,17	13,70	833,88	6,10	7,76
15	984,87	0,55	15,11	901,30	4,41	5,34	974,91	10,29	13,95	932,28	7,72	8,96
16	879,48	0,31	27,04	731,61	2,87	5,68	732,80	6,62	5,85	744,35	5,78	7,52
17	750,63	0,31	30,71	606,98	2,61	5,70	621,65	5,89	8,25	610,41	5,60	6,29
18	869,38	0,57	28,55	736,45	3,39	8,89	735,47	7,45	8,75	725,13	4,49	7,22
19	873,74	0,56	9,65	886,19	3,69	11,21	868,43	7,81	8,98	851,12	5,40	6,81
20	1039,80	0,59	20,13	930,48	3,81	7,50	952,42	8,72	10,03	950,89	7,47	9,85
21	915,55	0,55	16,99	864,77	3,52	10,50	877,76	7,71	12,16	832,46	6,16	6,37
22	731,59	0,55	7,74	722,31	3,49	6,37	746,88	8,13	9,99	731,10	6,82	7,67
23	945,20	0,54	33,74	769,74	3,59	8,92	778,64	7,87	10,18	798,29	7,18	12,96
24	887,60	0,56	12,13	865,01	3,19	9,27	855,67	6,81	8,09	878,05	4,34	10,92
25	804,90	0,56	30,94	691,16	3,70	12,44	667,57	7,25	8,60	661,99	6,74	7,69
26	972,44	0,57	16,11	891,78	3,89	6,48	964,51	8,58	15,17	900,63	8,35	7,54
27	802,71	0,57	17,46	726,97	3,56	6,37	766,30	7,72	12,13	753,09	5,07	10,19
28	1031,57	0,55	36,81	857,20	3,49	13,68	858,37	7,66	13,84	812,43	4,55	7,75
29	1173,32	0,56	12,54	1160,86	4,49	11,34	1180,76	9,59	13,25	1147,38	20,70	10,05
30	868,31	0,58	24,03	782,13	3,68	11,72	778,57	8,40	11,21	769,90	4,50	9,97
31	904,44	0,56	27,39	769,33	3,13	8,36	765,92	7,17	7,88	769,36	4,36	8,36
32	1060,15	0,58	10,72	1065,91	4,81	11,32	1080,11	9,82	12,80	1019,46	5,52	6,47
33	1034,36	0,56	8,23	1031,81	3,95	7,96	1065,18	8,45	11,46	1037,88	5,69	8,60
34	882,45	0,56	13,25	824,40	3,95	5,80	854,92	8,01	9,71	828,96	6,46	6,38
35	698,08	0,31	29,20	569,61	2,88	5,42	572,02	6,73	5,87	586,36	5,29	8,52
36	842,23	0,54	23,17	739,22	3,43	8,11	746,43	7,75	9,16	773,64	4,78	13,14
37	924,38	0,64	23,19	824,77	3,49	9,92	822,93	8,07	9,67	813,34	5,91	8,39
38	855,42	0,57	33,21	692,98	3,34	7,91	683,00	7,40	6,36	707,54	4,15	10,18
39	829,85	0,55	22,81	759,99	3,47	12,47	744,16	7,87	10,13	722,25	4,61	6,89
40	762,54	0,31	19,78	688,04	2,98	8,08	685,89	6,47	7,74	726,48	3,77	14,12
41	918,81	0,56	18,38	844,13	3,95	8,76	861,30	8,33	10,97	837,84	4,46	7,95
42	754,37	0,31	44,02	560,33	2,78	6,97	564,42	6,67	7,75	556,32	4,76	6,21
43	888,93	0,34	25,77	766,28	2,99	8,41	768,47	6,80	8,72	768,00	3,86	8,66
44	758,64	0,31	24,40	659,95	2,61	8,22	645,33	6,05	5,82	666,92	3,66	9,36
45	887,64	0,58	13,59	864,13	3,62	10,59	838,18	7,83	7,26	865,61	4,89	10,78
46	702,07	0,56	32,11	591,97	3,33	11,39	581,99	7,36	9,51	572,02	3,93	7,64
47	920,69	0,56	21,99	827,31	3,73	9,62	815,11	8,94	8,00	852,66	6,52	12,98
48	840,00	0,31	26,10	723,54	3,03	8,62	721,82	6,61	8,36	728,75	4,88	9,40
49	923,68	0,32	49,25	706,37	3,06	14,14	674,17	6,49	8,94	663,88	5,40	7,27
Média	890,81	0,51	23,04	795,87	3,55	8,96	802,82	7,84	9,77	794,29	5,78	8,79

Tabela C.9: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	1181,51	0,59	8,15	1207,98	4,72	10,58	1206,20	9,46	10,41	1189,01	6,58	8,84
1	1300,47	0,56	15,32	1239,00	4,80	9,87	1229,32	9,81	9,01	1244,69	6,26	10,38
2	1103,57	0,57	11,44	1091,02	5,02	10,17	1058,43	8,88	6,88	1060,99	5,77	7,14
3	1276,96	0,56	19,57	1211,91	5,21	13,48	1167,50	9,81	9,32	1152,54	8,55	7,92
4	1275,92	0,60	15,83	1181,15	5,28	7,23	1212,10	10,87	10,04	1226,69	7,70	11,36
5	1176,55	0,59	8,85	1161,13	4,74	7,43	1177,54	10,09	8,94	1179,80	6,81	9,15
6	1057,48	0,56	7,43	1072,86	5,13	9,00	1113,94	11,06	13,17	1057,82	7,48	7,47
7	1147,53	0,56	12,02	1127,21	5,44	10,04	1106,46	10,29	8,01	1079,26	8,48	5,36
8	1272,07	0,65	19,45	1160,45	5,23	8,97	1180,51	11,43	10,86	1136,19	7,40	6,69
9	1270,43	0,59	15,91	1200,29	4,48	9,51	1179,63	10,26	7,63	1160,50	8,95	5,88
10	1174,28	0,57	7,34	1198,84	4,98	9,58	1204,54	10,38	10,10	1185,40	9,62	8,35
11	1209,67	0,57	13,94	1196,57	4,67	12,71	1218,95	9,70	14,81	1141,12	7,29	7,48
12	1214,64	0,58	21,32	1053,17	4,27	5,19	1123,68	9,51	12,24	1080,47	6,05	7,92
13	1350,05	0,56	18,23	1249,24	4,95	9,40	1253,76	11,12	9,80	1207,74	6,49	5,77
14	1260,80	0,67	17,63	1151,24	4,75	7,40	1178,82	71,30	9,98	1168,26	6,07	8,99
15	1262,98	0,56	18,78	1177,77	4,58	10,76	1162,68	9,31	9,34	1117,55	6,31	5,10
16	1208,00	0,56	17,67	1118,06	4,76	8,91	1104,00	9,49	7,54	1115,74	8,75	8,69
17	1175,37	0,55	13,20	1109,49	4,33	6,85	1153,52	9,89	11,09	1130,28	5,70	8,86
18	1115,79	0,59	6,11	1187,54	4,99	12,94	1161,84	10,49	10,49	1138,73	9,09	8,30
19	1179,86	0,59	15,34	1155,55	5,12	12,97	1119,49	9,49	9,44	1166,85	8,46	14,07
20	1209,46	0,58	17,20	1083,71	4,20	5,02	1135,57	9,35	10,04	1082,39	8,96	4,89
21	1296,86	0,61	15,95	1295,20	5,48	15,80	1260,88	9,75	12,73	1228,24	9,41	9,81
22	1221,19	0,56	12,34	1163,49	4,38	7,03	1234,60	9,22	13,57	1141,63	8,15	5,02
23	1101,68	0,58	9,58	1084,37	4,76	7,86	1111,82	9,60	10,59	1069,91	8,19	6,42
24	1175,56	0,64	11,84	1157,96	4,65	10,16	1136,48	8,97	8,12	1096,44	7,81	4,31
25	1106,05	0,77	8,77	1103,58	4,87	8,53	1123,35	9,58	10,47	1089,40	7,70	7,13
26	1263,91	0,63	14,43	1218,44	4,09	10,31	1215,00	9,17	10,00	1204,42	8,49	9,04
27	1048,53	0,63	13,02	982,42	4,28	5,90	996,84	9,03	7,45	990,86	8,65	6,81
28	1174,72	0,56	13,14	1148,50	4,90	10,62	1137,24	10,54	9,53	1143,21	8,68	10,11
29	1202,97	0,60	8,14	1204,55	5,23	8,29	1217,84	11,14	9,48	1215,07	8,10	9,23
30	1171,98	0,60	13,75	1104,56	4,75	7,21	1115,34	10,15	8,25	1101,95	7,72	6,95
31	1228,66	0,56	12,23	1199,14	4,91	9,53	1187,97	9,74	8,51	1135,64	7,91	3,73
32	1257,38	0,58	12,55	1237,93	4,94	10,81	1227,52	9,59	9,88	1166,12	7,32	4,38
33	1168,91	0,58	11,61	1145,90	4,52	9,42	1150,33	9,00	9,84	1155,13	8,30	10,30
34	1098,20	0,56	9,06	1096,23	4,21	8,86	1107,60	9,04	9,99	1117,56	8,31	10,98
35	1144,08	0,55	11,39	1096,39	4,30	6,75	1102,91	8,90	7,38	1073,89	7,80	4,56
36	1281,97	0,56	23,57	1128,33	4,38	8,76	1134,57	9,53	9,36	1154,32	8,60	11,26
37	1127,95	0,56	14,87	1062,61	4,77	8,22	1095,74	10,89	11,59	1044,35	8,59	6,36
38	1162,27	0,59	9,71	1163,93	4,19	9,87	1197,86	9,29	13,07	1118,07	5,61	5,54
39	1099,54	0,55	7,97	1105,19	4,36	8,52	1127,99	9,89	10,76	1106,14	8,51	8,62
40	1218,03	0,56	18,74	1118,82	5,00	9,07	1172,78	10,71	14,33	1096,18	8,35	6,86
41	1133,49	0,55	9,96	1120,27	4,98	8,67	1129,98	10,83	9,61	1093,82	8,48	6,11
42	1214,55	0,57	17,62	1114,13	4,47	7,90	1156,94	10,12	12,04	1098,75	8,68	6,41
43	1121,87	0,59	8,87	1122,75	4,68	8,96	1132,34	10,23	9,89	1090,06	8,90	5,79
44	1141,34	0,58	14,25	1075,88	4,44	7,70	1118,10	9,32	11,93	1076,38	8,81	7,75
45	1231,64	0,60	17,93	1123,17	4,30	7,54	1139,11	9,65	9,07	1121,67	7,39	7,40
46	1209,86	0,59	11,80	1179,39	4,36	8,99	1196,88	9,57	10,60	1184,71	9,52	9,48
47	1290,25	0,57	18,28	1193,91	4,37	9,44	1209,09	10,09	10,84	1193,34	8,36	9,39
48	1101,00	0,59	8,93	1089,03	4,84	7,74	1068,09	10,71	5,67	1073,27	9,86	6,18
49	1217,46	0,56	12,99	1218,64	4,98	13,10	1175,17	9,54	9,07	1147,66	7,84	6,52
Média	1192,71	0,58	13,48	1147,78	4,72	9,19	1156,58	11,11	10,06	1131,00	7,94	7,62

Tabela C.10: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	1377,75	3,60	30,26	1142,50	46,44	8,02	1171,31	79,10	10,74	1144,36	63,34	8,19
1	1396,76	18,45	29,19	1156,16	45,85	6,94	1169,07	76,90	8,13	1167,91	79,70	8,02
2	1294,97	10,89	19,03	1211,93	48,28	11,39	1215,47	77,60	11,72	1189,35	83,50	9,32
3	1428,31	12,61	32,61	1163,79	47,22	8,05	1163,51	76,54	8,02	1175,30	76,09	9,12
4	1267,89	5,76	20,54	1124,33	47,36	6,90	1135,19	78,53	7,93	1150,64	71,82	9,40
5	1385,32	14,11	27,31	1182,28	42,89	8,65	1186,87	71,61	9,07	1186,92	69,19	9,08
6	1294,16	15,85	26,70	1108,02	50,48	8,48	1117,84	78,53	9,44	1111,65	82,86	8,83
7	1340,60	24,66	20,57	1241,06	47,43	11,62	1214,88	73,89	9,27	1219,80	83,75	9,71
8	1335,26	5,92	23,05	1241,76	48,73	14,43	1215,78	81,67	12,04	1182,39	70,17	8,96
9	1400,34	27,89	25,13	1201,78	47,75	7,39	1207,75	77,67	7,93	1210,03	82,90	8,13
10	1274,89	32,18	24,61	1108,43	50,08	8,34	1103,08	83,50	7,81	1110,00	86,79	8,49
11	1358,83	32,16	32,40	1130,26	48,31	10,13	1123,63	81,58	9,48	1107,06	83,02	7,87
12	1397,10	5,92	29,48	1181,30	50,39	9,48	1192,03	81,92	10,48	1152,96	83,14	6,86
13	1239,38	11,45	17,41	1148,31	46,36	8,79	1156,71	76,60	9,58	1119,76	78,87	6,08
14	1336,01	28,48	29,43	1111,95	48,55	7,73	1153,46	82,35	11,75	1129,90	84,17	9,47
15	1345,31	18,01	25,88	1189,11	47,66	11,26	1170,89	74,24	9,56	1144,44	71,21	7,08
16	1390,10	8,21	30,62	1138,71	48,43	7,00	1148,58	82,71	7,93	1130,94	81,69	6,27
17	1609,53	31,28	37,60	1294,51	49,12	10,67	1303,19	87,50	11,41	1315,30	76,81	12,45
18	1392,85	33,18	28,35	1204,69	47,24	11,01	1187,10	76,54	9,39	1162,38	82,94	7,12
19	1254,68	28,95	19,42	1101,68	46,34	4,86	1151,34	77,43	9,58	1128,38	83,64	7,40
20	1398,89	20,31	29,08	1163,15	49,84	7,33	1169,68	82,08	7,93	1197,94	79,82	10,54
21	1218,99	17,52	14,90	1150,31	45,79	8,43	1146,09	74,81	8,03	1140,04	56,52	7,46
22	1251,09	29,30	24,09	1097,58	47,82	8,86	1096,92	79,54	8,80	1087,81	75,51	7,89
23	1314,20	18,26	22,97	1162,17	48,56	8,74	1170,92	79,15	9,56	1159,70	80,51	8,51
24	1330,01	6,79	23,80	1150,38	46,55	7,08	1198,02	80,00	11,52	1160,20	81,51	8,00
25	1452,28	30,38	36,46	1163,97	48,71	9,37	1165,65	80,79	9,53	1156,03	82,01	8,62
26	1250,38	14,62	20,45	1099,35	46,15	5,90	1132,97	77,53	9,14	1118,39	80,28	7,74
27	1308,85	10,97	25,04	1144,20	49,03	9,31	1164,35	79,32	11,24	1140,99	86,18	9,01
28	1295,08	7,67	24,05	1125,66	47,22	7,82	1141,27	75,79	9,32	1163,86	69,10	11,48
29	1535,94	32,08	38,39	1208,13	46,92	8,85	1219,45	80,97	9,87	1227,47	59,94	10,60
30	1254,50	24,99	23,26	1103,68	47,27	8,44	1102,59	76,01	8,34	1117,51	59,35	9,80
31	1397,46	28,56	33,95	1121,46	48,22	7,50	1126,27	78,32	7,96	1132,44	61,26	8,55
32	1375,89	16,48	33,25	1119,55	47,29	8,42	1130,99	75,63	9,53	1133,35	83,60	9,76
33	1391,74	30,99	28,70	1180,87	51,46	9,20	1196,16	81,32	10,61	1189,85	85,05	10,03
34	1324,94	31,76	25,92	1144,37	46,40	8,76	1143,77	75,86	8,70	1108,43	76,33	5,34
35	1387,70	31,75	25,16	1195,17	46,66	7,80	1228,54	77,52	10,81	1176,94	78,42	6,15
36	1365,84	11,02	24,21	1194,61	47,31	8,64	1200,19	75,77	9,15	1170,40	80,64	6,44
37	1430,51	13,03	30,90	1173,00	48,12	7,34	1200,46	80,54	9,85	1181,10	79,40	8,08
38	1367,93	27,42	24,18	1193,78	47,89	8,38	1204,10	83,33	9,31	1187,76	80,83	7,83
39	1327,52	16,82	23,55	1153,94	46,68	7,40	1158,79	75,45	7,85	1150,18	81,69	7,05
40	1351,50	29,33	26,80	1160,15	46,97	8,85	1150,58	75,47	7,95	1145,92	83,54	7,51
41	1337,87	33,26	27,40	1115,02	47,13	6,18	1135,34	77,20	8,11	1128,30	82,10	7,44
42	1203,70	35,83	22,36	1059,01	48,49	7,65	1068,59	82,81	8,62	1063,01	62,13	8,06
43	1327,89	28,90	27,80	1166,29	49,50	12,25	1160,68	80,29	11,70	1112,49	74,01	7,07
44	1332,04	32,49	23,67	1160,46	48,61	7,74	1187,02	80,53	10,21	1181,82	79,17	9,73
45	1435,10	28,07	29,12	1203,57	46,82	8,29	1215,95	78,32	9,40	1183,33	75,65	6,47
46	1312,04	29,36	19,79	1190,76	48,73	8,72	1194,14	81,50	9,03	1178,67	82,62	7,62
47	1387,65	32,21	24,93	1216,25	49,61	9,50	1219,55	79,91	9,79	1185,41	78,37	6,72
48	1267,16	13,11	21,42	1153,73	48,05	10,55	1156,28	76,06	10,79	1134,41	77,06	8,70
49	1315,92	14,79	29,21	1085,61	52,07	6,59	1091,94	84,10	7,22	1094,21	87,61	7,44
Média	1347,41	21,35	26,29	1158,77	47,90	8,62	1167,30	78,85	9,42	1154,95	77,52	8,27

