



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Engenharia de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral - PPGEM



MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E DE SIMULAÇÃO APLICADOS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO

Autor: Guido Pantuza Júnior

Orientadores: Marcone Jamilson Freitas Souza
Ivo Eyer Cabral

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral.

Área de concentração: Lavra de Minas.

Ouro Preto, Março de 2011

**MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E DE
SIMULAÇÃO APLICADOS AO PROBLEMA DE
PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA EM
MINAS A CÉU ABERTO**

Guido Pantuza Júnior

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de março de 2011, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza (Orientador/UFOP)

Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral (Orientador/UFOP)

Prof. Dr. Haroldo Gambini Santos (UFOP)

Prof. Dr. José Elias Cláudio Arroyo (UFV)

Agradecimentos

É bom, sem dúvida, conhecer-se tudo o que produziram os grandes homens dos outros povos; porém muito melhor é saber servir-se do que eles fizeram para fazer novas descobertas...

Claude Henri Gorceix.

Fundador da Escola de Minas

À minha mãe Edna e meu pai Guido, os grandes responsáveis pela minha formação, pelo amor e confiança. Aos meus irmãos e minha família, por todas as vezes que me apoiaram e confiaram em mim.

À Mayra pelo amor, carinho, incentivo e ajuda em todos os momentos.

Ao professor Marccone, que não mediu esforços para me ajudar e tornou este trabalho possível participando como orientador, pesquisador e amigo, sendo para mim uma referência em todos os aspectos.

A todos os meus amigos que me ajudaram e contribuíram para esta conquista.

À Escola de Minas, por me proporcionar os ensinamentos do que é ser um engenheiro ético e competente.

À República Senzala e todos os escravos e ex-alunos, por me acolher em sua família, pela amizade e força em todos os momentos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Escola de Minas pelos recursos disponibilizados

A todos os professores que participaram, da minha formação profissional e

crescimento pessoal.

A Capes, FAPEMIG e ao CNPq pelos recursos disponibilizados para o desenvolvimento deste trabalho.

Finalmente, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Resumo

Este trabalho tem seu foco no problema de planejamento operacional de lavra de mina a céu aberto, considerando alocação dinâmica de caminhões. Considera-se a existência de uma frota heterogênea de caminhões, a existência de dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril. O tempo de ciclo dos equipamentos também foi considerado como um parâmetro que depende da frente de lavra, do tipo de caminhão e do tipo de material transportado. Para sua resolução, propõe-se uma abordagem multiobjetivo, uma vez que o problema é constituído de diversas metas conflitantes. São propostos um modelo de programação linear por metas, um algoritmo genético multiobjetivo híbrido baseado no algoritmo genético multiobjetivo NSGA II, assim como um modelo de simulação computacional para validar os modelos exato e heurístico, bem como para fazer o sequenciamento das viagens realizadas pelos caminhões. Os experimentos computacionais mostram a efetividade da proposta.

Palavras-Chaves: Planejamento de lavra, NSGA II, Programação Linear por Metas, Simulação Computacional.

Abstract

This work deals with the Open-Pit-Mining Operational Planning problem concerning dynamic truck allocation. We also consider that there is a heterogeneous fleet of trucks, two discharge points for the material mined (the crusher for the discharge of ore and the waste dump for the discharge of waste) and the cycle time of the trucks depends of the pit, the truck type and the loaded material (ore or waste). For its resolution, a multi-objective optimization approach is proposed, since the problem is constituted of diverse goals that must simultaneously be reached. We propose a linear goal programming, a hybrid multi-objective algorithm based on NSGA-II, as well a computational simulation model for validate the models and to determine the sequence of trips made by the trucks. The computational experiments show the effectiveness of the proposal.

Keywords: *Open Pit Mine Plan, NSGA II, Goal Programming, Computational Simulation.*

Conteúdo

1	Preliminares	1
1.1	Introdução	1
1.2	Justificativa e Relevância	4
1.3	Objetivos	5
1.3.1	Objetivo Geral	5
1.3.2	Objetivos Específicos	5
1.4	Organização do Trabalho	6
2	Problema Abordado	8
3	Revisão Bibliográfica	11
3.1	Otimização Multiobjetivo	11
3.1.1	Conceitos Básicos	12
3.1.2	Métodos de Otimização Multiobjetivo	14
3.1.3	Classificação dos Métodos de Otimização Multiobjetivo	15
3.1.4	Métodos Clássicos de Otimização	16
3.2	Técnicas Heurísticas Multiobjetivo	20
3.2.1	Heurísticas Construtivas	20
3.2.2	Heurísticas de Refinamento	20

3.2.3	Metaheurísticas	22
3.3	Algoritmo Genético Multiobjetivo	23
3.3.1	NSGA II	27
3.4	Simulação Computacional	31
3.4.1	Conceitos Básicos	31
3.5	Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração	35
4	Metodologia	38
4.1	Modelo Matemático	39
4.2	Modelo Heurístico	45
4.2.1	NSGA II Aplicado ao POLAD	45
4.2.2	Representação de um Indivíduo	45
4.2.3	População Inicial	47
4.2.4	Avaliação da População	48
4.2.5	Fase de Seleção e Reprodução	54
4.2.6	Busca local	54
4.2.7	Estruturas de Vizinhança	55
4.2.8	População Sobrevivente (P_{g+1})	57
4.3	Modelo de Simulação Computacional	57
4.3.1	Definição do Problema e Coleta de Dados	58
4.3.2	Identificação das Variáveis e das Condições do Sistema	58
4.3.3	Construção do Modelo	59
4.3.4	Modelo de Simulação implementado	60
4.3.5	Validação do Modelo	62
4.3.6	Descrição dos Cenários	63

5	Resultados e Análise	65
5.1	Instâncias-Teste	65
5.2	Resultados do Método Exato	65
5.3	Resultados do Algoritmo NSGA-II	68
5.4	Resultados do Modelo de Simulação	70
6	Conclusões	74
	Referências Bibliográficas	75
I	Fase de Reprodução	81
II	Estruturas de Vizinhaça	82
III	Publicações	88

Lista de Tabelas

4.1	Representação da parte s_l do indivíduo S	46
4.2	Descrição dos cenários	64
5.1	Características das instâncias-teste	66
5.2	Parâmetros de entrada	66
5.3	Penalidade por desvio em relação à meta do parâmetro j na mistura .	66
5.4	Resultados do modelo exato	67
5.5	Resultados do modelo exato após 1800 segundos de execução	67
5.6	Resultados do Método Heurístico	68
5.7	Tempo de Execução (segundos)	69
5.8	Resultados do modelo de simulação	73
I.1	Representação da fase de reprodução de um indivíduo	81

Lista de Figuras

2.1	Ilustração do POLAD	9
3.1	Ilustração do cálculo da distância de multidão	30
3.2	Elementos da notação clássica de um DCA	35
4.1	Etapas da simulação de um sistema	57
4.2	Diagrama de ciclo de atividades	59
4.3	Modelo de simulação implementado	60
4.4	Submodelo Cria_Inicializa_Entidades	61
4.5	Submodelo Roteador de Veículos	61
4.6	Estação Frente de Lavra	62
4.7	Submodelos Britador Primário e Pilha de Estéril	62
5.1	Objetivo: meta de produção	69
5.2	Objetivo: meta de qualidade	70
5.3	Objetivo: número de caminhões utilizados	70
5.4	Critério de Roteamento de Veículos	71
5.5	Resultados do modelo de simulação para o método Exato	71
5.6	Resultados do modelo de simulação para o método heurístico	72
II.1	Ilustração do Movimento Número de Viagens	82

II.2 Ilustração do Movimento Carga	83
II.3 Ilustração do Troca de Carregadeiras	84
II.4 Ilustração do Movimento Realocar Viagem de um Caminhão	85
II.5 Ilustração do Movimento Realocar Viagem de uma Frente	86
II.6 Ilustração do Movimento Realocar Carregadeira	87

Lista de Siglas

AG	Algoritmo Genético
AGM	Algoritmo Genético Multiobjetivo
DCA	Diagrama de Ciclo de Atividades
MOGA	<i>Multiobjective Genetic Algorithm</i>
NPGA	<i>Niche Pareto Genetic Algorithm</i>
NSGA	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
PAC	Problema da Alocação de Caminhões
PADC	Problema da Alocação Dinâmica de Caminhões
PAEC	Problema da Alocação Estática de Caminhões
PLM	Programação Linear Por Metas
PO	Pesquisa Operacional
POLAD	Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica de Caminhões
REM	Relação Estéril Minério
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
VEGA	<i>Vector Evaluated Genetic Algorithm</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>

Lista de Algoritmos

1	<i>VND</i>	21
2	<i>Fast Non Dominated Sorting (I)</i>	28
3	<i>Crowding Distance</i>	29
4	NSGA II	31

Capítulo 1

Preliminares

1.1 Introdução

As mudanças que ocorreram nas últimas décadas obrigaram as empresas a reduzirem gastos, gerenciar o conhecimento e flexibilizar os meios de produção e de serviços para sobreviver e crescer em um ambiente mais competitivo. Além disso, a preocupação com o meio ambiente e o desenvolvimento sustentável também entraram na pauta de discussão das grandes organizações.

Neste contexto, aquelas empresas que não garantirem a melhoria contínua de seus processos produtivos, além da diminuição de seus impactos sobre o meio ambiente, perderão sua competitividade no mercado internacional.

Uma forma de implementar essa melhoria é estruturar um eficiente controle e planejamento estratégico da produção. De acordo com Tubino (1997), o planejamento da produção consiste em gerar condições para que as empresas possam decidir rapidamente perante oportunidades e ameaças, otimizando suas vantagens competitivas em relação ao ambiente concorrencial no qual atuam, garantindo sua perpetuação no tempo.

No caso das empresas do setor mineral, em especial as que trabalham com lavra a céu aberto, esse planejamento da produção é feito pelo método de tentativa e erro. Neste caso a eficiência depende de tempo e experiência do analista. Para Guimaraes et al. (2007), isto pode gerar resultados pouco eficientes provocando

custos elevados.

Estes custos estão relacionados, entre outros, à distância entre as frentes de estéril - material sem valor comercial - e suas pilhas de depósito (pilhas de estéril). Essas distâncias estão ficando cada vez maiores devido à preocupação com o meio ambiente, já que em muitos casos as jazidas se encontram em áreas de preservação ambiental (APA's) e o estéril deve ser depositado em local adequado.

Segundo Pantuza Jr (2008), o planejamento operacional de lavra de uma mina a céu aberto considerando alocação dinâmica (POLAD) consiste em determinar o ritmo de lavra de cada frente, ou seja, o número de viagens a serem realizadas por cada tipo de caminhão em cada frente de lavra. Este ritmo deve atender algumas especificações, tais como a porcentagem de determinados elementos químicos ou a granulometria do minério, a quantidade de minério a ser lavrado, além da determinação da quantidade e tipo de caminhões que deverão ser carregados em cada frente de lavra. Estas especificações variam de acordo com cada frente de lavra, que são determinadas pelos clientes.

Este planejamento operacional também implica no gerenciamento dos equipamentos de carga, isto é, na escolha da frente de lavra que um determinado equipamento de carga será alocado. Este gerenciamento de equipamentos deve respeitar as restrições operacionais da mina e as metas de qualidade e de produção.

Todas as metas e restrições deste problema devem ser consideradas conjuntamente para se atingir um resultado ótimo. O fato destas restrições e metas serem abordadas separadamente pode gerar conflitos que inviabilizam a implementação das soluções (Costa et al., 2004).

Neste trabalho consideramos dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril.

Ao contrário dos trabalhos anteriores encontrados na literatura, também consideramos o tempo de ciclo dos equipamentos como uma variável que depende da distância do ponto de descarga à frente de lavra, do tipo de caminhão, e do

tipo de material transportado. Isto porque cada modelo de caminhão normalmente leva um tempo diferente para percorrer um mesmo trajeto e este tempo também é influenciado pelo tipo de carga (minério ou estéril).

Apresentamos uma nova formulação matemática para o POLAD, que utiliza o modelo de fluxo em redes para fazer a alocação dos caminhões de forma dinâmica. Nesse sistema de alocação, os caminhões não ficam fixos a uma determinada frente de lavra, isto é, a cada descarga eles podem se deslocar para diferentes frentes, permitindo um melhor aproveitamento da frota (Costa, 2005). Ele se aproxima mais do problema real, tornando possível a aplicação do modelo pela empresa, ao contrário das outras formulações, como Merschmann e Pinto (2001), Costa et al. (2005) e Guimaraes et al. (2007), que não obtinham resultados práticos aplicáveis por não considerarem a taxa de utilização e o tempo de ciclo real de todos os equipamentos envolvidos.

Para o POLAD, entre as metodologias encontradas na literatura, destacam-se a programação linear (Merschmann e Pinto, 2001) e a programação linear por metas (Costa et al., 2004) e (Guimaraes et al., 2007). Diferentemente da forma usual com que o POLAD é abordado na literatura, no presente trabalho ele será tratado como um problema de otimização multiobjetivo. Isso se deve ao fato de ele ser composto por várias metas conflitantes entre si, sendo: produção de minério, teor dos parâmetros de qualidade e número de caminhões. Ou seja, não se consegue uma única solução que minimize o número de caminhões utilizados e os desvios de produção e qualidade simultaneamente.

Na abordagem multiobjetivo obtém-se um conjunto-solução ótimo com inúmeras soluções indiferentes entre si segundo algum critério pré-estabelecido, cabendo ao analista decidir qual solução adotar.

No tocante à complexidade do problema, segundo Costa (2005), o POLAD é enquadrado na classe de problemas *NP*-difíceis, ou *NP-Hard*, o que justifica a aplicação de técnicas heurísticas para a resolução de instâncias reais do problema, normalmente aquelas de maior porte.

Em vista disso, foi desenvolvido um algoritmo heurístico multiobjetivo. Esse algoritmo é baseado no algoritmo genético NSGA-II e explora o espaço de soluções utilizando o método de descida em vizinhança variável por meio de seis diferentes tipos de movimentos.

Para validar o algoritmo heurístico e o modelo de programação linear por metas desenvolvido foi desenvolvido um modelo de simulação computacional para verificar se a solução produzida por eles podia ser implementada. Isso se deve ao fato de que os tempos de fila dos caminhões não podiam ser previstos pelos modelos de otimização.

1.2 Justificativa e Relevância

Um dos maiores desafios enfrentados pelas empresas mineradoras, segundo Crawford e Hustrulid (1979), é o planejamento operacional de lavra. Esse planejamento inclui a alocação de recursos físicos, como caminhões e carregadeiras, de forma que as restrições operacionais de produção e qualidade sejam respeitadas.

Além disso, a qualidade do produto final deve ser garantida, pois de acordo com Campos (1999), a qualidade só é alcançada por um planejamento em todos os níveis da empresa.

O planejamento da produção quando bem realizado, segundo Merschmann (2002), pode gerar benefícios para a empresa, pois melhora a eficiência da usina de tratamento, minimiza a necessidade de se efetuar uma lavra seletiva, reduz custos de lavra, aumenta a produção da mina e contribui para que esta possua uma vida útil mais longa.

No entanto, na maioria dos casos, perde-se muito tempo com o planejamento e os resultados não são satisfatórios, o que gera custos desnecessários para a empresa.

Uma forma de melhorar esse cenário é aplicar técnicas de pesquisa operacional. No entanto, segundo Merschmann (2002), tais técnicas ainda são muito pouco usadas pelos profissionais da mineração. Segundo Ramos Neto e Pinto (2004), isso se deve, entre outros fatos, à falta de informação, por parte dos profissionais da área,

sobre a ampla faixa de aplicações dessa ferramenta na mineração.

Ainda dentro desse contexto, Germani (2002) afirma que há deficiência de formação de recursos humanos em áreas importantes da mineração. Existe também, por esta razão, uma demora excessiva em implementar, nas minas, os novos softwares adquiridos.

Estas carências fazem com que comumente não se utilizem as ferramentas de planejamento em todo o seu potencial. Além disso, não há a integração entre as várias funções de planejamento com a operação, induzindo, uma vez mais, às soluções de campo.

A partir desses fatos e da verificação de poucas pesquisas desenvolvidas no setor da mineração utilizando as ferramentas da Pesquisa Operacional, este trabalho pretende contribuir com a apresentação de ferramentas eficientes de otimização para a resolução de um problema clássico do setor, de forma a aumentar a produtividade das empresas da área.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho possui como objetivo geral propor um modelo de otimização multi-objetivo eficiente, baseado em diferentes ferramentas da PO, para o problema de planejamento operacional de lavra em uma mina a céu aberto e validá-lo através de um modelo de simulação.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos a serem atingidos são os seguintes:

1. Realizar uma revisão bibliográfica sobre o assunto em estudo;
2. Desenvolver e implementar um modelo matemático de alocação de caminhões em um software de otimização;

3. Propor um algoritmo heurístico multiobjetivo para a resolução do problema;
4. Desenvolver um modelo de simulação computacional para o problema;
5. Validar os modelos matemático e heurístico desenvolvidos por meio da simulação;
6. Determinar o sequenciamento dos caminhões através da simulação;
7. Possibilitar maior eficiência no planejamento operacional da produção em lavra em minas a céu aberto, e demais etapas da produção;
8. Contribuir com o desenvolvimento de metodologias que atendam casos reais da indústria mineral brasileira.

1.4 Organização do Trabalho

Para a concretização deste trabalho foram determinados, neste primeiro capítulo, os norteadores da pesquisa e uma rápida contextualização, que são os seguintes: introdução, justificativa para a realização do trabalho e objetivos a serem alcançados.

O restante deste trabalho está estruturado como segue.

No capítulo 2, as características do problema estudado são apresentadas em detalhes, bem como sua aplicação na área de Mineração.

No capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica e uma fundamentação teórica do trabalho, abordando-se os conhecimentos relacionados à otimização multiobjetivo: métodos exatos e heurísticos; e simulação computacional.

No capítulo 4 é apresentada uma formulação de programação matemática para o problema, proposto um algoritmo genético multiobjetivo e um modelo de simulação computacional capaz de validar os resultados e determinar o sequenciamento dos caminhões.

No capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados computacionais obtidos com a aplicação da formulação de programação matemática proposta, do método heurístico e do modelo de simulação computacional.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho desenvolvido e recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Problema Abordado

O problema em estudo trata do planejamento operacional de lavra de uma mina a céu aberto, considerando alocação dinâmica de caminhões (POLAD). Como vemos na Fig. 2.1, extraída de Souza et al. (2010), o POLAD é composto por um conjunto de frentes de lavra, de equipamentos de carga e de caminhões. Frente de lavra é o local no qual encontra-se o material a ser retirado (lavrado), equipamentos de carga são os equipamentos responsáveis pela retirada do material da frente de lavra e carregamento dos caminhões. Os caminhões são responsáveis pelo transporte do material até seu ponto de descarga (destino).

Nesse problema deseja-se selecionar as frentes de lavra que serão utilizadas, alocar equipamentos de carga às mesmas e determinar o número de viagens de cada caminhão a essas frentes. Os objetivos desse problema são minimizar os desvios em relação às metas dos teores dos parâmetros de qualidade e de produção de minério e o número de caminhões utilizados.

Para a seleção das frentes que serão exploradas na composição da mistura, é necessário levar em consideração as especificações do minério que nela se encontra, tais como a percentagem de determinados elementos químicos, %Fe e %SiO₂, por exemplo. É importante observar que tais especificações variam de acordo com cada frente de lavra. Assim, de acordo com a especificação requerida para o produto desejado, uma frente deve ter prioridade em relação à outra.

Por outro lado, para a retirada de minério das frentes de lavra são utilizadas

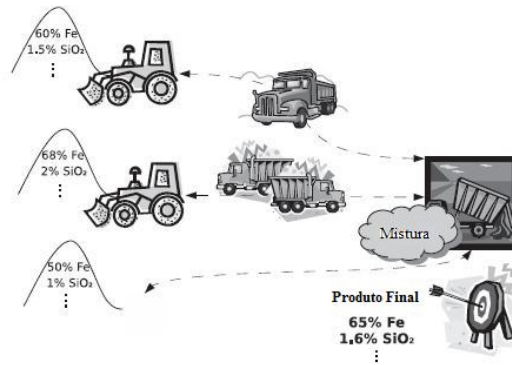


Figura 2.1: Ilustração do POLAD

carregadeiras. À cada carregadeira é associada uma produção máxima e uma produção mínima. A produção máxima é determinada pela capacidade máxima produtiva do equipamento, enquanto a produção mínima é estabelecida de forma a tornar a utilização da carregadeira economicamente viável.

Para determinar o número de viagens de cada caminhão a cada frente é preciso considerar qual a carregadeira alocada à frente, a taxa de utilização máxima do caminhão e as metas de produção de minério e estéril. A carregadeira alocada à frente deve ser operacionalmente compatível com o caminhão. Além disso, a taxa de utilização máxima do caminhão deve ser respeitada, de forma a limitar o número de viagens de cada caminhão no período de uma hora. A produção de minério deve respeitar uma proporção fixa em relação à quantidade de estéril (relação estéril/minério), bem como as metas de produção. As metas de produção e seus limites inferior e superior são definidos pela capacidade de processamento da usina de beneficiamento que receberá o minério produzido.

Considerou-se neste trabalho a existência de uma frota heterogênea de caminhões, ou seja, que eles possuem diferentes capacidades de carga. Além disso, adotou-se o método de alocação dinâmica, o que significa que um mesmo caminhão pode ser alocado a diferentes frentes após cada descarga de material. Essa técnica diminui o tempo de fila e aumenta a taxa de utilização dos caminhões.