Tabela C.11: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	1778,46	29,93	13,28	1683,12	71,28	7,21	1755,59	71,73	11,82	1698,42	83,76	8,18
1	2082,63	22,32	12,18	2005,13	92,69	8,01	2046,83	74,42	10,26	1971,89	96,13	6,22
2	1669,90	30,00	14,79	1584,36	76,51	8,91	1609,12	75,16	10,61	1582,30	107,67	8,77
3	1327,19	8,95	15,98	1235,97	52,74	8,01	1236,89	59,04	8,09	1238,54	91,52	8,24
4	1383,59	12,03	21,92	1211,09	48,15	6,72	1238,36	50,13	9,12	1218,55	83,46	7,37
5	1423,33	13,07	20,20	1281,56	56,77	8,23	1317,08	52,94	11,23	1276,31	86,78	7,79
6	1800,58	29,16	14,12	1714,60	80,09	8,67	1765,87	76,95	11,92	1721,49	113,41	9,10
7	1365,50	15,33	25,66	1205,31	50,88	10,92	1186,82	51,54	9,22	1196,54	90,72	10,11
8	1576,04	13,50	20,72	1397,60	53,42	7,05	1459,77	60,82	11,81	1372,16	89,34	5,10
9	1744,50	26,55	18,87	1600,11	68,20	9,03	1657,62	72,03	12,95	1573,74	99,63	7,23
10	1625,25	29,49	11,25	1579,46	72,50	8,11	1627,93	62,81	11,43	1590,07	100,72	8,84
11	2032,55	31,13	15,07	1916,32	102,39	8,49	1936,73	98,67	9,65	1845,03	92,02	4,45
12	1881,22	26,04	12,00	1838,08	87,93	9,43	1877,51	87,95	11,78	1816,85	101,67	8,16
13	1633,88	14,48	21,08	1482,54	67,10	9,86	1509,23	60,32	11,84	1516,51	89,25	12,38
14	1498,62	12,82	22,35	1306,72	51,29	6,69	1332,41	52,64	8,78	1321,90	61,86	7,93
15	1812,02	28,62	13,95	1761,55	68,95	10,78	1729,52	71,51	8,76	1736,23	77,75	9,18
16	1391,87	13,01	25,02	1193,48	55,44	7,20	1211,42	56,54	8,81	1202,83	82,57	8,04
17	1532,18	5,76	18,70	1449,34	61,49	12,28	1434,31	57,41	11,12	1403,59	88,83	8,74
18	1970,87	6,23	16,09	1821,16	77,70	7,27	1852,13	76,63	9,10	1801,03	131,03	6,09
19	1426,88	6,85	30,51	1211,91	56,11	10,85	1191,27	55,89	8,96	1270,88	92,84	16,24
20	1762,06	9,54	13,91	1656,33	72,70	7,08	1699,06	72,33	9,84	1663,68	106,68	7,55
21	1676,39	8,49	13,33	1588,76	54,71	7,40	1594,52	57,04	7,79	1564,66	73,37	5,77
22	1356,26	7,49	20,75	1221,07	52,03	8,72	1202,95	52,29	7,10	1196,18	80,55	6,50
23	1580,59	8,46	30,37	1349,52	57,53	11,31	1365,79	56,96	12,65	1264,41	79,63	4,29
24	1714,89	20,06	16,22	1594,77	62,89	8,08	1661,10	68,39	12,57	1586,52	84,24	7,52
25	1803,22	8,30	14,50	1707,62	74,91	8,43	1737,32	60,23	10,31	1741,91	70,82	10,61
26	1648,28	7,57	22,60	1463,71	55,69	8,87	1436,83	53,78	6,87	1476,87	84,95	9,85
27	1802,62	6,17	19,37	1629,92	71,17	7,94	1686,77	65,81	11,70	1627,70	107,69	7,79
28	1418,49	8,17	29,97	1203,91	53,20	10,31	1207,13	54,15	10,60	1183,28	85,87	8,42
29	1459,69	7,34	22,93	1305,76	58,15	9,97	1276,71	56,11	7,52	1278,22	92,64	7,65
30	1446,19	17,49	16,58	1337,91	53,99	7,85	1342,50	51,71	8,22	1331,70	59,66	7,35
31	1613,47	35,26	10,30	1600,09	66,23	9,39	1646,48	61,25	12,56	1594,26	74,93	8,99
32	1768,22	33,56	25,00	1518,10	65,94	7,32	1497,65	59,54	5,87	1500,43	66,78	6,07
33	1715,64	33,36	9,67	1728,89	72,89	10,52	1757,27	62,25	12,34	1668,56	92,89	6,66
34	1692,89	17,50	13,00	1625,97	68,13	8,53	1630,72	67,00	8,85	1613,97	93,88	7,73
35	1920,92	23,86	9,80	1910,85	101,71	9,23	1922,17	92,36	9,87	1867,19	122,73	6,73
36	1369,54	13,55	17,51	1298,71	52,02	11,43	1311,85	49,66	12,56	1246,96	82,92	6,99
37	1796,52	29,22	12,35	1736,44	79,76	8,59	1729,92	66,98	8,19	1714,93	97,07	7,25
38	1890,04	29,07	14,84	1810,18	94,83	9,99	1874,52	83,69	13,90	1754,01	118,35	6,57
39	1494,85	26,34	16,17	1415,88	85,75	10,03	1414,21	80,15	9,90	1395,57	98,55	8,45
40	1676,66	28,23	13,55	1614,05	74,63	9,31	1638,60	63,79	10,97	1628,21	110,08	10,27
41	1485,06	11,49	27,15	1240,53	58,00	6,21	1280,05	52,98	9,60	1301,03	86,02	11,39
42	1937,89	30,62	9,05	1937,48	93,95	9,03	1941,83	83,39	9,27	1907,14	117,73	7,32
43	1729,55	29,56	12,26	1639,02	64,86	6,38	1679,44	71,90	9,01	1698,46	102,26	10,24
44	1892,54	30,50	9,95	1840,08	74,55	6,91	1891,16	71,97	9,87	1878,08	115,52	9,11
45	1689,42	29,00	14,97	1627,23	68,84	10,74	1630,15	65,11	10,94	1564,63	95,02	6,48
46	1354,07	29,77	19,89	1234,74	60,72	9,33	1241,69	60,96	9,94	1255,75	90,21	11,19
47	1607,06	30,17	16,24	1518,44	66,00	9,83	1524,99	57,52	10,31	1493,62	95,88	8,04
48	2162,19	29,30	11,02	2117,35	100,06	8,72	2179,19	90,56	11,89	2091,66	132,12	7,40
49	1871,84	29,94	12,28	1820,85	71,12	9,22	1856,15	70,08	11,33	1805,09	109,42	8,27
Média	1665,88	20,09	17,19	1555,47	68,77	8,81	1576,70	65,70	10,19	1544,99	93,79	8,13

Tabela C.12: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	2357,76	33,36	10,00	2374,31	91,27	10,77	2391,04	142,81	11,55	2294,85	68,66	7,06
1	2132,93	26,94	7,70	2139,87	111,94	8,05	2196,14	147,63	10,89	2131,96	87,02	7,65
2	2376,19	50,61	13,75	2261,79	82,32	8,27	2286,70	137,39	9,46	2325,93	71,48	11,34
3	2091,33	44,72	6,47	2112,30	79,36	7,54	2124,52	164,40	8,16	2091,88	78,80	6,50
4	2167,90	50,27	8,34	2134,29	84,25	6,66	2216,18	150,42	10,75	2155,42	80,03	7,71
5	2292,90	40,47	8,72	2297,68	81,34	8,95	2324,98	135,62	10,24	2223,51	65,52	5,43
6	2237,93	50,69	11,72	2151,36	116,35	7,40	2193,42	167,11	9,50	2119,07	97,38	5,79
7	2425,45	38,54	11,05	2335,90	85,48	6,95	2419,40	149,96	10,77	2288,36	70,49	4,77
8	2209,58	52,83	10,39	2152,47	83,67	7,54	2168,40	143,78	8,33	2123,38	76,98	6,09
9	2157,54	42,54	8,07	2156,89	76,93	8,03	2186,90	150,95	9,54	2138,89	72,87	7,13
10	2185,76	46,69	10,69	2141,28	73,90	8,44	2165,30	135,24	9,65	2126,26	77,93	7,68
11	2367,32	48,50	8,19	2343,38	100,65	7,10	2409,85	155,63	10,14	2288,81	83,37	4,60
12	2107,21	36,40	11,49	2023,86	80,84	7,08	2091,25	151,39	10,65	2038,28	104,03	7,85
13	2253,83	51,48	6,87	2299,01	86,27	9,01	2315,46	133,86	9,79	2198,52	86,48	4,25
14	2233,06	42,15	10,51	2174,17	81,21	7,60	2265,98	152,42	12,14	2169,72	83,32	7,38
15	2101,31	47,12	8,72	2080,66	78,00	7,65	2172,17	151,88	12,39	2060,13	74,57	6,59
16	2310,49	26,38	12,06	2245,80	74,91	8,92	2262,49	115,51	9,73	2166,37	76,05	5,07
17	2055,52	51,89	6,43	2075,69	122,02	7,47	2184,55	189,01	13,11	2012,68	732,45	4,21
18	2214,70	6,40	9,95	2148,47	83,94	6,66	2159,72	138,60	7,22	2157,49	72,58	7,11
19	2354,86	53,40	9,50	2311,13	79,87	7,47	2365,18	140,09	9,98	2293,14	83,94	6,63
20	2124,32	23,19	11,46	2033,68	80,92	6,70	2065,92	128,86	8,40	2018,13	124,55	5,89
21	2230,74	48,80	6,07	2260,42	85,98	7,48	2320,46	137,60	10,33	2204,71	113,10	4,83
22	2144,48	43,27	8,28	2103,20	98,53	6,19	2217,14	170,61	11,95	2090,77	129,84	5,56
23	2183,44	52,30	8,14	2158,51	87,57	6,91	2224,22	142,73	10,16	2116,38	125,66	4,82
24	2231,31	48,05	12,26	2162,94	100,44	8,82	2166,00	166,12	8,97	2176,27	127,47	9,49
25	2171,70	53,12	13,48	2088,46	95,54	9,13	2124,12	171,44	10,99	2047,32	139,13	6,98
26	2329,76	48,46	12,80	2203,56	86,16	6,69	2233,69	142,50	8,15	2186,68	89,42	5,87
27	2179,33	51,24	12,54	2095,11	103,28	8,19	2155,78	179,12	11,33	2072,81	139,46	7,04
28	2205,84	58,12	6,82	2204,28	82,34	6,74	2271,56	151,39	10,00	2194,22	108,60	6,26
29	2303,63	20,16	11,39	2213,09	96,97	7,01	2232,73	152,52	7,96	2225,08	129,32	7,59
30	2141,60	59,53	11,44	2100,69	101,78	9,31	2106,88	141,02	9,63	2053,00	118,85	6,83
31	2160,71	28,97	8,52	2134,60	80,58	7,20	2176,12	142,68	9,29	2113,80	115,04	6,16
32	2364,66	6,20	9,87	2319,48	81,06	7,77	2312,28	134,14	7,43	2338,43	108,17	8,65
33	2299,17	6,01	9,80	2266,74	99,06	8,25	2301,29	150,86	9,90	2267,92	91,69	8,31
34	2248,34	5,65	10,53	2192,19	76,57	7,77	2224,98	137,97	9,38	2125,15	118,17	4,47
35	2308,85	5,67	8,21	2254,96	88,83	5,68	2328,60	146,34	9,13	2259,72	116,27	5,90
36	2220,58	5,96	12,69	2122,76	69,42	7,73	2151,32	132,40	9,18	2048,86	72,98	3,98
37	2183,32	6,36	9,39	2133,00	78,40	6,87	2157,15	154,23	8,08	2135,00	89,08	6,97
38	2270,14	17,39	8,21	2234,38	108,81	6,51	2278,16	183,85	8,59	2235,84	87,67	6,58
39	2239,22	37,08	11,50	2154,46	92,22	7,28	2220,71	150,68	10,58	2111,00	86,48	5,11
40	2231,65	37,18	11,38	2170,88	98,99	8,34	2243,89	153,67	11,99	2109,10	109,83	5,26
41	2284,98	29,57	12,81	2170,38	94,80	7,15	2197,99	165,87	8,51	2201,96	125,50	8,71
42	2051,72	30,45	10,90	2024,95	95,33	9,46	2039,18	146,11	10,23	1973,28	107,83	6,66
43	2337,50	30,67	6,56	2386,91	81,16	8,81	2431,73	136,13	10,86	2329,72	127,11	6,21
44	2355,39	30,99	10,66	2234,93	93,80	5,00	2295,02	163,62	7,83	2323,13	128,13	9,15
45	2237,04	30,62	5,05	2277,05	84,86	6,93	2405,61	146,27	12,96	2271,69	118,62	6,68
46	2240,71	29,42	6,84	2257,49	93,33	7,64	2367,47	148,83	12,88	2280,27	126,95	8,72
47	2314,22	29,40	14,45	2185,51	88,24	8,08	2239,13	167,83	10,73	2183,50	111,29	7,98
48	2200,30	19,93	9,04	2141,97	108,67	6,15	2211,56	167,72	9,60	2123,84	125,83	5,25
49	2217,53	25,91	9,50	2202,18	109,41	8,74	2208,84	143,60	9,07	2200,31	118,72	8,65
Média	2232,91	35,22	9,82	2188,98	89,95	7,64	2236,18	150,21	9,96	2168,45	113,49	6,63

Tabela C.13: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	1866,75	54,55	22,51	1652,01	291,66	8,41	1684,14	566,03	10,52	1631,46	281,23	7,06
1	1919,68	51,26	19,22	1724,84	272,27	7,12	1740,54	510,81	8,10	1732,65	271,19	7,61
2	1818,32	51,08	14,33	1738,81	290,98	9,33	1769,95	553,16	11,28	1725,57	275,49	8,49
3	1844,09	49,88	19,04	1655,69	276,57	6,88	1700,60	518,43	9,78	1687,88	271,36	8,96
4	1935,83	50,92	21,13	1725,23	286,67	7,95	1752,68	540,97	9,67	1727,70	280,93	8,10
5	1923,97	25,77	18,55	1789,92	280,45	10,29	1814,62	537,33	11,81	1755,66	270,30	8,18
6	1876,20	36,64	22,79	1659,08	285,64	8,58	1672,30	525,98	9,44	1656,18	270,96	8,39
7	1911,19	32,16	22,04	1722,59	296,23	10,00	1744,04	553,51	11,37	1685,08	279,80	7,60
8	1792,43	53,98	15,05	1714,35	279,64	10,04	1719,27	532,41	10,35	1693,48	268,78	8,70
9	1926,00	42,04	26,82	1639,78	286,72	7,97	1660,76	562,18	9,36	1630,59	275,42	7,37
10	2098,73	43,72	28,39	1769,66	282,15	8,26	1827,50	562,03	11,80	1760,32	285,36	7,69
11	1904,61	46,66	26,04	1670,20	289,90	10,53	1678,68	567,33	11,09	1631,32	279,64	7,96
12	1936,81	42,00	23,43	1739,37	279,51	10,85	1720,76	535,27	9,66	1696,91	273,14	8,14
13	1881,45	49,20	18,44	1722,04	265,90	8,40	1747,17	538,11	9,98	1722,05	281,27	8,40
14	2032,79	44,68	30,23	1727,90	274,72	10,70	1723,01	522,86	10,38	1688,93	282,29	8,20
15	1865,52	55,77	19,42	1702,22	284,29	8,96	1715,59	547,93	9,82	1679,95	280,64	7,54
16	1859,65	45,82	23,19	1639,73	282,53	8,62	1671,34	539,85	10,71	1633,09	280,92	8,18
17	1883,11	50,70	17,02	1783,97	315,49	10,86	1797,69	567,74	11,71	1748,22	288,44	8,63
18	1997,13	46,08	25,46	1734,42	268,66	8,95	1739,37	528,47	9,27	1693,00	282,43	6,35
19	2028,36	49,32	23,45	1763,23	277,32	7,32	1832,79	543,73	11,55	1798,94	279,42	9,49
20	1837,90	50,02	22,95	1650,78	291,29	10,43	1618,08	565,56	8,25	1614,75	285,05	8,02
21	1905,30	56,07	20,24	1732,90	270,55	9,36	1757,69	533,77	10,93	1740,65	272,02	9,85
22	1959,01	40,73	23,83	1723,85	269,85	8,96	1775,31	504,16	12,21	1704,42	272,98	7,73
23	1924,25	60,66	22,09	1700,25	269,66	7,88	1735,20	506,94	10,10	1730,60	284,54	9,81
24	2000,03	34,42	25,43	1751,42	269,24	9,83	1765,84	504,50	10,74	1802,61	275,72	13,04
25	1998,70	54,66	28,50	1708,39	285,70	9,83	1717,17	517,74	10,40	1679,49	285,07	7,97
26	1787,72	51,05	16,62	1623,69	275,71	5,92	1666,94	519,52	8,74	1668,96	283,98	8,87
27	1913,76	576,08	17,68	1736,07	267,13	6,75	1792,11	485,36	10,20	1785,99	287,16	9,82
28	1934,97	29,77	25,05	1696,89	277,70	9,67	1704,62	503,85	10,16	1680,73	282,92	8,62
29	1858,90	50,84	20,26	1657,81	270,16	7,25	1678,80	518,66	8,61	1652,24	280,69	6,89
30	1824,92	49,76	17,46	1681,42	255,46	8,22	1723,87	467,20	10,95	1694,52	255,45	9,06
31	1918,42	48,96	22,04	1697,76	275,48	8,00	1725,66	507,94	9,78	1729,57	276,22	10,03
32	1850,51	46,10	18,19	1713,52	264,37	9,44	1719,64	490,74	9,83	1718,90	267,43	9,79
33	1910,58	53,57	18,40	1744,33	271,09	8,09	1787,58	494,75	10,78	1765,12	276,90	9,38
34	1781,36	25,96	19,18	1592,14	275,08	6,52	1616,09	522,11	8,12	1597,04	282,95	6,85
35	1905,66	48,45	19,52	1733,19	283,97	8,70	1758,62	556,92	10,30	1707,78	288,86	7,11
36	1849,39	38,39	23,47	1606,96	279,90	7,29	1677,13	527,07	11,97	1629,55	273,84	8,79
37	1889,55	59,81	22,10	1705,97	275,84	10,24	1711,90	578,13	10,62	1654,28	272,93	6,90
38	1951,57	57,53	31,44	1617,57	282,27	8,94	1657,14	517,14	11,61	1620,38	290,26	9,13
39	1875,04	45,12	20,21	1669,84	285,91	7,05	1726,87	532,90	10,71	1664,35	298,29	6,70
40	2087,17	57,98	27,30	1824,00	266,42	11,25	1810,31	522,23	10,41	1762,40	274,48	7,49
41	1918,34	55,58	21,80	1699,15	268,51	7,89	1713,32	507,59	8,79	1697,93	269,91	7,81
42	1936,78	53,29	21,26	1729,28	274,27	8,26	1740,97	536,18	9,00	1745,39	275,57	9,27
43	1933,69	103,73	22,63	1686,93	266,85	6,98	1728,01	507,65	9,59	1711,67	278,11	8,55
44	1957,59	54,57	23,26	1695,40	277,97	6,75	1727,62	533,02	8,78	1715,47	427,81	8,01
45	1805,89	54,93	12,72	1743,08	271,57	8,80	1776,91	517,59	10,91	1711,53	450,45	6,83
46	2051,21	52,19	27,37	1734,67	266,95	7,71	1760,70	508,28	9,33	1749,90	271,65	8,66
47	1931,09	57,65	22,54	1699,33	287,95	7,83	1765,54	531,64	12,03	1774,47	288,38	12,60
48	1961,19	149,40	25,30	1655,73	304,88	5,78	1670,05	495,53	6,70	1698,34	283,67	8,50
49	1996,21	53,84	22,24	1815,46	280,44	11,17	1825,39	547,68	11,78	1781,46	281,79	9,09
Média	1915,19	61,87	21,95	1706,06	278,59	8,62	1730,96	528,33	10,20	1703,39	285,08	8,44

Tabela C.14: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	2638,00	128,55	12,42	2521,16	404,51	7,44	2595,28	329,69	10,60	2537,62	552,97	8,15
1	2381,25	57,90	15,71	2211,25	320,04	7,45	2206,15	285,20	7,20	2233,82	479,78	8,55
2	2460,82	61,34	12,68	2376,98	394,76	8,84	2426,88	317,96	11,12	2358,54	522,00	7,99
3	2299,08	46,70	8,56	2292,28	334,02	8,24	2330,04	340,26	10,02	2263,79	581,73	6,89
4	2425,19	49,83	11,44	2332,35	389,39	7,17	2402,60	335,10	10,40	2294,12	515,22	5,41
5	2796,73	55,67	9,04	2773,65	455,49	8,15	2809,85	400,32	9,56	2747,94	701,89	7,14
6	2744,91	49,81	14,13	2600,47	381,12	8,12	2621,85	331,65	9,01	2531,38	536,13	5,25
7	2412,31	54,39	21,50	2149,30	342,34	8,25	2175,75	319,33	9,58	2140,75	502,48	7,82
8	2607,12	65,79	7,74	2595,00	425,22	7,24	2612,44	350,59	7,96	2562,35	572,18	5,89
9	2310,37	60,94	16,25	2118,20	331,60	6,58	2184,06	309,88	9,89	2148,05	510,05	8,08
10	2471,56	77,02	12,71	2376,04	380,68	8,35	2409,94	360,18	9,90	2337,37	516,26	6,59
11	2094,59	54,32	10,44	2036,62	350,85	7,39	2043,22	318,64	7,74	2085,52	524,87	9,97
12	2486,30	50,93	12,52	2387,37	355,89	8,05	2434,65	304,56	10,19	2334,15	506,89	5,64
13	2233,15	27,52	17,79	2072,41	344,47	9,31	2106,71	329,33	11,12	2029,44	495,48	7,04
14	2396,97	48,23	10,67	2348,22	402,05	8,42	2399,19	363,93	10,77	2295,61	540,69	5,99
15	2694,48	38,75	11,38	2639,76	375,86	9,11	2630,77	336,51	8,74	2567,81	596,33	6,14
16	2845,22	71,06	9,37	2782,24	472,41	6,95	2840,54	434,00	9,19	2777,99	632,59	6,78
17	2723,55	90,59	13,11	2639,08	442,63	9,61	2610,67	683,79	8,43	2540,15	655,16	5,50
18	2089,52	50,78	15,15	1931,21	291,43	6,42	1985,01	274,28	9,39	1938,05	472,20	6,80
19	2689,72	154,75	14,12	2522,07	406,22	7,01	2596,14	386,67	10,15	2515,55	646,23	6,73
20	2631,87	71,82	9,89	2620,22	385,81	9,40	2651,84	320,84	10,73	2515,01	370,32	5,01
21	2391,98	68,89	11,78	2332,45	359,43	9,00	2371,44	328,33	10,82	2292,68	323,02	7,14
22	2025,41	52,62	19,52	1822,53	292,42	7,55	1880,96	279,04	11,00	1819,63	285,30	7,38
23	2205,02	63,68	15,02	2080,04	325,03	8,50	2096,45	303,48	9,36	2069,01	313,18	7,93
24	2366,14	54,86	13,77	2242,20	298,86	7,81	2286,85	302,85	9,96	2235,14	308,29	7,47
25	2091,91	60,46	22,96	1839,96	308,93	8,15	1871,70	299,43	10,01	1854,85	297,51	9,02
26	2357,50	64,92	17,38	2163,00	347,42	7,70	2213,63	344,26	10,22	2136,29	308,01	6,37
27	3152,98	133,02	9,13	3091,18	506,73	6,99	3182,14	459,22	10,14	3027,52	427,51	4,79
28	2287,96	42,55	19,68	2067,46	281,60	8,15	2092,08	275,02	9,43	2042,76	285,88	6,85
29	2115,15	57,24	25,50	1862,26	293,40	10,49	1856,94	278,24	10,18	1805,57	289,82	7,13
30	2264,04	26,97	19,64	2030,21	326,80	7,28	2062,66	466,90	8,99	2018,58	295,10	6,67
31	2654,78	44,23	10,72	2574,04	443,02	7,35	2586,25	701,51	7,86	2530,06	326,05	5,51
32	1792,70	40,74	20,41	1612,85	293,42	8,33	1631,83	460,68	9,60	1631,51	271,08	9,58
33	2622,04	77,99	12,08	2530,54	377,86	8,17	2583,55	550,68	10,44	2456,30	287,89	5,00
34	2367,85	74,62	9,57	2337,72	433,13	8,18	2365,20	676,61	9,45	2286,53	349,93	5,81
35	1975,51	51,39	19,14	1811,67	276,53	9,26	1826,67	441,71	10,16	1823,44	270,94	9,97
36	2332,46	62,26	11,72	2260,92	342,62	8,29	2299,45	508,94	10,14	2252,91	325,03	7,91
37	2223,58	50,61	18,52	2075,73	327,23	10,64	2041,71	515,99	8,83	1994,49	276,44	6,31
38	2544,47	63,48	16,68	2367,93	360,68	8,59	2451,55	502,27	12,42	2337,02	295,08	7,17
39	2458,43	68,01	10,81	2428,28	390,17	9,45	2458,56	524,25	10,82	2389,80	356,14	7,72
40	2609,53	71,78	13,17	2473,97	393,43	7,29	2517,22	595,97	9,17	2513,41	764,66	9,00
41	2307,45	67,51	15,28	2137,66	326,69	6,79	2217,43	507,59	10,78	2175,44	574,45	8,68
42	2392,99	50,92	21,59	2117,43	317,82	7,59	2128,68	469,18	8,16	2101,42	542,52	6,78
43	2670,25	71,72	9,91	2602,81	375,88	7,14	2668,22	582,58	9,83	2583,04	628,87	6,32
44	1938,75	50,40	21,35	1721,95	290,21	7,78	1758,81	458,88	10,09	1730,06	511,36	8,29
45	2263,50	57,52	11,72	2190,05	331,76	8,09	2248,12	612,16	10,96	2188,06	335,96	8,00
46	2062,72	55,71	21,43	1803,89	286,19	6,19	1848,03	528,16	8,79	1811,17	273,86	6,62
47	2596,37	67,75	12,40	2521,80	480,54	9,18	2543,03	840,98	10,09	2524,77	368,76	9,30
48	2164,30	32,23	19,82	1961,83	310,26	8,61	1974,45	583,50	9,31	1930,30	289,15	6,86
49	2463,81	58,30	14,57	2272,21	369,20	5,66	2374,21	712,29	10,40	2258,46	312,76	5,02
Média	2402,65	62,18	14,64	2273,21	361,08	8,03	2310,23	430,87	9,78	2251,50	438,52	7,08

Tabela C.15: Resultados dos métodos de geração de solução inicial para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	Guloso			RF1			RF2			RF3		
	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)	Sol.	Tmp.	Gap(%)
0	3168,06	126,43	6,46	3182,55	648,65	6,95	3248,52	880,78	9,16	3124,89	704,86	5,01
1	3330,99	82,74	8,62	3279,44	501,97	6,94	3321,99	959,95	8,32	3243,99	733,84	5,78
2	3270,05	90,25	8,64	3204,17	499,39	6,45	3254,18	880,44	8,11	3167,55	744,07	5,23
3	3169,67	44,77	6,06	3164,92	511,43	5,90	3296,55	799,27	10,31	3134,23	679,42	4,88
4	3282,67	138,67	10,32	3167,66	541,89	6,46	3275,16	840,64	10,07	3194,99	761,47	7,38
5	3314,44	114,38	8,26	3230,25	487,33	5,51	3284,90	711,94	7,30	3215,52	634,10	5,03
6	3328,23	109,30	8,58	3308,20	417,00	7,93	3302,59	825,66	7,75	3230,10	609,02	5,38
7	3329,04	125,06	8,74	3305,65	542,00	7,97	3301,62	811,62	7,84	3248,54	762,39	6,11
8	3206,06	223,76	8,75	3119,06	530,48	5,80	3166,52	849,55	7,41	3125,26	727,99	6,01
9	3145,80	128,74	6,25	3179,63	557,51	7,39	3193,29	813,64	7,85	3111,86	721,51	5,10
10	3318,76	151,30	10,18	3238,96	516,93	7,53	3279,46	791,47	8,87	3113,58	626,10	3,37
11	3241,18	124,64	7,94	3239,66	498,66	7,89	3312,80	762,62	10,32	3149,57	622,08	4,89
12	3262,58	150,57	9,47	3215,29	567,67	7,88	3203,43	740,49	7,48	3146,82	671,64	5,58
13	3227,64	119,69	5,86	3229,62	537,92	5,93	3315,10	772,62	8,73	3166,81	767,01	3,87
14	3233,68	131,78	6,60	3232,06	661,29	6,55	3296,38	891,66	8,67	3195,07	859,94	5,33
15	3232,59	559,82	6,86	3200,80	517,67	5,81	3295,96	787,02	8,95	3181,34	709,53	5,16
16	3121,00	51,83	9,65	3060,89	586,72	7,54	3062,24	811,64	7,59	2976,78	785,35	4,58
17	3323,74	94,43	7,95	3269,46	450,84	6,19	3312,48	831,10	7,59	3273,18	704,46	6,31
18	3257,72	150,10	7,68	3256,16	569,24	7,63	3341,26	869,66	10,45	3273,35	761,65	8,20
19	3065,94	157,14	7,16	3041,11	553,41	6,29	3183,23	866,96	11,26	3026,06	717,40	5,76
20	3175,28	125,71	7,05	3176,35	523,74	7,08	3261,15	819,47	9,94	3159,08	481,56	6,50
21	3317,34	119,53	6,85	3371,56	574,01	8,60	3374,53	783,35	8,69	3222,71	403,39	3,80
22	3227,88	128,09	5,89	3258,70	527,16	6,91	3302,82	753,18	8,35	3206,72	456,40	5,20
23	3203,88	137,66	8,97	3137,13	592,89	6,70	3212,19	917,35	9,26	3116,38	484,64	6,00
24	3251,72	142,14	7,27	3220,94	507,74	6,26	3264,84	767,86	7,70	3206,51	425,00	5,78
25	3281,66	126,59	9,98	3129,44	463,76	4,88	3187,61	712,82	6,83	3123,26	516,85	4,67
26	3228,52	127,71	8,59	3206,79	509,10	7,86	3250,56	750,99	9,34	3105,60	496,78	4,46
27	3062,82	135,81	8,38	3015,31	522,30	6,70	3074,81	883,08	8,80	2971,04	478,40	5,13
28	3168,96	331,66	9,16	3094,97	486,00	6,61	3173,41	850,87	9,31	3094,93	416,35	6,61
29	3292,87	128,88	6,57	3265,24	505,09	5,67	3330,81	803,94	7,80	3196,46	442,87	3,45
30	3339,40	84,94	8,82	3281,33	463,01	6,93	3370,68	750,34	9,84	3199,42	414,97	4,26
31	3220,22	109,17	8,32	3171,46	522,68	6,68	3218,68	781,98	8,27	3128,11	451,57	5,22
32	3403,13	103,57	9,94	3400,60	507,02	9,85	3377,10	846,28	9,10	3257,61	416,70	5,24
33	3296,03	51,28	5,56	3351,04	539,36	7,32	3391,02	807,71	8,60	3249,13	397,56	4,06
34	3320,38	165,66	8,17	3287,66	453,51	7,10	3350,04	749,02	9,13	3230,91	385,10	5,25
35	3307,76	174,49	9,37	3228,21	455,04	6,74	3269,07	937,33	8,09	3169,22	442,20	4,79
36	3185,68	124,25	9,49	3106,94	567,73	6,79	3195,87	780,93	9,84	3052,73	419,48	4,92
37	3167,01	149,01	7,83	3196,12	681,53	8,82	3284,27	974,29	11,82	3064,20	556,84	4,33
38	3319,05	181,21	6,11	3352,79	490,78	7,19	3387,20	759,62	8,29	3253,95	423,91	4,03
39	3196,83	137,34	10,14	3083,53	544,93	6,24	3181,70	708,94	9,62	3043,56	432,18	4,86
40	3238,74	133,55	8,43	3230,87	494,23	8,17	3254,80	718,18	8,97	3149,75	732,25	5,45
41	3131,79	177,86	7,48	3152,80	657,31	8,20	3106,31	877,38	6,61	3073,92	979,07	5,49
42	3238,06	125,95	7,05	3236,36	534,49	6,99	3327,25	807,77	10,00	3224,42	837,46	6,60
43	3120,01	127,29	7,08	3057,40	500,30	4,93	3248,46	618,22	11,49	3082,24	837,86	5,79
44	3260,89	133,95	8,17	3185,58	462,22	5,67	3261,85	857,62	8,20	3192,85	920,30	5,92
45	3289,53	594,17	6,97	3275,41	457,06	6,51	3360,47	669,22	9,27	3209,05	732,79	4,35
46	3211,25	41,31	8,92	3225,60	517,34	9,40	3204,48	812,33	8,69	3171,66	866,60	7,57
47	3256,87	57,78	6,95	3261,15	448,25	7,09	3388,97	719,76	11,28	3192,14	770,97	4,82
48	3282,54	147,66	9,34	3214,26	466,87	7,07	3315,94	743,20	10,46	3168,33	852,55	5,54
49	3336,99	153,26	8,56	3315,68	598,25	7,87	3294,33	801,22	7,17	3249,27	1038,51	5,71
Média	3243,26	147,06	8,03	3212,33	525,43	6,99	3269,38	805,26	8,90	3161,29	636,30	5,30