Ao contrário da maioria dos trabalhos anteriores encontrados na literatura, como por exemplo Costa et al. (2004), Guimaraes et al. (2007), Merschmann (2002)

e Souza et al. (2010), consideramos dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador primário para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril. Isto se deve ao fato de que as trajetórias dos caminhões até a pilha de estéril estão cada vez mais distantes, devido às normas de proteção ambiental, sendo significativa a diferença entre os tempos de viagem das frentes até o britador e das frentes até a pilha de estéril. Também consideramos o tempo de ciclo dos equipamentos como uma variável que depende da frente de lavra, do tipo de equipamento, e do tipo de material transportado. Isto é devido ao fato de que cada tipo de caminhão demanda um tempo diferente para percorrer um mesmo trajeto e este tempo também é influenciado pelo tipo de carga (minério ou estéril).

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é feita uma revisão dos trabalhos relacionados ao problema em estudo. Também é apresentada a fundamentação teórica na qual este trabalho se apóia.

3.1 Otimização Multiobjetivo

De acordo com Ticona (2003), a maior parte dos problemas reais encontrados na área de otimização envolve a obtenção de diversas metas que devem ser atingidas simultaneamente. Elas geralmente são conflitantes, ou seja, não existe uma solução única que otimize todas ao mesmo tempo. Para tal classe de problemas devemos buscar um conjunto de soluções eficientes.

Problemas dessa natureza são chamados de problemas de otimização multi-objetivo por envolverem minimização (ou maximização) simultânea de um conjunto de objetivos satisfazendo a um conjunto de restrições. Neste caso, a tomada de decisão será de responsabilidade do analista, que deverá ponderar os objetivos globais do problema e escolher uma entre as soluções do conjunto de soluções eficientes (Arroyo, 2002).

Este é sem dúvida um importante tópico da otimização, tanto para pesquisadores quanto para engenheiros, não só por causa de sua aplicabilidade nos problemas reais, mas também pelas questões ainda em aberto nessa área (Coello, 1999; Zitzler, 1999).

3.1.1 Conceitos Básicos

Para Coello (1999), a otimização multiobjetivo pode ser definida como o problema de achar um vetor de variáveis de decisão cujos elementos representam as funções objetivos. Essas funções formam uma descrição matemática do critério de otimalidade que estão em conflito umas com as outras. Neste caso, o termo “otimizar” significa encontrar um conjunto de soluções que não podem ser melhoradas simultaneamente para o analista.

Formalmente, um problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado como:

$$\text{minimizar} \quad z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_{OB}(x)) \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a : } g(x) = (g_1(x), g_2(x), g_3(x), \dots, g_r(x)) \leq b \quad (3.2)$$

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in X \quad (3.3)$$

$$z = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_r) \in Z \quad (3.4)$$

na qual x é o vetor de decisão, OB o número de objetivos, z é o vetor objetivo, X denota o espaço de busca de decisões, e $z = f(x)$ é a imagem de X , denominada espaço objetivo.

O conjunto de restrições $g(x) \leq b \mid b \in R^+$ e o espaço X determinam o conjunto das soluções viáveis ou factíveis: $X^* = \{x \in X \mid g(x) \leq b\}$.

Portanto, o problema multiobjetivo pode ser escrito da forma:

$$\text{minimizar} \quad z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x)) \quad (3.5)$$

$$\text{sujeito a : } x \in X^* \quad (3.6)$$

A imagem de X^* é denominada espaço objetivo factível e é denotada por $Z^* = f(X^*) = \{f(x) \mid x \in X^*\}$.

Enquanto que na otimização mono-objetivo uma solução ótima é claramente

identificada, pois o espaço de solução é ordenado, na otimização multiobjetivo, por outro lado, há um conjunto de alternativas, geralmente conhecidas como soluções Pareto-ótimas, que, para Fonseca e Fleming (1995), também podem ser denominadas como soluções eficientes, ou conjunto admissível do problema.

Segundo Pareto (1896), o conceito de Pareto-ótimo constitui a origem da busca na otimização multiobjetivo. Pela definição, um vetor z é Pareto-ótimo se não existe um outro vetor viável z^* que possa melhorar algum objetivo, sem causar uma piora em pelo menos um outro objetivo. Em outras palavras, um vetor solução z pertence ao conjunto de soluções Pareto-ótimo se não existe nenhum vetor solução z^* que domine z .

Considerando um problema de minimização, temos:

- z domina z^* se, e somente se, $z_j \leq z_j^* \quad \forall j$ e $z_j < z_j^*$ para algum j ;
- z e z^* são indiferentes ou possuem o mesmo grau de dominância se, e somente se, z não domina z^* e z^* não domina z .

Neste último caso, as soluções não podem ser identificadas como melhor que as outras, a menos que informações de preferência em relação aos objetivos sejam incluídas.

Segundo Fonseca e Fleming (1995), a otimização multiobjetivo diverge da otimização mono-objetivo, devido ao fato de raramente admitir uma simples solução. Por isso, a solução é composta por uma família de soluções pareto-eficientes (ou pareto-ótimas) que devem ser considerados equivalentes, em vista da ausência de informação referente à importância de cada objetivo.

De acordo com Pereira (2004), à medida que se aumenta o número de objetivos a serem otimizados, e também, ponderados os objetivos menos “bem comportados”, o problema de buscar uma solução pareto-ótima torna-se complexo de forma rápida e progressiva.

Em alguns casos, as funções objetivos poderiam ser otimizadas separadamente, uma a uma buscando um ganho no tempo computacional. Porém, soluções

satisfatórias para o problema global raramente poderiam ser achadas neste sentido. Ou seja, uma solução ótima em um objetivo, se tal ótimo existe, comumente implica desempenho inaceitável em um ou mais dos outros objetivos, resultando na necessidade de se fazer um ajuste.

Para alguns autores, como Pereira (2004), os métodos de otimização convencional, como os baseados no Gradiente e no Simplex, adaptados aos problemas multiobjetivo apresentam restrições e tornam-se ineficientes. Neste caso, devemos buscar novos métodos de otimização para esta gama de problemas.

3.1.2 Métodos de Otimização Multiobjetivo

Em vista da existência de objetivos conflitantes, encontrar soluções viáveis que otimizem simultaneamente todos os objetivos é o maior desafio da otimização multiobjetivo.

Segundo Horn (1997), na solução de problemas multiobjetivos, dois problemas podem ser identificados: busca de soluções e tomada de decisões.

O primeiro refere-se ao processo de otimização no qual o conjunto de soluções viáveis, ou factíveis, deve ser guiado para o encontro do conjunto de soluções Pareto-Ótimas.

O segundo problema, de tomada de decisões, consiste na seleção de um critério apropriado para a escolha de uma solução do conjunto Pareto-Ótimo. Este critério será utilizado pelo responsável, ou decisor, para a tomada de decisão, ou seja, ele poderá ponderar entre as diferentes soluções conflitantes.

Para muitos autores, como Zitzler (1999), Veldhuizen e Lamont (2000), Fonseca e Fleming (1995) e Arroyo (2002), os métodos de otimização multiobjetivo podem ser classificados dentro de três categorias:

- Método a-priori ou tomada de decisão antes da busca.
- Método a-posteriori ou tomada de decisão depois da busca.
- Método iterativo ou tomada de decisão durante a busca.

3.1.3 Classificação dos Métodos de Otimização Multiobjetivo

3.1.3.1 Método a-priori

Neste caso, o decisor participa da busca de soluções antes da resolução do problema. Ele poderá atribuir elementos de preferência para os objetivos através de duas configurações diferentes.

Em uma primeira configuração, pode-se combinar os objetivos em um único objetivo. Neste, caso deve-se explicitar a preferência de cada objetivo através de pesos. Desta forma pode-se aplicar métodos tradicionais de otimização mono-objetivo.

Uma outra configuração é a classificação ordinal de preferências. Neste caso o problema é resolvido considerando apenas o primeiro objetivo na ordem de preferências predefinidas sem se considerar os demais objetivos. A seguir, o problema é resolvido para o segundo objetivo sujeito à solução encontrada para o objetivo anterior. Esse processo é repetido até que se esgotem todos os objetivos.

Este método possui a vantagem de concentrar os esforços computacionais na busca da solução para o problema multiobjetivo. Entretanto ele requer novas execuções sempre que a preferência de um objetivo mudar ou a inclusão de algum aspecto não considerado anteriormente, até que uma solução satisfatória seja encontrada.

3.1.3.2 Métodos a-posteriori

Neste caso, a tomada de decisão é feita após a realização da busca de soluções pareto-ótimas. Essa busca é feita considerando que todos os objetivos do problema multiobjetivo possuem a mesma relevância para o problema.

Após a realização dessa busca, obtém-se um conjunto de soluções aproximadas ou Pareto-ótimas, no qual, o decisor deve selecionar uma solução que se evidencia mais adequada.

A principal desvantagem deste método é o alto custo computacional, ou seja, o tempo gasto para encontrar o conjunto de soluções pareto-ótimas pode ser muito alto, inviabilizando o método. Entretanto, como neste método a mudança das

preferências não implica em custo computacional, ele é recomendado para problemas nos quais as preferências são relativas.

3.1.3.3 Métodos interativos

Neste método, há uma interferência durante o processo de busca de soluções, subordinando as preferências para nortear a busca na direção das regiões onde existam soluções relevantes.

Esta interferência se dá através do decisor que pode articular o processo de otimização de uma forma interativa. Ou seja, este, antes de cada iteração, define as prioridades, guiando a busca a partir de um conjunto de soluções conflitantes.

Para este método tem-se a vantagem de estabelecer um método intermediário entre os métodos anteriores. Porém, devido à grande interação entre decisor e otimizador, a constante intervenção de um decisor humano pode tornar o método inapropriado para problemas multiobjetivos complexos.

3.1.4 Métodos Clássicos de Otimização

Para os problemas multiobjetivos, os métodos convencionais de otimização mono-objetivo não são eficientes (Pereira, 2004). Portanto, a busca por novos métodos de otimização que consigam vencer o grande desafio deste tipo de problema tornou-se necessária.

Uma forma de vencer este desafio é a utilização dos métodos clássicos de otimização multiobjetivo. Estes métodos surgiram da necessidade de encontrar soluções com prioridades, ou pesos, associados aos objetivos.

Segundo Cohon (1978) e Steuer (1986) esses métodos clássicos escalarizam os objetivos formando um único objetivo. Neste caso, temos um problema substituto, transformando o problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo.

Os três métodos clássicos utilizados, comumente, para resolver esta gama de problemas são:

- Método da soma ponderada
- Método ϵ -restrito.
- Método de programação por metas

3.1.4.1 Método da soma ponderada

Este método consiste na transformação do problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo através da atribuição de pesos para cada objetivo. Ou seja, através da atribuição de diferentes pesos para cada objetivo temos uma nova função que representa a relação linear entre todos os objetivos.

Desta forma, para um problema de minimização temos:

$$\text{minimizar} \quad f(x) = \sum_{i=1}^r w_i f_i(x) \quad (3.7)$$

$$\text{Sujeito a :} \quad x \in X^* \quad (3.8)$$

No qual, w_i é o peso do objetivo f_i em relação com os outros objetivos.

Segundo Chankong e Haimes (1983), considerando que $W = (w_1, w_2, \dots, w_r)$ é um vetor de pesos, uma solução x^* do problema anterior será Pareto-Ótima se:

- x^* for uma solução única e;
- $w_i > 0, \forall i = 1, \dots, r$

Para se alcançar as soluções Pareto-ótimas, este problema deve ser resolvido iterativamente. Neste caso, deve-se considerar diferentes vetores de pesos W definidos pelos decisor de acordo com a importância dos objetivos.

Para que os pesos w_i reflitam aproximadamente a importância dos objetivos, o decisor deve normalizá-los. Ou seja, para que cada peso de um objetivo expresse sua importância em relação aos demais, os objetivos devem estar todos em uma mesma escala ou ordem de grandeza.

Segundo Arroyo (2002), a principal desvantagem deste método é que ele não consegue gerar todas as soluções Pareto-ótimas quando o espaço objetivo é não convexo. Isto ocorre porque o método da soma ponderada consiste em gerar diferentes retas suportes, definidas pelos valores de w_i , e, geralmente, nem todos os pontos Pareto-ótimos admitem retas suportes.

3.1.4.2 Método ε -restrito.

Este método consiste na otimização do objetivo mais importante sujeitando-se às restrições dos outros objetivos.

Considerando, em um problema de minimização, f_1 como sendo o objetivo mais importante, temos:

$$\text{minimizar} \quad f_1(x) \quad (3.9)$$

$$\text{Sujeito a :} \quad f_i(x) \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, r \quad (3.10)$$

na qual, ε_i é o limite superior do objetivo f_i .

Para construir o conjunto Pareto-ótimo, mesmo quando o espaço objetivo é não convexo, deve-se apenas variar o limite superior ε_i . Porém, se este limite não é adequado, o subconjunto de possíveis soluções obtido pode ser vazio, ou seja, não existe solução viável.

3.1.4.3 Método de programação por metas

Nos problemas de programação linear por metas, ou *goal programming*, usa-se uma técnica da pesquisa operacional que permite a modelagem e a busca de soluções para os problemas com múltiplas metas a serem otimizadas (Moraes, 2005).

De acordo com Arenales et al. (2007), existem diversos métodos para a abordagem e resolução deste tipo de problema. Um dos mais usados é o método dos pesos. Ele procura converter os múltiplos objetivos em um único. Neste método

considera que as soluções de interesse são aquelas em que as variáveis de flexibilização ou de desvio estão o mais próximo de zero.

Para o problema programação linear por metas considera-se que cada meta possui uma importância diferente na otimização representada através de pesos. Quanto maior a importância da meta, maior será o seu peso.

As variáveis de desvio flexibilizam as restrições ampliando o espaço de soluções factíveis. De um modo geral, elas permitem que se otimize o problema com a possibilidade de avaliação das restrições que estão fora das metas pré-estabelecidas.

As equações (3.11) a (3.15) exemplificam um problema de programação linear por metas.

$$\min \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-) = Q(x) \quad (3.11)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (3.12)$$

$$b_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (3.13)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (3.15)$$

Nesta formulação $j = 1, \dots, n$ representam atividades a serem realizadas, $i = 1, \dots, m$ representam restrições a serem observadas, b_i a meta de recursos a serem utilizados ou exigências a serem alcançadas, c_j o custo da j -ésima atividade e a_{ij} é a quantidade de recurso i (ou exigência) em uma unidade da atividade j .

Neste modelo, x_j , d_i^+ e d_i^- representam variáveis de decisão. A primeira, x_j , quantifica o nível de operação da j -ésima atividade. A segunda, d_i^+ , denotada por desvio positivo do recurso (ou exigência) i , quantifica o quanto a meta b_i foi superada, enquanto a terceira, d_i^- , denotada por desvio negativo, quantifica o quanto falta para atingir a meta b_i . As constantes w_i^+ e w_i^- indicam, respectivamente, as prioridades dos i -ésimos desvios positivo e negativo em relação à meta.

A equação (3.11) representa a função multiobjetivo que incorpora os desvios, e suas prioridades, que devem ser minimizados. As equações (3.14) e (3.15) denominadas condições de não negatividade das variáveis de decisão.

3.2 Técnicas Heurísticas Multiobjetivo

3.2.1 Heurísticas Construtivas

Segundo Souza (2000), técnicas heurísticas construtivas são métodos que possuem o objetivo de gerar uma solução, elemento por elemento, a partir de uma ou mais regras específicas para um dado problema de otimização. Estas regras variam de acordo com o problema a ser resolvido.

Esses métodos são comumente utilizados para a construção de uma solução inicial, pois, geralmente são rápidos. A solução obtida não será necessariamente satisfatória. Isto implica que esta solução pode requerer um refinamento após sua construção. Eles também podem ser utilizados como ponto de partida para outras heurísticas de refinamento ou metaheurísticas.

Para problemas de otimização combinatória multiobjetivo, Ehrgott e Gandibleux (2000) indicam a utilização de heurísticas construtivas para obter uma aproximação inicial do conjunto Pareto-ótimo de forma rápida.

3.2.2 Heurísticas de Refinamento

As heurísticas de refinamento, também chamadas de métodos de busca local, são métodos de otimização que consistem no refinamento de uma solução. A partir dela, define-se uma vizinhança através de uma regra, chamada de movimento, que a modifica.

Estas heurísticas iniciam com uma solução do problema, que pode ser gerada a partir de uma heurística construtiva ou aleatoriamente, buscando-se, a cada iteração, em sua vizinhança já definida, novas soluções que possam melhorar o valor da função de avaliação do problema.

A eficiência desse método depende da solução inicial e da definição de uma vizinhança que estabelece uma relação entre as soluções no espaço de decisões.

Para problemas de otimização multiobjetivo, este método pode ser utilizado para melhorar um conjunto de soluções dominantes gerada por uma heurística multiobjetivo.

Entre as heurísticas de refinamento podemos destacar o Método de Descida em Vizinhança Variável ou *Variable Neighborhood Descent* (VND), a qual baseia-se em buscas em diferentes estruturas de vizinhanças.

Inicialmente, o VND considera um conjunto de r vizinhanças distintas, cada qual definida por um tipo de movimento. A seguir, o VND parte de um indivíduo, o chamado indivíduo corrente, e analisa todos os indivíduos que estejam na sua primeira vizinhança, movendo-se para aquele que representar uma melhora segundo a função de avaliação.

Esse procedimento é repetido até que não se encontre um indivíduo de melhora. Nesse caso, parte-se para a procura do melhor indivíduo na segunda vizinhança. Havendo melhora, retorna-se à primeira estrutura de vizinhança; caso contrário, passa-se para a próxima vizinhança. O método termina quando é encontrado um indivíduo que não tem vizinho melhor que ele em qualquer das vizinhanças consideradas. Seu pseudocódigo é mostrado no Algoritmo (1).

Algoritmo 1 VND

- 1: Seja r o número de estruturas diferentes de vizinhança;
 - 2: $k \leftarrow 1$; {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
 - 3: **enquanto** $k \leq r$ **faça**
 - 4: Encontre um vizinho $s' \in N^{(k)}(s)$;
 - 5: **se** $f(s') < f(s)$ **então**
 - 6: $s \leftarrow s'$;
 - 7: $k \leftarrow 1$;
 - 8: **senão**
 - 9: $k \leftarrow k + 1$;
 - 10: **fim se**
 - 11: **fim enquanto**
 - 12: Retorne s ;
-

Este método também não garante que o resultado encontrado seja um conjunto Pareto-ótimo, pois ele pode ficar preso em uma região do espaço de soluções. Para contornar esta situação, outros métodos, como as metaheurísticas, devem ser aplicadas.

3.2.3 Metaheurísticas

Segundo Souza (2000), as metaheurísticas são métodos que visam encontrar uma boa solução, eventualmente ótima, consistindo, a cada iteração, de uma heurística subordinada, a qual deve ser modelada especificamente para cada problema.

O que diferencia as metaheurísticas das heurísticas convencionais é que elas são genéricas e podem ser capazes de fugir de um ótimo local.

Existem muitos tipos de metaheurísticas. A principal diferença entre estes tipos é o método de fuga do ótimo local. Elas são classificadas em duas categorias diferentes de metaheurísticas, de acordo com o método de exploração da região das soluções: busca populacional e busca local.

As metaheurísticas baseadas no método de busca local exploram a região das soluções através de movimentos bem definidos. A cada iteração estes movimentos são aplicados à solução corrente, gerando uma nova solução. O método utilizado pelas metaheurísticas baseadas no método de busca populacional é baseado na manutenção de um conjunto de boas soluções. Estas soluções são combinadas com o intuito de se obter uma nova solução melhor que as duas primeiras.

De acordo com Arroyo (2002) a dificuldade em resolver problemas combinatorios multiobjetivos não é dada somente pela sua complexidade combinatória, como no caso mono-objetivo. Ela também é dada pela busca de todas as soluções eficientes que crescem com o número de objetivos do problema.

Para otimizar os problemas de otimização multiobjetivo, os métodos baseados em metaheurísticas parecem ser a melhor alternativa, pois estes são flexíveis, eficientes e de fácil implementação.

Os objetivos principais de toda metaheurística de otimização multiobjetivo

são:

- Minimizar a distância do conjunto de soluções dominantes encontrado ao conjunto de soluções pareto-ótimo e
- Obter uma boa distribuição das soluções no conjunto dominante gerado.

Para Arroyo (2002), a grande maioria das publicações de metaheurísticas para problemas de otimização multiobjetivos são baseadas em algoritmos genéticos (AGs), tais como Ehrgott e Gandibleux (2000), Coello (1999), Veldhuizen e Lamont (2000) e Jones et al. (2002).

Esta preferência pode ser explicada devido ao argumento questionável, que os AGs utilizam um conjunto de soluções que podem conter informações sobre várias regiões do espaço de busca, oferecendo portanto, maiores possibilidades para encontrar o conjunto Pareto-ótimo ou uma aproximação.

3.3 Algoritmo Genético Multiobjetivo

Os algoritmos genéticos (AGs) foram introduzidos por John Holland, na década de 70. Eles fazem parte da área de Computação Evolutiva, que constitui uma família de métodos computacionais inspirados na evolução natural das espécies.

Os AGs foram criados com o intuito de aplicar os conceitos propostos por Darwin como genes, cromossomos, cruzamento, mutação e seleção natural combinados com a teoria computacional. Nesta heurística, inicialmente, temos a geração de uma população formada por indivíduos (possíveis soluções do espaço de busca). Estes são combinados entre si gerando novos indivíduos.