Apêndice D

Resultados - Algoritmos VNS

Os resultados alcançados pelos algoritmos VNS são apresentados nas tabelas a seguir. As Tabelas D.1, D.2 e D.3 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 21 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas D.4, D.5 e D.6 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 31 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas D.7, D.8 e D.9 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 51 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas D.10, D.11 e D.12 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 101 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente. As Tabelas D.13, D.14 e D.15 contêm os resultados para as instâncias dos conjuntos com 151 vértices, com o nó raiz localizado ao centro, aleatoriamente e nas extremidades, respectivamente.

Em cada tabela, apresentamos os resultados para as 50 instâncias de cada conjunto e o cálculo do *gap* (%) de cada solução alcançada pelo algoritmo VNS em relação à solução relaxada calculada pela formulação matemática MBC2. A primeira coluna indica a identificação da instância. A segunda, terceira e quarta colunas apresentam, respectivamente, a solução relaxada calculada pela formulação MBC2, a solução inteira calculada dentro do tempo limite, e o *gap* dessa solução. A quinta e sexta colunas indicam, respectivamente, a solução média alcançada pelo algoritmo VNS1 após 10 execuções e o seu *gap*. A sétima e oitava colunas representam, respectivamente, a solução média alcançada pelo algoritmo VNS2 após 10 execuções e o seu *gap*. Por fim, as duas colunas finais apresentam, respectivamente, a solução média alcançada pelo algoritmo VNS3 após 10 execuções e o seu *gap*.

Tabela D.1: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	207,24	209,00	0,85	209,00	0,85	209,00	0,85	209,00	0,85
1	238,45	240,55	0,88	240,55	0,88	240,55	0,88	240,55	0,88
2	255,59	259,21	1,41	260,70	2,00	259,28	1,44	259,28	1,44
3	238,92	242,57	1,53	242,57	1,53	243,45	1,90	242,57	1,53
4	254,32	258,54	1,66	260,79	2,55	260,79	2,55	258,54	1,66
5	229,71	234,83	2,23	238,26	3,73	238,45	3,81	235,19	2,39
6	250,84	251,91	0,42	251,91	0,42	251,91	0,42	251,91	0,42
7	268,12	283,17	5,62	284,05	5,94	283,60	5,77	283,92	5,89
8	269,64	274,47	1,79	274,47	1,79	274,47	1,79	274,47	1,79
9	265,74	274,48	3,29	274,48	3,29	274,48	3,29	274,48	3,29
10	219,01	220,09	0,50	220,09	0,50	220,09	0,50	220,09	0,50
11	258,59	265,99	2,86	265,99	2,86	265,99	2,86	265,99	2,86
12	276,21	279,13	1,06	279,13	1,06	279,13	1,06	279,13	1,06
13	283,58	287,93	1,54	290,12	2,31	287,93	1,54	291,34	2,74
14	236,50	244,61	3,43	244,61	3,43	244,61	3,43	244,61	3,43
15	246,70	247,86	0,47	250,05	1,36	247,86	0,47	254,50	3,17
16	264,96	270,93	2,25	270,93	2,25	270,93	2,25	270,93	2,25
17	217,82	219,16	0,62	219,16	0,62	219,16	0,62	219,16	0,62
18	255,34	257,74	0,94	260,10	1,86	262,05	2,63	262,05	2,63
19	242,59	244,53	0,80	245,07	1,02	246,24	1,50	246,89	1,77
20	256,50	260,22	1,45	260,22	1,45	263,50	2,73	260,22	1,45
21	230,47	237,74	3,15	238,02	3,27	238,02	3,27	238,02	3,27
22	245,80	251,36	2,26	252,81	2,85	251,85	2,46	251,36	2,26
23	211,48	214,70	1,52	216,49	2,37	216,49	2,37	214,70	1,52
24	263,79	265,93	0,81	266,07	0,86	265,93	0,81	265,93	0,81
25	244,69	245,26	0,23	252,29	3,10	235,77	-3,65	252,29	3,10
26	243,18	245,50	0,95	245,50	0,95	245,50	0,95	245,50	0,95
27	223,08	231,80	3,91	231,80	3,91	235,83	5,71	235,83	5,71
28	277,64	280,87	1,16	280,87	1,16	280,87	1,16	280,87	1,16
29	247,25	250,78	1,43	252,46	2,11	252,83	2,26	252,74	2,22
30	209,04	211,47	1,16	212,75	1,77	212,75	1,77	213,71	2,23
31	290,07	292,52	0,84	293,06	1,03	293,06	1,03	292,52	0,84
32	252,56	255,75	1,26	257,15	1,82	255,75	1,26	255,75	1,26
33	241,23	241,23	0,00	241,23	0,00	241,23	0,00	241,23	0,00
34	259,94	264,66	1,82	264,66	1,82	264,66	1,82	264,66	1,82
35	260,71	261,26	0,21	261,26	0,21	261,26	0,21	261,26	0,21
36	253,57	259,58	2,37	259,60	2,38	259,58	2,37	259,58	2,37
37	251,90	253,00	0,44	253,00	0,44	254,34	0,97	253,00	0,44
38	223,21	223,53	0,15	225,19	0,89	225,19	0,89	225,19	0,89
39	247,31	250,31	1,21	250,94	1,47	250,94	1,47	250,94	1,47
40	199,05	200,80	0,88	204,68	2,83	203,00	1,98	203,00	1,98
41	253,55	254,87	0,52	254,87	0,52	254,87	0,52	254,87	0,52
42	246,52	249,96	1,39	249,99	1,41	249,96	1,39	249,99	1,41
43	223,13	230,52	3,31	233,21	4,52	233,21	4,52	233,21	4,52
44	239,06	239,79	0,30	239,79	0,30	239,79	0,30	239,79	0,30
45	235,46	238,73	1,39	240,56	2,17	240,08	1,96	238,73	1,39
46	272,49	276,81	1,58	276,81	1,58	276,81	1,58	280,78	3,04
47	274,23	276,05	0,66	276,42	0,80	276,42	0,80	276,42	0,80
48	225,35	227,60	1,00	227,60	1,00	227,60	1,00	227,60	1,00
49	220,68	222,01	0,60	224,73	1,84	222,01	0,60	222,01	0,60
Média	246,06	249,63	1,44	250,52	1,82	250,18	1,68	250,53	1,81

Tabela D.2: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	320,59	326,47	1,83	331,18	3,30	327,29	2,09	327,29	2,09
1	287,65	289,09	0,50	299,90	4,26	289,09	0,50	289,09	0,50
2	267,42	273,25	2,18	275,79	3,13	273,95	2,44	275,09	2,87
3	376,86	384,36	1,99	389,00	3,22	389,68	3,40	389,68	3,40
4	285,11	291,93	2,39	295,24	3,55	295,24	3,55	294,52	3,30
5	319,02	328,59	3,00	332,06	4,09	328,59	3,00	331,30	3,85
6	395,85	399,29	0,87	409,25	3,39	409,96	3,56	410,44	3,68
7	364,19	377,02	3,52	377,02	3,52	377,02	3,52	377,02	3,52
8	294,88	299,39	1,53	300,12	1,78	305,95	3,75	300,12	1,78
9	244,37	250,82	2,64	250,82	2,64	252,34	3,26	253,86	3,88
10	367,15	375,50	2,27	380,40	3,61	379,39	3,33	380,42	3,61
11	378,31	384,79	1,71	399,67	5,65	390,86	3,32	394,69	4,33
12	344,80	350,85	1,75	353,80	2,61	356,44	3,37	353,80	2,61
13	227,84	230,64	1,23	231,35	1,54	231,35	1,54	230,64	1,23
14	274,82	277,71	1,05	277,71	1,05	277,71	1,05	277,71	1,05
15	326,76	333,00	1,91	338,56	3,61	333,00	1,91	340,33	4,15
16	460,80	472,11	2,45	472,11	2,45	480,86	4,35	474,11	2,89
17	266,46	271,05	1,72	275,95	3,56	271,08	1,73	271,08	1,73
18	261,41	267,60	2,37	267,60	2,37	267,93	2,49	267,60	2,37
19	276,77	282,87	2,21	282,87	2,21	282,87	2,21	282,87	2,21
20	270,98	274,67	1,36	277,10	2,26	279,40	3,11	276,53	2,05
21	319,67	330,43	3,37	334,11	4,52	334,27	4,57	334,27	4,57
22	290,54	296,48	2,04	312,96	7,71	298,41	2,71	298,41	2,71
23	381,80	385,50	0,97	395,30	3,54	388,36	1,72	394,49	3,32
24	297,82	313,07	5,12	313,51	5,27	313,51	5,27	313,51	5,27
25	256,35	260,22	1,51	261,46	1,99	261,04	1,83	262,88	2,55
26	409,59	423,57	3,41	428,48	4,61	440,09	7,45	428,48	4,61
27	301,67	312,46	3,58	313,23	3,83	313,71	3,99	315,08	4,45
28	390,33	399,11	2,25	405,92	3,99	405,49	3,88	405,92	3,99
29	267,56	272,69	1,92	273,87	2,36	273,87	2,36	273,87	2,36
30	301,00	309,45	2,81	311,78	3,58	311,78	3,58	311,78	3,58
31	377,96	386,85	2,35	392,13	3,75	391,66	3,63	391,66	3,63
32	255,72	261,52	2,27	262,04	2,47	261,91	2,42	262,04	2,47
33	357,07	368,23	3,13	372,64	4,36	372,64	4,36	368,23	3,13
34	328,52	338,61	3,07	341,73	4,02	340,98	3,79	338,61	3,07
35	247,03	250,56	1,43	250,56	1,43	250,56	1,43	250,56	1,43
36	224,11	226,01	0,85	226,31	0,98	226,31	0,98	226,31	0,98
37	283,29	285,60	0,82	286,13	1,00	286,13	1,00	286,13	1,00
38	252,58	254,59	0,79	254,59	0,79	254,59	0,79	254,59	0,79
39	380,73	389,67	2,35	390,23	2,49	390,23	2,49	390,23	2,49
40	284,24	287,06	0,99	288,51	1,50	288,51	1,50	288,51	1,50
41	274,23	284,25	3,65	284,25	3,65	284,25	3,65	284,25	3,65
42	360,81	366,54	1,59	377,10	4,51	366,54	1,59	373,47	3,51
43	333,98	343,53	2,86	351,04	5,11	349,07	4,52	346,86	3,86
44	312,50	314,02	0,49	316,89	1,40	314,02	0,49	319,81	2,34
45	297,56	300,45	0,97	303,73	2,07	304,07	2,19	303,73	2,07
46	285,25	292,93	2,69	294,02	3,07	294,02	3,07	294,02	3,07
47	408,73	423,40	3,59	431,42	5,55	424,84	3,94	431,42	5,55
48	311,88	318,44	2,10	321,49	3,08	318,44	2,10	321,49	3,08
49	267,41	270,76	1,25	275,78	3,13	270,76	1,25	275,60	3,06
Média	313,44	320,14	2,09	323,77	3,19	322,60	2,80	322,89	2,90

Tabela D.3: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 21 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	498,85	509,03	2,04	509,03	2,04	520,36	4,31	520,36	4,31
1	455,67	468,14	2,74	478,35	4,98	468,14	2,74	474,52	4,14
2	457,70	465,98	1,81	465,98	1,81	475,42	3,87	468,51	2,36
3	468,61	479,85	2,40	481,83	2,82	487,86	4,11	488,91	4,33
4	431,84	442,26	2,41	455,80	5,55	454,65	5,28	456,64	5,74
5	470,85	484,96	2,99	488,36	3,72	488,54	3,76	491,89	4,47
6	434,49	440,89	1,47	448,72	3,27	441,72	1,66	452,43	4,13
7	400,61	406,95	1,58	418,63	4,50	419,10	4,62	418,32	4,42
8	404,15	421,70	4,34	426,14	5,44	433,49	7,26	427,46	5,77
9	438,83	451,00	2,77	459,67	4,75	456,82	4,10	461,01	5,06
10	411,92	420,77	2,15	421,44	2,31	424,67	3,10	431,43	4,74
11	430,15	442,92	2,97	442,92	2,97	461,54	7,30	451,45	4,95
12	419,05	431,24	2,91	439,15	4,80	440,40	5,09	433,57	3,46
13	455,91	474,61	4,10	480,07	5,30	480,33	5,36	479,63	5,20
14	444,35	452,63	1,86	455,00	2,40	461,62	3,89	457,58	2,98
15	450,72	459,06	1,85	475,51	5,50	469,08	4,07	459,06	1,85
16	474,19	482,69	1,79	490,80	3,50	485,76	2,44	487,25	2,76
17	452,98	466,19	2,91	477,80	5,48	480,53	6,08	469,97	3,75
18	421,81	427,60	1,37	441,01	4,55	433,69	2,82	427,60	1,37
19	480,27	502,08	4,54	505,97	5,35	507,78	5,73	505,97	5,35
20	429,79	432,34	0,59	452,38	5,25	435,91	1,42	435,91	1,42
21	442,66	448,51	1,32	468,72	5,89	464,71	4,98	464,40	4,91
22	465,68	483,56	3,84	483,82	3,90	496,19	6,55	483,82	3,90
23	442,82	445,90	0,70	451,05	1,86	452,90	2,28	445,90	0,70
24	453,93	461,97	1,77	464,40	2,31	472,32	4,05	461,97	1,77
25	428,47	439,68	2,62	439,68	2,62	439,68	2,62	439,68	2,62
26	446,58	453,16	1,47	465,87	4,32	453,16	1,47	468,82	4,98
27	476,37	489,71	2,80	525,59	10,33	493,40	3,57	508,78	6,80
28	440,46	449,44	2,04	458,75	4,15	466,96	6,02	467,30	6,09
29	466,43	474,85	1,81	481,42	3,21	485,93	4,18	486,19	4,24
30	386,72	392,87	1,59	422,37	9,22	395,48	2,27	395,48	2,27
31	455,16	459,04	0,85	464,90	2,14	477,39	4,89	475,19	4,40
32	360,62	366,64	1,67	375,13	4,02	372,55	3,31	375,49	4,12
33	470,17	484,17	2,98	485,28	3,21	495,71	5,43	484,17	2,98
34	408,97	412,70	0,91	435,71	6,54	422,23	3,24	422,49	3,31
35	380,84	393,07	3,21	393,52	3,33	394,47	3,58	398,46	4,63
36	395,03	404,53	2,41	411,23	4,10	412,72	4,48	418,62	5,97
37	448,47	452,64	0,93	461,00	2,80	452,77	0,96	461,00	2,80
38	434,85	437,80	0,68	451,10	3,74	437,80	0,68	437,80	0,68
39	480,01	494,30	2,98	508,61	5,96	497,24	3,59	500,13	4,19
40	421,44	428,73	1,73	437,69	3,86	436,33	3,53	437,53	3,82
41	454,74	465,73	2,42	470,03	3,36	482,74	6,16	465,73	2,42
42	441,47	453,28	2,67	464,47	5,21	453,28	2,67	453,28	2,67
43	440,94	451,00	2,28	451,00	2,28	448,14	1,63	463,90	5,21
44	431,67	439,42	1,80	449,23	4,07	450,73	4,42	445,78	3,27
45	443,81	448,67	1,10	454,06	2,31	469,78	5,85	454,06	2,31
46	465,49	476,72	2,41	483,11	3,79	499,67	7,34	477,19	2,52
47	446,40	453,46	1,58	453,81	1,66	459,96	3,04	475,23	6,46
48	439,37	446,26	1,57	461,63	5,07	453,84	3,29	457,35	4,09
49	496,96	506,21	1,86	521,59	4,95	531,51	6,95	511,20	2,86
Média	441,98	451,54	2,15	460,19	4,13	459,94	4,04	458,73	3,79

Tabela D.4: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	347,94	352,67	1,36	355,81	2,26	354,96	2,02	355,30	2,12
1	367,68	375,36	2,09	379,00	3,08	375,36	2,09	375,36	2,09
2	356,73	366,41	2,72	367,11	2,91	369,89	3,69	366,41	2,72
3	334,06	340,49	1,92	355,44	6,40	340,78	2,01	341,59	2,25
4	363,32	371,90	2,36	372,54	2,54	373,19	2,72	371,90	2,36
5	368,32	374,92	1,79	374,92	1,79	376,48	2,21	374,92	1,79
6	379,20	389,24	2,65	393,84	3,86	392,77	3,58	393,82	3,85
7	343,96	347,92	1,15	350,32	1,85	352,51	2,49	347,92	1,15
8	371,95	378,05	1,64	382,56	2,85	383,99	3,24	383,99	3,24
9	343,37	358,13	4,30	359,99	4,84	360,01	4,85	360,01	4,85
10	354,20	365,20	3,11	368,36	4,00	366,14	3,37	366,34	3,43
11	361,88	370,50	2,38	370,96	2,51	370,50	2,38	373,14	3,11
12	322,79	331,01	2,55	331,83	2,80	331,24	2,62	331,83	2,80
13	363,70	372,94	2,54	375,41	3,22	372,94	2,54	372,94	2,54
14	341,58	347,99	1,88	348,93	2,15	348,93	2,15	348,93	2,15
15	368,05	375,56	2,04	377,73	2,63	375,56	2,04	376,69	2,35
16	322,24	330,54	2,58	336,45	4,41	335,22	4,03	335,37	4,07
17	370,71	377,20	1,75	382,84	3,27	377,20	1,75	377,20	1,75
18	382,32	391,90	2,51	399,96	4,62	395,69	3,50	395,69	3,50
19	363,60	373,49	2,72	378,88	4,20	374,44	2,98	379,16	4,28
20	395,65	405,82	2,57	405,82	2,57	405,82	2,57	405,82	2,57
21	374,47	386,73	3,27	387,22	3,40	387,22	3,40	387,22	3,40
22	393,59	408,01	3,66	408,01	3,66	408,01	3,66	408,01	3,66
23	377,84	381,14	0,87	383,69	1,55	383,96	1,62	383,69	1,55
24	367,79	370,59	0,76	370,66	0,78	370,74	0,80	370,59	0,76
25	362,85	367,11	1,17	370,68	2,16	370,66	2,15	368,52	1,56
26	369,59	378,75	2,48	381,48	3,22	379,09	2,57	379,09	2,57
27	375,87	381,53	1,51	381,53	1,51	381,53	1,51	381,53	1,51
28	402,51	409,24	1,67	414,63	3,01	410,48	1,98	410,48	1,98
29	315,23	321,35	1,94	324,78	3,03	323,44	2,60	323,44	2,60
30	376,42	380,19	1,00	383,40	1,86	381,83	1,44	381,83	1,44
31	367,52	371,90	1,19	373,47	1,62	372,57	1,38	373,17	1,54
32	361,01	369,54	2,36	372,17	3,09	372,35	3,14	373,68	3,51
33	331,48	336,79	1,60	348,12	5,02	340,55	2,73	336,79	1,60
34	375,49	383,14	2,04	394,80	5,14	383,14	2,04	388,51	3,47
35	407,32	414,25	1,70	415,07	1,90	415,28	1,96	417,14	2,41
36	341,95	346,85	1,43	346,85	1,43	350,67	2,55	350,67	2,55
37	363,14	366,81	1,01	378,71	4,29	367,28	1,14	366,81	1,01
38	318,56	328,54	3,13	330,86	3,86	329,93	3,57	330,86	3,86
39	369,23	379,67	2,83	392,10	6,19	382,41	3,57	382,41	3,57
40	313,87	318,10	1,35	319,16	1,69	319,16	1,69	318,94	1,62
41	381,04	393,32	3,22	395,11	3,69	393,61	3,30	394,66	3,57
42	345,30	348,81	1,02	351,17	1,70	351,12	1,69	351,39	1,77
43	330,55	338,16	2,30	343,25	3,84	341,91	3,44	344,70	4,28
44	378,02	382,19	1,10	383,94	1,56	382,71	1,24	382,19	1,10
45	320,35	325,02	1,46	325,69	1,67	326,77	2,01	326,77	2,01
46	368,39	373,91	1,50	380,43	3,27	374,95	1,78	378,84	2,84
47	342,04	348,27	1,82	348,27	1,82	348,27	1,82	348,27	1,82
48	345,78	348,95	0,92	352,17	1,85	352,17	1,85	353,09	2,11
49	379,83	387,19	1,94	392,56	3,35	390,49	2,81	387,81	2,10
Média	359,61	366,87	2,02	370,37	3,00	368,52	2,48	368,71	2,53

Tabela D.5: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	421,76	429,37	1,81	431,47	2,30	437,16	3,65	441,29	4,63
1	497,47	510,09	2,54	521,97	4,92	518,86	4,30	523,70	5,27
2	631,04	643,05	1,90	653,07	3,49	657,50	4,19	659,57	4,52
3	334,50	340,90	1,91	342,01	2,25	342,01	2,25	340,90	1,91
4	439,78	452,39	2,87	453,24	3,06	461,07	4,84	460,96	4,82
5	467,76	479,89	2,59	489,08	4,56	487,85	4,30	486,54	4,02
6	409,50	415,41	1,44	424,99	3,78	425,77	3,97	420,79	2,76
7	448,60	451,56	0,66	461,81	2,94	461,84	2,95	458,52	2,21
8	491,57	499,02	1,51	520,20	5,82	522,00	6,19	508,05	3,35
9	440,28	450,32	2,28	456,22	3,62	459,24	4,31	457,48	3,91
10	510,05	523,59	2,66	536,27	5,14	534,61	4,82	534,29	4,75
11	424,39	434,92	2,48	443,44	4,49	436,81	2,93	443,30	4,46
12	514,78	523,10	1,62	547,11	6,28	531,92	3,33	547,01	6,26
13	393,47	398,61	1,31	413,53	5,10	399,20	1,46	400,23	1,72
14	551,49	565,45	2,53	579,95	5,16	576,48	4,53	581,87	5,51
15	645,90	656,31	1,61	674,84	4,48	671,00	3,89	678,93	5,11
16	414,09	426,52	3,00	431,15	4,12	431,15	4,12	430,52	3,97
17	493,16	506,09	2,62	511,78	3,78	514,45	4,32	517,15	4,86
18	502,89	513,70	2,15	518,75	3,15	515,33	2,47	524,99	4,39
19	528,88	541,23	2,33	553,56	4,67	550,42	4,07	559,82	5,85
20	454,89	466,45	2,54	480,71	5,68	474,64	4,34	474,10	4,23
21	440,32	451,82	2,61	456,65	3,71	456,73	3,73	453,99	3,11
22	393,18	398,75	1,42	402,83	2,45	403,26	2,56	399,25	1,54
23	462,30	475,89	2,94	482,42	4,35	480,88	4,02	477,40	3,26
24	481,91	495,41	2,80	503,35	4,45	499,99	3,75	502,11	4,19
25	409,96	416,42	1,58	426,16	3,95	421,47	2,81	423,95	3,41
26	553,33	562,16	1,60	578,81	4,61	570,36	3,08	581,71	5,13
27	465,59	476,69	2,38	488,34	4,89	488,23	4,86	480,86	3,28
28	508,66	521,07	2,44	537,81	5,73	535,46	5,27	542,48	6,65
29	521,82	531,70	1,89	543,44	4,14	539,20	3,33	553,14	6,00
30	427,35	434,45	1,66	444,70	4,06	437,54	2,38	445,90	4,34
31	482,58	496,70	2,93	508,36	5,34	506,10	4,87	509,43	5,56
32	571,71	583,51	2,06	589,01	3,03	588,98	3,02	596,72	4,38
33	428,69	437,49	2,05	438,56	2,30	446,59	4,18	438,56	2,30
34	396,90	406,12	2,32	416,88	5,03	411,29	3,62	413,83	4,27
35	572,43	584,33	2,08	591,80	3,38	589,98	3,07	600,65	4,93
36	430,88	443,10	2,84	446,95	3,73	452,60	5,04	448,95	4,19
37	504,09	512,86	1,74	524,36	4,02	512,95	1,76	524,05	3,96
38	497,98	512,06	2,83	515,70	3,56	512,57	2,93	522,42	4,91
39	369,07	376,51	2,02	377,57	2,30	379,81	2,91	378,97	2,68
40	384,13	390,40	1,63	392,56	2,19	391,42	1,90	391,42	1,90
41	447,34	452,37	1,12	460,92	3,04	456,25	1,99	452,88	1,24
42	368,67	374,22	1,50	381,68	3,53	381,99	3,61	385,07	4,45
43	467,14	476,73	2,05	486,74	4,20	484,78	3,78	485,70	3,97
44	445,41	455,46	2,25	463,51	4,06	456,85	2,57	462,56	3,85
45	413,59	422,90	2,25	429,13	3,76	433,51	4,81	429,35	3,81
46	480,10	489,61	1,98	504,65	5,11	504,17	5,01	506,35	5,47
47	405,05	413,30	2,04	416,61	2,86	414,06	2,23	415,05	2,47
48	483,92	493,76	2,03	508,05	4,99	494,54	2,20	495,41	2,37
49	414,01	421,33	1,77	425,97	2,89	425,72	2,83	423,10	2,19
Média	464,89	474,70	2,10	483,77	4,01	481,73	3,59	483,83	3,97

Tabela D.6: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 31 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	644,89	660,91	2,48	677,40	5,04	671,45	4,12	671,84	4,18
1	639,52	651,84	1,93	679,01	6,17	669,01	4,61	667,76	4,42
2	619,92	632,97	2,11	651,08	5,03	648,58	4,62	636,84	2,73
3	647,71	664,51	2,59	676,93	4,51	675,30	4,26	664,70	2,62
4	598,25	619,46	3,55	638,71	6,76	629,47	5,22	627,36	4,87
5	706,07	716,66	1,50	737,01	4,38	731,69	3,63	731,40	3,59
6	649,04	659,21	1,57	660,57	1,78	667,97	2,92	674,80	3,97
7	683,89	701,54	2,58	710,05	3,83	707,16	3,40	706,91	3,37
8	693,00	704,09	1,60	722,82	4,30	722,20	4,21	723,71	4,43
9	719,01	733,58	2,03	728,68	1,34	754,63	4,95	751,96	4,58
10	562,37	575,81	2,39	579,76	3,09	583,91	3,83	589,40	4,81
11	682,27	692,18	1,45	704,18	3,21	712,92	4,49	711,00	4,21
12	639,01	642,47	0,54	657,20	2,85	661,98	3,59	667,48	4,45
13	605,45	623,83	3,04	645,64	6,64	637,35	5,27	638,22	5,41
14	599,92	614,76	2,47	620,62	3,45	623,08	3,86	631,56	5,27
15	657,43	671,94	2,21	689,38	4,86	688,22	4,68	677,84	3,10
16	652,26	665,83	2,08	671,48	2,95	676,98	3,79	688,97	5,63
17	636,57	648,64	1,90	664,11	4,33	662,98	4,15	666,83	4,75
18	597,53	611,65	2,36	624,69	4,54	633,65	6,04	627,44	5,01
19	652,59	665,22	1,94	679,61	4,14	687,91	5,41	680,02	4,20
20	684,49	696,65	1,78	707,76	3,40	724,54	5,85	720,22	5,22
21	662,75	674,70	1,80	686,76	3,62	680,29	2,65	690,09	4,13
22	645,02	656,25	1,74	665,72	3,21	687,15	6,53	659,44	2,24
23	610,96	618,55	1,24	630,00	3,12	640,80	4,88	630,00	3,12
24	647,53	667,31	3,06	670,22	3,51	671,52	3,71	675,60	4,34
25	629,52	643,05	2,15	649,72	3,21	649,36	3,15	648,84	3,07
26	605,42	614,08	1,43	633,75	4,68	643,19	6,24	629,75	4,02
27	627,55	643,30	2,51	660,26	5,21	651,32	3,79	667,57	6,38
28	640,48	651,71	1,75	658,89	2,88	661,93	3,35	665,44	3,90
29	549,11	561,77	2,31	586,17	6,75	584,71	6,48	570,70	3,93
30	623,48	635,10	1,86	639,03	2,49	651,55	4,50	647,34	3,83
31	672,33	685,34	1,93	711,56	5,83	703,07	4,57	700,68	4,22
32	638,43	649,89	1,80	667,29	4,52	664,27	4,05	667,18	4,50
33	615,73	631,90	2,63	645,78	4,88	648,37	5,30	649,58	5,50
34	618,54	635,97	2,82	652,39	5,47	647,11	4,62	645,50	4,36
35	673,60	689,16	2,31	721,24	7,07	694,11	3,04	695,49	3,25
36	745,06	758,90	1,86	762,30	2,31	769,50	3,28	775,15	4,04
37	664,77	683,88	2,87	694,89	4,53	710,71	6,91	700,09	5,31
38	728,80	740,47	1,60	762,89	4,68	745,90	2,35	755,08	3,61
39	594,86	607,66	2,15	617,88	3,87	616,44	3,63	614,92	3,37
40	665,84	680,03	2,13	695,51	4,46	689,93	3,62	702,67	5,53
41	617,04	632,36	2,48	644,73	4,49	649,25	5,22	647,79	4,98
42	659,87	676,02	2,45	687,57	4,20	679,33	2,95	692,70	4,97
43	672,57	683,43	1,62	693,13	3,06	692,06	2,90	686,27	2,04
44	619,38	636,49	2,76	652,86	5,41	645,70	4,25	656,58	6,01
45	629,03	637,03	1,27	659,22	4,80	659,18	4,79	652,12	3,67
46	644,35	662,43	2,80	675,19	4,79	669,62	3,92	683,56	6,08
47	621,72	635,22	2,17	650,76	4,67	649,11	4,40	641,06	3,11
48	619,03	622,23	0,52	638,36	3,12	625,31	1,02	644,09	4,05
49	559,40	567,51	1,45	584,34	4,46	573,73	2,56	582,35	4,10
Média	641,47	654,71	2,07	668,75	4,27	667,99	4,16	668,68	4,25