Para obter uma boa diversidade são utilizados os operadores de cruzamento e mutação. Após este processo é formada uma nova geração pela escolha de parte da nova população e população anterior e descarte dos demais indivíduos. Este processo é continuado até que algum critério seja alcançado.

Segundo Arroyo (2002) os AGs são métodos flexíveis e têm a capacidade

de produzir soluções de boa qualidade em problemas complexos e de grande porte, em tempo computacional viável. Desta forma, eles geralmente são utilizados para a resolução de problemas nos quais o espaço de busca é muito grande.

A principal diferença entre um AG multiobjetivo e um AG mono-objetivo está na forma como é atribuído a aptidão (*fitness*) às soluções. Para um AG mono-objetivo a melhor solução é a mais apta. No caso do AG multiobjetivo existe uma indiferença entre as soluções dominantes de um conjunto referência. Assim, é necessário definir algumas estratégias para calcular o *fitness* das soluções e para selecionar as soluções com maior probabilidade de reprodução.

A primeira implementação de um AG para problemas multiobjetivos foi feita por Schaffer (1985), sendo denominada VEGA (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*). Ela possui uma modificação em relação ao AG convencional, pois avalia cada objetivo separadamente. Entretanto, de acordo com Ticona (2003), o método proposto não permite obter uma diversidade adequada nas soluções ao longo da fronteira de Pareto.

Goldberg (1989) propôs várias abordagens para estender as aplicações de AGs para problemas multiobjetivos. Uma delas propõe um procedimento para ordenação de soluções baseado no conceito de dominância de Pareto. Neste caso, o valor da aptidão de uma solução é proporcional ao número de soluções que ela domina. De acordo com Ticona (2003), com esta abordagem, as soluções dominantes (ou não dominadas) são mais aptas à sobrevivência, obtendo assim, uma maior quantidade de clones na lista de descendentes.

Goldberg (1989) também sugere o emprego de um método de compartilhamento para manter a diversidade dos indivíduos. Este permite considerar a posição dos indivíduos em relação à sua vizinhança (nicho), no espaço de busca. Assim, indivíduos que estejam melhor espalhados na fronteira de Pareto têm um melhor valor de compartilhamento.

Estas abordagens citadas anteriormente foram utilizados em diversos modelos. Em alguns, o valor de aptidão (*fitness*) é proporcional à dominância da solução.

Outros utilizam apenas a dominância de Pareto e não calculam este valor. A aplicação dos AGs para problemas multiobjetivo apresenta três grandes vantagens com relação às técnicas tradicionais descritas na Seção 3.1.4:

- Não introduzem parâmetros adicionais no problema;
- Trabalham diretamente com várias funções usando o conceito de dominância de Pareto;
- Um conjunto diversificado de soluções pode ser encontrado apenas em uma execução do AG.

Segundo Deb (2001), os modelos de AGs multiobjetivos (AGM) podem ser classificados de duas formas:

- Não elitistas: são aqueles modelos que não utilizam alguma forma de elitismo nas suas iterações;
- Elitistas: são os modelos que empregam alguma forma de elitismo. O estudo realizado por Zitzler et al. (2000) conclui que o elitismo melhora as soluções encontradas por um AGM. A partir deste trabalho, os novos modelos, de uma forma geral, passaram a incorporar alguma estratégia de elitismo.

Entre os inúmeros Algoritmos Genéticos Multiobjetivos, destacamos: Schaffer (1985), Fonseca e Fleming (1993), Horn et al. (1994), Srivivas e Deb (1995) e Zitzler (1999).

Schaffer (1985) propõe um algoritmo chamado *Vector Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA). A cada geração, um grupo de indivíduos que supera os demais de acordo com um dos n objetivos é selecionado, até que n grupos sejam formados. Então os n grupos são misturados conjuntamente e os operadores genéticos são aplicados para formar a próxima geração.

No *Multiobjective Genetic Algorithm* (MOGA), proposto por Fonseca e Fleming (1993), cada indivíduo S é classificado em um nível de acordo com o número

de indivíduos que esse indivíduo S domina. Todos os indivíduos não dominados são classificados no nível 1. A aptidão de cada indivíduo é atribuída de acordo com uma interpolação entre o melhor e o pior nível. A aptidão final atribuída a todos os indivíduos de um mesmo nível é a mesma e igual à média da aptidão do próprio nível. Dessa forma, todos os indivíduos do mesmo nível são indiferentes entre si.

Horn et al. (1994), com o algoritmo *Niche Pareto Genetic Algorithm* (NPGA), utiliza um torneio baseado no conceito de dominância de Pareto para seleção dos indivíduos. Dois indivíduos são selecionados e comparados com um subconjunto da população de soluções, sendo selecionado para a próxima geração aquele que não for dominado.

Srivivas e Deb (1995) propõe o algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), no qual, os indivíduos são classificados em níveis de acordo com seu grau de dominância Ni_d , tal como nos algoritmos anteriores. Entretanto, é atribuído um valor de aptidão a cada indivíduo de acordo com seu nível e sua distância em relação às outras soluções do mesmo nível, a chamada distância de multidão. A seleção é feita através de torneios utilizando o valor de aptidão até que todas as vagas para a próxima geração sejam preenchidas.

No algoritmo *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA), proposto por Zitzler (1999), é utilizada a seleção baseada na relação de dominância para avaliar e selecionar as soluções. Para avaliar essa relação de dominância e classificar os indivíduos em níveis de dominância, o SPEA usa um conjunto adicional da população. Porém, ao contrário dos algoritmos anteriores, os quais descartam os indivíduos não selecionados, ele utiliza os indivíduos não dominados da população da geração anterior para determinar a aptidão dos indivíduos da população corrente.

Além destes, inúmeros algoritmos genéticos multiobjetivos foram propostos e explorados, os quais podem ser encontrados por exemplo em Knowles (2002), Deb et al. (2002), Deb et al. (2000), C. A. Coello Coello e Lamont (2002), Arroyo (2002), Arroyo e Armentano (2005), Tan et al. (2006) e Deb e Tiwari (2008).

3.3.1 NSGA II

O algoritmo NSGA II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) foi proposto por Deb et al. (2000) como uma evolução do algoritmo NSGA (Faccioli, 2007). Ele combina a população atual com a população anterior para preservar os melhores indivíduos. Além disso, ele é baseado em uma ordenação elitista por dominância (*Pareto ranking*).

Esse procedimento de ordenação, conhecido como *fast non dominated sorting*, consiste em classificar os indivíduos S de um conjunto I em diversos níveis $Ni_1; Ni_2; \dots; Ni_d$ de acordo com o grau de dominância de tais indivíduos, sendo d o número de níveis Ni de dominância. Assim, o nível Ni_1 contém os indivíduos dominantes (não dominados) de todo o conjunto I . O nível Ni_2 possui os indivíduos dominantes (não dominados) de $I - Ni_1$, Ni_3 contém as soluções de $I - (Ni_1 \cup Ni_2)$ e assim sucessivamente. Ou seja, o conjunto Ni_1 domina Ni_2, Ni_3, \dots, Ni_d , Ni_2 domina Ni_3, \dots, Ni_d até Ni_{d-1} domina Ni_d .

Algoritmo 2 *Fast Non Dominated Sorting (I)*

```
1: Sejam  $S \in I$  e  $p \in I$ ;  
2: para cada  $S$  faça  
3:    $Id_S = \emptyset$ ;  
4:    $Nd_S = 0$ ;  
5:   para cada  $p$  faça  
6:     se  $S$  domina  $p$  então  
7:        $Id_S = Id_S \cup \{p\}$ ;  
8:     fim se  
9:     se  $p$  domina  $S$  então  
10:       $Nd_S = Nd_S + 1$ ;  
11:    fim se  
12:  fim para  
13:  se  $Nd_S = 0$  então  
14:     $Ni_1 = Ni_1 \cup \{S\}$ ;  
15:  fim se  
16: fim para  
17:  $d = 1$ ;  
18: enquanto  $Ni_d \neq \emptyset$  faça  
19:    $aux = \emptyset$ ;  
20:   para cada  $S \in Ni_d$  faça  
21:     para cada  $p \in Id_S$  faça  
22:        $Nd_p = Nd_p + 1$ ;  
23:       se  $Nd_p = 0$  então  
24:          $aux = aux \cup \{p\}$ ;  
25:       fim se  
26:     fim para  
27:   fim para  
28:    $d = d + 1$ ;  
29:    $Ni_d = aux$ ;  
30: fim enquanto  
31: Retorne  $Ni_1, Ni_2, \dots, Ni_d$ ;
```

O Algoritmo 2 exemplifica o procedimento *fast non dominated sorting*. A cada indivíduo (solução) S , do conjunto de soluções I , associa-se dois valores Nd_S e Id_S .

- Id_S o conjunto de indivíduos que são dominados pelo indivíduo S ;
- Nd_S é o número de indivíduos que dominam o indivíduo S .

Inicialmente, as linhas 2 a 16 do algoritmo 2 calculam tais valores. Pode-se

perceber que os indivíduos com $Nd_S = 0$ (não dominados) estão contidos no nível Ni_1 . Em seguida, as linhas 17 a 30 percorrem o conjunto de indivíduos dominados Id_S para cada indivíduo S de Ni_d . O contador Nd_S de cada indivíduo S em Id_S é diminuído em 1 unidade. Se $Nd_S = 0$, então a solução S pertence à frente corrente. O algoritmo é repetido até que todos os indivíduos estejam classificados em um nível Ni_d .

Uma vez que a ordenação está completa é calculada a distância de multidão (*crowding distance*). Ela consiste na média da distância de dois indivíduos adjacentes de cada indivíduo da população para todos os objetivos. Assim, os indivíduos são classificados quanto à sua distribuição no conjunto solução, sendo que os indivíduos mais espalhados são priorizados. Isto é feito para garantir que o conjunto de indivíduos encontrado seja um conjunto mais próximo do conjunto Pareto-ótimo.

O Algoritmo 3 mostra como calcular tal valor. Neste algoritmo, $dist_S$ é o valor da distância de multidão do indivíduo S do conjunto I , NS é o número de soluções contidas em I , $f_{obj}(S)$ é o valor da obj -ésima função objetivo da solução S .

Algoritmo 3 *Crowding Distance*

```

1:  $dist_S = \emptyset$  ;
2: para cada  $obj$  faça
3:   classificar  $obj$  por  $f_{obj}$ ;
4:    $dist_0 = dist_{NS-1} = \infty$ ;
5:   para  $S = 1$  até  $N - 1$  faça
6:      $dist_S = dist_S + f_{obj}(S + 1) - f_{obj}(S - 1)$  ;
7:   fim para
8: fim para
9: Retorne  $dist_S$ ;

```

A Fig. 3.1 exemplifica o cálculo da distância de multidão que representa uma estimativa do tamanho do maior "cubóide". O cálculo dessa métrica permite que os indivíduos melhor espalhados passem a ocupar as últimas vagas disponíveis para a próxima geração, garantindo a diversidade das soluções.

O NSGA-II emprega um processo de seleção por torneio, considerando que a aptidão (*fitness*), $rank_S$, de cada indivíduo S , depende da fronteira Ni_d à qual pertence e da distância de multidão $dist_S$. Neste caso, um indivíduo S é comparado

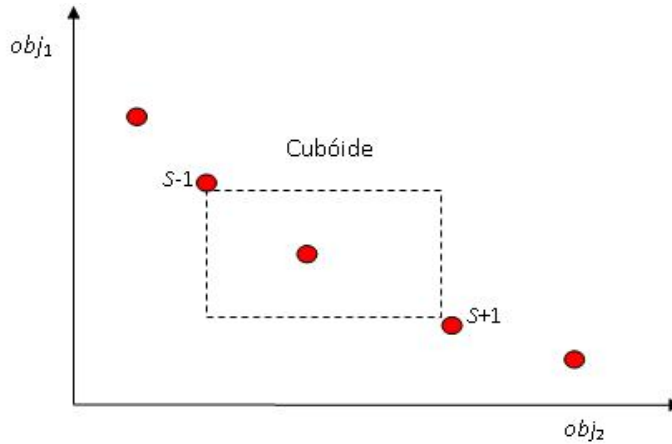


Figura 3.1: Ilustração do cálculo da distância de multidão

à um indivíduo p para escolher qual deles deve ser utilizado para gerar descendentes na nova população.

O indivíduo selecionado será aquele que possuir um menor valor de *rank*. Ou seja o indivíduo S será escolhido se S possui um *ranking* menor que p ($rank_S < rank_p$). Se ambos os indivíduos possuem o mesmo *ranking*, será escolhido aquele que possuir um maior valor de distância de multidão ($rank_S = rank_p$ e $dist_S > dist_p$).

Quanto ao seu funcionamento, este método baseia-se nos conceitos citados anteriormente, conjuntamente com os conceitos tradicionais dos algoritmos genéticos.

Primeiramente é definida uma população inicial P_0 com NS indivíduos que é ordenada utilizando o algoritmo 2. Então, é formada uma nova população G com a aplicação dos operadores genéticos tradicionais. Como este é um método elitista, a próxima geração será formada pelos indivíduos mais aptos pertencentes ao conjunto R , que é formado pela união ente os conjuntos P e G ($R = P \cup G$).

Os indivíduos mais aptos são definidos pelos Algoritmos 3 e 2. Este processo é repetido até que se atinja o número máximo de iterações GER_{max} (ou número máximo de gerações), ou outro critério de parada definido pelo analista.

A sequência de passos seguido pelo NSGA-II é descrita no algoritmo 4.

Algoritmo 4 NSGA II

```
1:  $G_0 \leftarrow \emptyset$ ;  
2: Crie uma população inicial  $P_0$ ;  
3: Aplique operadores genéticos sobre  $P_0$  para criar  $G_0$ ;  
4: para  $g = 0$  até  $GER_{max}$  faça  
5:   Ordene  $R_g = P_g \cup G_g$  (Fig. 2);  
6:    $d = d + 1$ ;  
7:   enquanto  $|P_{g+1} + Ni_d| \leq NS$  faça  
8:     Calcule a distância de multidão para  $Ni_d$  (Fig. 3);  
9:      $P_{g+1} = P_{g+1} \cup Ni_d$   
10:     $d = d + 1$   
11:   fim enquanto  
12:   Calcule a distância de multidão para  $Ni_d$  (Fig. 3);  
13:   Classifique  $Ni_d$ ;  
14:   Copie as primeiras  $NS - |P_{g+1}|$  soluções de  $Ni_d$  para  $P_{g+1}$  ;  
15:   Gere a nova população  $G_{g+1}$  aplicando os operadores genéticos em  $P_{g+1}$  ;  
16: fim para  
17: Retorne  $P_{final}$ ;
```

3.4 Simulação Computacional

3.4.1 Conceitos Básicos

A simulação surgiu da curiosidade e da necessidade do homem precisar estimar e prever o comportamento do mundo ao qual ele está inserido.

Os primeiros modelos eram basicamente compostos por desenhos e miniaturas dos sistemas ou objetos em estudo. Atualmente os métodos de simulação consistem basicamente de um modelo computacional com um conjunto de variáveis matemáticas que apresentam o mesmo comportamento de um sistema real.

A simulação computacional de sistemas, ou apenas simulação, consiste na utilização de certas técnicas matemáticas, empregadas em computadores, as quais permitem imitar o funcionamento de uma operação ou processo do mundo real, ou seja, é o estudo do comportamento de sistemas reais através da utilização de modelos.

Entre as diversas definições para a simulação, podemos citar Pedgen et al. (1995), o qual afirma que a simulação é um processo de modelagem computacional

de um sistema real, e condução de experimentos com este modelo almejando o entendimento de seu comportamento e/ou avaliação de estratégias para sua operação.

A partir desta definição, podemos concluir que a simulação é um processo amplo que engloba todo o método experimental visando:

- Compreender o comportamento do sistema;
- Desenvolver hipóteses considerando o modelo;
- Usar o modelo para prever o comportamento futuro.

Segundo Banks et al. (1999), a simulação é uma das técnicas de pesquisa operacional mais largamente utilizadas e aceitas. Esta aceitação pode ser atribuída ao fato desta ferramenta possuir uma ampla aplicabilidade e flexibilidade, além da agilidade e facilidade de manipulação sem custos dispendiosos para as empresas. De acordo com Law e Kelton (1991) esta aceitação das técnicas de simulação também são provenientes da facilidade do uso de modelos visuais.

De acordo com Shwif e Medina (2006), a simulação refere-se a uma vasta coleção de métodos e aplicações que imitam sistemas reais, na maioria dos casos com o auxílio de computadores e softwares adequados. Ou seja, são modelos computacionais de um sistema real, com o intuito de se conduzir experimentos com estes modelos buscando o entendimento de seu comportamento e/ou avaliação de estratégias para sua operação.

Estes modelos são comumente usados para a explicação do comportamento dos sistemas, para a análise de hipóteses e construção de teorias a respeito do seu funcionamento. Eles também podem ser usados para melhorar o desempenho de um sistema, projetar novos sistemas ou ainda prever comportamentos do sistema em estudo e validar modelos matemáticos obtidos através de outras ferramentas da pesquisa operacional.

Para facilitar a compreensão deste tema, usaremos a seguinte terminologia:

- **Entidades:** são os elementos do sistema a ser simulado. Elas podem ter

o seu estado modificado ao longo da simulação e podem ser identificados e processados individualmente.

- **Classes:** são conjuntos de entidades.
- **Estado ativo:** estado de entidade que representa o processamento de diferentes classes de atividades.
- **Estado inativo ou morto:** estado de entidade que representa uma situação de espera.
- **Processo:** é uma seqüência de eventos dentro de uma ordem cronológica.
- **Atributos:** são informações características de cada entidade que podem ou não variar durante o processo.
- **Variáveis:** são informações das entidades ou atividades que podem variar durante o processo.
- **Evento:** é uma mudança no estado do sistema que ocorre em um instante do tempo.
- **Atividades:** são as ações e procedimentos iniciados em cada evento.
- **Evento B:** é a atividade cujo instante de término pode ser agendado, tendo seu início a partir de determinado evento.
- **Evento C:** é aquela cuja ocorrência depende da condição do modelo naquele instante, ou seja, que está sujeita a colaboração de diferentes classes ou do atendimento de condições pré-determinadas naquele instante.
- **Relógio de simulação:** é o ponto alcançado pelo tempo simulado.

Os modelos de simulação podem ser classificados de diversas formas. As classificações mais comumente usadas estão ligadas ao tipo de eventos, sejam eles discretos ou contínuos.

Nos modelos de eventos contínuos, o estado do modelo muda continuamente durante o tempo. Os modelos de eventos discretos são aqueles em que o estado do modelo muda em intervalos de tempo discretos, mas provavelmente aleatórios ou quando ocorre um evento (Rodrigues, 2006).

Porém, segundo Shwif e Medina (2006), um modelo discreto nem sempre é usado para modelar um sistema discreto e um modelo contínuo nem sempre é usado para modelar um sistema contínuo. A escolha de qual tipo de modelo deve ser usado depende das características do sistema abordado e do problema em estudo.

Modelos de simulação de sistemas de alocação de equipamentos são geralmente um sistema discreto com uma combinação de eventos determinísticos e estocásticos.

Os modelos determinísticos possuem um conjunto fixo de entradas não aleatórias que resultarão em um conjunto único de saídas. Os modelos estocásticos possuem entradas aleatórias e saídas aleatórias. Muitos sistemas só serão adequadamente representados por distribuições de probabilidade.

Entre os métodos de construção de modelos discretos, a abordagem das três fases e a abordagem por processos para execução da simulação, de um modo geral, são os mais utilizados.

Segundo Shwif e Medina (2006), a abordagem das três fases consiste, inicialmente, na determinação do instante no qual está agendada uma atividade B e move o relógio de simulação para este instante caracterizando a fase A.

A fase B caracteriza-se pela verificação de quais são as atividades B para este instante e as executa.

Na fase C, após a execução de todas as atividades B, analisam-se todas as condições de início de todas as atividades C num dado instante, e executam-nas de modo que todas as possíveis atividades C sejam processadas.

Para a construção de um modelo de simulação deve-se primeiro desenvolver um diagrama de ciclo de atividades (DCA) que faz uso de dois tipos diferentes de classes de entidades definidas anteriormente, ativas e inativas (ou mortas). Este

por sua vez é um diagrama que representa o ciclo individual de atividades de uma entidade (ou ciclo de vida).

O diagrama completo é formado pelo conjunto de ciclos de atividades das entidades do sistema simulado.

A Fig. 3.2 representa os elementos da notação clássica para o DCA.

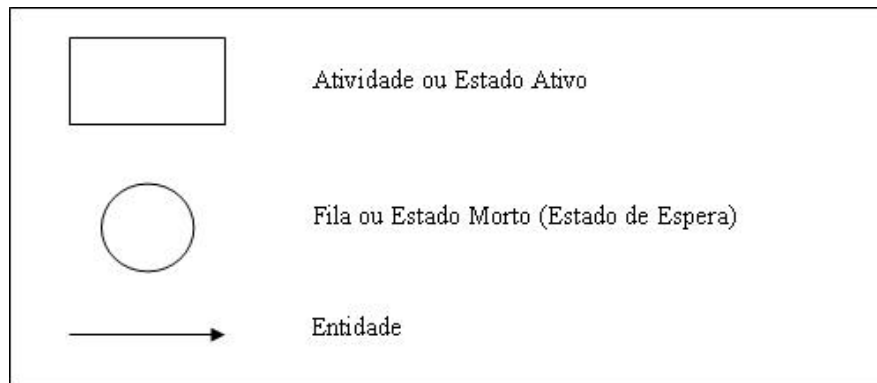


Figura 3.2: Elementos da notação clássica de um DCA

Após a construção do DCA, deve-se implementá-lo utilizando um software adequado e preferindo começar por um modelo simples e, a partir desse, construir modelos mais complexos. Isto torna o modelo mais confiável (Rodrigues, 2006).