Tabela D.7: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	553,76	568,48	2,66	583,76	5,42	576,67	4,14	580,58	4,84
1	523,81	540,62	3,21	548,42	4,70	546,71	4,37	546,97	4,42
2	548,24	558,66	1,90	571,73	4,28	573,31	4,57	559,59	2,07
3	551,27	564,28	2,36	571,23	3,62	575,48	4,39	569,39	3,29
4	534,40	541,68	1,36	550,57	3,03	552,72	3,43	548,93	2,72
5	594,13	608,16	2,36	616,27	3,73	622,34	4,75	610,35	2,73
6	552,19	571,43	3,48	580,65	5,15	576,63	4,43	579,96	5,03
7	569,11	580,53	2,01	588,72	3,44	580,53	2,01	580,53	2,01
8	609,11	616,96	1,29	626,11	2,79	620,75	1,91	623,67	2,39
9	621,01	635,48	2,33	653,53	5,24	648,35	4,40	644,27	3,74
10	546,74	557,31	1,93	563,32	3,03	560,83	2,58	563,40	3,05
11	578,89	592,57	2,36	599,40	3,54	594,64	2,72	595,71	2,91
12	618,15	630,50	2,00	644,21	4,22	639,58	3,47	640,37	3,60
13	529,61	541,07	2,16	551,70	4,17	547,35	3,35	542,37	2,41
14	556,37	565,96	1,72	578,22	3,93	574,18	3,20	577,77	3,85
15	546,62	560,88	2,61	573,96	5,00	572,02	4,65	562,73	2,95
16	566,86	577,77	1,93	579,98	2,31	584,67	3,14	594,52	4,88
17	559,87	570,14	1,83	575,12	2,72	578,86	3,39	573,84	2,50
18	588,24	605,11	2,87	616,14	4,74	614,21	4,41	613,65	4,32
19	592,95	608,21	2,57	609,06	2,72	621,35	4,79	613,47	3,46
20	540,71	561,30	3,81	571,48	5,69	565,28	4,54	566,41	4,75
21	579,12	593,01	2,40	601,15	3,81	599,27	3,48	601,67	3,89
22	553,78	565,35	2,09	583,42	5,35	577,55	4,29	567,61	2,50
23	560,33	573,49	2,35	583,64	4,16	579,26	3,38	580,71	3,64
24	608,66	623,63	2,46	636,55	4,58	634,77	4,29	628,25	3,22
25	552,27	554,54	0,41	561,45	1,66	559,29	1,27	565,72	2,43
26	557,10	570,78	2,45	575,05	3,22	577,47	3,66	578,28	3,80
27	552,40	564,58	2,21	575,15	4,12	570,36	3,25	572,17	3,58
28	569,41	581,97	2,21	590,95	3,78	588,63	3,38	597,17	4,88
29	557,38	572,33	2,68	585,40	5,03	581,83	4,39	583,36	4,66
30	588,78	601,98	2,24	618,01	4,96	609,72	3,56	606,23	2,96
31	568,30	582,82	2,56	586,47	3,20	589,03	3,65	584,50	2,85
32	578,67	591,41	2,20	597,89	3,32	604,66	4,49	603,90	4,36
33	549,15	562,66	2,46	580,22	5,66	570,50	3,89	574,95	4,70
34	578,51	596,99	3,19	607,23	4,97	604,60	4,51	604,51	4,49
35	557,04	574,19	3,08	585,31	5,07	582,14	4,51	576,29	3,45
36	568,31	579,59	1,99	592,33	4,23	587,80	3,43	584,74	2,89
37	516,48	525,88	1,82	535,66	3,71	531,06	2,82	530,27	2,67
38	580,79	595,33	2,50	602,48	3,73	599,51	3,22	599,73	3,26
39	527,77	549,05	4,03	555,15	5,19	555,15	5,19	553,24	4,83
40	543,57	554,15	1,94	566,82	4,28	563,98	3,75	561,26	3,25
41	567,80	578,87	1,95	595,08	4,80	579,98	2,15	587,32	3,44
42	570,50	581,19	1,87	593,50	4,03	584,62	2,47	586,81	2,86
43	569,17	581,14	2,10	587,45	3,21	584,37	2,67	583,73	2,56
44	576,99	584,50	1,30	596,79	3,43	597,04	3,47	593,66	2,89
45	566,87	581,79	2,63	594,02	4,79	592,83	4,58	587,99	3,73
46	565,94	575,62	1,71	592,85	4,76	582,84	2,99	589,12	4,10
47	604,39	622,09	2,93	631,73	4,52	628,30	3,96	640,40	5,96
48	564,81	579,06	2,52	589,62	4,39	587,58	4,03	585,54	3,67
49	551,59	559,61	1,45	571,97	3,69	565,87	2,59	560,26	1,57
Média	565,36	578,29	2,29	588,54	4,10	585,93	3,64	585,16	3,50

Tabela D.8: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	575,49	591,99	2,87	600,43	4,33	596,70	3,69	595,53	3,48
1	721,27	737,05	2,19	769,45	6,68	750,81	4,10	750,47	4,05
2	688,90	701,63	1,85	725,24	5,28	717,59	4,17	719,11	4,39
3	665,23	676,36	1,67	703,69	5,78	687,84	3,40	702,39	5,59
4	848,01	859,79	1,39	898,64	5,97	886,72	4,56	879,59	3,72
5	934,85	958,69	2,55	970,74	3,84	977,64	4,58	972,94	4,07
6	751,74	767,16	2,05	801,74	6,65	793,86	5,60	786,71	4,65
7	727,53	741,73	1,95	753,57	3,58	772,98	6,25	756,35	3,96
8	669,97	684,67	2,19	713,54	6,50	701,99	4,78	700,47	4,55
9	815,50	829,18	1,68	850,94	4,35	837,49	2,70	852,42	4,53
10	838,71	850,33	1,39	883,57	5,35	876,95	4,56	877,80	4,66
11	663,09	670,78	1,16	689,81	4,03	695,74	4,92	682,77	2,97
12	698,98	715,21	2,32	733,67	4,96	741,04	6,02	725,19	3,75
13	777,55	790,46	1,66	822,46	5,78	810,25	4,21	809,18	4,07
14	773,81	786,88	1,69	802,42	3,70	807,52	4,36	806,41	4,21
15	855,59	872,36	1,96	888,77	3,88	874,29	2,19	894,56	4,55
16	692,28	702,67	1,50	725,72	4,83	716,34	3,48	714,16	3,16
17	574,27	585,50	1,95	603,01	5,00	587,58	2,32	599,07	4,32
18	676,30	690,71	2,13	716,33	5,92	707,87	4,67	705,70	4,35
19	796,88	811,37	1,82	821,89	3,14	825,90	3,64	818,46	2,71
20	865,60	879,34	1,59	898,97	3,85	903,18	4,34	897,47	3,68
21	782,60	797,79	1,94	811,98	3,75	821,96	5,03	807,82	3,22
22	679,04	688,66	1,42	702,17	3,41	702,91	3,52	703,40	3,59
23	706,72	720,74	1,98	732,32	3,62	744,04	5,28	736,70	4,24
24	791,59	809,76	2,29	824,87	4,20	835,64	5,56	823,23	4,00
25	614,70	625,11	1,69	643,73	4,72	631,33	2,71	634,85	3,28
26	837,49	853,64	1,93	864,89	3,27	861,25	2,84	874,50	4,42
27	683,42	694,71	1,65	710,35	3,94	705,22	3,19	726,37	6,28
28	754,02	773,76	2,62	801,09	6,24	796,21	5,59	789,10	4,65
29	1042,60	1062,23	1,88	1079,29	3,52	1100,56	5,56	1096,09	5,13
30	700,07	712,63	1,79	735,06	5,00	725,21	3,59	718,70	2,66
31	709,99	729,42	2,74	752,13	5,93	741,46	4,43	737,22	3,83
32	957,52	973,97	1,72	987,46	3,13	1004,42	4,90	997,12	4,14
33	955,70	970,96	1,60	1000,21	4,66	998,46	4,47	999,30	4,56
34	779,23	792,20	1,67	820,00	5,23	803,86	3,16	812,10	4,22
35	540,31	551,25	2,03	558,09	3,29	555,31	2,78	562,17	4,05
36	683,77	698,52	2,16	721,63	5,54	706,23	3,29	719,41	5,21
37	750,36	769,79	2,59	760,42	1,34	782,52	4,29	784,53	4,55
38	642,16	657,63	2,41	682,12	6,22	671,53	4,57	674,77	5,08
39	675,71	687,32	1,72	696,23	3,04	715,44	5,88	698,42	3,36
40	636,60	649,14	1,97	660,49	3,75	656,80	3,17	661,48	3,91
41	776,16	788,53	1,59	807,57	4,05	800,60	3,15	801,30	3,24
42	523,81	535,25	2,18	551,69	5,32	543,77	3,81	543,74	3,81
43	706,81	719,96	1,86	740,83	4,81	744,31	5,31	747,62	5,77
44	609,83	621,56	1,92	634,86	4,10	630,95	3,46	632,90	3,78
45	781,41	800,28	2,41	823,16	5,34	827,24	5,87	823,09	5,33
46	531,42	547,65	3,05	554,77	4,39	555,91	4,61	555,48	4,53
47	754,72	766,44	1,55	792,44	5,00	788,17	4,43	782,33	3,66
48	666,12	684,08	2,70	691,49	3,81	699,85	5,06	692,17	3,91
49	618,87	628,97	1,63	644,06	4,07	645,34	4,28	642,32	3,79
Média	730,09	744,32	1,97	763,20	4,56	761,33	4,25	760,50	4,15

Tabela D.9: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 51 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	1092,43	1108,67	1,49	1133,03	3,72	1132,14	3,64	1152,91	5,54
1	1127,68	1147,73	1,78	1166,24	3,42	1176,90	4,36	1179,92	4,63
2	990,32	1007,27	1,71	1027,05	3,71	1033,32	4,34	1038,44	4,86
3	1067,95	1084,11	1,51	1108,68	3,81	1116,23	4,52	1114,94	4,40
4	1101,54	1123,23	1,97	1133,02	2,86	1134,10	2,96	1127,22	2,33
5	1080,86	1096,21	1,42	1111,63	2,85	1122,31	3,83	1138,71	5,35
6	984,30	1002,30	1,83	1016,29	3,25	1023,42	3,97	1031,82	4,83
7	1024,37	1038,71	1,40	1061,00	3,58	1065,89	4,05	1060,65	3,54
8	1064,90	1078,00	1,23	1095,02	2,83	1115,81	4,78	1114,75	4,68
9	1096,03	1117,05	1,92	1135,13	3,57	1146,04	4,56	1146,11	4,57
10	1094,02	1115,71	1,98	1138,23	4,04	1150,15	5,13	1147,87	4,92
11	1061,68	1093,43	2,99	1116,88	5,20	1140,61	7,43	1121,04	5,59
12	1001,18	1018,23	1,70	1039,82	3,86	1030,92	2,97	1041,08	3,99
13	1141,87	1158,83	1,48	1190,32	4,24	1186,08	3,87	1168,20	2,31
14	1071,88	1093,22	1,99	1137,51	6,12	1118,87	4,38	1129,72	5,40
15	1063,33	1081,80	1,74	1109,94	4,38	1117,82	5,12	1094,11	2,89
16	1026,56	1044,07	1,71	1071,22	4,35	1083,82	5,58	1084,18	5,61
17	1038,32	1058,85	1,98	1072,74	3,31	1086,12	4,60	1085,39	4,53
18	1051,50	1073,22	2,06	1092,71	3,92	1052,48	0,09	1106,17	5,20
19	1022,92	1039,36	1,61	1059,01	3,53	1081,55	5,73	1052,15	2,86
20	1031,94	1042,51	1,02	1063,80	3,09	1063,41	3,05	1057,36	2,46
21	1118,51	1138,70	1,81	1176,27	5,16	1168,20	4,44	1166,19	4,26
22	1087,08	1107,96	1,92	1122,62	3,27	1127,23	3,69	1114,83	2,55
23	1005,32	1020,01	1,46	1047,17	4,16	1050,50	4,49	1040,24	3,47
24	1051,14	1064,90	1,31	1095,62	4,23	1118,79	6,44	1089,25	3,63
25	1016,86	1030,41	1,33	1056,05	3,85	1066,51	4,88	1037,73	2,05
26	1104,52	1121,63	1,55	1142,35	3,42	1156,83	4,74	1149,62	4,08
27	927,72	941,54	1,49	966,23	4,15	955,83	3,03	966,44	4,17
28	1038,25	1059,92	2,09	1085,27	4,53	1101,11	6,05	1074,59	3,50
29	1112,37	1128,08	1,41	1148,88	3,28	1162,84	4,54	1157,26	4,04
30	1030,31	1044,71	1,40	1045,02	1,43	1074,51	4,29	1059,12	2,80
31	1094,76	1109,93	1,39	1130,24	3,24	1143,89	4,49	1121,49	2,44
32	1117,17	1135,53	1,64	1160,88	3,91	1170,97	4,82	1141,15	2,15
33	1047,27	1068,54	2,03	1080,86	3,21	1104,00	5,42	1081,39	3,26
34	1006,98	1024,63	1,75	1046,40	3,91	1058,93	5,16	1044,00	3,68
35	1027,08	1039,30	1,19	1074,72	4,64	1058,89	3,10	1068,23	4,01
36	1037,47	1057,71	1,95	1073,40	3,46	1084,26	4,51	1081,63	4,26
37	981,92	1001,47	1,99	1019,81	3,86	1024,15	4,30	1028,28	4,72
38	1059,40	1080,92	2,03	1095,04	3,36	1126,78	6,36	1104,59	4,27
39	1018,38	1038,41	1,97	1047,18	2,83	1064,18	4,50	1067,79	4,85
40	1025,79	1046,80	2,05	1077,54	5,05	1072,87	4,59	1057,79	3,12
41	1030,86	1049,91	1,85	1058,32	2,66	1078,71	4,64	1075,14	4,30
42	1032,59	1052,06	1,89	1093,52	5,90	1079,27	4,52	1085,22	5,10
43	1030,43	1048,19	1,72	1076,40	4,46	1077,85	4,60	1073,68	4,20
44	998,96	1017,24	1,83	1031,99	3,31	1042,12	4,32	1040,18	4,13
45	1044,40	1061,88	1,67	1074,48	2,88	1082,56	3,65	1100,74	5,39
46	1082,12	1107,11	2,31	1122,41	3,72	1129,69	4,40	1129,51	4,38
47	1090,88	1113,14	2,04	1131,88	3,76	1143,87	4,86	1138,19	4,34
48	1010,77	1028,04	1,71	1037,29	2,62	1051,95	4,07	1050,55	3,94
49	1077,46	1098,59	1,96	1117,24	3,69	1136,24	5,46	1111,01	3,11
Média	1050,85	1069,19	1,75	1090,29	3,75	1097,83	4,47	1092,97	4,01

Tabela D.10: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	1057,69	1075,43	1,68	1112,31	5,16	1097,90	3,80	1108,83	4,84
1	1081,17	1102,35	1,96	1138,56	5,31	1129,01	4,43	1125,97	4,14
2	1087,97	1108,89	1,92	1139,15	4,70	1139,28	4,72	1133,32	4,17
3	1077,08	1096,31	1,79	1132,18	5,12	1130,10	4,92	1113,50	3,38
4	1051,80	1074,90	2,20	1101,86	4,76	1088,66	3,50	1102,73	4,84
5	1088,16	1106,46	1,68	1146,98	5,41	1135,40	4,34	1122,40	3,15
6	1021,42	1045,13	2,32	1073,04	5,05	1071,68	4,92	1071,10	4,86
7	1111,85	1137,99	2,35	1177,13	5,87	1163,89	4,68	1159,05	4,25
8	1085,12	1105,21	1,85	1146,04	5,61	1122,32	3,43	1128,90	4,03
9	1119,06	1144,16	2,24	1179,97	5,44	1164,86	4,09	1160,20	3,68
10	1023,13	1042,67	1,91	1081,46	5,70	1073,43	4,92	1072,28	4,80
11	1026,29	1047,35	2,05	1086,19	5,84	1075,73	4,82	1080,93	5,32
12	1078,99	1101,77	2,11	1147,74	6,37	1130,95	4,82	1119,39	3,74
13	1055,56	1077,41	2,07	1114,26	5,56	1107,30	4,90	1103,29	4,52
14	1032,20	1053,97	2,11	1094,58	6,04	1078,98	4,53	1088,02	5,41
15	1068,73	1098,48	2,78	1127,22	5,47	1131,88	5,91	1113,34	4,17
16	1064,19	1081,68	1,64	1103,41	3,69	1100,92	3,45	1099,36	3,30
17	1169,72	1201,25	2,70	1218,02	4,13	1217,20	4,06	1212,84	3,69
18	1085,16	1100,99	1,46	1138,19	4,89	1143,70	5,39	1127,58	3,91
19	1050,65	1064,04	1,27	1090,97	3,84	1086,22	3,39	1081,18	2,91
20	1083,73	1104,17	1,89	1142,08	5,38	1129,73	4,25	1125,66	3,87
21	1060,90	1082,33	2,02	1108,89	4,52	1105,51	4,20	1096,14	3,32
22	1008,22	1028,60	2,02	1060,78	5,21	1050,13	4,16	1044,93	3,64
23	1068,72	1089,19	1,92	1124,15	5,19	1118,83	4,69	1119,54	4,76
24	1074,30	1098,13	2,22	1141,00	6,21	1116,92	3,97	1122,58	4,49
25	1064,27	1090,67	2,48	1121,64	5,39	1106,21	3,94	1119,13	5,15
26	1038,08	1060,60	2,17	1079,46	3,99	1080,70	4,11	1079,05	3,95
27	1046,72	1067,96	2,03	1096,06	4,71	1095,39	4,65	1096,98	4,80
28	1043,99	1072,68	2,75	1098,87	5,26	1095,86	4,97	1103,41	5,69
29	1109,88	1136,25	2,38	1176,47	6,00	1167,55	5,20	1164,91	4,96
30	1017,76	1037,30	1,92	1074,34	5,56	1052,56	3,42	1051,37	3,30
31	1043,24	1062,35	1,83	1101,52	5,59	1070,95	2,66	1092,67	4,74
32	1032,58	1060,43	2,70	1095,97	6,14	1083,00	4,88	1084,66	5,04
33	1081,41	1107,45	2,41	1133,49	4,82	1138,12	5,24	1123,12	3,86
34	1052,21	1072,11	1,89	1106,39	5,15	1083,97	3,02	1091,73	3,76
35	1108,72	1128,93	1,82	1158,35	4,48	1173,41	5,83	1147,66	3,51
36	1099,60	1124,77	2,29	1155,07	5,04	1146,74	4,29	1142,37	3,89
37	1092,80	1114,50	1,99	1140,93	4,40	1137,88	4,13	1130,90	3,49
38	1101,53	1123,81	2,02	1156,78	5,02	1138,65	3,37	1152,24	4,60
39	1074,46	1095,43	1,95	1126,42	4,84	1116,05	3,87	1127,98	4,98
40	1065,83	1089,69	2,24	1111,62	4,30	1111,90	4,32	1114,02	4,52
41	1050,17	1073,31	2,20	1098,80	4,63	1100,29	4,77	1104,20	5,15
42	983,74	1004,54	2,11	1032,91	5,00	1029,78	4,68	1037,15	5,43
43	1039,06	1059,61	1,98	1082,92	4,22	1093,89	5,28	1075,00	3,46
44	1077,06	1099,94	2,12	1130,77	4,99	1123,63	4,32	1126,06	4,55
45	1111,46	1135,84	2,19	1172,33	5,48	1162,58	4,60	1154,59	3,88
46	1095,27	1120,81	2,33	1154,24	5,38	1146,23	4,65	1141,54	4,22
47	1110,76	1134,06	2,10	1165,92	4,97	1158,33	4,28	1156,16	4,09
48	1043,64	1062,41	1,80	1092,80	4,71	1094,90	4,91	1094,78	4,90
49	1018,46	1034,75	1,60	1066,65	4,73	1058,66	3,95	1068,52	4,92
Média	1066,69	1088,78	2,07	1121,14	5,11	1113,55	4,39	1112,27	4,28

Tabela D.11: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	1570,00	1595,72	1,64	1649,47	5,06	1624,19	3,45	1618,44	3,08
1	1856,44	1886,83	1,64	1939,28	4,46	1948,24	4,95	1929,31	3,93
2	1454,71	1476,98	1,53	1517,06	4,29	1520,61	4,53	1527,32	4,99
3	1144,29	1166,97	1,98	1197,91	4,69	1193,51	4,30	1189,67	3,97
4	1134,88	1155,41	1,81	1185,45	4,46	1183,43	4,28	1187,48	4,63
5	1184,12	1203,96	1,68	1243,73	5,03	1224,38	3,40	1225,28	3,48
6	1577,84	1602,12	1,54	1645,42	4,28	1656,41	4,98	1650,57	4,61
7	1086,65	1108,99	2,06	1141,29	5,03	1139,63	4,88	1143,09	5,19
8	1305,55	1326,98	1,64	1370,19	4,95	1355,52	3,83	1359,96	4,17
9	1467,61	1495,34	1,89	1534,90	4,58	1533,46	4,49	1532,68	4,43
10	1460,95	1495,67	2,38	1519,69	4,02	1534,16	5,01	1535,07	5,07
11	1766,35	1797,58	1,77	1826,88	3,43	1814,90	2,75	1826,65	3,41
12	1679,72	1708,88	1,74	1743,87	3,82	1755,82	4,53	1733,98	3,23
13	1349,43	1369,59	1,49	1412,21	4,65	1413,94	4,78	1406,56	4,23
14	1224,83	1245,41	1,68	1276,25	4,20	1271,63	3,82	1274,12	4,02
15	1590,20	1618,00	1,75	1658,37	4,29	1668,85	4,95	1665,34	4,72
16	1113,35	1132,96	1,76	1176,62	5,68	1161,17	4,29	1153,16	3,58
17	1290,79	1317,80	2,09	1353,48	4,86	1343,15	4,06	1350,68	4,64
18	1697,68	1724,02	1,55	1768,24	4,16	1770,50	4,29	1765,34	3,99
19	1093,31	1111,80	1,69	1139,90	4,26	1131,05	3,45	1140,32	4,30
20	1546,85	1571,43	1,59	1597,79	3,29	1622,57	4,90	1602,31	3,59
21	1479,27	1504,43	1,70	1521,86	2,88	1533,63	3,67	1525,75	3,14
22	1123,17	1140,39	1,53	1180,58	5,11	1179,43	5,01	1162,61	3,51
23	1212,42	1232,63	1,67	1263,47	4,21	1269,96	4,75	1241,56	2,40
24	1475,55	1505,44	2,03	1543,30	4,59	1549,04	4,98	1550,46	5,08
25	1574,88	1595,20	1,29	1639,12	4,08	1640,56	4,17	1639,75	4,12
26	1344,46	1370,75	1,95	1413,56	5,14	1404,61	4,47	1411,86	5,01
27	1510,07	1535,50	1,68	1571,65	4,08	1568,56	3,87	1581,05	4,70
28	1091,43	1116,70	2,32	1155,50	5,87	1153,30	5,67	1144,14	4,83
29	1187,43	1210,07	1,91	1245,65	4,90	1247,12	5,03	1244,49	4,80
30	1240,50	1264,27	1,92	1305,85	5,27	1288,31	3,85	1293,13	4,24
31	1462,74	1485,11	1,53	1521,28	4,00	1526,56	4,36	1509,36	3,19
32	1414,55	1436,27	1,54	1456,05	2,93	1464,25	3,51	1465,55	3,61
33	1564,30	1593,59	1,87	1614,49	3,21	1633,49	4,42	1637,58	4,68
34	1498,17	1524,81	1,78	1550,16	3,47	1565,86	4,52	1568,60	4,70
35	1749,42	1777,33	1,60	1814,10	3,70	1787,80	2,19	1807,65	3,33
36	1165,50	1190,52	2,15	1211,05	3,91	1232,76	5,77	1209,71	3,79
37	1599,01	1627,30	1,77	1673,55	4,66	1676,92	4,87	1665,04	4,13
38	1645,82	1675,39	1,80	1707,08	3,72	1723,11	4,70	1705,68	3,64
39	1286,77	1311,14	1,89	1344,74	4,50	1343,84	4,44	1343,11	4,38
40	1476,59	1501,31	1,67	1547,43	4,80	1552,21	5,12	1535,36	3,98
41	1167,98	1192,74	2,12	1231,26	5,42	1221,94	4,62	1235,65	5,79
42	1777,08	1810,34	1,87	1847,38	3,96	1836,38	3,34	1827,75	2,85
43	1540,66	1562,93	1,45	1603,60	4,09	1589,35	3,16	1617,22	4,97
44	1721,22	1748,19	1,57	1779,53	3,39	1782,99	3,59	1782,98	3,59
45	1469,42	1500,28	2,10	1530,79	4,18	1554,59	5,80	1529,14	4,06
46	1129,41	1154,47	2,22	1188,43	5,23	1175,04	4,04	1179,32	4,42
47	1382,50	1405,88	1,69	1438,74	4,07	1445,59	4,56	1434,10	3,73
48	1947,56	1980,24	1,68	2013,94	3,41	2030,13	4,24	2029,09	4,19
49	1667,18	1700,59	2,00	1726,18	3,54	1750,33	4,99	1740,88	4,42
Média	1430,01	1455,32	1,78	1490,77	4,32	1491,90	4,35	1488,72	4,13

Tabela D.12: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 101 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	2143,488	2170,466	1,26	2197,35	2,51	2247,82	4,87	2218,99	3,52
1	1980,500	2007,767	1,38	2036,28	2,82	2074,99	4,77	2055,80	3,80
2	2088,989	2111,597	1,08	2147,52	2,80	2173,14	4,03	2156,18	3,22
3	1964,215	1992,577	1,44	2014,88	2,58	2055,79	4,66	2021,28	2,91
4	2001,101	2035,87	1,74	2068,88	3,39	2082,00	4,04	2088,32	4,36
5	2108,981	2139,54	1,45	2186,43	3,67	2173,74	3,07	2176,29	3,19
6	2003,136	2030,70	1,38	2055,32	2,61	2084,03	4,04	2043,75	2,03
7	2184,203	2210,57	1,21	2252,46	3,13	2214,80	1,40	2225,17	1,88
8	2001,582	2038,69	1,85	2049,82	2,41	2071,67	3,50	2065,71	3,20
9	1996,499	2026,31	1,49	2046,69	2,51	2070,17	3,69	2065,93	3,48
10	1974,652	2002,21	1,40	2040,33	3,33	2067,81	4,72	2049,05	3,77
11	2188,073	2213,72	1,17	2239,82	2,36	2221,79	1,54	2252,61	2,95
12	1889,973	1923,16	1,76	1951,39	3,25	1950,81	3,22	1946,05	2,97
13	2108,967	2138,44	1,40	2177,77	3,26	2198,17	4,23	2174,34	3,10
14	2020,660	2051,46	1,52	2107,07	4,28	2091,37	3,50	2079,17	2,90
15	1932,736	1961,44	1,49	1994,87	3,21	2018,98	4,46	1992,60	3,10
16	2061,852	2091,19	1,42	2130,46	3,33	2145,18	4,04	2127,01	3,16
17	1931,339	1959,27	1,45	1984,22	2,74	1993,55	3,22	1972,95	2,15
18	2014,300	2047,19	1,63	2084,51	3,49	2096,95	4,10	2087,67	3,64
19	2150,522	2179,77	1,36	2210,91	2,81	2198,08	2,21	2228,32	3,62
20	1905,905	1941,15	1,85	1972,65	3,50	1956,72	2,67	1978,42	3,80
21	2103,122	2126,72	1,12	2152,91	2,37	2185,61	3,92	2168,20	3,09
22	1980,555	2014,94	1,74	2057,69	3,89	2057,90	3,91	2039,48	2,98
23	2019,027	2046,18	1,34	2063,04	2,18	2082,23	3,13	2084,26	3,23
24	1987,671	2020,64	1,66	2048,06	3,04	2060,83	3,68	2064,05	3,84
25	1913,801	1945,37	1,65	1976,10	3,26	1987,55	3,85	1994,73	4,23
26	2065,421	2091,61	1,27	2131,07	3,18	2147,62	3,98	2141,86	3,70
27	1936,442	1969,95	1,73	2002,76	3,42	1998,81	3,22	2006,99	3,64
28	2065,005	2098,25	1,61	2127,31	3,02	2131,70	3,23	2144,21	3,84
29	2068,107	2102,93	1,68	2136,85	3,32	2140,03	3,48	2151,65	4,04
30	1921,729	1958,61	1,92	1965,90	2,30	2000,14	4,08	2006,77	4,43
31	1991,150	2012,82	1,09	2048,11	2,86	2051,89	3,05	2053,54	3,13
32	2152,326	2174,50	1,03	2209,98	2,68	2237,73	3,97	2244,66	4,29
33	2093,971	2126,54	1,56	2173,57	3,80	2157,34	3,03	2180,87	4,15
34	2034,219	2063,97	1,46	2096,69	3,07	2097,17	3,09	2100,17	3,24
35	2133,769	2167,61	1,59	2187,66	2,53	2194,80	2,86	2203,36	3,26
36	1970,49	1999,85	1,49	2062,52	4,67	2036,75	3,36	2027,15	2,88
37	1995,83	2018,33	1,13	2060,01	3,22	2090,23	4,73	2063,64	3,40
38	2097,86	2118,89	1,00	2155,88	2,77	2171,77	3,52	2149,93	2,48
39	2008,32	2031,98	1,18	2064,23	2,78	2072,47	3,19	2077,13	3,43
40	2003,69	2032,75	1,45	2074,40	3,53	2092,05	4,41	2083,79	4,00
41	2025,57	2048,91	1,15	2099,82	3,67	2113,86	4,36	2119,17	4,62
42	1850,01	1875,93	1,40	1913,71	3,44	1947,91	5,29	1915,07	3,52
43	2193,58	2228,78	1,60	2266,32	3,32	2303,40	5,01	2251,05	2,62
44	2128,44	2154,01	1,20	2199,91	3,36	2172,93	2,09	2219,26	4,27
45	2129,53	2154,30	1,16	2186,78	2,69	2190,46	2,86	2207,87	3,68
46	2097,35	2129,01	1,51	2141,63	2,11	2195,27	4,67	2189,89	4,41
47	2022,09	2047,18	1,24	2092,27	3,47	2112,93	4,49	2120,74	4,88
48	2017,94	2042,52	1,22	2066,19	2,39	2100,07	4,07	2077,01	2,93
49	2025,12	2057,73	1,61	2086,64	3,04	2117,46	4,56	2120,57	4,71
Média	2040,42	2061,99	1,43	2095,95	3,07	2108,73	3,70	2104,25	3,47