Contudo, antes de qualquer decisão ser tomada com base no modelo, ele precisa ser validado. A validação assegura que o comportamento do modelo está sendo fiel ao comportamento do sistema real em estudo. Esta validação compara seu desempenho e comportamento com o sistema real.

Finalmente, é importante ressaltar que nenhum modelo representa exatamente o sistema em estudo. Portanto, as conclusões obtidas precisam levar em consideração as diferenças entre o modelo e o sistema real (Rodrigues, 2006).

3.5 Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

Devido à importância e à complexidade do planejamento de lavra, segundo Crawford e Hustrulid (1979), o desafio de otimização deste processo tornou-se um dos grandes problemas enfrentados pelas empresas do setor mineral. Inúmeros trabalhos

tratando desse problema podem ser encontrados na literatura.

O trabalho proposto por White et al. (1982) apresenta um modelo de programação linear para minimizar o número de caminhões necessários através de restrições relacionadas à continuidade do fluxo de material pelos pontos de carga e descarga e às respectivas capacidades produtivas.

White e Olson (1986) apresenta um modelo de programação linear, no qual realiza-se uma otimização do problema da mistura de minérios. O objetivo é a minimização dos custos relacionados à qualidade, transporte e estocagem do material. Ele considera o ritmo de lavra, o atendimento às taxas de alimentação da usina de beneficiamento e de qualidade da mistura.

Em Chanda e Dagdelen (1995) é apresentado um modelo de programação linear por metas, no qual se deseja minimizar os desvios em relação às metas de produção e qualidade. Segundo os autores, esta técnica é mais adequada à realidade das minerações, pois seu objetivo é fazer com que a solução ótima seja a mais próxima possível das metas de produção e qualidade requeridas.

Merschmann e Pinto (2001) sugeriram dois modelos diferentes para a alocação dos equipamentos os quais buscam maximizar o ritmo de lavra. Um destes considera a alocação estática de caminhões, isto é, um determinado caminhão só realiza viagens a uma única frente. O outro adota um modelo de alocação dinâmica de caminhões, ou seja, um caminhão pode realizar viagens a diferentes frentes após cada descarga.

Merschmann (2002) desenvolveu um sistema computacional de otimização e simulação para o problema de planejamento operacional de lavra chamado OTI-SIMIN. O sistema de simulação utiliza o resultado do modelo de otimização. O modelo de programação linear utilizado na otimização não considera as metas qualidade, bem como a minimização do número de caminhões utilizados.

Costa et al. (2004) e Costa et al. (2005) generalizaram o modelo de Merschmann e Pinto (2001), incluindo mais restrições operacionais, além de tratar vários requisitos operacionais de forma conjunta. No primeiro trabalho, faz-se a alocação

dinâmica dos caminhões, enquanto no segundo, a alocação é estática. Em ambos os trabalhos foi utilizada a programação linear por metas, sendo considerada uma função mono-objetivo representada pela soma ponderada dos desvios das metas de produção e qualidade requeridas.

Ramos Neto e Pinto (2004) desenvolveram um *Template*, conjunto de módulos, chamado Mineração 1.0, para utilização no programa ARENA, visando facilitar a modelagem e a simulação de operações de carregamento e transporte em minas a céu aberto. O *Template* prevê as atividades de carga, descarga, deslocamento vazio e carregado dos caminhões, além de paradas para manutenção dos equipamentos de carga e transporte, bem como a alocação estática e dinâmica de caminhões.

Uma vez que o ritmo de lavra de cada frente também depende da administração logística, no tocante às características dos equipamentos de carga e transporte que nelas operam, Guimaraes et al. (2007) desenvolveram um modelo de programação linear por metas e alocação dinâmica que acrescentava ao modelo de Costa et al. (2004) restrições de taxa de utilização dos veículos de transporte. Além disso, a formulação proposta considerava um terceiro objetivo, o da minimização do número de veículos. Os resultados do modelo de otimização eram, ainda, validados por um modelo de simulação computacional.

Pantuza Jr. e Souza (2009) propõem um modelo de programação linear multiobjetivo, adotando o método clássico de resolução ε -restrito. Este trabalho considerou dois pontos de descarga, uma para minério e outro por estéril e que o tempo de ciclo dos caminhões depende do modelo do caminhão, do material transportado (minério ou estéril), e da distância entre a frente e o ponto de descarga.

O trabalho de Souza et al. (2010) busca minimizar os desvios de produção e qualidade de minério, assim como o número de caminhões. Os autores usam o sistema de alocação dinâmica e propõem um algoritmo heurístico híbrido, baseado em Vizinhança Variável, e comparam os resultados obtidos com um modelo de programação inteira mista implementado no otimizador CPLEX.

Capítulo 4

Metodologia

Segundo Costa (2005), O POLAD é enquadrado na classe de problemas *NP*-difíceis (do termo em inglês *NP-Hard*); justificando-se, por isso, a aplicação de metaheurísticas para a resolução do mesmo. Essas técnicas buscam uma boa solução em tempo hábil; entretanto, não há garantia que o resultado encontrado seja uma solução ótima. As metaheurísticas, ao contrário dos procedimentos heurísticos clássicos, possuem mecanismos que possibilitam escapar dos ótimos locais ainda distantes do ótimo global.

Dentre as metaheurísticas encontradas na literatura, empregaremos o NSGA II, que é um algoritmo genético (AG) para problemas multiobjetivos. O NSGA II difere de um Algoritmo Genético simples apenas na forma como é executada a seleção, uma vez que os operadores genéticos de recombinação e mutação permanecem os mesmos. Esta seleção é baseada na relação de dominância entre os indivíduos da população corrente.

A vantagem do NSGA II é sua capacidade de, a cada geração (ou iteração), utilizar uma trajetória diferente de busca. Isto se deve ao fato de que novos indivíduos sempre são obtidos por meio de combinações das populações anteriores. Ele também explora uma população diferente a cada geração. Esta estratégia de busca permite explorar várias regiões do espaço de soluções.

Também será utilizado, conjuntamente com o algoritmo NSGA II, um algoritmo de busca local. Isto se deve ao fato de que segundo Arroyo (2002), a

incorporação de métodos de busca local a algoritmos genéticos geralmente contribui para a melhora destes, em termos da qualidade da solução final.

Este capítulo está organizado como segue. Na seção 4.1 é apresentado um modelo de programação matemática, o qual leva em consideração pontos diferentes de descarga de material, bem como tempos de ciclo dependentes do tipo de caminhão, dos dois pontos de descarga (britador ou pilha de estéril), da distância do ponto de carga ao ponto de descarga e do tipo de material carregado (minério ou estéril). Na seção 4.2 é apresentada uma modelagem heurística multiobjetivo para resolver o problema. Na seção 4.3 é apresentada um modelo de simulação computacional para validar o modelos exato e heurístico e fazer o sequenciamento das viagens dos caminhões.

4.1 Modelo Matemático

Nesta seção é estendido o modelo de programação matemática para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões proposto em Pantuza Jr. e Souza (2009). Considera-se, neste modelo, tempo de ciclo relacionado com o tipo do caminhão, dois pontos de descarga (britador e pilha de estéril), distância da frente de lavra em relação aos pontos de descarga, bem como o tipo de material transportado (minério ou estéril).

Para a apresentação do modelo, sejam os seguintes dados de entrada:

- M : Conjunto de frentes de minério;
- E : Conjunto de frentes de estéril;
- F : Conjunto de frentes formado por $M \cup E$;
- Q : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- C : Conjunto de equipamentos de carga;
- V : Conjunto de equipamentos de transporte;
- N : Conjunto de nós formado pelo conjunto F mais os nós *brit*, *pest*, *inicio* e *fim*;
- brit* : Nó que representa o britador primário (ponto de descarga de minério);
- pest* : Nó que representa a pilha de estéril (ponto de descarga de estéril);
- inicio* : Nó fictício que representa o nó origem;
- fim* : Nó fictício que representa o nó destino;
- Pr : Ritmo de lavra recomendado (t/h);

Pl	: Ritmo de lavra mínimo (t/h);
Pu	: Ritmo de lavra máximo (t/h);
α^-	: Penalidade por desvio negativo da produção;
α^+	: Penalidade por desvio positivo da produção;
t_{ij}	: Teor do parâmetro j na frente i (%);
tr_j	: Teor recomendado para o parâmetro j na mistura (%);
tl_j	: Teor mínimo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
tu_j	: Teor máximo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
β_j^-	: Penalidade por desvio negativo para o parâmetro j na mistura;
β_j^+	: Penalidade por desvio positivo para o parâmetro j na mistura;
δ_j^-	: Penalidade por desvio negativo em relação à tl_j para o parâmetro j na mistura;
δ_j^+	: Penalidade por desvio positivo em relação à tu_j para o parâmetro j na mistura;
ω_l	: Penalidade pela utilização do caminhão l ;
Qu_i	: Ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
rem	: Relação estéril/minério requerida;
Cm_k	: Produção mínima de minério do equipamento de carga k ;
Cum_k	: Produção máxima de minério do equipamento de carga k ;
Cle_k	: Produção mínima de estéril do equipamento de carga k ;
Cue_k	: Produção máxima de estéril do equipamento de carga k ;
Tx	: Taxa de utilização máxima dos caminhões;
$capm_l$: Capacidade de minério dos caminhões l ;
$cape_l$: Capacidade de estéril dos caminhões l ;
$Tv_{(l,o,d)}$: Tempo de viagem do caminhão l do nó de origem o até o nó de destino d somado ao tempo de carga e descarga;
$TcMin_l$: Tempo de ciclo do caminhão l para frentes de minério;
$TcEst_l$: Tempo de ciclo do caminhão l para frentes de estéril;
Tc_l	: Tempo de ciclo total do caminhão l ;

Definamos as seguintes variáveis de decisão para o POLAD:

x_i	: Ritmo de lavra da frente i (t/h);
y_{ij}	: $\begin{cases} 1 & \text{Se o equipamento de carga } j \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{Caso contrário.} \end{cases}$
d_j^+	: Desvio positivo do parâmetro j na mistura (t/h);
d_j^-	: Desvio negativo do parâmetro j na mistura (t/h);

- de_j^- : Desvio negativo em relação ao limite mínimo do parâmetro j na mistura (t/h);
 de_j^+ : Desvio positivo em relação ao limite máximo do parâmetro j na mistura (t/h);
 P^- : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
 P^+ : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
 u_l : $\begin{cases} 1 & \text{Se o caminhão } l \text{ está sendo utilizado;} \\ 0 & \text{Caso contrário.} \end{cases}$
 $z^{(l,o,d)}$: Número de vezes que o caminhão l irá percorrer o arco (o,d) ;
 n_{il} : Número de viagens do caminhão l até a frente i .

O modelo de programação matemática, apresentado pelas equações (4.1) a (4.37), representam o problema em estudo.

Minimizar

$$\begin{cases} FO_1 = \alpha^- P^- + \alpha^+ P^+ \\ FO_2 = \sum_{j \in Q} (\beta_j^- d_j^- + \beta_j^+ d_j^+) + \sum_{j \in Q} (\delta_j^- de_j^- + \delta_j^+ de_j^+) \\ FO_3 = \sum_{l \in V} \omega_l u_l \end{cases} \quad (4.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i - de_j^+ \leq 0 \quad \forall j \in Q \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i + de_j^- \geq 0 \quad \forall j \in Q \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in Q \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (4.7)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - Rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (4.9)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (4.10)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (4.11)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cum_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in M \quad (4.12)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cue_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in E \quad (4.13)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Clm_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (4.14)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cle_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in E \quad (4.15)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} z_{(l,o,brit)} capm_l = 0 \quad \forall i \in M, o \in M \quad (4.16)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} z_{(l,o,pest)} cape_l = 0 \quad \forall i \in E, o \in E \quad (4.17)$$

$$n_{il} - z_{(l,o,brit)} = 0 \quad \forall i \in M, o \in M, l \in V \quad (4.18)$$

$$n_{il} - z_{(l,o,pest)} = 0 \quad \forall i \in E, o \in E, l \in V \quad (4.19)$$

$$z_{(l,brit,d)} \leq 1 \quad \forall l \in V, d \in M \quad (4.20)$$

$$z_{(l,pest,d)} \leq 1 \quad \forall l \in V, d \in E \quad (4.21)$$

$$Tc_l - 60 \sum_{k \in C, g_{lk}=1} y_{ik} \leq 0 \quad \forall l \in V, i \in F \quad (4.22)$$

$$\frac{Tc_l}{60} \leq Tx \quad \forall l \in V \quad (4.23)$$

$$\frac{Tc_l}{60} \leq u_l \quad \forall l \in V \quad (4.24)$$

$$z_{(l, inicio, brit)} - \sum_{o \in F} z_{(l, brit, o)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in F \quad (4.25)$$

$$z_{(l, inicio, pest)} - \sum_{o \in F} z_{(l, pest, o)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in F \quad (4.26)$$

$$(z_{(l, brit, o)} + z_{(l, pest, o)}) - z_{(l, o, brit)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in M, d \in M \quad (4.27)$$

$$(z_{(l, brit, o)} + z_{(l, pest, o)}) - z_{(l, o, pest)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in E \quad (4.28)$$

$$z_{(l, brit, fim)} - \sum_{o \in M} z_{(l, o, brit)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in M \quad (4.29)$$

$$z_{(l, pest, fim)} - \sum_{o \in E} z_{(l, o, pest)} = 0 \quad \forall l \in V, o \in E \quad (4.30)$$

$$u_l \in \{0, 1\} \quad \forall l \in V \quad (4.31)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (4.32)$$

$$n_{il} \in Z^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (4.33)$$

$$z_{(l, o, d)} \in Z^+ \quad \forall l \in V, o \in N, d \in N \quad (4.34)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.35)$$

$$d_j^+, d_j^-, de_j^+, de_j^- \geq 0 \quad \forall j \in Q \quad (4.36)$$

$$p^+, p^- \geq 0 \quad (4.37)$$

O tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens à ele alocadas (Tc_l), em minutos, é calculado pela Eq. (4.38).

$$Tc_l = TcMin_l + TcEst_l \quad (4.38)$$

Nesta equação, tem-se:

$$TcMin_l = \sum_{o \in M} (z_{(l, brit, o)}Tv_{(l, brit, o)} + z_{(l, o, brit)}Tv_{(l, o, brit)} + z_{(l, pest, o)}Tv_{(l, pest, o)}) \quad (4.39)$$

$$TcEst_l = \sum_{o \in E} (z_{(l, pest, o)}Tv_{(l, pest, o)} + z_{(l, o, pest)}Tv_{(l, o, pest)} + z_{(l, brit, o)}Tv_{(l, brit, o)}) \quad (4.40)$$

O modelo possui três funções objetivo: FO_1 , FO_2 e FO_3 , dadas pelas equações (4.1).

A função FO_1 é uma medida de avaliação do desvio de produção. Os fatores α^- e α^+ representam pesos dados a uma produção abaixo e acima da meta de produção estabelecida, respectivamente.

A função FO_2 é uma medida de avaliação dos desvios de qualidade dos parâmetros de controle na mistura. Os fatores β_j^- e β_j^+ representam pesos dados a um desvio abaixo ou acima da meta desejada para o j -ésimo parâmetro de controle, respectivamente; enquanto δ_j^- e δ_j^+ são pesos dados a um desvio abaixo ou acima do limite mínimo ou máximo, respectivamente, estabelecido para o parâmetro de controle j .

A função FO_3 , por sua vez, é uma medida de avaliação do número de veículos necessários ao processo produtivo. Os fatores ω_l indicam os pesos atribuídos aos veículos l .

As restrições (4.2) e (4.3) permitem extrapolar os limites máximos e mínimos para os parâmetros de controle. Pelo conjunto de restrições (4.4) objetiva-se alcançar a meta de teor dos parâmetros de controle.

As restrições (4.5) impedem que o ritmo de lavra seja maior que a capacidade de armazenamento da mina. As restrições (4.6) asseguram uma produção mínima. Pela Eq. (4.7) busca-se alcançar o ritmo de lavra recomendado. As restrições (4.8) asseguram que o ritmo de lavra em cada frente não supera a quantidade de minério disponível para a frente.

A restrição (4.9) assegura o atendimento à relação estéril / minério recomendada. O conjunto de restrições (4.10) define que em cada frente há um único equipamento de carga, enquanto que (4.11) define que cada equipamento de carga opera no máximo em uma única frente.

As restrições (4.12) e (4.13) impedem que o ritmo de lavra em cada frente seja maior que a produtividade da carregadeira nela alocada. As restrições (4.14) e (4.15) asseguram que uma carregadeira só pode ser alocada a uma frente se sua produtividade mínima for satisfeita. As restrições (4.22) referem-se às compatibilidades dos caminhões com os equipamentos de cargas alocados às frentes.

Já as restrições (4.17) definem que o ritmo de lavra em cada frente de estéril é dado pela soma do número de viagens àquela frente feita por todos os caminhões carregando estéril. As restrições (4.16) têm função semelhante à das restrições anteriores, porém com caminhões carregando minério.

As restrições (4.20) e (4.21) definem que o caminhão obrigatoriamente deve realizar todas as viagens para ele alocadas primeiramente a um conjunto de frentes (somente minério ou somente estéril) e, depois, ao outro (estéril ou minério). Isto é, se o caminhão tiver que realizar 3 viagens a uma frente de minério e 2 a uma frente de estéril, então ele deve realizar todas as 3 viagens à frente de minério e só depois as duas viagens à frente de estéril.

As restrições (4.23) asseguram que a taxa máxima de utilização do caminhão l é respeitada. As restrições (4.24) asseguram que se um caminhão é usado para fazer algum carregamento, então a variável de decisão u_l assume o valor unitário.

As restrições (4.25), (4.26), (4.27), (4.28), (4.29) e (4.30) asseguram o balanceamento dos arcos para a abordagem utilizando fluxo em redes.

As demais restrições (4.18), (4.19), (4.31), (4.32), (4.33), (4.34), (4.35), (4.36) e (4.37) definem o domínio das variáveis de decisão.

4.2 Modelo Heurístico

4.2.1 NSGA II Aplicado ao POLAD

Para sua aplicação ao POLAD, o procedimento heurístico NSGA II, descrito no algoritmo 4, página 31, foi adaptado às particularidades do problema em estudo.

Ele começa sua execução partindo de uma população inicial gerada aleatoriamente, como descrito na seção 4.2.3, sendo NS o número máximo de indivíduos da população definido empiricamente.

Após esse passo, os indivíduos são classificados em diversos níveis Ni_1, Ni_2, \dots, Ni_d de acordo com o grau de dominância de tais indivíduos, assim como descrito na seção 3.3.1, Algoritmo 2 página 27.

Para definir o grau de dominância foram utilizadas as funções de avaliação descritas na seção 4.2.4, página 48 . Após isso, é formada uma nova população G de indivíduos pela aplicação dos operadores genéticos de seleção e reprodução, conforme descrito na seção 4.2.5.

Os seis indivíduos mais aptos são definidos segundo a seção 3.3.1, página 27. Este processo é repetido até que se atinja o número máximo de gerações GER_{max} , que também foi definido por meio de testes empíricos. Dessa forma não há garantia que o conjunto final de soluções encontradas utilizando o algoritmo proposto seja pareto-ótimo.

As subseções seguintes detalham a implementação do algoritmo NSGA II para o POLAD.

4.2.2 Representação de um Indivíduo

A representação de um indivíduo, ou solução, para o POLAD, foi baseada em Costa (2005), que, segundo o autor, torna mais fácil a avaliação dos objetivos.

Para a definição de um indivíduo s , sejam os seguintes conjuntos e parâmetros:

- V : conjunto dos veículos de transporte (caminhões);
- N : conjunto de nós, composto pelo nó origem (*inicio*), pelo conjunto de frentes de lavra F , pelos pontos de descarga (britador (*brit*) e pilha de esteril (*pest*)), e pelo nó destino (*fim*);
- S : indivíduo formado por $|V|$ caminhões;

- s_l : parte de um indivíduo S , de dimensões $|N| \times (|N|+1)$, relativo ao caminhão $l \in V$, sendo $\bigcup_{l \in V} s_l = S$.

Assim, um indivíduo S é uma matriz tridimensional $|N| \times (|N| + 1) \times |V|$. A submatriz s_l desse indivíduo pode ser decomposta em duas outras submatrizes A e B na forma: $s_l = A_{|N| \times 1} \cup B_{|N| \times |N|}$.

Cada elemento a_i da submatriz A representa a alocação dos equipamentos de carga à frente $i \in N$ e os respectivos *status* desses equipamentos, os quais podem estar ativos ou não. A submatriz A é comum a todas as partes s_l do indivíduo S . Cada elemento b_{ij} da submatriz B representa o número de vezes que cada equipamento de transporte $l \in V$ percorre o arco (i, j) , ou seja o número de vezes que ele parte do nó de destino i para o nó de destino j , tal que $i, j \in N$.

A Fig. 4.1 exemplifica uma solução para um caminhão l . Nesta Figura, as frentes F_1 e F_2 são de minério, enquanto as frentes F_3, F_4 e F_i são de estéril.

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	($Car_2,1$)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	($Car_8,0$)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	($Car_3,1$)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	($Car_4,1$)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	($Disp,0$)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Tabela 4.1: Representação da parte s_l do indivíduo S

Nessa representação, consideramos que o caminhão sempre sai da origem e caminha até o britador, realizando primeiramente as viagens às frentes de minério a ele alocadas. A seguir, realiza as viagens às frentes de estéril. Finalmente, após o término das viagens, ele caminha até o nó destino.

Pode-se observar, no exemplo da Fig. 4.1, na linha F_1 da coluna *Carga*, o valor ($Car_2,1$). Esse valor indica que o equipamento de carga Car_2 está alocado à frente F_1 e está ativo. Na coluna *Carga*, linha F_2 , o valor ($Car_8,0$) indica que o equipamento de carga Car_8 está alocado à frente F_2 , mas está inativo. Ainda na coluna *Carga*, linha F_i , o valor ($Disp, 0$) indica que esta frente está disponível pois não há equipamento de carga alocado a ela. O “X” na linha F_4 representa a incompatibilidade entre o caminhão l e a carregadeira Car_4 . O símbolo “•” na coluna *Carga* significa que nenhuma carregadeira pode ser alocada ao nó correspondente.

O valor 3 da célula $b_{inicio,brit}$ indica que o caminhão l fará 3 viagens às frentes de minério, enquanto que o valor 2 da célula $b_{inicio,pest}$ mostra que o caminhão l fará 2 viagens às frentes de estéril. Na linha *brit*, são mostradas o número de viagens

que o caminhão l sairá do britador até cada frente, bem como o número total de viagens realizadas.

Por exemplo, o valor 3 da célula b_{brit,F_1} indica que o caminhão l sairá do britador e fará uma viagem até a frente de minério F_1 , retornará ao britador e repetirá esta rota três vezes. Depois de realizar todas as viagens à frente de minério F_1 , ele partirá do britador em direção a outra pilha de minério ou em direção a uma frente de estéril.

No exemplo apontado, o caminhão l caminhará até a frente de estéril F_3 e retornará à pilha de estéril. A partir da pilha de estéril $pest$, ele retornará à frente F_3 , voltando, à seguir, à pilha de estéril $pest$, completando, assim, todas as viagens a ele alocadas.

4.2.3 População Inicial

O processo de determinação da população inicial pode ser dividido em três estágios, cada qual repetido para cada indivíduo S até que se atinja o número máximo de indivíduos NS da população.

No primeiro estágio, para cada equipamento de carga disponível, uma frente de lavra é escolhida aleatoriamente na submatriz A (seção 4.2.2), sendo que cada frente recebe, no máximo, um único equipamento.

O segundo estágio é repetido para toda frente que possua uma carregadeira alocada. Para cada caminhão que seja compatível operacionalmente com a carregadeira, um valor aleatório, menor que o número máximo de viagens que o caminhão l pode realizar, é atribuído. Esse número máximo de viagens é estimado como sendo o número de viagens possíveis em uma hora considerando a taxa de utilização do caminhão e seu tempo de ciclo médio a duas frentes escolhidas aleatoriamente, sendo uma de minério e outra de estéril.

O número de viagens é atribuído à célula $b_{F_i,brit}$ se a frente for de minério ou à célula $b_{F_i,pest}$, se a frente for de estéril. Essa atribuição é feita para a carregadeira até que a sua produtividade máxima seja alcançada ou até que não haja mais caminhões disponíveis. Um caminhão só é utilizado na frente i se sua taxa máxima de utilização não tiver sido atingida.

No terceiro estágio, o restante da submatriz B é preenchido através de um balanceamento entre os nós, respeitando a ordem de visitas. Isto é, o número de viagens do nó *inicio* até o nó *brit* ($b_{inicio,brit}$) é igual ao somatório de todas as viagens do caminhão l às frentes de minério. Para o número de viagens do nó *inicio* até o nó *pest* ($b_{inicio,pest}$) é igual ao somatório de todas as viagens do caminhão l às frentes de estéril.

Observa-se que as viagens do caminhão l , para o cálculo de seu tempo de ciclo no modelo exato e heurístico, sempre começam pelo nó fictício de origem (nó *inicio*), prossegue em direção ao britador (nó *brit*) e, a seguir, realiza todas as viagens às frentes de minério (conjunto de nós M), intercalando as viagens entre as

frentes de minério e o britador.

Em seguida, o caminhão realiza as viagens às frentes de estéril (conjunto de nós E), intercalando as viagens às frentes de estéril e à pilha de estéril (nó *pest*). Após realizar todas as suas viagens, o caminhão l segue para o nó fictício *fim*.

4.2.4 Avaliação da População

Os indivíduos da população são avaliados segundo a relação de dominância de Pareto. Cada indivíduo é classificado em um nível de acordo com o seu grau de dominância em relação aos outros indivíduos (vide a seção 3.3.1). Ou seja, a cada objetivo, um indivíduo S é comparado a outro S' , definindo-se assim, a relação de dominância entre eles. Os indivíduos de um mesmo nível são diferenciados pela distância de multidão determinada pelo Algoritmo 3, página 29.

Os objetivos para calcular tal relação de dominância são os desvios em relação às metas de produção de minério (subseção 4.2.4.1) e parâmetros de qualidade (subseção 4.2.4.2) e o número de caminhões utilizados (subseção 4.2.4.3).

Outros objetivos desejáveis, como a relação estéril/minério (subseção 4.2.4.4), taxa de utilização dos caminhões (subseção 4.2.4.5) e a produção das carregadeiras (subseção 4.2.4.6 também são avaliados. Entretanto eles não são utilizados para calcular a relação de dominância. Eles são utilizados apenas no cálculo da função de avaliação utilizada durante a busca local, sendo penalizados caso a solução seja inviável.

Mostra-se, a seguir, como cada um desses objetivos é avaliado.

4.2.4.1 Meta de produção de minério

A produção de minério referente a um indivíduo S da população é mensurada segundo a equação (4.41).

$$f^p(S) = \theta^p \times |P - Pr| \quad (4.41)$$

na qual:

- P : Produção de minério (t);
- Pr : Meta de produção de minério (t);
- θ^p : Peso associado à avaliação da produção;

Por sua vez, o valor da produção de minério P é obtida pelo equação (4.42).

$$P = \sum_{i \in M} \sum_{l \in V} n_{il} capm_l \quad (4.42)$$

na qual:

- M : Conjunto de frentes de minério;
- V : Conjunto de equipamentos de transporte;
- n_{il} : Número de viagens que um caminhão l realiza a uma frente i ;
- $capm_l$: Capacidade de minério do caminhão l (t).

Dessa forma, o valor da produção de minério P pode ser obtido pelo somatório das cargas de todas as viagens feitas pelos equipamentos de transporte às frentes de minério, multiplicadas pelas suas respectivas capacidades.

Para o cálculo da relação de dominância de Pareto, foi considerado um peso associado θ^p igual a 1. No entanto, durante a busca local, esse peso θ^p foi considerado como um valor que varia de acordo com a produção de minério P , sendo:

$$\theta^p = \begin{cases} \alpha^{p-} & \text{se } P < Pl \\ \beta^{p-} & \text{se } Pl \leq P < Pr \\ \beta^{p+} & \text{se } Pr \leq P \leq Pu \\ \alpha^{p+} & \text{se } P > Pu \end{cases}$$

Os pesos α^{p-} e α^{p+} foram adotados para atribuir um maior nível de importância às soluções factíveis, enquanto os pesos β^{p-} e β^{p+} foram utilizados para atribuir um nível de importância às soluções desejáveis.

O peso α^{p-} é utilizado se a produção de minério atingir níveis abaixo do limite inferior de produção pré-determinado. O peso α^{p+} é utilizado caso a produção seja maior que o limite superior. O peso β^{p-} é utilizado no caso de uma produção de minério viável abaixo da meta de produção, e o peso β^{p+} é utilizado no caso de uma produção de minério viável acima da meta de produção.

4.2.4.2 Meta de controle dos parâmetros de qualidade

A qualidade do produto final depende da quantidade de minério de cada frente de lavra utilizada na mistura. Para cada parâmetro de controle j , a qualidade é calculada segundo a equação (4.43).

$$f_j^q(S) = \theta_j^q \times |tr_j - teor_j| \quad \forall j \in Q \quad (4.43)$$

sendo:

- $teor_j$: Teor encontrado para o parâmetro j (%);
- tr_j : Meta de qualidade para o parâmetro j (%);
- θ_j^q : Peso associado à avaliação da qualidade do parâmetro j ;

Como cada frente de lavra i possui um valor t_{ij} para o parâmetro de controle j , o teor desse parâmetro de controle j obtido na mistura de minérios pode ser obtido pela média ponderada entre t_{ij} e a produção de cada frente de minério x_i , representada pela equação (4.44)

$$teor_j = \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad \forall j \in Q \quad (4.44)$$

sendo:

$$x_i = \sum_{l \in V} n_{il} capm_l \quad (4.45)$$

Assim como foi feito para a meta de produção (Seção 4.2.4.1), para o cálculo da relação de dominância de Pareto, foi considerado um peso θ_j^q igual a 1 e para a busca local esse peso varia de acordo com o esquema:

$$\theta_j^q = \begin{cases} \alpha_j^{q-} & \text{se } teor_j < tl_j \\ \beta_j^{q-} & \text{se } tl_j \leq teor_j < tr_j \\ \beta_j^{q+} & \text{se } tr_j \leq teor_j \leq tu_j \\ \alpha_j^{q+} & \text{se } teor_j > tu_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

Os pesos α_j^{q-} e α_j^{q+} são associados às soluções inviáveis com relação à qualidade do produto final. O peso α_j^{q-} é utilizado se a qualidade do produto final, para o parâmetro de controle j , estiver abaixo do limite inferior de qualidade tl_j . O peso α_j^{q+} é utilizado se a qualidade do produto final for maior que o limite superior tu_j . Os pesos β_j^{q-} e β_j^{q+} referem-se, respectivamente, a uma qualidade do produto final viável abaixo ou acima da meta de qualidade tr_j .

4.2.4.3 Número de caminhões utilizados

A equação (4.46) retorna o número total de caminhões utilizados na operação.

$$f^n(S) = \sum_{l \in V} \omega_l \times [U_l] \quad (4.46)$$

na qual:

- U_l : Taxa de utilização do caminhão l (%);
- ω_l : Peso associado ao caminhão l ;

O valor U_l pode variar de acordo com as seguintes situações:

$$\lceil U_l \rceil = \begin{cases} 1 & \text{se } U_l > 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \forall l \in V$$

4.2.4.4 Relação estéril/minério

A relação estéril/minério é a medida de proporção entre o estéril lavrado e o minério lavrado. Ela é avaliada pela equação (4.47):

$$f^r(S) = \theta^r \times |rem - R| \quad (4.47)$$

na qual:

- R : Relação estéril/minério encontrada;
- rem : Relação estéril/minério requerida (meta);
- θ^r : Peso associado à avaliação da relação estéril/minério;

Essa relação estéril/minério pode ser obtida segundo a equação (4.48), ou seja, pela divisão da quantidade de estéril lavrado pela quantidade de minério lavrado.

$$R = \frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad (4.48)$$

O peso θ^r varia de acordo com o seguinte esquema:

$$\theta^r = \begin{cases} \beta^{r-} & \text{se } R < rem \\ \beta^{r+} & \text{se } R \geq rem \end{cases}$$

Para a relação estéril/minério são utilizados, portanto, somente os pesos β^{r-} e β^{r+} . Como pode-se perceber, a relação estéril/minério é penalizada por β^{r-} caso ela seja inferior à meta requerida rem e por β^{r+} , caso ela seja superior ou igual à meta requerida rem .

4.2.4.5 Taxa de utilização dos caminhões

Os equipamentos de transporte (caminhões) são avaliados segundo a equação (4.49):

$$f_l^u(S) = \theta_l^u \times |Ur_l - U_l| \quad \forall l \in V \quad (4.49)$$

na qual:

- U_l : Taxa de utilização do caminhão l (%);
- Ur_l : Taxa de utilização requerida para o caminhão l (%);
- θ_l^u : Peso associado à avaliação da taxa de utilização do caminhão l ;

A taxa de utilização do caminhão l é o percentual do tempo em que o caminhão é efetivamente utilizado em relação à uma hora de operação. Ou seja, somente o tempo em que está em deslocamento ou sendo carregado / descarregado é considerado, segundo a equação (4.50):

$$U_l = \frac{(TcMin_l + TcEst_l)}{60} \quad \forall l \in V \quad (4.50)$$

na qual:

- $TcMin_l$: Tempo de ciclo do caminhão l para frentes de minério, Eq. (4.39);
- $TcEst_l$: Tempo de ciclo do caminhão l para frentes de estéril, Eq (4.40).

No caso do peso associado θ_l^u à componente de avaliação da utilização do equipamento de carga l , são consideradas as seguintes variações:

$$\theta_l^u = \begin{cases} \beta_l^{u-} & \text{se } TU_l < TUr_l \\ \beta_l^{u+} & \text{se } TU_l \geq TUr_l \\ \alpha_l^{u+} & \text{se } TU_l > 100\% \end{cases} \quad \forall l \in V$$

Caso um caminhão l seja utilizado a uma taxa acima de 100%, a função de avaliação adota o peso α_l^{u+} . No caso de a taxa de utilização do equipamento de carga l ser inferior à meta, aplica-se o peso β_l^{u-} , enquanto o peso β_l^{u+} é aplicado no caso de essa taxa ser superior ou igual à requerida.

4.2.4.6 Produção das carregadeiras

Os equipamentos de carga são avaliados segundo o seu ritmo de lavra, o qual deve compreender uma faixa que torne viável a operação do respectivo equipamento. A avaliação é feita com base na equação (4.51).

$$f_i^c(S) = \theta_k^c \times |\Delta_k^c| \quad \forall i \in F \quad (4.51)$$

na qual:

- k : Equipamento de carga que está operando na frente i ;
- θ_k^c : Peso associado à avaliação da produção do equipamento de carga k alocado à frente i ;

Δ_k^c : Desvio de produção do equipamento de carga k

De acordo com o ritmo de lavra $x(i)$ da frente i , o valor de Δ_k^c é calculado da seguinte forma:

$$\Delta_k^c = \begin{cases} Clm_k - x(i) & \text{se } x_i \leq Clm_k \quad \forall i \in M \\ x(i) - Cum_k & \text{se } x_i > Cum_k \quad \forall i \in M \\ Cle_k - x(i) & \text{se } x_i \leq Cle_k \quad \forall i \in E \\ x(i) - Cue_k & \text{se } x_i > Cue_k \quad \forall i \in E \end{cases}$$

no qual:

- x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);
- k : Equipamento de carga que está operando na frente i ;
- Cum_k : Produção máxima de minério do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h) ;
- Clm_k : Produção mínima de minério do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h) ;
- Cue_k : Produção máxima de estéril do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h) ;
- Cle_k : Produção mínima de estéril do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h) ;

Conforme o valor de x_i , é associado um peso θ_k^c à componente de avaliação da produção do equipamento de carga k , que varia de acordo com a seguinte escala:

$$\theta_k^c = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i = 0 \quad \forall i \in F \\ \alpha_k^{c-} & \text{se } 0 < x_i < Clm_k \quad \forall i \in M \quad \text{ou } 0 < x_i < Cle_k \quad \forall i \in E \\ \beta_l^{c+} & \text{se } Clm_k \leq x_i \leq Cum_k \quad \forall i \in M \quad \text{ou } Cle_k \leq x_i \leq Cue_k \quad \forall i \in E \\ \alpha_k^{c+} & \text{se } x_i > Cum_k \quad \forall i \in M \quad \text{ou } x_i > Cue_k \quad \forall i \in E \end{cases}$$

Nesses casos são utilizados os pesos α_k^{c-} e α_k^{c+} , ou seja, um equipamento de carga k é utilizado fora do intervalo que torna sua operação economicamente viável, ou seja, abaixo do limite mínimo de produção ou acima do limite máximo de produção.

Para o caso de o ritmo de lavra se encontrar entre o limite mínimo e máximo de produção do equipamento de carga k alocado à frente i , é multiplicado ao peso θ_k^c um valor β_l^{c+} .

4.2.5 Fase de Seleção e Reprodução

A seleção da solução-pai é realizada utilizando a seleção por torneio binário. Para tanto, dois indivíduos S e S' são selecionados aleatoriamente. Aquele que pertencer ao menor nível de dominância Ni é selecionado (vide seção 3.3.1, Algoritmo 2). Em caso de empate, ou seja, se os indivíduos pertencerem ao mesmo nível Ni o indivíduo que possuir o maior valor de distância de multidão $dist_S$ é selecionado.

A distância de multidão de um indivíduo S é calculada de acordo com o algoritmo 3, pág. 29. O cálculo desta métrica permite que os indivíduos mais espalhados passem a ocupar as últimas vagas disponíveis da próxima população P_{g+1} , garantindo, assim, a diversidade das soluções (Deb et al., 2000).

Após a seleção dos indivíduos, apenas a submatriz A contendo as carregadeiras alocadas a cada frente é mantida. A submatriz B é reconstruída pelo procedimento descrito na subseção 4.2.3. A Fig. I.1 do Anexo I exemplifica esta fase.

4.2.6 Busca local

Após a criação dos novos indivíduos, uma busca local mono-objetivo é aplicada a cada novo indivíduo. Devido à estrutura do problema, o método de busca local adotado foi o Método de Descida em Vizinhança Variável ou *Variable Neighborhood Descent* (VND) (vide Algoritmo 1, pág. 21).

Inicialmente, considera-se um conjunto de $r = 6$ vizinhanças distintas, cada qual definida por um dos tipos de movimentos definidos na seção 4.2.7. A seguir, a partir de um indivíduo, são analisados todos os indivíduos que estejam na sua primeira vizinhança, movendo-se para aquele que apresentar a primeira melhora segundo a função de avaliação $f(S)$.

A função de avaliação (Eq. (4.52)) é uma função ponderada que leva em consideração as funções de produção de minério $f^p(S)$, de teor dos parâmetros de qualidade do produto final $f_j^q(S)$, do número de caminhões utilizados $f^n(S)$, das taxas de utilização dos caminhões $f_l^u(S)$ e das carregadeiras $f^r(S)$ e da produção das carregadeiras $f_i^c(S)$, detalhadas na seção 4.2.4, página 48.

$$f(S) = f^p(S) + f_j^q(S) + f^n(S) + f_l^u(S) + f^r(S) + f_i^c(S) \quad (4.52)$$

Caso não se encontre um indivíduo de melhora, parte-se para a procura do melhor indivíduo na segunda vizinhança. Havendo melhora, retorna-se à primeira estrutura de vizinhança; caso contrário, passa-se para a próxima vizinhança. O método termina quando é encontrado um indivíduo que não tem vizinho melhor que ele em qualquer das vizinhanças consideradas. Dessa forma, o método retorna um ótimo local com relação a todas as vizinhanças utilizadas.

4.2.7 Estruturas de Vizinhança

Para encontrar S' , vizinho de um indivíduo S , foram utilizados seis tipos diferentes de movimentos, extraídos dos trabalhos de Costa (2005) e Ribas et al. (2009). Cada movimento define diferentes estruturas de vizinhança, as quais são apresentadas a seguir:

1. $N^{NV}(S)$ – Movimento número de viagens
2. $N^{CG}(S)$ – Movimento carga
3. $N^{CT}(S)$ – Movimento troca de carregadeiras
4. $N^{VC}(S)$ – Movimento realocar viagem de um caminhão
5. $N^{VF}(S)$ – Movimento realocar viagem de uma frente
6. $N^{RC}(S)$ – Movimento realocar carregadeira

4.2.7.1 Movimento número de viagens

No movimento “número de viagens”, uma frente i e um caminhão l são selecionados. O número de viagens deste caminhão a esta frente tem seu valor acrescido ou decrescido de uma viagem, adotando-se a solução que produz o melhor valor para a função de avaliação. Ou seja, esse movimento consiste em aumentar ou diminuir em uma viagem o número de viagens de um caminhão l a uma frente i na qual esteja operando um equipamento de carga compatível.

A Fig. II.1 do Anexo II ilustra o movimento de diminuição do número de viagens a serem realizadas pelo caminhão l na frente F_1 de 3 para 2 viagens.

4.2.7.2 Movimento carga

Este tipo de movimento consiste na seleção e troca dos valores de duas células, i e k , da coluna *Carga*, nas quais possuem carregadeiras alocadas. No caso de um das frentes estiverem disponíveis, o movimento é repetido. Para manter a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões, as viagens feitas às frentes são realocadas juntamente com as frentes escolhidas.

A Fig. II.2 do Anexo II ilustra a troca da carregadeira Car_2 alocada à frente F_1 com a carregadeira Car_8 alocada à frente F_2 e a realocação das viagens do caminhão l conjuntamente.

4.2.7.3 Movimento troca de carregadeiras

Este movimento consiste em trocar duas carregadeiras que operam nas frentes i e j . Analogamente ao movimento da vizinhança N^{CG} , na vizinhança N^{CT} os equipamentos de carga das frentes também são trocados, porém as viagens feitas às frentes não

são alteradas. Ou seja, as viagens anteriormente feitas à frente j , pelo caminhão l , agora serão realizadas à frente i . Para manter a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões, as viagens feitas a frentes com equipamentos de carga incompatíveis são removidas.

A Fig. II.3 do Anexo II ilustra a troca da carregadeira Car_2 alocada à frente F_1 com a carregadeira Car_3 alocada à frente F_2 sem realocação das viagens do caminhão l .

4.2.7.4 Movimento realocar viagem de um caminhão

Neste movimento, são selecionados um caminhão l e duas frentes, i e j . Essas frentes devem possuir carregadeiras em operação e compatíveis com o caminhão l . Uma viagem anteriormente alocada à frente i é realocada para a frente j .

Assim, nesse movimento, um caminhão l deixa de realizar uma viagem em uma frente i para realizá-la na frente j , mantendo-se, assim, o número de viagens do caminhão selecionado.

A Fig. II.4 do Anexo II ilustra esse movimento. Nessa figura, o caminhão l e as frentes F_1 e F_3 são selecionados e uma viagem a F_1 é realocada para F_3 .

4.2.7.5 Movimento realocar viagem de uma frente

Este movimento consiste em realocar uma viagem, para uma frente i , de um caminhão l para um caminhão h que seja compatível com o equipamento de carga alocado à frente i , mantendo-se, assim, o número de viagens à frente selecionada.

Este movimento é apresentado na Fig. II.5, Anexo II, na qual a frente F_3 foi selecionada e uma viagem do caminhão 2 é transferida para o caminhão 3.

4.2.7.6 Movimento realocar carregadeiras

Este movimento consiste em selecionar uma carregadeira k que opera na frente i e realocá-la para outra frente j que esteja disponível. Para manter a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões, assim como na vizinhança N^{CG} , as viagens feitas à frente i pelo caminhão l são realocadas para frente j juntamente com a carregadeira k .

Este movimento é apresentado na Fig. II.6, Anexo II. As frentes F_3 e F_i foram selecionadas e uma viagem do caminhão l à frente F_3 é transferida à frente F_i .

4.2.8 População Sobrevivente (P_{g+1})

Para definir a população sobrevivente é aplicada uma regra elitista. Isto é, os indivíduos mais aptos da população sobrevivem. Para definir os indivíduos mais aptos, o método utiliza o procedimento *Fast Non Dominated Sorting* apresentado no algoritmo 2.

Esse procedimento consiste em classificar os indivíduos em diferentes níveis de acordo com seu grau de dominância em relação ao restante da população. Os indivíduos dominantes são selecionados para a próxima geração até que todas as vagas sejam preenchidas. Em caso de empate é calculada a distância de multidão (*crowding distance*) $dist_S$ para o indivíduo S , e aquele que possuir o maior valor para $dist_S$ é selecionado.

4.3 Modelo de Simulação Computacional

Segundo Pedgen et al. (1995), a simulação é o processo de projetar um modelo computacional de um sistema real e conduzir experimentos, objetivando o entendimento do seu comportamento e/ou avaliando estratégias para sua operação.

Para a análise do comportamento do sistema e de variáveis relevantes como o tempo de fila dos caminhões, o qual não é contemplado pelos modelos matemático ou heurístico propostos, considerou-se como metodologia as etapas propostas por Andrade (2000), ilustradas na Fig. 4.1.

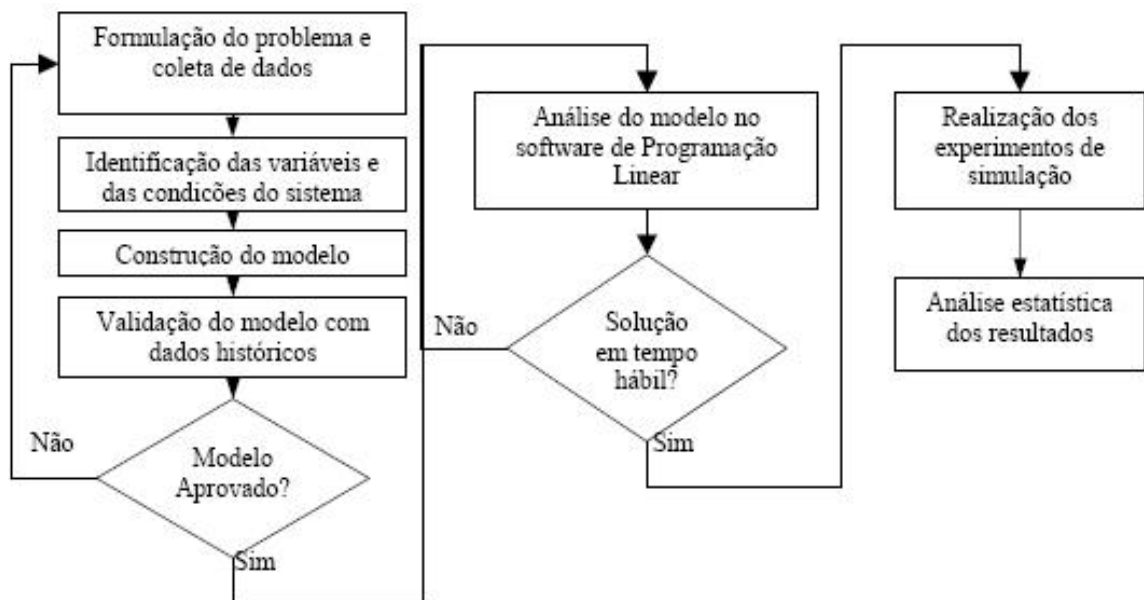


Figura 4.1: Etapas da simulação de um sistema

4.3.1 Definição do Problema e Coleta de Dados

O problema em estudo foi definido no capítulo 2. Nele deseja-se determinar o número de viagens de cada caminhão a cada frente de lavra e sua sequência de visitas. O modelo de simulação teve como dados de entrada os resultados gerados pelos modelos de programação matemática, seção 4.1 e heurísticos, seção 4.2. O modelo de simulação proposto tem por objetivo, portanto, de validar os resultados obtidos com os métodos exato e heurístico, bem como propor o sequenciamento dos caminhões na programação de lavra.

4.3.2 Identificação das Variáveis e das Condições do Sistema

Para o modelo implementado, considerou-se cada caminhão como uma entidade diferente para facilitar a análise dos resultados, sendo cada entidade chamada de Cam_l , adotando l como o número do caminhão.

Estas entidades recebem os seus respectivos atributos, sendo:

- Tempo de deslocamento minério;
- Tempo de deslocamento estéril;
- Tempo de deslocamento britador;
- Tempo de deslocamento pilha;
- Capacidade de minério;
- Capacidade de estéril;
- Número de viagens;
- Tempo de carga;
- Tempo de descarga.

O atributo “Tempo de deslocamento minério” é o tempo de deslocamento, em minutos, do caminhão Cam_l carregando minério, a partir da frente i até o britador primário. O atributo “Tempo de deslocamento estéril” é o tempo de deslocamento, em minutos, do caminhão Cam_l carregando estéril, a partir da frente i até a pilha de estéril.

Os atributos “Tempo de deslocamento britador” e “Tempo de deslocamento pilha” representam o tempo de deslocamento do Cam_l a partir do britador e da pilha de estéril, respectivamente, até a frente i .

As capacidades de carga de minério e estéril, em toneladas, é atribuída ao Cam_l através do atributo “Capacidade de minério” e “Capacidade de estéril”, respectivamente.

O atributo “Número de viagens” determina o número de viagens que cada Cam_i deve realizar a cada frente i . Os tempos de carregamento e descarregamento do Cam_i são definidos pelos atributos “Tempo de carga” e “Tempo de descarga”, respectivamente.

4.3.3 Construção do Modelo

o modelo de simulação foi implementado no *software* ARENA, versão 13. A construção do modelo inicia-se com a interpretação do sistema real e sua abstração, representada pelo diagrama de ciclo de atividades (DCA). O modelo implementado foi baseado no DCA, representado pela Fig 4.2.

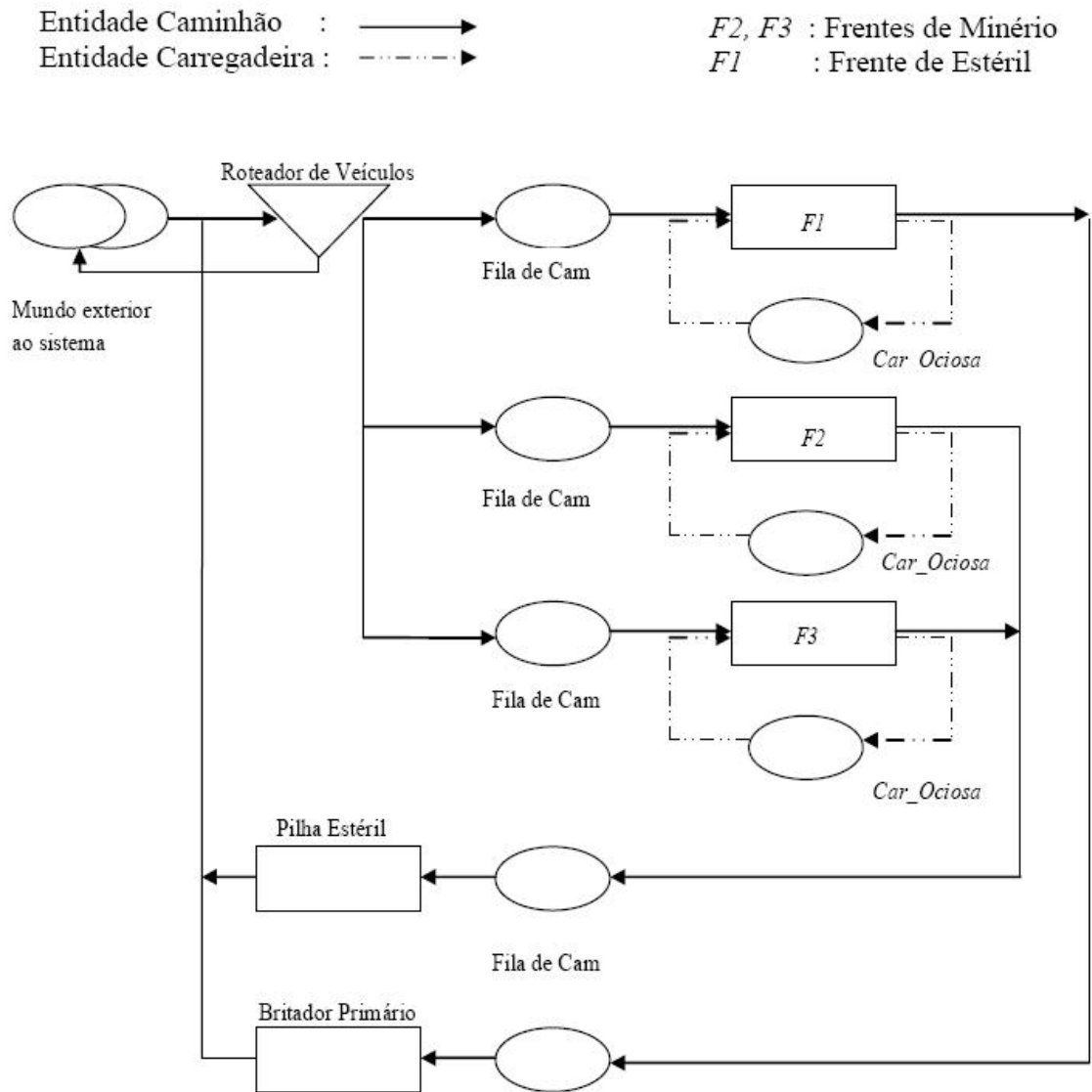


Figura 4.2: Diagrama de ciclo de atividades

Neste DCA estão representadas as duas entidades em estudo, caminhões e

carregadeiras, e seu ciclo de atividades considerado no sistema objeto de estudo. Ele também conta com um conjunto de estações de trabalho, a saber: as frentes de minério, as frentes de estéril, o britador primário (local no qual é descarregado o minério), a pilha de estéril (local no qual é descarregado o estéril), além do roteador de veículos (sistema de despacho de veículos), o qual é responsável pelo sequenciamento das viagens dos caminhões. O sistema em estudo tem seu início quando o caminhão, ou outro equipamento de transporte, entra no sistema e recebe a ordem de qual frente de lavra ele irá visitar de acordo com o plano de lavra.

Durante a visita de um caminhão a uma frente de lavra, a carregadeira entra em operação, carregando o caminhão. Após a visita à frente de lavra, o equipamento de transporte deve seguir para o ponto de descarga do material transportado. Esse ponto de descarga será o britador primário, se a frente de lavra visitada for de minério, ou a pilha de estéril se a frente visitada for de estéril. Depois da descarga, o equipamento de transporte deve seguir até a próxima frente, a qual é definida pelo sistema de despacho de veículos. Este ciclo termina quando todos os caminhões completarem o seu plano de lavra.

Além disso, a ordem de visitas dos caminhões, ou seja, o instante em que o caminhão l visita a frente i , é registrada. Dessa forma, é possível obter o sequenciamento dos caminhões.

4.3.4 Modelo de Simulação implementado

O modelo de simulação, Fig. 4.3, foi implementado em um software comercial de simulação por meio de seis submodelos.

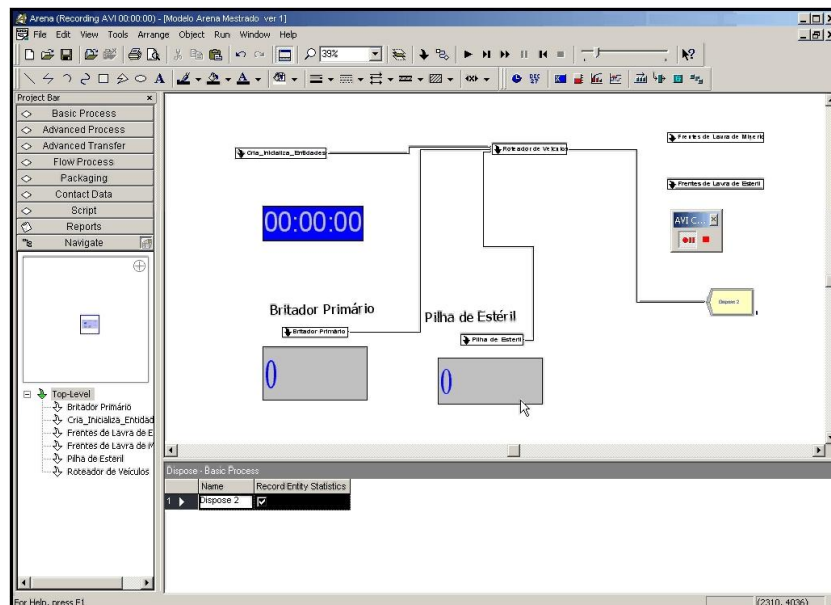


Figura 4.3: Modelo de simulação implementado

No primeiro submodelo, *Cria_Inicializa_Entidades* (Fig. 4.4), as entidades

(caminhões) são definidas e seus respectivos atributos são definidos. Esses atributos, tais como, tempo de viagem de cada caminhão a cada frente, tempo de carga e descarga, capacidade de transporte e número de viagens a cada frente (determinado pelos modelos exato e heurístico) são lidos pelo modelo a partir de arquivos de texto. Além destes atributos, um número de série único para cada caminhão também é deliberado. Este número é utilizado pelo modelo para rastreamento do caminhão durante a simulação e utilizado para coletar o sequenciamento dos caminhões proposto pelo modelo.

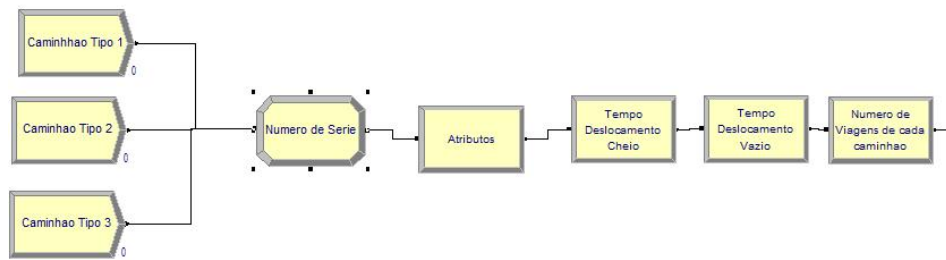


Figura 4.4: Submodelo Cria_Inicializa_Entidades

Após a inicialização de todas as entidades, estas seguem para o submodelo Roteador de Veículos (Fig. 4.5). Através deste submodelo é garantido que um caminhão somente realizará viagens às frentes predeterminadas pelo programa de produção definido pelo modelo de otimização (exato ou heurístico). O roteador de veículos também é responsável pelo sequenciamento dos caminhões. O roteador escolhe a próxima frente na qual o caminhão deverá realizar sua próxima viagem. Para esta escolha, ele pode considerar o menor número de caminhões na fila de uma frente, menor número de caminhões em rota para uma frente ou ambos somados.

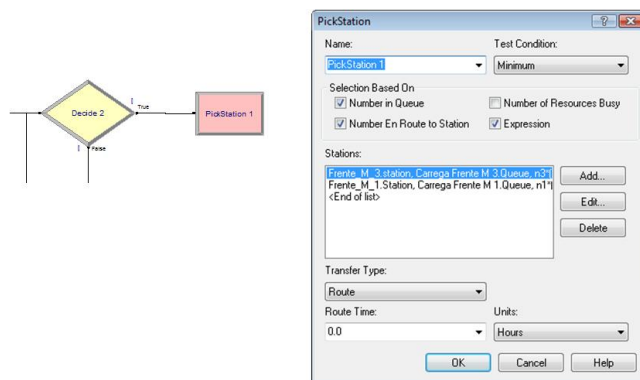


Figura 4.5: Submodelo Roteador de Veículos

Depois de definida a frente que o caminhão deve visitar, ele seguirá para o próximo submodelo. Este submodelo pode ser o “Frentes de Minério” ou “Frentes de Estéril”. Cada um destes submodelos é composto por um conjunto de frentes,

de minério se for Frentes de Minério e estéril se for Frentes de Estéril. Cada frente (Fig. 4.6) foi definida como uma estação de trabalho composta por um processo de carregamento de material (minério ou estéril) utilizando o recurso Carregadeira. Também é coletado o instante que o cada caminhão visita cada frente e registrado em um arquivo texto, conjuntamente com seu número de série. Dessa forma, é possível coletar a sequência de visitas de cada caminhão a cada frente.

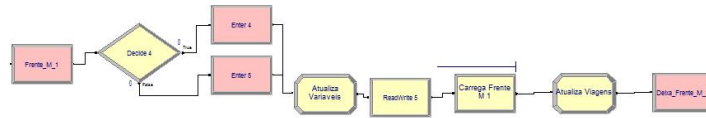


Figura 4.6: Estação Frente de Lavra

O caminhão carregado deve seguir para um ponto de descarga. Cada ponto de descarga (Fig. 4.7) caracteriza um submodelo diferente, sendo: “Britador Primário” para o caminhão carregado com minério e “Pilha de Estéril” para o caminhão com estéril.

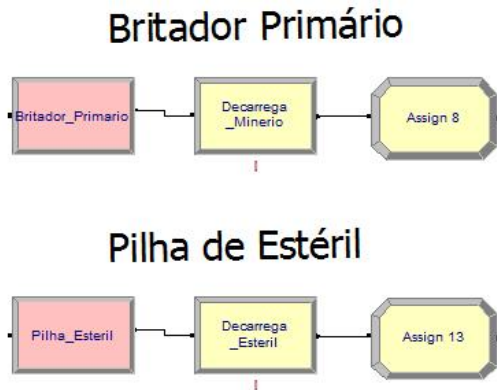


Figura 4.7: Submodelos Britador Primário e Pilha de Estéril

Em seguida, o caminhão se direciona novamente para o Roteador de Veículos e repete todo o processo até que não haja mais viagens a ele alocadas.

4.3.5 Validação do Modelo

Para validar o modelo desenvolvido foram utilizados diferentes cenários, os quais são descritos na seção 4.3.6. Os resultados do modelo implementado foram inicialmente comparados com aqueles obtidos com o uso de outro modelo encontrado na literatura (Guimaraes et al., 2007). A validação foi feita pela constatação do fato de os resultados obtidos estão em conformidade com aqueles esperados em uma mina.

4.3.6 Descrição dos Cenários

Neste trabalho foram considerados diferentes cenários. Esses cenários são modelos que abstraem os principais pontos do problema real. Eles diferem entre si pela programação de lavra, a qual é obtida pela aplicação do modelo exato (seção 4.1) ou do modelo heurístico (seção 4.2). Além da programação de lavra, eles também diferem entre si pelo critério de decisão para o roteamento dos veículos.

Os cenários considerados são descritos na Tabela 4.2. A coluna “Método” indica qual o método utilizado para determinar a programação da produção e a coluna “Instância” indica qual instância-teste foi utilizada como base para o cenário. Tais instâncias-teste são detalhadas na seção 5.1. A coluna “Crit. de Decisão” mostra qual critério de decisão foi considerado para o roteamento de veículos. Os critérios adotados, bem como a frente i escolhida pelo caminhão Cam_l para visita, em função dessa escolha são as seguintes:

- Fila: é escolhida a frente que posuir menor número de entidades em fila;
- Rota: é escolhida a frente que posuir menor número de entidades em rota para a frente;
- Fila e Rota: é escolhida a frente que posuir menor número de entidades na fila e em rota para frente somadas;

Para os cenários cuja programação da produção foi gerada pelo método exato (cenários 1.1 ao 1.3 e 4.1 ao 4.3) e não foi possível completar o plano de lavra no tempo previsto de uma hora com a aplicação da simulação, foram coletados os tempos médios de fila e o maior tempo de fila dos caminhões. Esses tempos de fila foram somados ao tempo de ciclo dos caminhões utilizados pelo método exato, e foi gerada uma nova solução pelo método exato – configurando os cenários 1.4, 1.5, 4.4 e 4.6. Para estes cenários, a coluna “T. de Ciclo” indica se foi utilizado o tempo médio de fila (“Médio”), ou o maior tempo de fila (“Maior”) ou se não houve alteração na programação da produção (“-”).

Para os cenários baseados no modelo heurístico (cenários 2.1 ao 3.6), foi retirada uma viagem do caminhão l à frente i com maior número de viagens e realocada para outro caminhão com um número menor de viagens (“Menor”), ou para um caminhão que estava inativo (“Inativo”), mantendo a viagem para a mesma frente i .

A cada execução, o método heurístico gera inúmeras soluções. Nesse caso, para a instância “Mina” 3 foram adotadas duas soluções diferentes, geradas simultaneamente. Foram escolhidas as soluções com menor, e maior número de caminhões, respectivamente cenários (3.1, 3.2, 3.3) e (3.4, 3.5, 3.6).

Instância	Cenários	Método	Crit. de Decisão	T. de Ciclo
Mina 1	1.1	Exato	Fila	-
Mina 1	1.2	Exato	Rota	-
Mina 1	1.3	Exato	Fila e Rota	-
Mina 1	1.4	Exato	Fila e Rota	Médio
Mina 1	1.5	Exato	Fila e Rota	Maior
Mina 2	2.1	Heurístico	Fila	-
Mina 2	2.2	Heurístico	Rota	-
Mina 2	2.3	Heurístico	Fila e Rota	-
Mina 2	2.4	Heurístico	Fila e Rota	Menor
Mina 2	2.5	Heurístico	Fila e Rota	Inativo
Mina 3	3.1	Heurístico	Fila e Rota	-
Mina 3	3.2	Heurístico	Fila e Rota	Menor
Mina 3	3.3	Heurístico	Fila e Rota	Inativo
Mina 3	3.4	Heurístico	Fila e Rota	-
Mina 3	3.5	Heurístico	Fila e Rota	Menor
Mina 3	3.6	Heurístico	Fila e Rota	Inativo
Mina 4	4.1	Exato	Fila	-
Mina 4	4.2	Exato	Rota	-
Mina 4	4.3	Exato	Fila e Rota	-
Mina 4	4.4	Exato	Fila e Rota	Médio
Mina 4	4.5	Exato	Fila e Rota	Maior

Tabela 4.2: Descrição dos cenários

Capítulo 5

Resultados e Análise

Neste capítulo são apresentadas as instâncias-teste utilizadas para avaliar os modelos exato e heurístico, bem como o de simulação desenvolvidos no capítulo 4, seção 5.1. Os resultados obtidos, e sua respectiva análise, com a aplicação dos modelos exato, heurístico e de simulação são apresentados, respectivamente, nas seções 5.2, 5.3 e 5.4.

5.1 Instâncias-Teste

Para testar o modelo proposto na seção 4.1, página 39, foram consideradas quatro minas virtuais. Tais instâncias-teste foram adaptadas daquelas encontradas em www.decom.ufop.br/prof/marcone/projects/mining.html, usadas em Souza et al. (2010).

A adaptação em tais cenários consistiu em considerar o tempo de ciclo dependente do material a ser transportado (se for estéril, o percurso do caminhão é da frente de estéril até a pilha de estéril; se for minério, é da frente de minério ao britador); da capacidade do caminhão, que depende do material transportado e do modelo do caminhão.

A Tabela 5.1 apresenta algumas características das instâncias teste utilizadas. Nesta tabela, as colunas $|F|$ e $|Q|$ representam, respectivamente, o número de frentes de lavra e o número de parâmetros de controle das instâncias teste avaliadas. A coluna $|C|$ mostra o total de equipamentos de carga considerados em cada uma das instâncias. A última coluna, $|V|$, mostra o número de caminhões disponíveis.

5.2 Resultados do Método Exato

O modelo de programação matemática desenvolvido na Seção 4.1 foi implementado no aplicativo de otimização LINGO 10.0, interfaceando com planilhas do *EXCEL* 2007.

Tabela 5.1: Características das instâncias-teste

Instância	F	Q	C	V
Mina 01	17	10	8	30
Mina 02	17	05	8	30
Mina 03	17	05	7	30
Mina 04	17	10	7	30

Foi considerado um modelo de programação linear por metas (*goal programming*), em que a função mono-objetivo é dada pela ponderação das funções objetivo FO_1 , FO_2 e FO_3 da seção 4.1, à página 41. Isto é, a função multiobjetivo (4.1) é substituída pela função mono-objetivo (5.1):

$$\min(\alpha^- P^- + \alpha^+ P^+) + \left(\sum_{j \in Q} (\beta_j^- d_j^- + \beta_j^+ d_j^+) \right) + \sum_{j \in Q} (\delta_j^- de_j^- + \delta_j^+ de_j^+) + \sum_{l \in V} \omega_l u_l \quad (5.1)$$

Os testes foram realizados em um microcomputador com processador *Intel Core 2 Duo* 2.0 GHz com 4 GB de RAM.

Para o modelo de programação matemático foram utilizados os parâmetros de entrada especificados na Tabela 5.2:

Tabela 5.2: Parâmetros de entrada

Penalidade por desvio de produção	
α^+ :	100
α^- :	100
Relação estéril/minério	
<i>rem</i> :	0,31
Penalidade por caminhão l utilizado	
ω_l :	10
Taxa máxima de utilização do caminhão l	
<i>Tx</i> :	85%

Na Tabela 5.2 encontram-se os pesos por desvio, negativo (β_j^-) e positivo (β_j^+), dos parâmetros de controle par_j e os pesos, δ_j^- e δ_j^+ , por extrapolação dos teores em relação ao teor mínimo tl_j e o teor máximo tu_j , respectivamente.

Tabela 5.3: Penalidade por desvio em relação à meta do parâmetro j na mistura

Parâmetros de controle:	par_1	par_2	par_3	par_4	par_5	par_6	par_7	par_8	par_9	par_{10}
β_j^- :	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
β_j^+ :	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
δ_j^- :	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
δ_j^+ :	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

A Tabela 5.4 apresenta o número de variáveis inteiras na coluna **N-Inteiras** e o total de restrições na coluna **N-Restrições** e o resultado do modelo exato.

Dada a dificuldade de resolução do problema na otimalidade em tempo computacional hábil, em vista de o POLAD ser da classe *NP-difícil* (Costa, 2005), são apresentados os valores da melhor função objetivo encontrada em 300 segundos de processamento (coluna FO^{a*}), e em 1800 segundos de processamento (coluna FO^{b*}). A coluna **LI** apresenta o limite inferior para a função objetivo, calculado pelo otimizador LINGO, versão 10, após 1800 segundos. A coluna **Gap**, calculada segundo a Eq. (5.2), representa quanto o valor da coluna FO está perto desse limite inferior, ou seja, quanto mais próximo de zero, mais próximo do ótimo a solução está.

Tabela 5.4: Resultados do modelo exato

Instância	N-Inteiras	N-Restrições	FO^{a*}	FO^{b*}	LI	Gap
Mina 1	13906	2353	40274,4	26257,3	194,7	133,8
Mina 2	13906	2328	14283,4	8346,2	203,7	40,0
Mina 3	13889	2327	166231,0	90257,4	53455,9	0,7
Mina 4	13889	2352	155275,0	96217,9	53437,6	0,8

$$Gap = \frac{FO^{b*} - LI}{LI} \quad (5.2)$$

A Tabela 5.5 apresenta o desvio percentual em relação à meta de produção (coluna **Prod**), o desvio médio percentual na mistura final para a meta de controle da qualidade (coluna **Teor**), e o número de caminhões utilizados (coluna **NCam**), todos obtidos após 1800 segundos de execução.

Tabela 5.5: Resultados do modelo exato após 1800 segundos de execução

Instância	Prod (%)	Teor (%)	NCam
Mina 1	4	2	24
Mina 2	1	2	24
Mina 3	16	3	25
Mina 4	17	2	25

Pelas Tabelas 5.1 e 5.4, observa-se que nas instâncias com um menor número de equipamentos de carga (Minas 3 e 4), os valores de “LI”, FO^{a*} e FO^{b*} são mais elevados. Isso indica as carregadeiras como principal gargalo para a otimização do problema, devido ao seu número reduzido. Por outro lado, a redução do número de parâmetros de qualidade pela metade implicou em uma relativa melhora no *gap*.

Ainda, observando os resultados apresentados na Tabela 5.4, verifica-se que não foi possível obter a solução ótima do problema em nenhuma das instâncias em um tempo máximo de processamento de 30 minutos. Verifica-se, também, que

Tabela 5.6: Resultados do Método Heurístico

		Mina 1	Mina 2	Mina 3	Mina 4
Prod (%)	Menor	0,0	0,0	0,0	0,0
	Médio	9,3	14,3	12,1	20,4
	Maior	31	31,0	31,0	31,0
Teor (%)	Menor	0,63	0,01	0,01	0,62
	Médio	0,68	0,12	0,12	0,70
	Maior	0,78	0,49	0,73	0,83
NCam	Menor	21	20	21	20
	Médio	26,02	25,73	25,63	25,33
	Maior	30	30	30	30

as melhores soluções encontradas ficaram relativamente distantes de “LI”, o qual corresponde ao limite inferior para a função objetivo considerando como contínuo o domínio de todas as variáveis do problema.

Em vista da dificuldade de obter soluções de boa qualidade em tempo hábil com o otimizador LINGO, a seção seguinte mostra resultados obtidos pelo método heurístico NSGA-II, que representa uma alternativa ao método de programação matemática.

5.3 Resultados do Algoritmo NSGA-II

O algoritmo heurístico NSGA-II, proposto na seção 4.2, foi implementado na linguagem C, utilizando o ambiente C++ *Builder*, versão 5.0, da *Borland*. Os testes foram realizados em um microcomputador com processador *Intel Core 2 Duo* 2.0 GHz com 4 GB de RAM sob plataforma *Windows Vista*.

O algoritmo foi testado por 10 execuções utilizando o conjunto de instâncias-teste da seção 5.1, adotando sementes de números aleatórios distintas para cada execução.

Inicialmente, o algoritmo heurístico foi submetido a uma bateria preliminar de testes para calibrar os diversos parâmetros existentes de acordo com as características de cada instância. Tais parâmetros são o tamanho da população e o número máximo de gerações.

A Tabela 5.6 mostra os resultados obtidos após as 10 execuções, adotando-se, para o tamanho da população, 6 indivíduos, e para o número máximo de gerações, 150 gerações. A linha “Prod” mostra os resultados para o desvio percentual em relação à meta de produção. A linha “Teor” mostra os valores encontrados para o desvio percentual médio para todos os parâmetros de controle de qualidade. A linha “NCam” mostra o número de caminhões utilizados. As linhas “Menor” mostram o menor resultado encontrado. As linhas “Médio” mostram o resultado médio. As linhas “Maior” mostram o maior valor encontrado para o referido objetivo.

Tabela 5.7: Tempo de Execução (segundos)

Instância	Menor	Médio	Maior
Mina 1	53,1	89,7	125,0
Mina 2	17,3	18,01	19,6
Mina 3	15,8	17,5	21,4
Mina 4	15,9	18,5	23,9

Os resultados da Tabela 5.6 mostram que foi possível encontrar um desvio de produção zero em todas as instâncias, pelo menos em uma execução. Além disso, em nenhuma execução o desvio máximo ou mínimo permitido foi extrapolado. Quanto ao desvio de qualidade, observa-se que só foi possível encontrar o valor zero para as Minas 2 e 3, as quais possuem um número de parâmetros (5 parâmetros) menor que as Minas 1 e 4 (10 parâmetros). Quanto ao número de caminhões, os valores não sofreram mudança significativa nas diferentes minas.

Também é relevante ressaltar que o NSGA-II encontrou para as Minas 1, 2 e 3, pelo menos para um objetivo, o melhor valor em 100% das execuções. Já para a Mina 4, o mesmo ocorre em apenas 55,55% das execuções.

A Tabela 5.7 mostra o tempo, em segundos, gasto pelo algoritmo NSGA-II para gerar um conjunto de soluções. A coluna “Menor” mostra a execução mais rápida. A coluna “Médio” mostra o tempo médio de execução do algoritmo. A coluna “Maior” mostra o maior tempo gasto em uma execução de algoritmo.

A Figura 5.1 compara o desvio em relação ao objetivo meta de produção entre os métodos exato e heurístico. A coluna “Exato” apresenta os resultados obtidos pelo método exato com 300 segundos de execução. As colunas “Heurístico: Melhor” e “Heurístico: Médio”, indicam, respectivamente, os melhores resultados e os resultados médios encontrados pelo algoritmo heurístico.

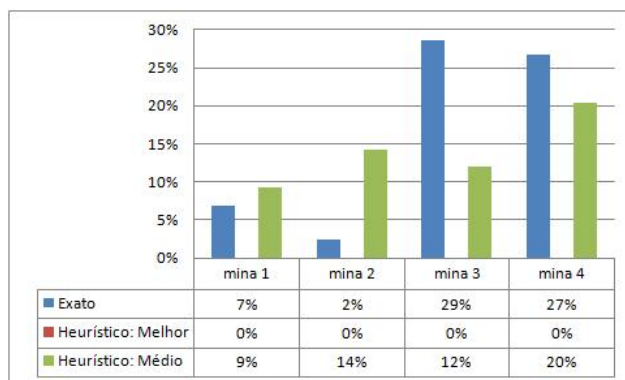


Figura 5.1: Objetivo: meta de produção

Analogamente à Figura 5.1, as Figuras 5.2 e 5.3 comparam, respectivamente, os resultados obtidos para o desvio médio em relação às metas de qualidade e o número de caminhões utilizados.

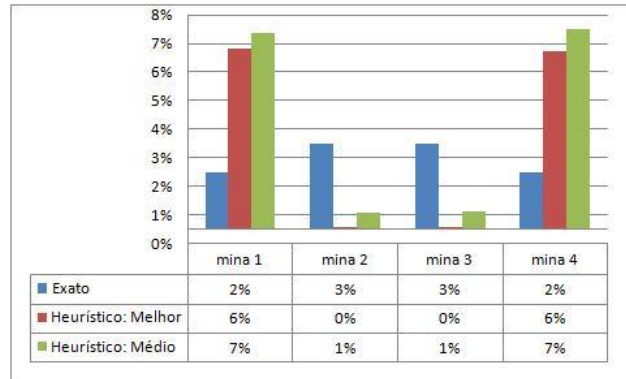


Figura 5.2: Objetivo: meta de qualidade

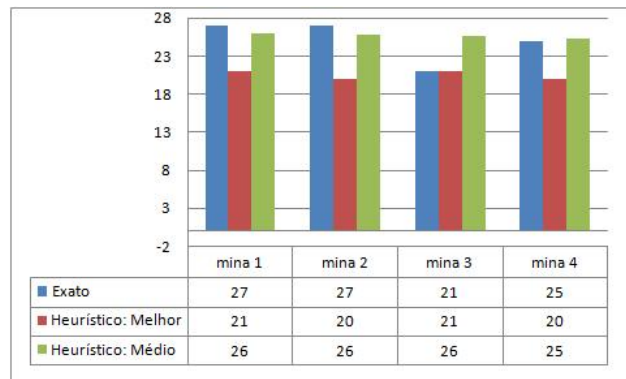


Figura 5.3: Objetivo: número de caminhões utilizados

As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 indicam que, de uma forma geral, é possível obter pelo algoritmo NSGA-II, com um menor esforço computacional, melhores resultados do que pelo método exato. Também pode ser observado que os melhores resultados encontrados pelo NSGA-II são, quase que na totalidade, melhores ou iguais que a solução encontrada pelo método exato.

5.4 Resultados do Modelo de Simulação

O modelo de simulação proposto na seção 4.3 foi implementado no *software*, Arena versão 13.0. Os testes foram realizados em um microcomputador com processador *Intel Pentium 4*, com 2.0 GHz e 1 GB de RAM sob plataforma *Windows XP*.

Como os tempos de ciclo e parâmetros do modelo são todos determinísticos, ele foi executado para cada cenário apresentado na seção 4.3.6 uma única vez.

A Tabela 5.8 apresenta os resultados para o modelo de simulação computacional descrito na seção 4.3. Na coluna “Instância” mostra-se a instância utilizada, as quais são descritas na seção 5.1. Na coluna “Cenários” mostra-se o cenário utilizado, os quais são descritos na seção 4.3.6. O tempo total gasto pelos caminhões para

realizar o programa de produção pré-determinado é indicado pela coluna “Tempo”.

Observa-se na Figura 5.4 que não houve alteração no tempo necessário (eixo vertical em minutos) para completar a programação da produção ao alterar o método de roteamento de veículos entre menor fila para a frente de lavra, menor número de caminhões em rota para a frente de lavra ou os dois somados. Por isso, para o demais cenários foram considerados, como critério de decisão para o sistema de despacho de caminhões, apenas menor fila e rota somados (“Fila e Rota”).

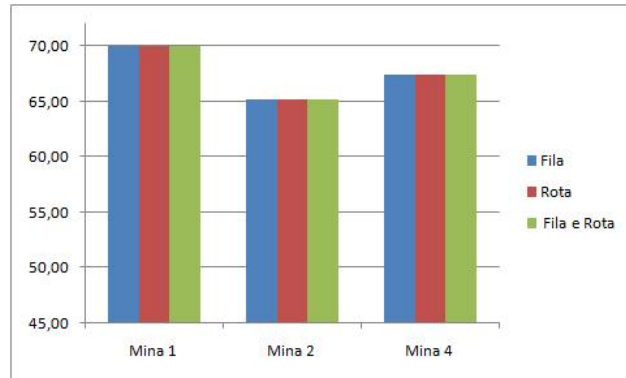


Figura 5.4: Critério de Roteamento de Veículos

Pela Figura 5.5 é possível observar que, de uma maneira geral, para soluções encontradas com o método exato, a adição do maior tempo de fila no tempo de ciclo teve melhores resultados do que a adição do tempo médio de fila. Também observa-se que foi possível completar a programação da produção em menos de uma hora para todas as instâncias.

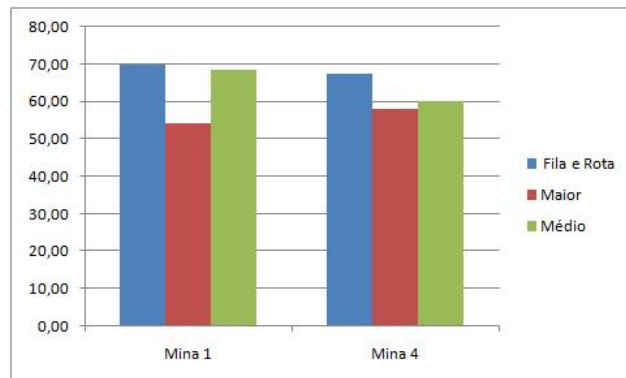


Figura 5.5: Resultados do modelo de simulação para o método Exato

Na Figura 5.6, as colunas “Origem” indicam o tempo total gasto pelo modelo de simulação para completar a programação da produção. As colunas “Menor” e “Inativo”, apontam o valor do tempo total gasto pelo modelo de simulação para completar a programação da produção de acordo com a metodologia descrita na seção 4.3.6, página 63. O eixo horizontal indica a instância utilizada. Para a instância

Mina 3 foram consideradas duas soluções diferentes, geradas simultaneamente. Foram escolhidas as soluções nos quais houve o menor e maior número de caminhões, respectivamente representados por “Mina 3 L” e “Mina 3 U”.

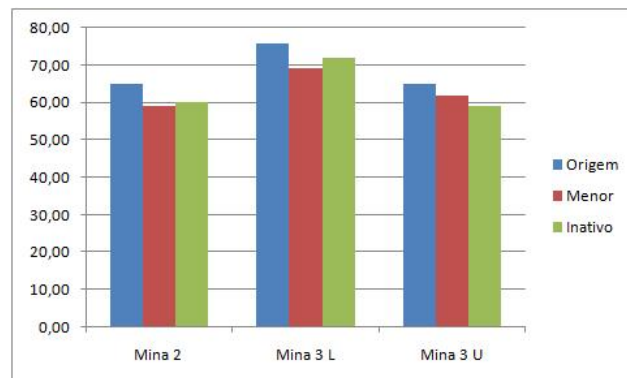


Figura 5.6: Resultados do modelo de simulação para o método heurístico

De acordo com a Figura 5.6, observa-se que as duas metodologias adotadas, “Maior” e “Inativo”, conseguiram diminuir o tempo total de ciclo dos caminhões. Somente para a instância Mina 3, na qual foi adotada a solução com menor número de caminhões, não foi possível completar a programação da produção em uma hora.

Cenários	Instância	Método	Crit. de Decisão	T. de Ciclo	Tempo (min)
1.1	Mina 1	Exato	Fila	-	70,01
1.2	Mina 1	Exato	Rota	-	70,01
1.3	Mina 1	Exato	Fila e Rota	-	70,01
1.4	Mina 1	Exato	Fila e Rota	Médio	54,41
1.5	Mina 1	Exato	Fila e Rota	Maior	68,43
2.1	Mina 2	Heurístico	Fila	-	65,11
2.2	Mina 2	Heurístico	Rota	-	65,11
2.3	Mina 2	Heurístico	Fila e Rota	-	65,11
2.4	Mina 2	Heurístico	Fila e Rota	Menor	59,09
2.5	Mina 2	Heurístico	Fila e Rota	Inativo	60,27
3.1	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	-	75,92
3.2	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	Menor	69,30
3.3	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	Inativo	72,03
3.4	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	-	65,07
3.5	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	Menor	62,08
3.6	Mina 3	Heurístico	Fila e Rota	Inativo	59,12
4.1	Mina 4	Exato	Fila	-	67,44
4.2	Mina 4	Exato	Rota	-	67,44
4.3	Mina 4	Exato	Fila e Rota	-	67,44
4.4	Mina 4	Exato	Fila e Rota	Médio	58,20
4.5	Mina 4	Exato	Fila e Rota	Maior	60,19

Tabela 5.8: Resultados do modelo de simulação

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho tratou o problema de planejamento de lavra em minas a céu aberto, considerando alocação dinâmica de caminhões (POLAD). O objetivo nesse problema é o de determinar o ritmo de produção horária na mina de forma a minimizar os desvios de produção e qualidade do minério produzido, assim como minimizar o número de caminhões envolvidos no processo. Devido ao fato de os objetivos do problema serem conflitantes, não há uma solução que satisfaça a todos os objetivos simultaneamente. Por isso, o problema foi tratado como sendo de otimização multi-objetivo. Nessa abordagem procura-se um conjunto de soluções pareto-ótimas, que tenham características diferentes com relação aos objetivos.

Diferentemente de outros trabalhos encontrados na literatura, e procurando desenvolver modelos que se aproximem mais da realidade das minas, também foram considerados dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril. O tempo de ciclo dos equipamentos foi considerado uma variável que depende da distância do ponto de descarga à frente de lavra, do tipo de caminhão e do tipo de material transportado (minério ou estéril). Isto se justifica porque cada modelo de caminhão normalmente leva um tempo diferente para percorrer um mesmo trajeto e este tempo também é influenciado pelo tipo de carga (minério ou estéril).

Inicialmente foi proposto um novo modelo de programação linear por metas. Esse modelo permite a modelagem e a busca de soluções para problemas com múltiplos objetivos pela atribuição de pesos aos diferentes objetivos de acordo com a importância de cada um deles.

Observou-se, no entanto, que para problemas de dimensões maiores o otimizador tem dificuldade de apresentar soluções de qualidade em baixo tempo computacional. Esse resultado já era esperado, uma vez que o POLAD é um problema da classe NP-difícil. Para resolver essa situação, foi desenvolvido um algoritmo genético multiobjetivo, baseado no algoritmo NSGA-II. A aplicação desta técnica disponibiliza, ao final de sua execução, um conjunto de soluções que ou priorizam alguma meta ou, então, estão equilibradas entre os diversos valores dos objetivos. Nesse caso, cabe ao decisor a responsabilidade pela escolha da alternativa mais adequada

à realidade operacional da mina no cenário considerado.

Para validar os resultados obtidos com os modelos exato e heurístico e determinar o sequenciamento dos caminhões, desenvolveu-se um modelo de simulação computacional. Esse modelo utiliza a programação da produção obtida nos modelos de otimização e verifica se é possível cumprí-lo dentro do tempo previsto de uma hora e retorna a sequência de visitas dos caminhões. Caso não seja possível cumprir a programação de produção proposta pelo algoritmo de otimização, essa programação é alterada a fim de que ela seja executada dentro do tempo previsto. Essas alterações consistem em: 1) mudar o número de viagens do caminhão mais sobre-carregado para outro, inicialmente passando-se uma viagem para outro caminhão e 2) somar o tempo médio de fila ao tempo de ciclo do caminhão. Após cada alteração é gerada uma nova programação da produção por meio do algoritmo de otimização, seguida da aplicação do simulador.

Para testar os modelos desenvolvidos foram adaptadas instâncias existentes na literatura. Para cada instância foram comparados os resultados obtidos pelos modelos exato e heurístico em relação à qualidade da solução final. Os experimentos realizados mostraram que o algoritmo heurístico NSGA II desenvolvido é capaz de encontrar soluções finais de qualidade em tempo hábil e que ele, na quase na totalidade dos casos, conseguiu produzir soluções finais de melhor qualidade e em menor tempo que aquelas geradas pelo método exato.

Este trabalho contribuiu, assim, com o desenvolvimento de um novo algoritmo heurístico multiobjetivo, que substitui os tradicionais algoritmos mono-objetivos para a otimização do planejamento operacional de lavra na indústria mineral. O algoritmo desenvolvido, combinado com o método de simulação computacional, é capaz de gerar soluções mais próximas da realidade operacional. Além disso, há a possibilidade de escolha entre várias soluções, o que torna o processo decisório mais flexível.

Como trabalhos futuros aponta-se o estudo de uma nova formulação de programação matemática, mais eficiente, que fornecesse limites mais fortes, favorecendo a busca pelos resolvedores baseados em *branch-and-bound*.

Aponta-se também a necessidade de melhoria do algoritmo heurístico proposto, como a inserção de novas estruturas de vizinhança para o método de busca local VND, de forma a melhorar, ainda mais, a qualidade das soluções geradas. O uso de outros métodos heurísticos multiobjetivos, tais como VEGA, MOGA, NPGA, SPEA, são também alternativas a serem testadas.

Para tornar a solução mais aplicável à realidade operacional, ainda poderiam ser consideradas, no modelo de simulação, algumas variações de cenário que não foram previstas no modelo atual. Estas variações do processo podem ser as paradas não previstas para manutenção de algum equipamento, a variação na velocidade do caminhão e a taxa de utilização dos equipamentos de carga, as mudanças climáticas, como a chuva por exemplo, ou algum outro fator específico de cada mina.

Bibliografia

- Andrade, E. L. de. (2000). *Introdução à Pesquisa Operacional*. LTC Livros Técnicos e Científicos - Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ.
- Arenales, M.; Armentano, V.; Morabito, R. e Yanasse, H. (2007). *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. Editora Campus, Rio de Janeiro.
- Arroyo, J. E. C. *Heurísticas e metaheurísticas para otimização combinatória multi-objetivo*. Tese de doutorado, Unicamp, (2002).
- Arroyo, J. E. C. e Armentano, V. A. (2005). Genetic local search for multi-objective flowshop scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, v. 167, p. 717–738.
- Banks, J.; II, J. S. Carson e Nelson, B. L. (1999). *Discrete-Event System Simulation*, Prentice Hall. Editora Campus, New Jersey.
- C. A. Coello Coello, D. A. Van Veldhuizen e Lamont, G. B. (2002). Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems. Relatório técnico, Kluwer Academic Publishers.
- Campos, V. F. (1999). *TQC: controle da qualidade total (no estilo japonês)*. EDG, Belo Horizonte, MG.
- Chanda, E. K. C. e Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, v. 9, p. 203–208.
- Chankong, V. e Haimes, Y. (1983). *Multiobjective Decision Making -Theory and Methodology*. North-Holland, New York: North-Holland.
- Coello, C. A. C. (1999). An updated survey of ga-based multiobjective optimization techniques: state of the art and future trends. *CEC*, v. 1, p. 3–13.
- Cohon, J. L. (1978). *Multiobjective Programming and Planning*. Academic Press, New York.
- Costa, F. P. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, PPGEM / UFOP, Ouro Preto, M.G.

- Costa, F. P.; Souza, M. J. F. e Pinto, L. R. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista da Escola de Minas*, v. 58, p. 77–81.
- Costa, F.P.; Souza, M. J.F. e Pinto, L. R. (2004). Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Revista Brasil Mineral*, v. 231, p. 26–31.
- Crawford, J. T. e Hustrulid, W. A. (1979). *Open pit mine planning and design*. UMI Books on Demand, New York.
- Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons, New York.
- Deb, K.; Agrawal, S.; Pratap, A. e Meyarivan, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: Nsga-ii. Relatório técnico, Indian Institute of Technology.
- Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S. e Meyarivan, T. (2002). Fast elitist multi-objective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2, p. 182–197.
- Deb, K. e Tiwari, S. (2008). Omni-optimizer: A generic evolutionary algorithm for single and multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 185, p. 1062–1087.
- Ehrgott, M. e Gandibleux, X. (2000). *A survey and annotated bibliography of multicriteria combinatorial optimization*. Willey, Forthcoming.
- Faccioli, R. A. (2007). algoritmo híbrido multiobjetivo para predição de estrutura terciária de proteínas. Dissertação de mestrado, USP, São Carlos, S.P.
- Fonseca, C. M. e Fleming, P. J. (1995). An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary Computation*, v. 3, n. 1, p. 1–16.
- Fonseca, C.M. e Fleming, P.J. (1993). Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. *Anais do Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, p. 416–423, San Mateo, USA.
- Germani, D. J. (2002). A mineração no brasil: relatório final. Relatório técnico, CGEE, Rio de Janeiro, RJ.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA.
- Guimaraes, I.F.; Pantuza Jr, G. e Souza, M. J. F. (2007). Um modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. *Proceedings do XIV Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP*, Bauru, Brazil.

- Horn, J. (1997). *Handbook of Evolutionary Computation*, volume 1. Oxford University Press, Oxford, England.
- Horn, J.; Nafpliotis, N. e Goldberg, D.E. (1994). A niched pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. *Anais do the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence*, p. 82–87, Piscataway, USA.
- Jones, D.F.; Mirrazavi, S. K. e Tamiz, M. (2002). Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-art. *European Journal of Operational Research*, v. 137, p. 1–19.
- Knowles, J. D. *Local search and hybrid evolutionary algorithms for pareto optimization*. PhD thesis, University of Reading, Reading, UK, (2002).
- Law, A. M. e Kelton, W. D. (1991). *Simulation Modeling and Analysis*. McGraw-Hill, Singapore.
- Merschmann, L. H. C. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Engenharia de Produção/COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil.
- Merschmann, L. H. C. e Pinto, L. R. (2001). Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. *Revista da Escola de Minas*, v. 4, n. 3, p. 211–214.
- Moraes, E. F. (2005). Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina caué da cvrd. Dissertação de mestrado, UFOP, Ouro Preto, M.G.
- Pantuza Jr., G. e Souza, M. J. F. (2009). Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra. *Proceedings do XVI Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP)*, Bauru, Brazil.
- Pantuza Jr, Guido. (2008). A utilização de ferramentas da pesquisa operacional aplicadas ao planejamento de lavra em minas a céu aberto. Monografia de graduação em engenharia de produção, UFOP, Ouro Preto, MG.
- Pareto, V. (1896). *Cours D’Economie Politique*, volume 1. F. Rouge.
- Pedgen, C. D.; Shannon, R. E. e Sadowski, R. P. (1995). *Introduction to Simulation Using SIMAN*. McGraw-Hill, New York, USA, 2 edição.
- Pereira, G. W. (2004). Aplicação da técnica de recozimento simulado em problemas de planejamento florestal multiobjetivo. Dissertação de mestrado, UFMG, Belo Horizonte, MG.

- Ramos Neto, A. N. e Pinto, L. R. (2004). Template do programa arena para simulação das operações de carregamento e transporte em minas a céu aberto. *Revista Escola de Minas - REM*, v. 57, n. 1, p. 65–69.
- Ribas, S.; Coelho, I. M.; Souza, M. J. F. e Menotti, D. (2009). Parallel iterated local search aplicado ao planejamento operacional de lavra. *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 2037–2048, Porto Seguro, BA.
- Rodrigues, L. F. (2006). Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, UFMG, Belo Horizonte, M.G.
- Schaffer, J. (1985). Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. *Genetic Algorithms and their Applications: Anais do First International Conference on Genetic Algorithms*, v. I, p. 93–100.
- Shwif, L. e Medina, A. C. (2006). *Modelagem e simulação de eventos discretos*. Ed. dos Autores, São Paulo.
- Souza, M. J. F.; Coelho, I. M.; Ribas, S.; Santos, H. G. e Merschmann, L. H. C. (2010). A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, v. 207, p. 1041–1051.
- Souza, Marcone Jamilson Freitas. *Programação de horários em escolas: uma aproximação por metaheurísticas*. Tese de doutorado, Coppe, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, R.J., (2000).
- Srivivas, N. e Deb, K. (1995). Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, v. 2, n. 3, p. 221–248.
- Steuer, R. E. (1986). *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*. Wiley, New York: Wiley.
- Tan, K.C.; Chew, Y.H. e Lee, L.H. (2006). A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 172, p. 855–885.
- Ticona, Waldo Gonzalo Cancino. *Algoritmos evolutivos multi-objetivo para a reconstrução de árvores filogenéticas*. Tese de doutorado, ICMC, USP, São Carlos, S.P., (2003).
- Tubino, D. F. (1997). *Manual de planejamento e controle da produção*. Atlas, São Paulo, SP.
- Veldhuizen, D. A. Van e Lamont, G. B. (2000). Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-art. *Evolutionary Computation*, v. 8, n. 2, p. 125–147.

- White, J. W.; Arnold, M. J. e Clevenger, J. G. (1982). Automated open pit truck dispatching at tyrone. *Engineering and Mining Journal*, , n. 6, p. 76–84.
- White, J. W. e Olson, J. P. (1986). Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Mining Engineering*, , n. 11, p. 1045–1054.
- Zitzler, E. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications*. PhD thesis, Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, Swiss, (1999).
- Zitzler, E.; Deb, K. e Thiele, L. (2000). Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. *Evolutionary Computation*, v. 8, p. 173–195.

Apêndice I

Fase de Reprodução

Solução-pai selecionada:

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(<i>Car</i> ₂ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(<i>Car</i> ₈ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(<i>Car</i> ₃ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(<i>Car</i> ₄ ,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp</i> ,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Submatriz *A* mantida:

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•										
F_1	(<i>Car</i> ₂ ,1)										
F_2	(<i>Car</i> ₈ ,1)										
F_3	(<i>Car</i> ₃ ,1)										
F_4	(<i>Car</i> ₄ ,1)										
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp</i> ,0)										
<i>brit</i>	•										
<i>pest</i>	•										
<i>fim</i>	•										

Submatriz *B* reconstruída:

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	2	0	0
F_1	(<i>Car</i> ₂ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_2	(<i>Car</i> ₈ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	2	0	0
F_3	(<i>Car</i> ₃ ,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_4	(<i>Car</i> ₄ ,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp</i> ,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	0	2	0	0	...	0	0	0	2
<i>pest</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Tabela I.1: Representação da fase de reprodução de um indivíduo

Apêndice II

Estruturas de Vizinhaça

Movimento Número de Viagens – $N^{NV}(S)$

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(<i>Car2,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(<i>Car8,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(<i>Car3,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(<i>Car4,1</i>)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0



	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	2	2	0
F_1	(<i>Car2,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	2	0	0
F_2	(<i>Car8,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(<i>Car3,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(<i>Car4,1</i>)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	2	0	1	0	...	0	0	0	3
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Figura II.1: Ilustração do Movimento Número de Viagens

Movimento Carga – $N^{CG}(S)$

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0



	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_2	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	0	3	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Figura II.2: Ilustração do Movimento Carga

Movimento Troca de Carregadeiras – $N^{CT}(S)$

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0



	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Figura II.3: Ilustração do Troca de Carregadeiras

Movimento Realocar Viagem de um Caminhão – $N^{VC}(S)$

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0



	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	2	2	0
F_1	(Car2,1)	0	0	0	0	0	...	0	2	0	0
F_2	(Car8,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(Car3,1)	0	0	0	0	0	...	0	0	3	0
F_4	(Car4,1)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(Disp,0)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	2	0	1	0	...	0	0	0	2
<i>pest</i>	•	0	0	0	2	0	...	0	0	0	2
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Figura II.4: Ilustração do Movimento Realocar Viagem de um Caminhão

Movimento Realocar Viagem de uma Frente – $N^{VF}(S)$

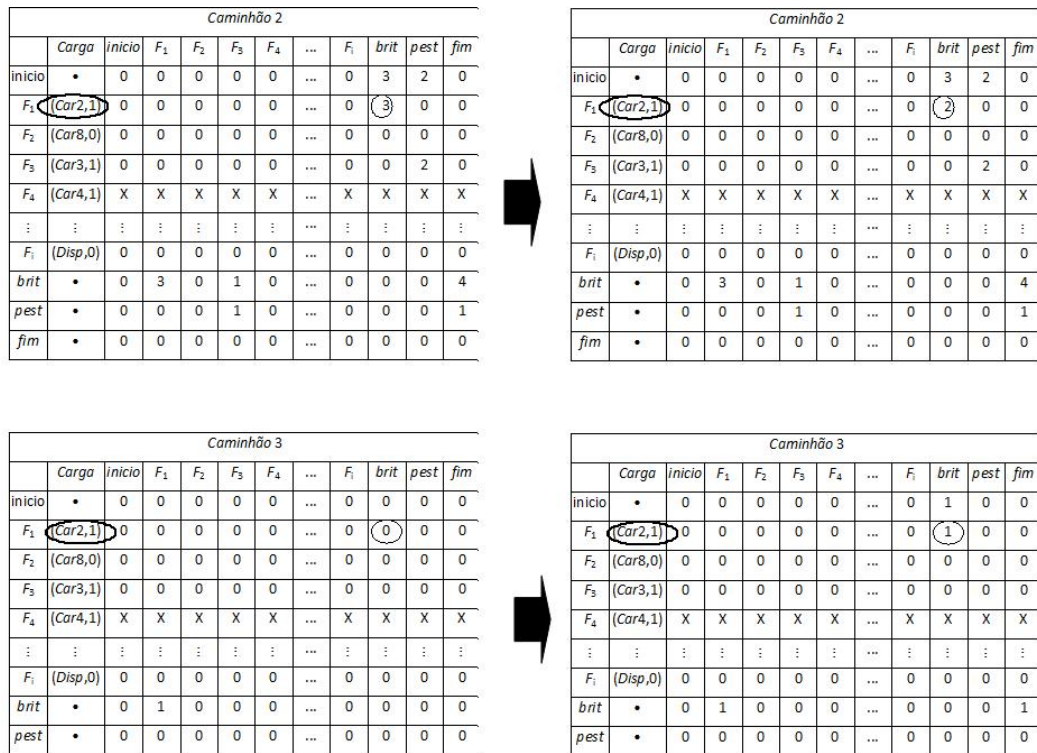


Figura II.5: Ilustração do Movimento Realocar Viagem de uma Frente

Movimento Troca de Viagens – $N^{RC}(S)$

	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	3	2	0
F_1	(<i>Car2,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	3	0	0
F_2	(<i>Car8,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(<i>Car3,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
F_4	(<i>Car4,1</i>)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
<i>brit</i>	•	0	3	0	1	0	...	0	0	0	4
<i>pest</i>	•	0	0	0	1	0	...	0	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0



	<i>Carga</i>	<i>inicio</i>	F_1	F_2	F_3	F_4	...	F_i	<i>brit</i>	<i>pest</i>	<i>fim</i>
<i>inicio</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	2	2	0
F_1	(<i>Car2,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	2	0	0
F_2	(<i>Car8,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_3	(<i>Car3,1</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
F_4	(<i>Car4,1</i>)	X	X	X	X	X	...	X	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
F_i	(<i>Disp,0</i>)	0	0	0	0	0	...	0	0	2	0
<i>brit</i>	•	0	2	0	0	0	...	1	0	0	3
<i>pest</i>	•	0	0	0	0	0	...	1	0	0	1
<i>fim</i>	•	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0

Figura II.6: Ilustração do Movimento Realocar Carregadeira

Apêndice III

Publicações

Lista-se a seguir os trabalhos oriundos desta pesquisa que foram submetidos a periódicos de circulação internacional, aceitos em periódicos de circulação nacional e/ou apresentados em eventos científicos.

Trabalhos submetidos a periódicos internacionais

Título: Hybrid multi-objective heuristics for the open-pit-mining operational planning problem.

Autores: Guido Pantuza Jr., Marcone Jamilson Freitas Souza e Ivo Eyer Cabral.

Periódico: Computers and Operations Research.

Data de submissão: 6 de janeiro de 2011.

ISSN: 0305-0548.

Trabalhos aceitos em periódicos nacionais

Título: Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra.

Autores: Guido Pantuza Jr., Marcone Jamilson Freitas Souza e Ivo Eyer Cabral.

Periódico: Revista GEPROS.

Edição: 16.

Data de aceite: 01 de outubro de 2010.

ISSN: 1809-614X.

Trabalhos apresentados em eventos nacionais

Título: Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra.

Autores: Guido Pantuza Jr. e Marcone Jamilson Freitas Souza.

Evento: XVI Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP.

Local: Bauru – SP.

Período: 9 a 11 de novembro de 2009.

Classificação: Terceiro melhor trabalho na área de Pesquisa Operacional.

Título: Um algoritmo genético híbrido multiobjetivo aplicado ao planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto.

Autores: Guido Pantuza Jr. e Marcone Jamilson Freitas Souza.

Evento: VI Congresso Brasileiro de Mina a Céu aberto e VI Congresso Brasileiro de Mina Subterrânea – CBMINA.

Local: Belo Horizonte – MG.

Período: 3 a 5 de agosto de 2010.

Título: O algoritmo NSGA II aplicado ao planejamento de lavra de minas a céu aberto.

Autores: Guido Pantuza Jr. e Marcone Jamilson Freitas Souza.

Evento: XIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha – SPOLM.

Local: Rio de Janeiro – RJ.

Período: 12 a 13 de agosto de 2010.

Título: Um modelo de programação matemática para o problema de planejamento de lavra considerando o método de lavra seletiva.

Autores: Guido Pantuza Jr. e Marcone Jamilson Freitas Souza.

Evento: XVII Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP.

Local: Bauru – SP.

Período: 8 a 10 de novembro de 2010.

Classificação: Quarto melhor trabalho na área de Pesquisa Operacional.