Tabela D.13: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado ao centro

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	1523,81	1555,37	2,07	1589,40	4,30	1595,21	4,69	1590,87	4,40
1	1610,17	1636,93	1,66	1702,52	5,73	1679,95	4,33	1668,34	3,61
2	1590,48	1630,18	2,50	1663,39	4,58	1664,89	4,68	1656,40	4,14
3	1549,11	1582,92	2,18	1633,72	5,46	1612,93	4,12	1629,58	5,19
4	1598,21	1628,59	1,90	1673,64	4,72	1665,92	4,24	1667,75	4,35
5	1622,95	1662,76	2,45	1704,09	5,00	1712,55	5,52	1700,45	4,78
6	1528,03	1550,89	1,50	1594,94	4,38	1578,66	3,31	1603,45	4,94
7	1566,03	1597,40	2,00	1643,67	4,96	1636,42	4,49	1633,71	4,32
8	1557,94	1587,96	1,93	1644,74	5,57	1628,67	4,54	1626,38	4,39
9	1518,68	1557,77	2,57	1605,51	5,72	1579,53	4,01	1587,89	4,56
10	1634,66	1671,14	2,23	1714,76	4,90	1710,50	4,64	1710,73	4,65
11	1511,05	1539,13	1,86	1590,24	5,24	1581,06	4,63	1591,92	5,35
12	1569,19	1597,09	1,78	1635,49	4,23	1634,52	4,16	1642,57	4,68
13	1588,56	1625,93	2,35	1664,29	4,77	1659,01	4,43	1674,55	5,41
14	1560,92	1589,00	1,80	1639,63	5,04	1636,49	4,84	1632,03	4,56
15	1562,20	1588,33	1,67	1643,55	5,21	1625,53	4,05	1643,48	5,20
16	1509,60	1552,51	2,84	1580,43	4,69	1587,36	5,15	1575,58	4,37
17	1609,26	1647,34	2,37	1685,96	4,77	1688,21	4,91	1682,18	4,53
18	1591,88	1624,91	2,08	1672,13	5,04	1665,07	4,60	1655,42	3,99
19	1643,03	1683,75	2,48	1733,13	5,48	1705,09	3,78	1715,57	4,42
20	1494,83	1521,83	1,81	1566,38	4,79	1543,96	3,29	1555,46	4,06
21	1584,57	1615,70	1,97	1649,75	4,11	1658,50	4,67	1648,68	4,05
22	1582,08	1615,89	2,14	1653,35	4,50	1651,95	4,42	1651,52	4,39
23	1576,04	1611,99	2,28	1636,59	3,84	1642,79	4,24	1666,16	5,72
24	1594,60	1626,31	1,99	1677,65	5,21	1682,20	5,49	1673,35	4,94
25	1555,45	1585,50	1,93	1632,25	4,94	1645,17	5,77	1605,43	3,21
26	1532,92	1558,34	1,66	1608,19	4,91	1586,70	3,51	1600,57	4,41
27	1626,29	1658,85	2,00	1694,69	4,21	1698,11	4,42	1695,05	4,23
28	1547,33	1571,87	1,59	1635,31	5,69	1604,04	3,66	1622,20	4,84
29	1545,75	1572,14	1,71	1619,79	4,79	1616,31	4,57	1609,83	4,15
30	1553,68	1585,19	2,03	1619,46	4,23	1623,38	4,49	1620,26	4,28
31	1571,98	1599,86	1,77	1645,32	4,67	1629,72	3,67	1649,78	4,95
32	1565,66	1599,23	2,14	1652,07	5,52	1648,57	5,30	1653,71	5,62
33	1613,70	1644,54	1,91	1692,70	4,90	1680,85	4,16	1686,90	4,54
34	1494,68	1528,30	2,25	1568,22	4,92	1552,28	3,85	1549,34	3,66
35	1594,42	1641,25	2,94	1674,29	5,01	1668,45	4,64	1659,33	4,07
36	1497,84	1531,28	2,23	1572,55	4,99	1551,61	3,59	1564,71	4,46
37	1547,55	1575,17	1,78	1616,20	4,44	1615,23	4,37	1608,17	3,92
38	1484,77	1516,07	2,11	1552,07	4,53	1557,38	4,89	1566,16	5,48
39	1559,84	1592,68	2,11	1647,25	5,60	1614,61	3,51	1628,73	4,42
40	1639,60	1675,89	2,21	1729,08	5,46	1705,32	4,01	1702,62	3,84
41	1574,93	1610,48	2,26	1644,59	4,42	1641,34	4,22	1646,59	4,55
42	1597,27	1624,88	1,73	1672,81	4,73	1657,04	3,74	1669,23	4,50
43	1576,85	1609,92	2,10	1654,27	4,91	1634,63	3,66	1648,45	4,54
44	1588,23	1615,59	1,72	1672,14	5,28	1649,74	3,87	1660,57	4,55
45	1602,17	1629,82	1,73	1666,52	4,02	1658,11	3,49	1668,09	4,11
46	1610,47	1635,14	1,53	1681,86	4,43	1673,51	3,91	1691,68	5,04
47	1575,91	1603,92	1,78	1661,22	5,41	1630,44	3,46	1648,38	4,60
48	1565,22	1596,47	2,00	1642,40	4,93	1619,35	3,46	1634,39	4,42
49	1633,04	1662,95	1,83	1703,73	4,33	1717,89	5,20	1710,56	4,75
Média	1570,67	1602,54	2,03	1647,16	4,87	1638,13	4,29	1641,70	4,52

Tabela D.14: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado aleatoriamente

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	2346,47	2574,25	9,71	2441,63	4,06	2431,75	3,63	2431,16	3,61
1	2057,95	2195,59	6,69	2153,05	4,62	2134,80	3,73	2137,29	3,86
2	2183,99	2407,29	10,22	2279,31	4,36	2299,75	5,30	2262,03	3,57
3	2117,83	2205,68	4,15	2192,64	3,53	2207,57	4,24	2193,26	3,56
4	2176,29	2389,08	9,78	2249,72	3,37	2216,35	1,84	2238,15	2,84
5	2564,75	2878,10	12,22	2661,75	3,78	2675,46	4,32	2654,67	3,51
6	2405,08	2699,44	12,24	2492,92	3,65	2513,03	4,49	2469,79	2,69
7	1985,47	2132,76	7,42	2074,15	4,47	2077,44	4,63	2069,65	4,24
8	2419,84	2797,65	15,61	2487,07	2,78	2506,25	3,57	2487,62	2,80
9	1987,48	2146,77	8,01	2076,98	4,50	2059,71	3,63	2071,00	4,20
10	2192,91	2603,23	18,71	2286,20	4,25	2284,10	4,16	2252,39	2,71
11	1896,52	2083,08	9,84	1975,25	4,15	1973,44	4,06	1983,07	4,56
12	2209,58	2375,26	7,50	2297,99	4,00	2302,38	4,20	2277,64	3,08
13	1895,88	2068,10	9,08	1968,94	3,85	1971,40	3,98	1963,69	3,58
14	2165,92	2208,91	1,98	2227,69	2,85	2232,92	3,09	2223,58	2,66
15	2419,27	2651,14	9,58	2490,42	2,94	2501,51	3,40	2499,69	3,32
16	2601,53	2766,60	6,34	2668,21	2,56	2698,47	3,73	2715,61	4,39
17	2407,81	2666,02	10,72	2468,16	2,51	2491,72	3,49	2482,89	3,12
18	1814,62	1911,95	5,36	1884,19	3,83	1880,11	3,61	1886,55	3,96
19	2356,88	2843,47	20,65	2450,05	3,95	2453,27	4,09	2441,24	3,58
20	2394,97	2931,89	22,42	2485,83	3,79	2512,97	4,93	2479,86	3,54
21	2139,86	2381,62	11,30	2222,85	3,88	2233,35	4,37	2217,52	3,63
22	1694,58	1879,46	10,91	1779,35	5,00	1770,30	4,47	1771,22	4,52
23	1917,07	2054,74	7,18	1998,21	4,23	1996,64	4,15	1988,70	3,74
24	2079,77	2172,11	4,44	2154,88	3,61	2189,72	5,29	2157,98	3,76
25	1701,35	1750,44	2,89	1776,77	4,43	1779,18	4,57	1769,97	4,03
26	2008,43	2220,43	10,56	2089,69	4,05	2090,33	4,08	2084,45	3,79
27	2889,11	3543,91	22,66	2978,54	3,10	2991,63	3,55	2972,53	2,89
28	1911,74	2054,84	7,49	1987,42	3,96	1993,18	4,26	1989,23	4,05
29	1685,41	1753,12	4,02	1776,66	5,41	1777,58	5,47	1745,84	3,59
30	1892,45	1962,79	3,72	1965,67	3,87	1961,86	3,67	1967,59	3,97
31	2397,83	2858,67	19,22	2483,05	3,55	2485,29	3,65	2478,14	3,35
32	1488,86	1638,09	10,02	1565,38	5,14	1553,56	4,35	1549,45	4,07
33	2339,40	2446,95	4,60	2419,68	3,43	2448,59	4,67	2415,04	3,23
34	2160,967	2543,797	17,72	2232,77	3,32	2255,87	4,39	2244,94	3,89
35	1658,126	1741,320	5,02	1732,68	4,50	1728,38	4,24	1728,38	4,24
36	2087,74	2285,76	9,48	2171,71	4,02	2186,91	4,75	2167,29	3,81
37	1876,09	2074,59	10,58	1951,92	4,04	1961,55	4,56	1946,67	3,76
38	2180,68	2313,75	6,10	2255,77	3,44	2286,84	4,87	2266,40	3,93
39	2218,54	2421,91	9,17	2292,73	3,34	2321,90	4,66	2303,95	3,85
40	2305,78	2461,09	6,74	2370,06	2,79	2381,48	3,28	2378,60	3,16
41	2001,66	2181,99	9,01	2071,54	3,49	2054,99	2,66	2069,01	3,36
42	1968,06	2111,01	7,26	2057,79	4,56	2049,84	4,16	2045,04	3,91
43	2429,46	2813,50	15,81	2502,21	2,99	2531,92	4,22	2499,11	2,87
44	1597,60	1678,17	5,04	1685,90	5,53	1664,64	4,20	1669,12	4,48
45	2026,07	2196,30	8,40	2127,14	4,99	2120,93	4,68	2101,48	3,72
46	1698,76	1760,05	3,61	1767,74	4,06	1768,43	4,10	1765,70	3,94
47	2309,87	2553,00	10,53	2391,60	3,54	2406,27	4,17	2392,13	3,56
48	1806,32	1923,00	6,46	1884,74	4,34	1890,09	4,64	1879,32	4,04
49	2150,49	2485,35	15,57	2218,47	3,16	2211,70	2,85	2210,16	2,77
Média	2112,58	2323,19	9,67	2184,50	3,87	2190,35	4,10	2179,92	3,63

Tabela D.15: Resultados dos algoritmos VNS para as instâncias com 151 vértices e nó raiz localizado nas extremidades

Instância	MBC2			VNS1		VNS2		VNS3	
	Sol. Relaxada	Sol. Inteira	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)	Solução	Gap(%)
0	2975,85	3027,84	1,75	3060,39	2,84	3086,09	3,70	3068,39	3,11
1	3066,72	3225,13	5,17	3153,41	2,83	3181,91	3,76	3158,14	2,98
2	3010,09	3277,86	8,90	3090,82	2,68	3104,54	3,14	3096,99	2,89
3	2988,46	3074,19	2,87	3080,85	3,09	3097,37	3,64	3071,22	2,77
4	2975,51	3106,76	4,41	3055,34	2,68	3087,26	3,76	3089,16	3,82
5	3061,42	3108,07	1,52	3151,60	2,95	3174,92	3,71	3154,17	3,03
6	3065,11	3165,92	3,29	3152,37	2,85	3189,28	4,05	3157,34	3,01
7	3061,55	3184,22	4,01	3149,40	2,87	3088,46	0,88	3157,09	3,12
8	2948,08	3235,99	9,77	3030,83	2,81	3030,49	2,80	3033,14	2,89
9	2960,80	3108,14	4,98	3054,74	3,17	3078,05	3,96	3044,82	2,84
10	3012,14	3229,71	7,22	3092,33	2,66	3144,73	4,40	3083,77	2,38
11	3002,87	3099,70	3,22	3075,31	2,41	3110,94	3,60	3084,64	2,72
12	2980,42	3281,90	10,12	3067,00	2,90	3091,32	3,72	3085,33	3,52
13	3048,87	3177,69	4,23	3123,34	2,44	3136,87	2,89	3111,66	2,06
14	3033,38	3230,82	6,51	3111,60	2,58	3141,82	3,57	3129,69	3,18
15	3025,12	3250,11	7,44	3090,11	2,15	3134,55	3,62	3122,45	3,22
16	2846,30	2976,63	4,58	2911,44	2,29	2940,26	3,30	2909,56	2,22
17	3078,88	3251,75	5,61	3157,54	2,55	3173,25	3,07	3185,06	3,45
18	3025,27	3101,23	2,51	3119,62	3,12	3131,05	3,50	3118,67	3,09
19	2861,19	2945,42	2,94	2948,57	3,05	2965,58	3,65	2946,03	2,97
20	2966,23	3134,65	5,68	3040,40	2,50	3070,76	3,52	3041,40	2,53
21	3104,69	3190,97	2,78	3171,91	2,16	3227,32	3,95	3173,60	2,22
22	3048,20	3285,04	7,77	3107,51	1,95	3172,19	4,07	3135,05	2,85
23	2940,07	3003,05	2,14	3031,42	3,11	3073,64	4,54	3044,35	3,55
24	3031,32	3345,34	10,36	3117,58	2,85	3150,22	3,92	3113,82	2,72
25	2983,93	3335,84	11,79	3055,15	2,39	3065,89	2,75	3054,73	2,37
26	2972,99	3047,34	2,50	3056,33	2,80	3109,45	4,59	3039,35	2,23
27	2826,08	3047,90	7,85	2919,17	3,29	2921,91	3,39	2912,31	3,05
28	2903,060	2987,593	2,91	2981,74	2,71	3019,32	4,00	2996,62	3,22
29	3089,915	3407,882	10,29	3181,97	2,98	3203,34	3,67	3157,91	2,20
30	3068,672	3261,064	6,27	3151,05	2,68	3167,04	3,21	3144,36	2,47
31	2972,84	3141,42	5,67	3047,87	2,52	3088,61	3,89	3069,64	3,26
32	3095,55	3261,35	5,36	3175,97	2,60	3185,42	2,90	3168,57	2,36
33	3122,47	3248,11	4,02	3192,31	2,24	3253,76	4,20	3213,05	2,90
34	3069,69	3212,05	4,64	3148,92	2,58	3177,42	3,51	3173,74	3,39
35	3024,41	3264,45	7,94	3097,79	2,43	3131,99	3,56	3102,87	2,59
36	2909,50	2997,71	3,03	2992,16	2,84	3034,02	4,28	2984,16	2,57
37	2937,05	3022,36	2,90	3002,46	2,23	3063,03	4,29	3002,99	2,25
38	3127,94	3239,75	3,57	3198,96	2,27	3240,68	3,60	3209,33	2,60
39	2902,44	2993,95	3,15	2989,06	2,98	2999,89	3,36	2985,76	2,87
40	2986,88	3126,05	4,66	3072,60	2,87	3131,95	4,86	3080,47	3,13
41	2913,82	3208,15	10,10	2990,40	2,63	3017,91	3,57	2974,31	2,08
42	3024,82	3120,37	3,16	3119,49	3,13	3135,00	3,64	3114,94	2,98
43	2913,63	3017,25	3,56	3001,45	3,01	3006,27	3,18	2997,36	2,87
44	3014,54	3124,58	3,65	3103,40	2,95	3110,95	3,20	3100,03	2,84
45	3075,25	3221,60	4,76	3150,20	2,44	3174,36	3,22	3156,84	2,65
46	2948,33	3079,74	4,46	3032,82	2,87	3099,80	5,14	3024,96	2,60
47	3045,31	3124,95	2,62	3121,76	2,51	3192,77	4,84	3123,19	2,56
48	3002,02	3221,83	7,32	3076,74	2,49	3138,89	4,56	3105,03	3,43
49	3073,81	4027,11	31,01	3158,42	2,75	3174,84	3,29	3158,75	2,76
Média	3001,32	3172,38	5,74	3083,27	2,69	3112,55	3,67	3087,34	2,83

Referências Bibliográficas

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. and Orlin, J. B.: 1993, *Network flows: theory, algorithms, and applications*, Prentice hall.
- Becceneri, J. C.: 2008, *Meta-heurísticas e Otimização Combinatória: Aplicações em Problemas Ambientais*, Computação e Matemática Aplicada às Ciências e Tecnologias Espaciais, chapter 2, pp. 65–81.
- Brimberg, J., Hansen, P., Lin, K.-W., Mladenović, N. and Breton, M.: 2003, An oil pipeline design problem, *Operations Research* **51**(2), 228–239.
- Esau, L. R. and Williams, K. C.: 1966, On teleprocessing system design, part ii: A method for approximating the optimal network, *IBM Systems Journal* **5**(3), 142–147.
- Gamvros, I., Golden, B. and Raghavan, S.: 2006, The multilevel capacitated minimum spanning tree problem, *INFORMS Journal on Computing* **18**(3), 348–365.
- Gamvros, I., Raghavan, S. and Golden, B.: 2003, An evolutionary approach to the multi-level capacitated minimum spanning tree problem, *Telecommunications Network Design and Management*, Springer, pp. 99–124.
- Gavish, B.: 1983, Formulations and algorithms for the capacitated minimal directed tree problem, *Journal of the ACM (JACM)* **30**(1), 118–132.
- Gavish, B.: 1991, Topological design of telecommunication networks-local access design methods, *Annals of Operations Research* **33**(1), 17–71.
- Gouveia, L.: 1995, A $2n$ constraint formulation for the capacitated minimal spanning tree problem, *Operations Research* **43**(1), 130–141.
- Martins, A. X., de Souza, M. C., Souza, M. J. and Toffolo, T. A.: 2009, Grasp with hybrid heuristic-subproblem optimization for the multi-level capacitated minimum spanning tree problem, *Journal of Heuristics* **15**(2), 133–151.
- Martins, A. X., Souza, M. J. F. and de Souza, M. C.: 2005, Modelos matemáticos para o problema da árvore geradora mínima capacitada em níveis, *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Gramado, pp. 1971–1982.

- Mladenović, N. and Hansen, P.: 1997, Variable neighborhood search, *Computers & Operations Research* **24**(11), 1097–1100.
- Papadimitriou, C. H.: 1978, The complexity of the capacitated tree problem, *Networks* **8**(3), 217–230.
- Uchoa, E., Toffolo, T. A., de Souza, M. C., Martins, A. X. and Fukasawa, R.: 2012, Branch-and-cut and hybrid local search for the multi-level capacitated minimum spanning tree problem, *Networks* **59**(1), 148–160.
- Wolsey, L. A.: 1998, *Integer Programming*, Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization.