



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto  
Departamento de Engenharia de Minas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM

---



**PALOMA EDUARDA AMATTI FERREIRA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DA INTERDEPÊNDENCIA ENTRE AS VARIÁVEIS DA  
FILTRAGEM DE REJEITO DE MINÉRIO DE FERRO EM FILTRO PRENSA  
DIAFRAGMA**

**Ouro Preto  
2022**

**PALOMA EDUARDA AMATTI FERREIRA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DA INTERDEPÊNDENCIA ENTRE AS VARIÁVEIS DA  
FILTRAGEM DE REJEITO DE MINÉRIO DE FERRO EM FILTRO PRENSA  
DIAFRAGMA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral

Área de Concentração: Tratamento de Minérios

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr (a). Otávia Martins S. Rodrigues

**Ouro Preto  
2022**

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S586a Silva, Paloma Eduarda Amatti Ferreira da.  
Avaliação da interdependência entre as variáveis da filtragem de rejeito de minério de ferro em filtro prensa diafragma. [manuscrito] / Paloma Eduarda Amatti Ferreira da Silva. - 2022.  
96 f.

Orientadora: Profa. Dra. Otávia Martins Silva Rodrigues.  
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral.  
Área de Concentração: Engenharia Mineral.

1. Minério de ferro. 2. Beneficiamento de minério. 3. Rejeitos (Metalurgia). 4. Análise multivariada. 5. Estatística multivariada. I. Rodrigues, Otávia Martins Silva. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.767

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Paloma Eduarda Amatti Ferreira da Silva**

### **Avaliação da interdependência entre as variáveis da filtragem de rejeito de minério de ferro em filtro prensa diafragma**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre

Aprovada em 20 de junho de 2022.

#### Membros da banca

[Doutor] - Otávia Martins Silva Rodrigues - Orientador(a) (Universidade Federal de Ouro Preto)

[Doutor] - Carlos Alberto Pereira - (Universidade Federal de Ouro Preto)

[Doutor] - Mário Luis Cabello Russo - (Instituto Federal de Minas Gerais)

Otávia Martins Silva Rodrigues, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 29/07/2022



Documento assinado eletronicamente por **Otavia Martins Silva Rodrigues, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 29/07/2022, às 17:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0370632** e o código CRC **BBCDACF**.

Dedico este trabalho à minha família por estar, sempre, com  
muito carinho, presente nas minhas conquistas.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus. Foi só com a ajuda dEle que pude superar cada obstáculo que surgiu durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a minha família, em especial a minha mãe, pelo apoio e compreensão durante todo o período de trabalho e dedicação ao mestrado.

Agradeço a confiança e o forte incentivo dado pelo Adail Araújo para meu ingresso no mestrado e seus direcionamentos.

Agradeço a minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr (a) Otávia, por todos os ensinamentos e contribuição para minha formação acadêmica e profissional. Agradeço pela paciência durante todo o período de elaboração deste trabalho.

Agradeço a Prof.<sup>a</sup> Dr (a) Tatiana Barreto dos Santos por dedicar seu tempo para contribuir nas avaliações e interpretações das análises estatísticas.

Agradeço ao Marcelo Nazaro, Gerente de Operações Filtragem da Ferro+ Mineração, por todo auxílio e confiança na conclusão deste mestrado. Não poderia ter sido concluído sem seu apoio.

Agradeço aos colegas de trabalho que muito contribuíram no controle e execução dos testes de filtragem industrial: Wellington, Beatriz, Daniel, Danilo, Hugo, Aloísio, Ronaldo, Allyson, Gilmar.

*"O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis."*

*(José de Alencar)*

## RESUMO

O uso da técnica de filtração para rejeitos de minério de ferro, visando a disposição a seco, é recente. Essa operação tem se tornado uma alternativa viável diante dos graves acidentes relacionados a rompimentos de barragens no Brasil, especialmente em 2015 e 2019. O uso de filtro prensa tem mostrado grande potencial, especialmente para rejeitos classificados como lama. A tecnologia do filtro prensa diafragma vem se destacando, pois o sistema de diafragma resulta em menor tempo de ciclo e maior volume de filtrado, progressivamente, retirado da torta. Entretanto, o entendimento da influência das variáveis, na operação do filtro prensa diafragma, e sua aplicação industrial ainda é limitado. Este trabalho mostra a influência de características operacionais e de características químicas e físicas do rejeito na umidade da torta e na produtividade da operação. Para entender as influências das variáveis citadas utilizaram-se métodos estatísticos multivariados. As condições operacionais para os testes do filtro prensa diafragma industrial foram: pressão inicial de alimentação, pressão final de alimentação, tempo de prensagem, vazão final de alimentação e percentual de sólidos. A interdependência entre as variáveis foi avaliada através da análise das componentes principais. A principal conclusão deste trabalho é que o tempo de prensagem por diafragma, é o fator de controle determinante que permite minimizar os efeitos das variações das características químicas e físicas dos rejeitos para obter a umidade da torta dentro do padrão desejado. A técnica de regressão logística foi utilizada para gerar uma função de predição capaz de determinar a produtividade de filtração. O modelo apresentou 73% de acurácia. As variáveis significativas para o modelo foram pressão de alimentação inicial, tempo de ciclo e percentual de sólidos. Para a predição da umidade, as correlações das variáveis independentes e dependentes não foram significativas suficientes para aplicação a previsibilidade devido restrições da umidade para operação industrial. A necessidade de obedecer ao padrão de umidade da torta não permitiu que os valores apresentassem variabilidade suficiente para obter uma equação de predição, através da técnica de regressão logística.

**Palavras-chave:** Minério de ferro. Rejeito. Filtro prensa diafragma. Estatística multivariada



## ABSTRACT

Use of filtration techniques for iron ore tailings for dry disposal is recent. This operation has become a viable alternative considering the serious events related to dam failures in Brazil, especially in 2015 and 2019 years. Diaphragm filter press technology has been standing out, especially for slurry tailings. The diaphragm system results in shorter cycle time and higher filtered volume. However, the knowledge of the variable influences in the operation and its industrial application is still limited. This paper discusses the influence of operational characteristics and chemical and physical characteristics of the tailings in the cake moisture and productivity of the operation. Multivariate statistical methods were used to understand the interdependence between the mentioned variables. The operational condition variables related to the industrial diaphragm filter press tests were: initial feed pressure, final feed pressure, pressing time, final feed flow rate and percent solids. The interdependence among the variables was evaluated using principal component analysis. One of the most relevant conclusions consists of the diaphragm pressing time is the determining control factor that allows minimizing the effects of variations in the chemical and physical characteristics of the tailings to obtain the moisture of cake within the desired standard. The logistic regression technique was used to generate a prediction function capable of determining the filtering productivity. The model presented an accuracy equal to 73%. The significant variables of the model were initial feed pressure, cycle time and percent solids. For the moisture prediction, the correlations of the independent and dependent variables were not significant enough to apply predictability due to moisture restrictions for industrial operation. The need to comply with the moisture standard of the cake did not allow the values to present enough variability to obtain a prediction equation through the logistic regression technique.

**Keywords:** Iron ore. Tailing. Diaphragm filter press. Multivariate statistic

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Localização da Ferro+ Mineração S/A.....	19
Figura 2 - Fluxograma da planta de beneficiamento da Ferro+ Mineração S/A .....	23
Figura 3 – Histórico da disposição de rejeitos desaguados na mineração .....	24
Figura 4 - Filtragem com formação de torta.....	25
Figura 5 - Representação dos métodos de filtragem .....	26
Figura 6 – Relação tempo de ciclo e umidade na performance da filtragem prensa .....	28
Figura 7 – Efeito do tempo de secagem na umidade da torta .....	28
Figura 8 - Produtividade de filtragem em relação ao percentual de sólidos .....	29
Figura 9 - Umidade da torta em relação ao percentual de sólidos.....	29
Figura 10 - Taxa unitária de filtragem em função da umidade da torta dos rejeitos de flotação .....	30
Figura 11 - Taxa unitária de filtragem em função da umidade da torta das lamas .....	30
Figura 12 - Etapas de formação de torta na filtragem sob pressão.....	32
Figura 13 - Filtro prensa tipo câmara (placa e quadros).....	33
Figura 14 - Montagem placa e quadro .....	33
Figura 15 - Filtro prensa horizontal com câmara embutida.....	34
Figura 16 - Modelo de placas para filtro prensa com câmara embutida .....	35
Figura 17 - Filtro prensa diafragma .....	35
Figura 18 - Ciclo de operação filtro prensa diafragma.....	36
Figura 19 - Comparativo entre filtro câmara e diafragma .....	36
Figura 20 - Representação filtro prensa vertical .....	37
Figura 21 - Ciclo de operação filtro de pressão vertical.....	38
Figura 22 - Prédio da filtragem de rejeito Ferro+ .....	39
Figura 23 - Filtro prensa .....	39
Figura 24- Tecido instalado na placa.....	39
Figura 25 - Canal de alimentação de polpa .....	40
Figura 26 - Filtrado do filtro prensa .....	40
Figura 27 - Operação carrinho puxa-placa.....	41
Figura 28 - Mecanismos operacionais do filtro prensa Jingjin .....	41
Figura 29 - Modelo de distribuição normal.....	45
Figura 30 - Tanque condicionamento da polpa de rejeito <40 µm .....	50
Figura 31 - Fluxograma da tomada de dados e técnicas multivariadas aplicadas .....	53

Figura 32 - IHM de comando do filtro prensa.....	53
Figura 33 - Local coleta de amostra torta filtrada.....	54
Figura 34 - Resultados dos elementos químicos majoritários nos rejeitos amostrados .....	57
Figura 35 - Teores dos rejeitos não magnéticos em diferentes unidades de tratamento mineral .....	58
Figura 36 –Área superficial específica e % passante 10 $\mu\text{m}$ .....	58
Figura 37 - Distribuição das fases minerais de maior abundância nas amostras de rejeitos ...	60
Figura 38 - Distribuição das fases minerais em menor quantidade presentes nas amostras de rejeitos.....	61
Figura 39 - Avaliação <i>outliers</i> multivariados para análise mineralógica.....	62
Figura 40 - Gráfico de <i>scree-plot</i> e critério de Kaiser (linha vermelha) das características físicas dos rejeitos.....	63
Figura 41 - <i>Biplot</i> para a análise mineralógica .....	64
Figura 42 - Mineral de muscovita (coloração escura) intrusivo no mineral de caulinita (coloração clara).....	65
Figura 43 - Regressão linear Ciclo x TUF .....	66
Figura 44 - <i>Biplot</i> para interpretação do tempo de ciclo .....	68
Figura 45 - Boxplot da umidade pelo TP.....	69
Figura 46 - Influência do percentual de sólidos na produtividade .....	70
Figura 47 - Influência do percentual de sólidos na umidade .....	71
Figura 48 - Cargas ( <i>loadings</i> ) .....	72
Figura 49 - Comparativo da umidade em relação a ASE em função do TP.....	73
Figura 50 - <i>Boxplot</i> regressão múltipla.....	74
Figura 51 - <i>Outliers</i> multivariados na regressão.....	74
Figura 52 - Normal Q-Q plot da regressão dos resíduos estandardizados .....	77
Figura 53 - Diagrama de correlação entre as variáveis para TUF .....	78
Figura 54 - Homocedasticidade dos resíduos .....	79

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1- Variáveis que afetam a velocidade da filtração.....	27
---	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Condições das variáveis operacionais do filtro prensa para os testes industriais ....	52
Tabela 2 - Resultados análises químicas .....	56
Tabela 3 - Proporção explicada da variância das componentes para análise mineralógica.....	62
Tabela 4 - Cargas ( <i>loadings</i> ) das duas primeiras componentes principais para a análise mineralógica .....	63
Tabela 5 - Proporção explicada variância das componentes em relação ao tempo de ciclo....	67
Tabela 6 - Cargas das duas primeiras componentes (ciclo).....	67
Tabela 7 - Valores obtidos pela ANOVA com 95% de confiança .....	69
Tabela 8 - Proporção explicada da variância das componentes em relação a ASE.....	71
Tabela 9 - Sumário do modelo 1 .....	75
Tabela 10 – Tabela da ANOVA ao nível de 95% de significância .....	75
Tabela 11 - Sumário do modelo 2 .....	76
Tabela 12 - VIF.....	78
Tabela 13 - Sumário do modelo 3 .....	79

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ROM – *Run of mine*

Mt/ano – Milhões de toneladas/ano

QF – Quadrilátero ferrífero

IF – Itabirito friável

IC – Itabirito compacto

CG – Canga

TUF – Produtividade (ton/h/m<sup>2</sup>)

ACP – Análise de componentes principais

COMP – Componente principal

ASE – Área superficial específica (cm<sup>2</sup>/g)

DRX – Difração de raios – X

FRX – Fluorescência de raios - X

PAI – Pressão de alimentação inicial (%rpm bomba)

PAF – Pressão de alimentação final (%rpm bomba)

VF – Vazão final de alimentação (m<sup>3</sup>/h)

TP – Tempo de prensagem por diafragma (s)

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>17</b>
	2.1 OBJETIVO GERAL .....	17
	2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	17
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>18</b>
	3.1 DISPOSIÇÃO DE REJEITOS DA FERRO+ MINERAÇÃO S/A.....	18
	3.2 LOCALIZAÇÃO E GEOLOGIA DA MINA FERRO+.....	18
	3.3 PROCESSO DE BENEFICIAMENTO E FILTRAGEM DA FERRO + MINERAÇÃO S/A.....	20
	3.4 FILTRAGEM .....	24
	<b>3.4.1 Mecanismos de filtragem</b> .....	27
	3.4.1.1 Tempo de ciclo.....	27
	3.4.1.2 Porcentagem de sólidos.....	29
	3.4.1.3 Área superficial específica .....	30
	3.5 FILTRAGEM SOB PRESSÃO.....	31
	<b>3.5.1 Tipos de filtros prensas</b> .....	32
	3.5.1.1 Filtro prensa horizontal com placa tipo câmara .....	32
	3.5.1.1.1 Placas e quadro.....	33
	3.5.1.1.2 Câmara embutida.....	34
	3.5.1.2 Filtro prensa horizontal com placa tipo diafragma.....	35
	3.5.1.3 Filtro prensa vertical .....	36
	<b>3.5.2 Aplicação do filtro prensa na Ferro+ Mineração S/A</b> .....	38
	3.6 ANÁLISE MULTIVARIADA DE DADOS.....	42
	<b>3.6.1 Conceitos iniciais</b> .....	42
	<b>3.6.2 Preparação e análise do banco de dados para aplicação de técnicas     multivariadas</b> .....	42
	3.6.2.1 Identificação e remoção de <i>outliers</i> multivariados .....	43
	3.6.2.2 Teste de Esfericidade de <i>Bartlett</i> .....	44
	3.6.2.3 Teste de normalidade multivariada .....	44
	<b>3.6.3 Análise de componentes principais</b> .....	46
	<b>3.6.4 Regressão linear múltipla</b> .....	47
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>50</b>

4.1	SELEÇÃO E OBTENÇÃO DAS AMOSTRAS .....	50
4.2	CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS .....	51
4.2.1	Caracterização química .....	51
4.2.2	Caracterização física .....	51
4.2.3	Caracterização mineralógica .....	51
4.3	TESTES DE FILTRAGEM PRENSA DIAFRAGMA INDUSTRIAL.....	52
4.4	DETERMINAÇÃO DA UMIDADE DA TORTA .....	54
4.5	DETERMINAÇÃO DA TAXA UNITÁRIA DE FILTRAGEM.....	55
<b>5</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....</b>	<b>56</b>
5.1	AVALIAÇÃO DAS VARIÁVEIS RELACIONADA À ANÁLISE QUÍMICA E ÁREA DE SUPERFÍCIE ESPECÍFICA .....	56
5.1.1	Análise química.....	56
5.1.2	Análise física .....	58
5.1.3	Identificação dos minerais .....	59
5.2	AVALIAÇÃO DAS VARIÁVEIS RELACIONADAS AOS TESTES DE FILTRAGEM PRENSA DIAFRAGMA INDUSTRIAL .....	65
5.2.1	Efeito do tempo de ciclo .....	66
5.2.2	Efeito do percentual de sólidos .....	70
5.2.3	Efeito da área superficial específica.....	71
5.3	APLICAÇÃO DA REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA .....	73
5.3.1	Regressão múltipla da variável dependente TUF .....	75
5.3.2	Verificação dos pressupostos do modelo.....	76
5.3.2.1	Normalidade dos resíduos .....	77
5.3.2.2	Multicolinearidade.....	77
5.3.2.3	Homocedasticidade dos resíduos .....	78
5.3.3	Regressão múltipla da variável dependente umidade.....	79
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>81</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>82</b>
	<b>APÊNDICE A: RESULTADO DAS ANÁLISES QUÍMICAS .....</b>	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE B: SCRIPT DO R PARA A ACP.....</b>	<b>88</b>
	<b>APÊNDICE C: SCRIPT DO R PARA A ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA.....</b>	<b>92</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Para obter o aproveitamento máximo dos recursos minerais foram desenvolvidas técnicas de beneficiamento para a concentração da espécie útil. Devido ao aumento da demanda de produção das empresas mineradoras na exploração dos depósitos com baixos teores de ferro, maiores volumes de rejeitos são gerados, exigindo um tratamento adequado para a sua disposição no meio ambiente. A técnica mais utilizada para a realização do descarte do rejeito é a utilização de barragens, prática usual ao longo de décadas. Atualmente, com o aumento do volume gerado nos processos produtivos, são necessárias barragens que requerem grandes áreas para depósito e maiores exigências na regulamentação ambiental.

O descarte dos rejeitos tem sido um assunto amplamente discutido nos estudos e estratégias de investimentos de uma empresa de mineração, principalmente devido aos graves acidentes relacionados com a instabilidade de estruturas utilizadas para seu armazenamento, que continuam a ocorrer com determinada frequência no Brasil e no mundo. Em decorrência das exigências ambientais, as empresas buscam conciliar o desenvolvimento na mineração com a mitigação dos riscos e a diminuição dos impactos ambientais. Por isso, buscam-se novas técnicas que assegurem o tratamento, manuseio e disposição dos rejeitos gerados de maneira segura e economicamente viável.

A técnica de disposição de rejeitos a seco, em pilha, apresenta-se como uma opção viável devido à maior segurança e facilidade de manuseio. Considerando essa hipótese, os rejeitos provenientes das plantas de beneficiamento mineral são adensados através do espessamento, posteriormente filtrados. A polpa espessada, com percentual de sólido relativamente elevado, acima de 40%, é tratada com a tecnologia de filtragem específica para cada caso. O material filtrado é disposto em pilhas. Tal tratamento/disposição do rejeito também proporciona um aumento na recuperação da água para a usina e reduz a demanda de água nova no processo.

A Ferro + Mineração S/A é uma mineradora que está localizada na região do Quadrilátero Ferrífero. Possui sua própria jazida de minério de ferro com formação geológica predominantemente no tipo de minério itabirito friável e, para melhor aproveitamento da reserva, ocorrem eventualmente alterações no plano de lavra. Como consequência, a variação do ROM resulta em diferenças nos rejeitos expurgados na planta. Atualmente a empresa objetiva filtrar seu rejeito e estocar em pilhas. Sabe-se que características mineralógicas e físicas

dos rejeitos e as variáveis operacionais do equipamento impactam na produtividade da filtração e na umidade da torta, podendo afetar o empilhamento. Portanto, o conhecimento dessas variáveis e o seu estudo por meio de técnicas adequadas pode ser de grande valia na otimização e conhecimento do processo, sendo este o objeto de pesquisa desta dissertação.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar a influência das características do rejeito de minério de ferro e as variáveis operacionais do filtro prensa diafragma industrial no desempenho da filtragem através da utilização da análise de componentes principais e regressão linear múltipla, ambas, técnicas de análise multivariada de dados.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) amostrar e caracterizar os rejeitos diários que alimentaram o filtro prensa diafragma em 30 dias de testes industriais;
- b) avaliar o impacto da qualidade dos rejeitos em função das características químicas, físicas e mineralógicas na produtividade e umidade;
- c) avaliar o impacto das características operacionais do filtro prensa diafragma industrial na produtividade e umidade;
- d) avaliar a interdependência entre as variáveis de caracterização do rejeito utilizando a técnica da análise das componentes principais na avaliação estatística;
- e) propor um modelo de predição das variáveis eficiência de filtragem e teor de umidade do rejeito, bem como avaliar as variáveis significativas nessa predição.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 DISPOSIÇÃO DE REJEITOS DA FERRO+ MINERAÇÃO S/A

Desde o início das operações da planta de beneficiamento em 2001, a Ferro+ Mineração S/A utilizava baias de sedimentação para ajustar a porcentagem de sólidos do rejeito, adequando-a para posterior transporte e disposição em pilhas. Esta operação era dificultosa, principalmente nos períodos chuvosos, nos quais o transporte ficava mais complexo. Além disso, o material ficava com umidade residual elevada gerando perda de água. Então, no ano de 2013, após o estudo de desaguamento dos rejeitos, optou-se pela utilização da filtragem de disco a vácuo com placas cerâmicas para substituição do processo com as baias de sedimentação, considerando suas dificuldades operacionais em função dos fatores econômicos e de processo.

Entretanto, no segundo semestre do ano de 2016, para melhor aproveitamento da reserva, houve a necessidade de alteração do plano de lavra. A nova configuração determinou áreas portadoras de materiais mais argilosos e contendo maiores quantidades de ultrafinos, o que impactou diretamente na perda de produtividade na filtragem cerâmica. Somou-se ainda a esse cenário a necessidade de filtrar uma maior produção de *pellet feed* devido a um aumento da capacidade produtiva da planta. Assim, em fevereiro de 2017 interrompeu-se a filtragem de rejeito e retomou-se a operação de desaguamento com as baias de sedimentação. Na mesma época, toda a produção de *pellet feed* passou a ser filtrada nos filtros de disco com placa cerâmica.

Retomadas as dificuldades operacionais de disposição do rejeito nas baias de sedimentação, atualmente com maior proporção de finos, a empresa decidiu reiniciar os estudos do desaguamento dos rejeitos. Foi investido no sistema de filtragem prensa para melhorar as operações de manuseio, reduzir a umidade, reduzir os custos operacionais e aumentar a recuperação de água.

#### 3.2 LOCALIZAÇÃO E GEOLOGIA DA MINA FERRO+

A Ferro+ Mineração S/A está localizada na região do Quadrilátero Ferrífero, nos municípios de Congonhas e Ouro Preto, às margens da rodovia BR-040, km 595, a 68 km Belo Horizonte sentido Rio de Janeiro, próximo às minas de Fábrica (VALE) e Casa de Pedra (CSN) (Figura 1).

Figura 1 - Localização da Ferro+ Mineração S/A



Fonte: Dados interno, 2020.

A mina encontra-se localizada na porção sudoeste do Quadrilátero Ferrífero (QF), sendo do ponto de vista geológico, situada em um setor de grande complexidade estrutural com influência do Sinclinal Dom Bosco e do Sinclinal Moeda (TRZASKOS *et al.*, 2011).

De acordo com os estudos de Trzaskos *et al.* (2011), a mina está hospedada nas formações ferríferas bandadas da Formação Cauê. Já em recente publicação, Endo *et al.* (2019), coloca como sendo hospedada em rochas da Formação Gandarela, as duas pertencentes ao Grupo Itabira, Supergrupo Minas. Essas formações compõem a divisão do Grupo Itabira, sendo a unidade inferior a Formação Cauê, e a superior a Formação Gandarela com rochas carbonáticas (dolomitos e mármore dolomíticos e calcíticos), filitos e formações ferríferas bandadas. No entanto, não há uma nítida separação entre elas (ROSIÈRE e CHEMALE JR, 2000).

Atualmente, a empresa explora o minério de ferro itabirítico friável, contudo, ainda possui itabirito compacto, além de canga, laterita e filito, que estão encaixados, ou diretamente ligados ao minério itabirítico. A laterita e o filito são considerados estéreis por não possuir valor agregado para ser aproveitado economicamente.

O itabirito é uma rocha ferrífera de característica metamórfica, definido pela alternância de bandas constituída por óxidos de ferro, apresentando uma variedade de quartzo com grande quantidade de hematita e magnetita (quartzito hematítico). Normalmente marcado pela alternância entre camadas de coloração cinza/preto (hematita) e clara (quartzo), de espessura milimétrica a centimétrica, com morfologia mais ou menos lenticular (CHEMALE JR. e TAKEHARA, 2013).

Os minérios de itabirito possuem em média na sua composição as seguintes fases minerais: hematita (30%), martita (18%), magnetita (4%), goethita (12%), limonita (4%) e quartzo (32%), com porosidade média de 16% (TRZASKOS *et al.* 2011), e sua classificação se dá de acordo com o grau de decomposição intempérica da rocha. Os itabiritos friáveis (IF), são corpos pulverulentos destituídos de estruturação, sendo fragmentado facilmente. Constituído de hematita de hábito poligonal, alguma martita, além de especularita e cristais lamelares intersticiais. (ROSIÈRE *et al.*, 2005). O Itabirito compacto (IC), possui baixo grau de lixiviação, possuindo maior resistência mecânica, alto grau de compactação e baixo grau de fraturamento (RIBEIRO, 2011).

O minério de canga (CG) possui cobertura de coloração avermelhada, estruturada e geralmente compacta, podendo conter porções mais argilosas e outros minerais como hematita e quartzo. É um minério secundário encontrado em forte contato ou gradual com IF. Possui de 50% a 60% de ferro e a rocha é porosa, além de possuir elevado teor de fósforo (SANCHEZ, 2015).

### 3.3 PROCESSO DE BENEFICIAMENTO E FILTRAGEM DA FERRO + MINERAÇÃO S/A

A instalação de tratamento do minério da mina possui capacidade produtiva para cinco milhões de toneladas por ano de produtos distribuídos entre granulado, *sinter feed* e *pellet feed*.

O processo se inicia com a cominuição do *ROM* proveniente das frentes de lavra da mina, em umidade natural 6% a 8%, passando por dois processos de britagem para atendimento da especificação granulométrica na etapa de classificação.

Na classificação por peneiramento, são gerados os produtos granulados e *sinter feed*. Todo o material fino resultante deste processo, em forma de polpa, é bombeado para as peneiras desaguadoras com tela de 0,500 mm. O *undersize* segue bombeado para a unidade de concentração magnética, e o *oversize* compõe a proporção fina do produto *sinter feed*.

A concentração magnética é feita com o separador magnético tipo carrossel com campo magnético de alta intensidade, modelo WHC150D (*Wet High Concentrator*, com capacidade para 150 t/h e dois carrosséis por equipamento) e não há deslamagem antecedendo o processo de concentração do minério. São três etapas de concentração, as etapas *rougher*, *scavenger* e

*rescavenger*. O concentrado produzido em cada uma dessas etapas, compõem o concentrado total obtido pelo processo, cerca de 66% de Fe. O rejeito final é obtido no último processo de concentração, *reescavenger*, e constituído basicamente por quartzo (14% Fe) sendo caracterizado como rejeito grosseiro (aproximadamente 25% menor que 0,025 mm). O concentrado e o rejeito obtidos são direcionados para o circuito de desaguamento.

No desaguamento do material concentrado final, a polpa de aproximadamente 40% de sólidos em massa é bombeada para o espessador que após adensada no *underflow* (65% de sólidos) segue para o tanque condicionador de polpa com 400 m<sup>3</sup> de capacidade. A água recuperada no *overflow* do espessador, é direcionada para o tanque de água de reuso. Após o condicionamento da polpa, o material segue para a filtragem com filtro de disco a vácuo com meio filtrante cerâmico. A filtragem cerâmica possui 07 filtros rotativos do fabricante Minexcell, com 100 m<sup>2</sup> de área filtrante por equipamento, performando a uma taxa unitária de filtragem de 0,80 t/h/m<sup>2</sup> (TUF). Cada filtro possui 240 placas cerâmicas microporosas de alta capilaridade encaixadas em um tambor central que gira em velocidade variável, distribuídas em 20 discos. A água filtrada segue para o tanque de água de reuso, e a massa com umidade residual de 11% é empilhada para carregamento e envio ao cliente, sendo esse o produto final *pellet feed*.

A polpa do rejeito final com aproximadamente 20% de sólidos em massa é bombeada para uma bateria de ciclonagem, primeira etapa do desaguamento do rejeito. A bateria de ciclonagem é composta por 12 hidrociclones de 10 polegadas, onde é separado o rejeito grosso do rejeito fino com uma partição em torno de 40 micrômetros.

O *underflow* (>40 µm) do ciclone, rejeito grosso, é desaguado em peneiras desaguadoras, e esse material com aproximadamente 18% de umidade segue para empilhamento. O *overflow* (<40 µm), fração fina do rejeito, é espessado e adensado no espessador de rejeito.

O rejeito adensado é bombeado para o tanque de condicionamento de polpa de 400 m<sup>3</sup> para ser filtrado por 02 filtros prensas. As águas recuperadas do *overflow* do espessador e do filtrado dos filtros prensas, também são direcionadas ao tanque de água de reuso.

Os filtros prensas são do fabricante Jingjin, suas placas possuem dimensão de 2X2 metros, tendo 129 placas cada filtro. O filtro possui a tecnologia de membranas para possibilitar maior

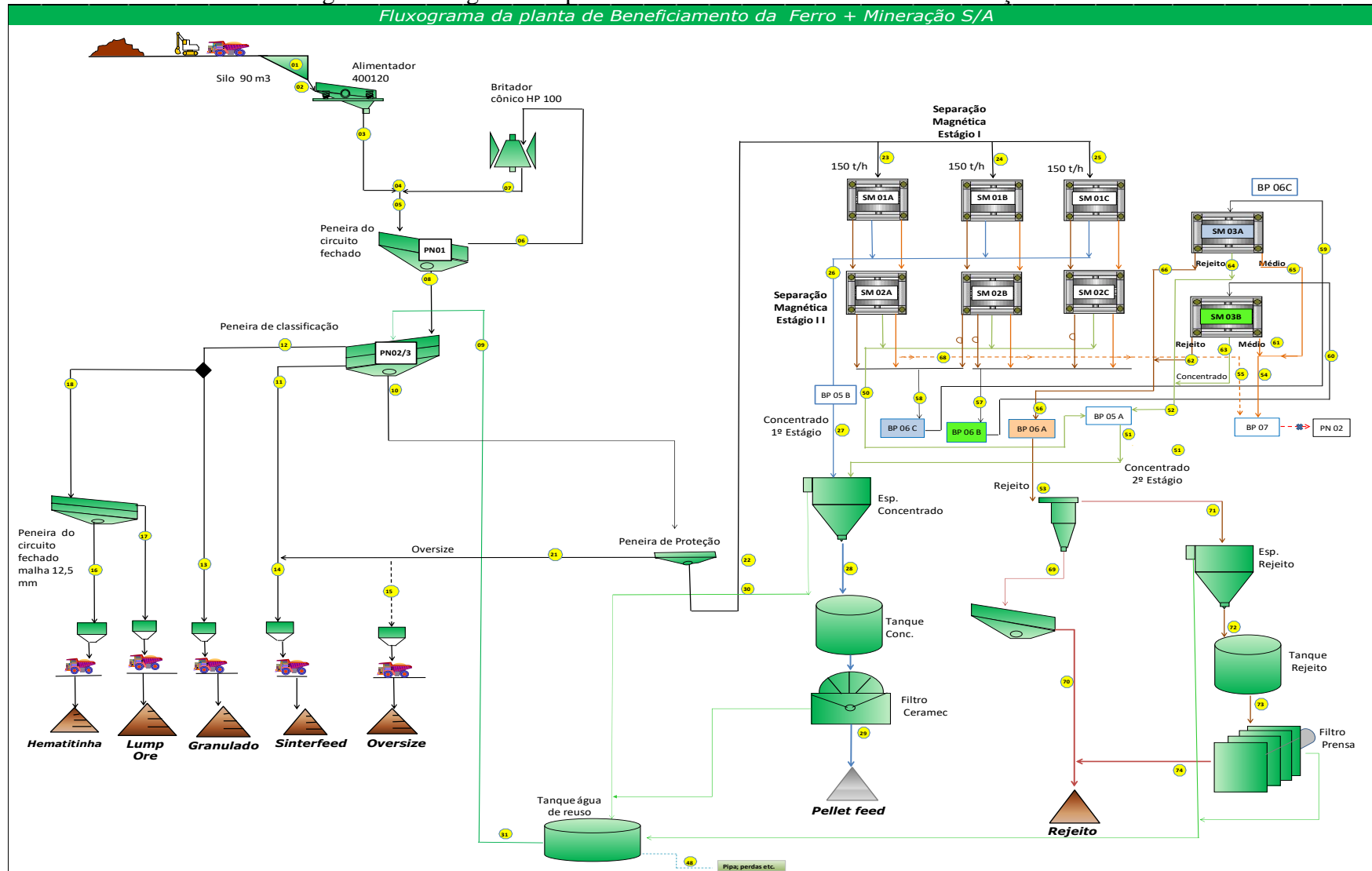
produtividade e menor umidade. O rejeito filtrado do filtro prensa segue por correias transportadoras para o empilhamento a seco, com aproximadamente 18% de umidade.

No espessamento tanto para o concentrado quanto para o rejeito é utilizado um espessador de 10 metros de diâmetro cada, modelo de alta densidade para sedimentação dos materiais. Nesses espessadores são adicionados cal e floculante para auxiliar a coagulação e floculação da polpa objetivando aumentar a velocidade de sedimentação e um *overflow* clarificado.

A Figura 2 ilustra o fluxograma da planta de beneficiamento.



Figura 2 - Fluxograma da planta de beneficiamento da Ferro+ Mineração S/A

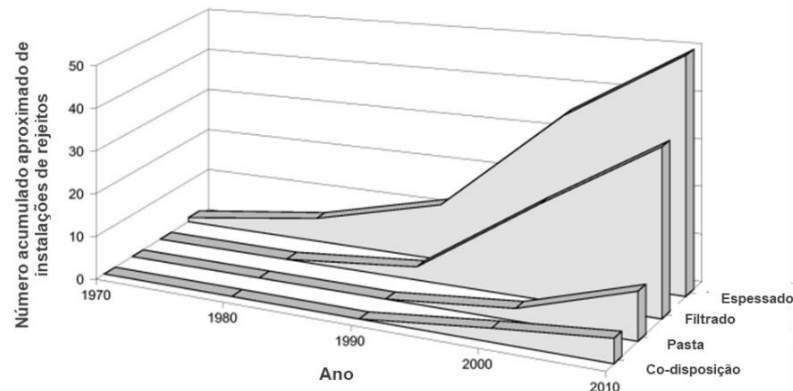


Fonte: Dados internos, 2020.

### 3.4 FILTRAGEM

Davies (2011) avaliou a tendência da disposição de rejeitos desaguados na mineração e observou que a disposição em formas de polpas espessadas, destinadas a barragens, é a técnica mais comum nas empresas. De acordo com seu estudo existiam mais disposição de rejeitos espessados do que disposição de rejeito filtrado. Acredita-se que após os rompimentos de barragens em Minas Gerais na última década, as curvas mostradas na Figura 3 serão alteradas. A tendência é a diminuição de operações que fazem disposição de rejeitos na forma espessada em barragens e aumento do número de instalações que dispõem rejeitos filtrados, em pasta e em co-disposição, em substituição as práticas convencionais.

Figura 3 – Histórico da disposição de rejeitos desaguados na mineração



Fonte: Adaptado de, Davies, 2011.

Neste cenário, o processo de filtragem tem sido um método amplamente estudado, não só para o desaguamento de produtos concentrados, mas nos tempos atuais, para o desaguamento do rejeito final gerado nas instalações de tratamento de minério.

A premissa para o estudo da filtragem originou-se dos estudos de mecânica dos solos, através dos estudos feitos por Henry Darcy em 1830 com solos e areia. Tomando-se como ponto inicial a passagem de um líquido através de um meio poroso (torta) não compressível, Darcy descreveu uma relação empírica conhecida como Lei de Darcy, primeira avaliação quantitativa do fenômeno fluidodinâmico (NERY, 2013).

$$Q = \frac{K \Delta P A}{\mu L} = \frac{\Delta P A}{\mu R} \quad (1)$$

Onde,

Q - Fluxo do filtrado

K - Permeabilidade absoluta do leito

$\Delta P$  - Diferencial de pressão através da torta e do meio filtrante

A - Área filtrante

$\mu$  - Viscosidade do filtrado

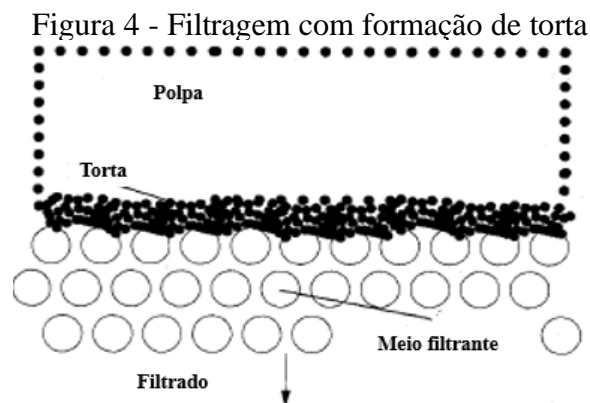
L - Espessura do meio filtrante

$R = K/L$  - Resistência oferecida ao fluxo de filtrado

Infere-se através da equação da Lei de Darcy que a velocidade de filtração, definida como o volume de filtrado que percorre o elemento filtrante é diretamente proporcional à área de filtração, a permeabilidade do leito e a pressão aplicada e inversamente proporcional a espessura da torta e a viscosidade do filtrado (GUIMARÃES, 2011).

O processo de filtração, empregado em usinas de beneficiamento de minério, é definido como sendo parte da operação unitária da separação sólido-líquido dos sólidos contidos em uma suspensão aquosa, mediante a passagem do líquido através de um meio poroso que retém as partículas sólidas. O líquido é denominado como filtrado, e o sólido retido, torta (CHAVES, 2013).

Luz, França e Braga (2018) descrevem o processo de formação da torta em duas formas distintas: “na primeira, a colmatação, a polpa percola uma matriz porosa rígida que retém as partículas sólidas. Na segunda, estas partículas se acumulam no exterior do meio filtrante, resultando na formação de um leito de partículas – a torta” (Figura 4).



Fonte: Adaptado de Rushton, Ward e Holdin, 1996.

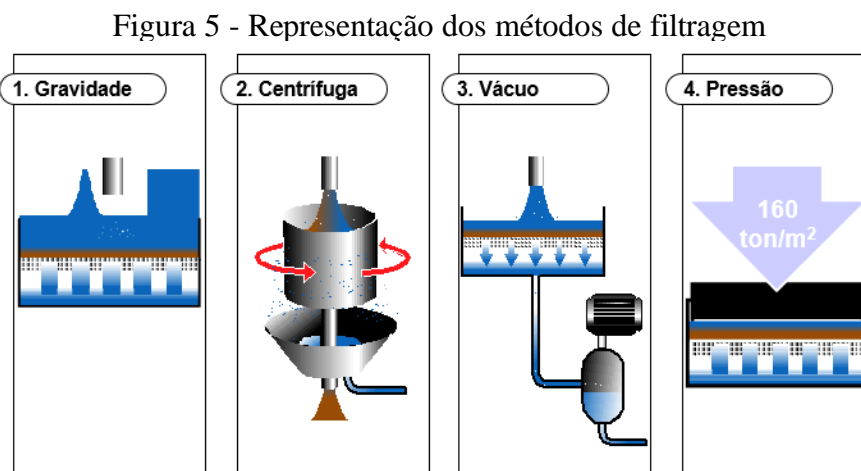
Ainda de acordo com Luz, França e Braga (2018) pode-se estabelecer uma teoria para a filtração, considerando:

- a) o filtrado escoar por entre dois meios porosos em série, que são o meio filtrante que retém as partículas sólidas no início da operação, e pela própria torta;
- b) a torta sofrer um aumento da espessura ao longo da operação pelo aporte de partículas sólidas;
- c) as propriedades da torta dependem da posição em relação ao meio filtrante e do tempo de filtração.

Para o processo de filtração é necessário que haja uma pressão incidente sobre as partículas e sobre o meio filtrante. A filtração pode ser feita pela pressão hidrostática do líquido sobre o meio filtrante, denominada filtração por gravidade, ou por ação de uma força externa. Neste caso, costuma-se distinguir os seguintes métodos (OLIVEIRA e LUZ, 2007):

- a) filtração a vácuo, em que é criada uma pressão negativa abaixo do meio filtrante;
- b) filtração sob pressão, em que uma pressão positiva é aplicada do lado da torta;
- c) filtração centrífuga, em que se utiliza a força centrífuga para a passagem do líquido;
- d) filtração hiperbárica, onde se combina a ação de vácuo e pressão;
- e) filtração capilar, em que são utilizados meios cerâmicos porosos.

Na Figura 5 é apresentado os principais métodos de filtração:



Fonte: Adaptado de Larox Corporation, 2006.

### 3.4.1 Mecanismos de filtração

Existem algumas equações que tentam descrever e quantificar o processo de filtração, porém não são conclusivas nem descrevem por completo o processo. Entretanto, o tratamento teórico é uma importante ferramenta para a interpretação, correlação e compreensão no acompanhamento dos resultados de operações industriais e ensaios empíricos (CHAVES, 2013).

Muitas são as variáveis que afetam o desempenho do processo de filtração. Guimarães (2011) apresenta quatro categorias com variáveis que afetam a velocidade de filtração (volume de filtrado que atravessa o meio filtrante na unidade de tempo) que estão relacionadas ao sólido, a torta/filtrado, a polpa e ao tipo de equipamento, apresentado no Quadro 1.

Quadro 1- Variáveis que afetam a velocidade da filtração

Sólido	Torta/Filtrado	Polpa	Equipamento
Área superficial específica ( <i>Blaine</i> )	Espessura da torta	Taxa de alimentação	Ciclo
Distribuição granulométrica	Porosidade do leito	Porcentagem de sólidos	Nível de vácuo/sopro/pressão
Forma geométrica	Permeabilidade do leito	Temperatura	Meio filtrante
Propriedades de superfície	Viscosidade do filtrado	Viscosidade	Geometria dos componentes
Massa específica	-	Adição de reagentes auxiliares	Nível de agitação

Fonte: adaptação de Guimarães, 2011.

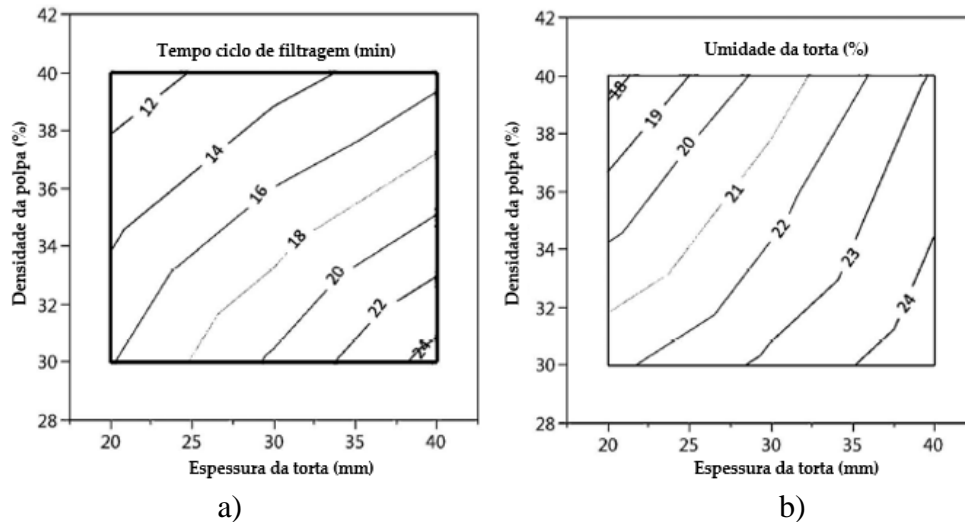
Dentre as variáveis citadas acima, segue de forma resumida as que serão analisadas neste estudo, revisando as contribuições da literatura sobre o efeito desses parâmetros.

#### 3.4.1.1 Tempo de ciclo

Tripathy *et al.* (2019) analisaram o efeito das variáveis tempo de ciclo de filtração e umidade da torta, considerando a densidade de polpa e a espessura, sobre a capacidade de um sistema de filtração prensa de um filtro placa e quadro. Para uma polpa de rejeito do beneficiamento do minério de cromita desaguada em filtro prensa (Figura 6) observa-se que, a densidade da polpa

tem papel significativo no tempo de ciclo e umidade da torta. Quanto menor o tempo de ciclo alcançado, menor a espessura da torta e maior a densidade da polpa, Figura 6 (a), semelhante tendência vista para a umidade, Figura 6 (b).

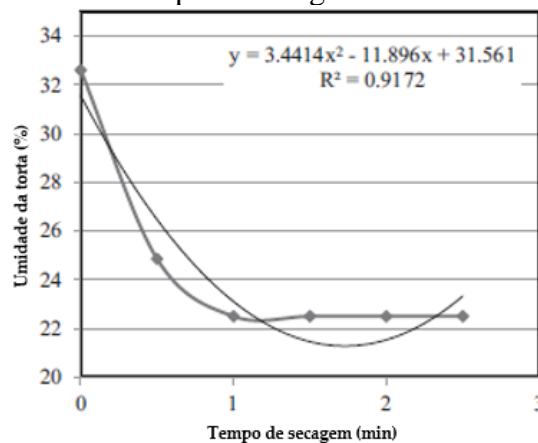
Figura 6 – Relação tempo de ciclo e umidade na performance da filtragem prensa



a) Fonte: Adaptado de Tripathy *et al* (2019)

Considerando a operação, também foi analisado o tempo de secagem, uma variável importante para a filtragem prensa. O tempo mínimo necessário para a secagem da torta com 22,3% de umidade foi de 60 segundos. Os autores também equacionaram a influência do tempo de secagem na umidade da torta (Figura 7).

Figura 7 – Efeito do tempo de secagem na umidade da torta

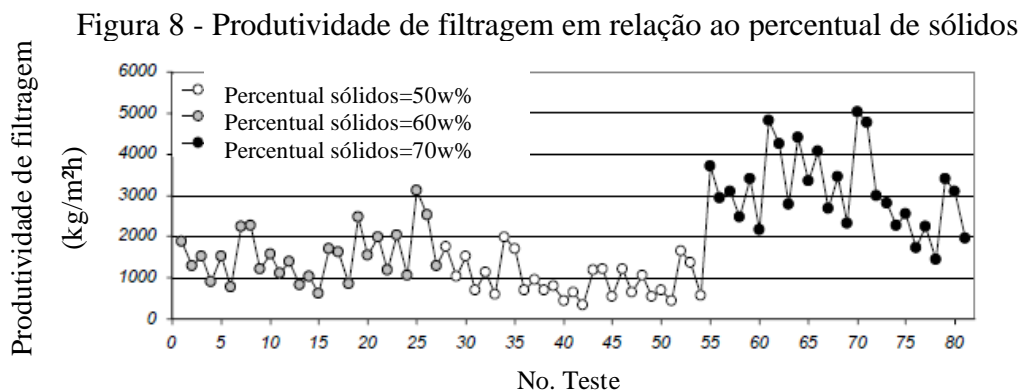


Fonte: Adaptado de Tripathy *et al* (2019)

### 3.4.1.2 Porcentagem de sólidos

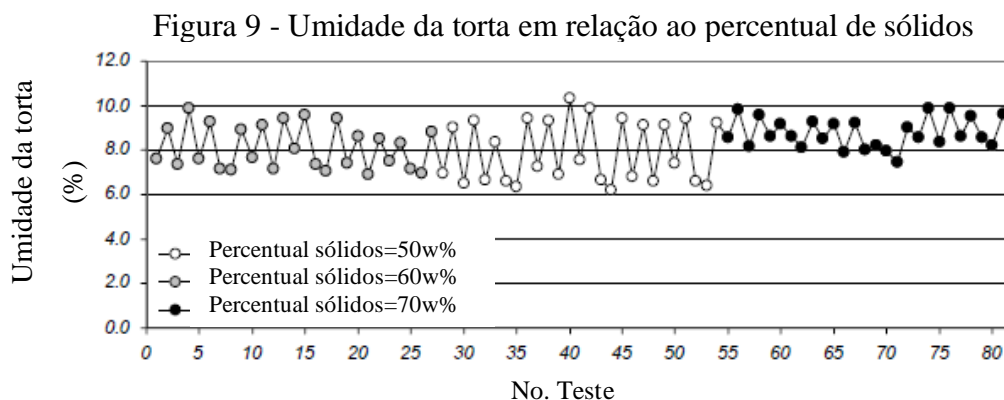
Quanto maior a densidade da polpa, maior a taxa unitária de filtragem e menor a velocidade de filtragem (CHAVES, 2013). Devido a espessura da torta formada, menor volume de água é retirado.

Avaliando o desempenho da filtragem cerâmica de concentrados de minério de ferro através da influência de algumas variáveis de processo Hakkinen e Ekberg (2009), observaram o aumento da capacidade de filtragem com o aumento do percentual de sólido (Figura 8). Foram realizados 81 testes, com percentual de sólidos de 50%, 60% e 70%. A produtividade dos testes de filtragem variou de 350 kg/m<sup>2</sup>h a 5000 kg/m<sup>2</sup>h. Os maiores valores de produtividade foram encontrados nos testes com alta concentração de sólidos (70%).



Fonte: Adaptado de Hakkinen e Ekberg, 2009.

Para esta mesma variável foi identificado também, um aumento na umidade residual à medida que se elevou a porcentagem de sólidos (Figura 9). Os resultados de umidade residual variaram entre 6,2% a 10,3%, sendo os maiores valores para os testes com maior concentração de sólidos.

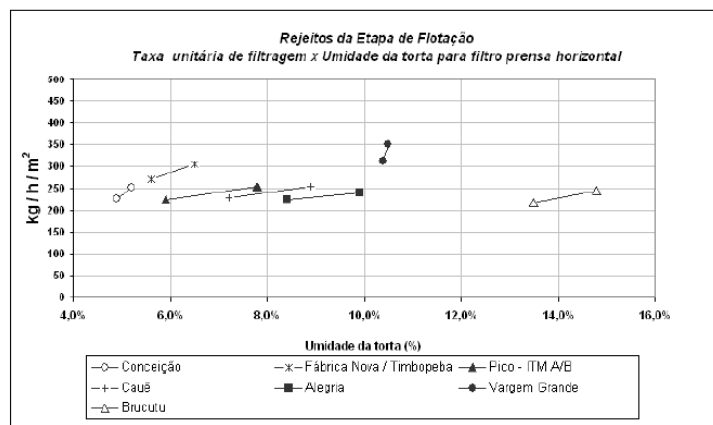


Fonte: Adaptado de Hakkinen e Ekberg, 2009.

### 3.4.1.3 Área superficial específica

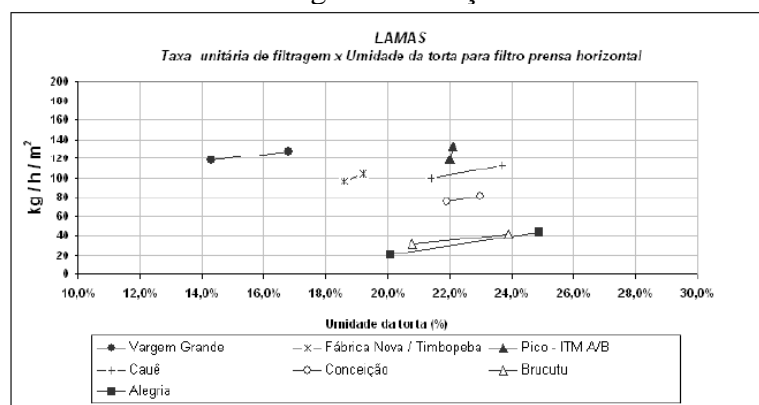
Guimarães (2011) comparou tecnologias de filtragem aplicáveis ao rejeito de minério de ferro. Foi realizado testes de filtragem prensa com rejeito da flotação e lama de diferentes minas. Para os rejeitos de flotação (Figura 10) o índice de *Blaine* esteve entre 434 cm<sup>2</sup>/g a 730 cm<sup>2</sup>/g, e para as lamas (Figura 11) o valor da área superficial específica apresentou grande diferença, de 4712 cm<sup>2</sup>/g a 13149 cm<sup>2</sup>/g. Considerando os valores da área superficial dos rejeitos da flotação, obteve-se boa produtividade a baixas umidades da torta, ao contrário do apresentado na avaliação das lamas.

Figura 10 - Taxa unitária de filtragem em função da umidade da torta dos rejeitos de flotação



Fonte: Guimarães, 2011.

Figura 11 - Taxa unitária de filtragem em função da umidade da torta das lamas



Fonte: Guimarães, 2011.

Observa-se ainda na Figura 11 que para as lamas, o aumento da área superficial específica promoveu elevação no teor de umidade residual devido à redução na capacidade do sistema de filtragem. Tal observação é coerente com a lei de Darcy que explica que o fluxo do filtrado



diminui com o aumento da superfície específica, dificultando o desaguamento devido a permeabilidade do leito.

### 3.5 FILTRAGEM SOB PRESSÃO

A filtragem de pressão é definida como um meio de filtragem superficial no qual o líquido é conduzido através do meio filtrante por pressão hidráulica ou mecânica, maior do que a pressão atmosférica (SVAROVSKY, 2000).

O modelo mais simples, de aplicação industrial, que realiza a filtragem de pressão é o filtro prensa. Ele é caracterizado por utilizar a pressão positiva como força atuante na filtragem e por sua operação descontínua, isto é, sua operação ocorre em bateladas. Os tempos de formação da torta, secagem da torta e lavagem da torta, são ajustados de acordo com as necessidades do processo.

Segundo Amarante (2002) a filtragem prensa possui aplicações específicas para materiais finos, inclusive para a faixa de 0  $\mu\text{m}$  a 10  $\mu\text{m}$ . Porém, atualmente, diversos fabricantes vêm ofertando filtros que, embora ainda operem em batelada, possuem operação rápida, eficiente e segura, devido ao elevado grau de automação do processo, sendo aos poucos, incorporado ao mercado de mineração de minério de ferro.

Fiscor (2010) analisou o desenvolvimento no campo do processo de filtragem e destacou o investimento e estudos em modelos de filtros prensas para o atual mercado minerário devido aumento na produção de rejeito, principalmente em frações mais finas. Sua operação não está relacionada somente ao aspecto da recuperação da água, recurso cada vez mais escasso e de elevado custo para a indústria, mas de forma a assegurar o tratamento dos rejeitos para a disposição final com a mitigação dos riscos e a diminuição dos impactos ambientais.

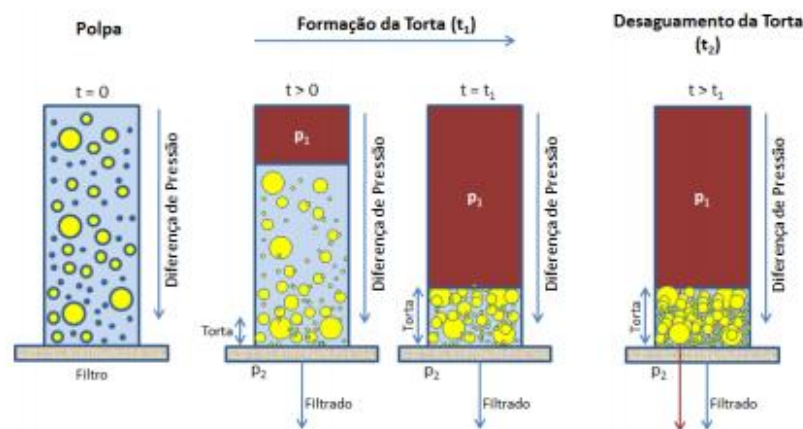
Algumas das vantagens dos filtros de pressão são (TAVARES, 2005):

- a) maior taxa de filtragem, resultante do emprego de altas pressões, o que permite realizar operações consideradas difíceis para os outros tipos de filtros;
- b) elevada área de filtragem por unidade de área física ocupada na usina;
- c) teores de umidade da torta inferiores àqueles obtidos em filtros a vácuo.

Os filtros prensas possuem placas arranjadas de formas alternadas, mais comumente usadas na vertical, porém também podem ser horizontalizadas, onde são colocados os tecidos (meios filtrantes). A compressão entre o conjunto placa-tecido ajuda a prevenir vazamentos. Um espaço é formado em cada par de placa onde a torta é constituída. A polpa de alimentação é bombeada para dentro do filtro pelos orifícios de alimentação e a introdução da pressão é realizada. O filtrado passa através do tecido devido à pressão e flui por gravidade para a parte inferior onde é recolhido por canais contínuos. A torta formada é descarregada a partir do descolamento do meio filtrante (CHAVES, 2013).

Gadelha e França (2015) descrevem as seguintes etapas para a formação da torta (Figura 12): em  $t = 0$  a polpa entra em contato com filtro e é submetida a uma determinada queda de pressão  $\Delta P$ . Em  $t_1$  inicia-se o escoamento da água através do meio filtrante, dando início a etapa de formação da torta. Quando  $t = t_1$  a película de água na superfície da torta desaparece e a água está presente apenas nos espaços vazios entre as partículas agregadas. A filtragem continua até o tempo  $t_2$ , que é a etapa de desaguamento, onde há a máxima compactação das partículas e remoção de água, que está relacionada à redução da umidade da torta. Quando não há mais água entre os poros das partículas, ocorre a descarga de ar através dos poros.

Figura 12 - Etapas de formação de torta na filtragem sob pressão



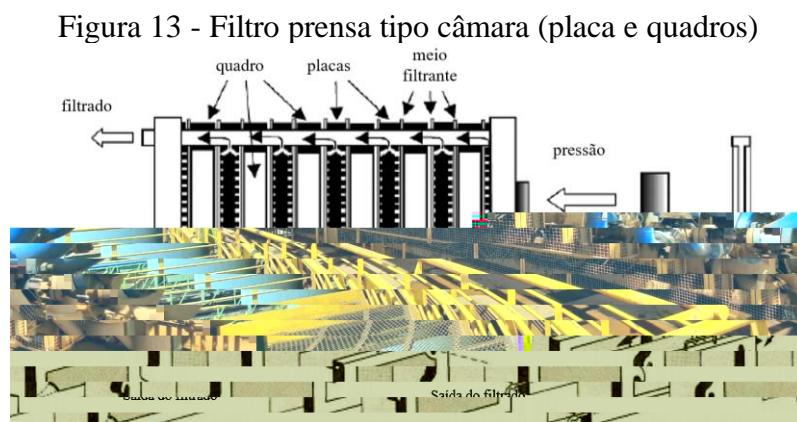
Fonte: Gadelha e França, 2015.

### 3.5.1 Tipos de filtros prensas

#### 3.5.1.1 Filtro pensa horizontal com placa tipo câmara

### 3.5.1.1.1 Placas e quadro

O filtro prensa horizontal com placa tipo câmara (Figura 13) é um equipamento relativamente simples. Formado por uma série de placas de filtro montadas verticalmente uma ao lado da outra entre duas placas terminais, uma fixa e a outra móvel horizontalmente de modo a fechar as placas juntas. Na prensagem do filtro, a câmara é criada por meio de dois componentes: uma placa coberta pelo meio filtrante e o quadro ao redor da parte externa da câmara, que cria o espaço no qual a torta é formada, visto na Figura 14 (SUTHERLAND,2008).



Fonte: Adaptado de Gupta e Yan, 2006.

Figura 14 - Montagem placa e quadro

Fonte: Adaptado de material de aula, UFSC,2020.

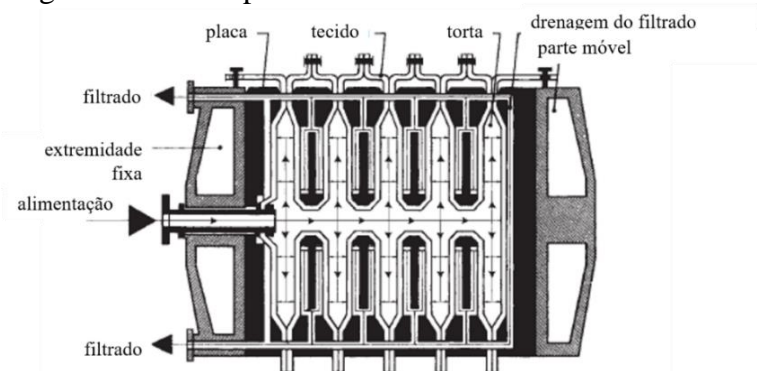
A superfície da placa de descarga apresenta canais de vazão para que o líquido de filtrado atravesse até o ponto de descarga.

Em algumas instalações a descarga dos filtrados individuais, por placa, pode ser controlada. Isso possibilita o controle de uma placa específica, suspeita de estar com defeito e provavelmente descarregando um filtrado turvo ou com sólidos no fluxo, que pode ocorrer devido a uma ruptura do meio filtrante e precisa estar isolado (GUPTA e YAN, 2006).

### 3.5.1.1.2 Câmara embutida

O primeiro desenvolvimento da estrutura básica da filtração prensa com placas e quadros foi substituído por um único conjunto de placas câmaras (Figura 15). Esses filtros usam placas embutidas que, quando fixadas juntas, formam câmaras. O espaçamento entre elas pode ter até 25 mm. Ao comprimir as placas, ele forma sua própria estrutura e permite uma torta mais espessa do que o filtro de placas e quadros (GUPTA e YAN, 2006).

Figura 15 - Filtro prensa horizontal com câmara embutida



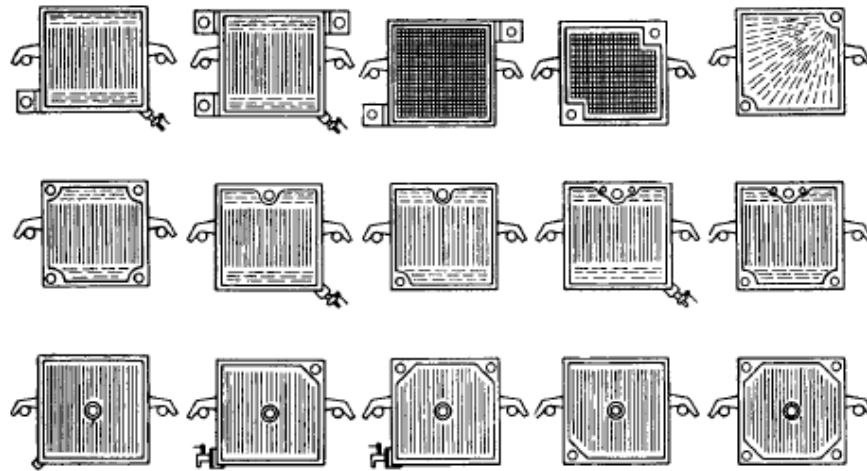
Fonte: Sutherland, 2008.

A maior parte dos filtros prensa do mercado, de placas e quadro, vem sendo substituída por filtro de placa com câmara embutida por permitir o uso de pressões de filtração mais altas (SUTHERLAND, 2008).

Os filtros de placa embutidas são preferidos quando a torta não é muito permeável, por exemplo, tortas produzidas em pastas de filtração com argilas finas excessivas, ou polpas metalúrgicas, como nas indústrias de ferro e alumina, onde os hidróxidos devem ser filtrados (GUPTA e YAN, 2006).

As placas originalmente eram feitas de madeiras, agora são fabricadas de uma variedade de materiais, incluindo aço revestido de borracha e plástico moldado, e estão disponíveis em diversos tamanhos, de 15 cm<sup>2</sup> até a 2 m<sup>2</sup>, instalados em até 100 ou mais em uma prensa. São normalmente quadradas, com entrada e saída no centro, ou nos cantos (Figura 16). Isso dá a possibilidade de a alimentação ser feita pelo centro ou na parte superior, assim como na base. A alimentação por dois pontos também é possível para se garantir uma boa distribuição (SUTHERLAND, 2008).

Figura 16 - Modelo de placas para filtro prensa com câmara embutida

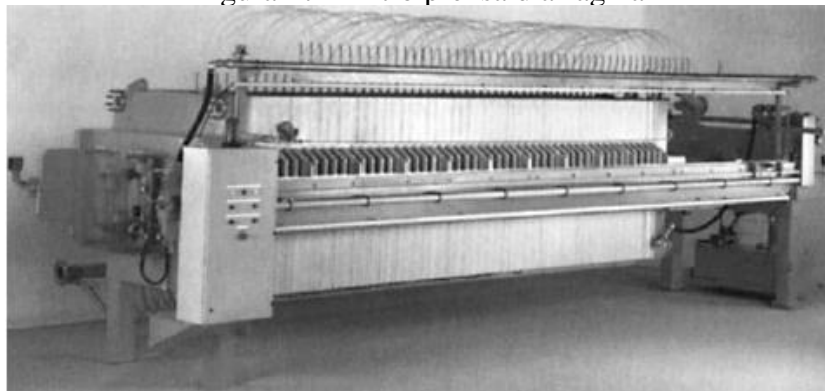


Fonte: Sutherland, 2008.

### 3.5.1.2 Filtro prensa horizontal com placa tipo diafragma

O filtro prensa com placas tipo diafragma, ou conhecido como filtro prensa de membrana (Figura 17), é composto por placas individuais intercaladas entre câmara e diafragma, sendo o diafragma revestido por um elastômero impermeável, formando um conjunto de placas mistas.

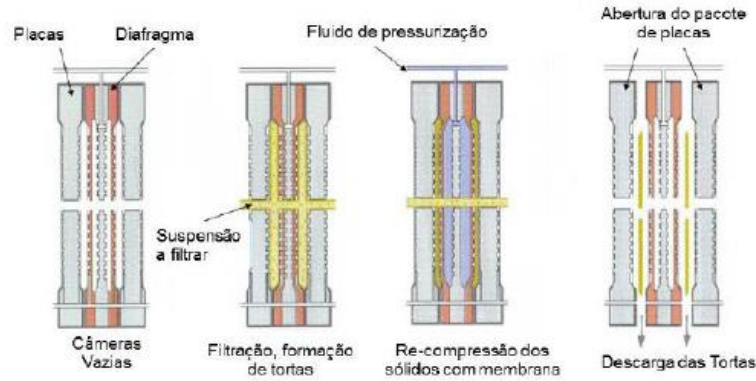
Figura 17 - Filtro prensa diafragma



Fonte: Sutherland, 2008.

Após enchimento das câmaras com a polpa, as bombas de alimentação são desligadas e as membranas pressurizadas (inflados) hidráulicamente, ou por ar comprimido, a fim de retirar o maior volume de filtrado progressivamente por compressão. Ao finalizar o tempo de pressurização ocorre a despressurização dos diafragmas com posterior descarga das tortas (SILVA, 2016), conforme ciclo representado na Figura 18.

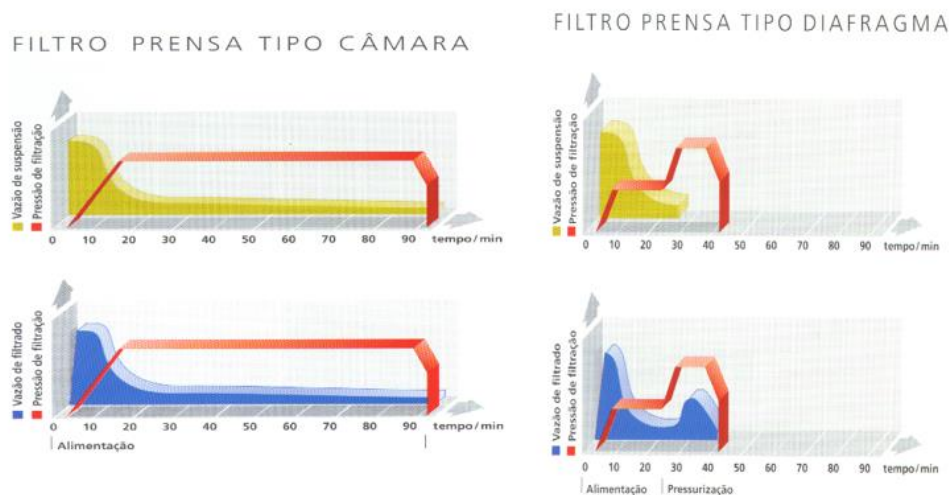
Figura 18 - Ciclo de operação filtro prensa diafragma



Fonte: Silva, 2016.

Com o sistema de diafragma, o processo de filtragem se reduz no tempo. A Figura 19 traz o comparativo entre as operações do filtro prensa câmara e filtro prensa diafragma.

Figura 19 - Comparativo entre filtro câmara e filtro diafragma

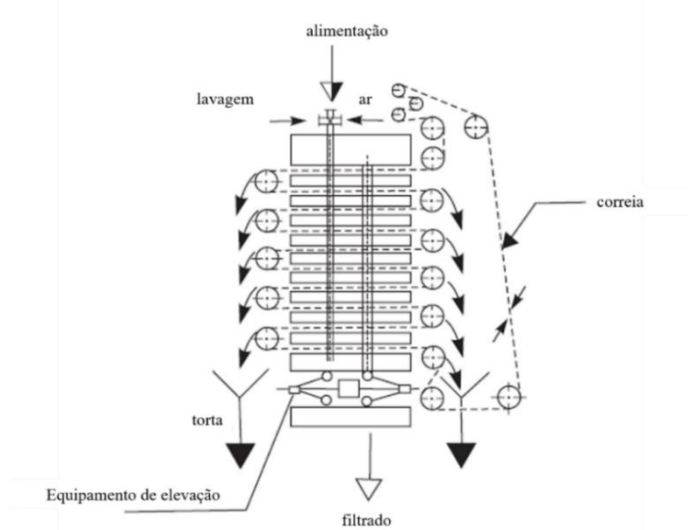


Fonte: Andritz, 2020.

### 3.5.1.3 Filtro prensa vertical

O filtro prensa vertical (Figura 20) possui placas embutidas montadas horizontalmente uma após a outra. Esse projeto oferece operação semi-contínua, economia de espaço e fácil limpeza do tecido filtrante, porém, permite apenas a face inferior de cada câmara para ser usada para a filtragem. O filtro normalmente possui um tecido sem fim, passando intermitente entre as placas através de rolos. A desvantagem é que se o tecido for danificado todo ele deverá ser substituído, o que é um processo difícil. Com isso, a direção do filtro a cada operação é invertida tendendo a manter o tecido limpo (SVAROVISK, 2000).

Figura 20 - Representação filtro prensa vertical



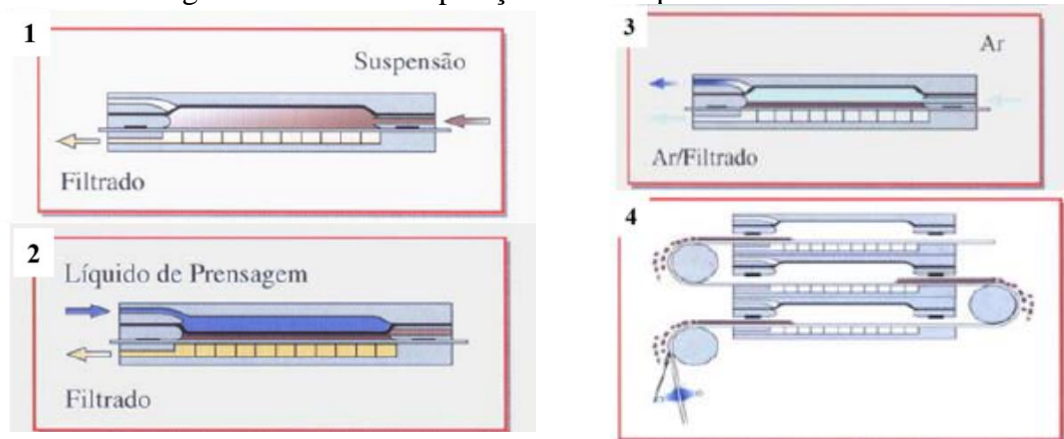
Fonte: Adaptado de Svarovisk, 2000.

Como a altura da prensa vertical dificulta a manutenção, o número de câmaras é restrito, geralmente 20, com no máximo 40, com filtros de área até 32 m<sup>2</sup> (SVAROVISK, 2000).

O ciclo operacional da prensa vertical compõe-se das seguintes etapas, conforme Figura 21 (CHAVES, 2013):

- a) com as placas fechadas, bombeia-se a polpa a filtrar para elas, até enchê-la completamente, alguma água é filtrada como resultado da pressão;
- b) mantendo-se a placa pressurizada, um diafragma entre a placa superior e a tela é cheio com fluido hidráulico, comprimindo a torta. A água é descarregada pela pressão aplicada, como no filtro prensa horizontal;
- c) o diafragma é recolhido e um fluxo de ar é soprado através da torta, para obter desaguamento adicional;
- d) as placas são aliviadas e a tela move-se para frente, descarregando a torta.

Figura 21 - Ciclo de operação filtro de pressão vertical



Fonte: Adaptado de Tavares, 2005.

Como são várias bandejas, cada uma delas descarrega metade da torta para cada lado do filtro.

A pressão de operação durante a alimentação da suspensão é de 8 bar, e durante a compressão da torta, 16 bar (OLIVEIRA e LUZ,2007).

De acordo com Araújo JR. (2014) *apud* Sutherland (2008), os filtros prensas de placas horizontal têm princípio de funcionamento igual ao dos filtros de placas verticais, com a vantagem de introduzir a gravidade como uma força motriz. Além disso, as tortas formadas no interior das placas são uniformes e livres de trincas.

### 3.5.2 Aplicação do filtro prensa na Ferro+ Mineração S/A

O projeto de filtragem do rejeito com filtro prensa da Ferro+ Mineração S/A é composto por 02 filtros prensas diafragma idênticos, modelo HGMZFQ800/2000-UI, do fabricante Jingjin com 800m<sup>2</sup> de área cada. Contém 129 placas (de 2m x 2m) e taxa de produção de cerca de 100t/h. Essa filtragem, apresentado nas Figuras 22 e 23 respectivamente, é responsável pelo processamento de mais de 1 milhão de toneladas por ano de rejeito com umidade média de 18% em massa.



Figura 22 - Unidade da filtragem de rejeito Ferro+



Fonte: Autora, 2020.

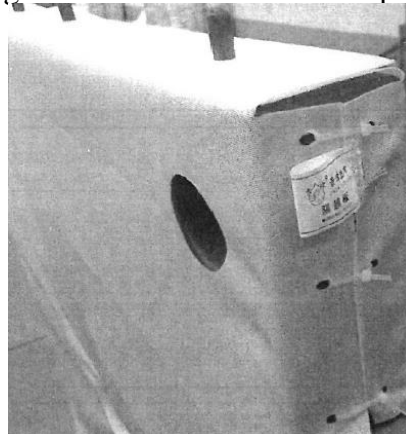
Figura 23 - Filtro prensa diafragma



Fonte: Autora, 2020.

O filtro prensa diafragma da Jingjin possui suas placas dispostas ordenadamente sobre o suporte principal e os tecidos filtrantes presos em cada lado das placas (Figura 24).

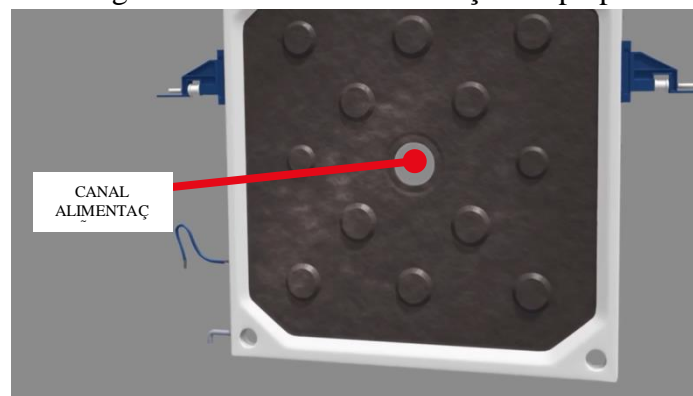
Figura 24- Tecido instalado na placa



Fonte: Manual de operação JingJin, 2020.

Após a pressurização das placas pelo pistão hidráulico com 14 Mpa de pressão, ocorre a alimentação da polpa pelas duas extremidades do filtro pelo ponto central das placas (Figura 25), garantindo assim uma boa distribuição da polpa. Devido à grande extensão do equipamento, essa operação auxilia na otimização do tempo de filtragem. O enchimento das câmaras acontece a uma pressão de filtragem de 8 bar, iniciando o processo de separação sólido-líquido.

Figura 25 - Canal de alimentação de polpa



Fonte: Manual de operação JingJin, 2020.

Após as câmaras cheias, é acionado por 100 segundos o diafragma nas membranas (tempo de prensagem), por ar comprimido a uma pressão de 12 bar, finalizando o processo de secagem da torta e máxima recuperação de água (Figura 26).

Figura 26 - Filtrado do filtro prensa



Fonte: Autora, 2020.

Finalizado o ciclo de filtragem, tem-se o sopro de limpeza do núcleo (canal de alimentação da polpa) por 10s, para evitar obstrução do canal por material residual, e após, a despressurização

das placas. Com o auxílio de um carrinho puxa-placas (Figura 27) (as quais são abertas em conjunto de 4 unidades por vez) as tortas formadas nas câmaras são descarregadas para o transportador de correia.

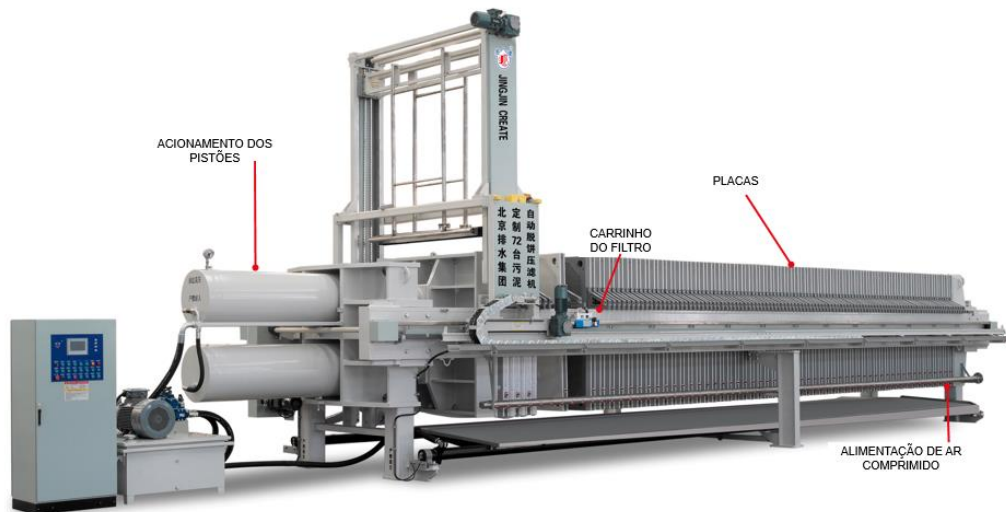
Figura 27 - Operação carrinho puxa-placa



Fonte: Autora, 2020.

A Figura 28 representa os mecanismos operacionais do filtro prensa diafragma Jingjin.

Figura 28 - Mecanismos operacionais do filtro prensa Jingjin



Fonte: Manual de operação Jingjin, 2020.

O quadro externo das placas é feito de polipropileno (PP) devido elevada resistência e a parte interna da placa, a câmara de formação da torta, é aplicado polietileno (PE). Devido seu desempenho mecânico e químico estável e bom efeito de vedação ele deve ser capaz de suportar a pressão de ar usada para compressão final (diafragma) da torta.

## 3.6 ANÁLISE MULTIVARIADA DE DADOS

### 3.6.1 Conceitos iniciais

Santos (2019) *apud* Mingoti (2005), define a análise estatística multivariada de dados como um conjunto de métodos estatísticos utilizados em situações nas quais as variáveis são medidas simultaneamente, em cada elemento amostral.

Nos processos industriais, a estatística multivariada, consiste em um conjunto de métodos e técnicas estatísticas que visam o entendimento das variáveis que influenciam o processo através da avaliação de um conjunto de características. Leva-se em consideração as correlações existentes que sintetizam a informação original dos dados em um nível de significância conhecido (PAIXÃO, 2017).

As técnicas multivariadas podem ser classificadas em técnica de dependência ou interdependência. Na utilização da técnica estatística multivariada de dependência é possível identificar uma variável, ou um conjunto de variáveis como dependente(s), a ser(em) prevista(s) ou explicada(s) por um conjunto de variáveis tidas como independentes (GOUVÊA, PREARA e ROMEIRO, 2012). O interesse está na determinação de modelos nos quais uma ou mais variáveis são dependentes do comportamento de outra(s) variável(is). Já na técnica estatística multivariada de interdependência, as variáveis são analisadas simultaneamente, estando todas em um mesmo patamar na relação (GOUVÊA, PREARA e ROMEIRO, 2012). O interesse está na inter-relação de muitas variáveis, a fim de ser possível avaliar associações (se forem não métricas) ou as correlações (se forem métricas) entre elas.

O R é um *software* estatístico livre que permite transcrever uma grande variedade de técnicas estatísticas de análise multivariada de dados através de uma linguagem de programação técnicas gráficas (R CORE TEAM, 2016).

### 3.6.2 Preparação e análise do banco de dados para aplicação de técnicas multivariadas

Antes da aplicação das técnicas multivariadas é importante realizar um estudo exploratório do banco de dados. É necessário conhecer a estrutura do conjunto dos dados analisados, as medidas de posição dos dados como os valores de máximo, mínimo, média e mediana.

Através do *boxplot* das variáveis é possível observar a variabilidade dos dados, identificando os valores extremos (*outliers*) em cada variável analisada, tendência central e a dispersão da distribuição. Entretanto, para a análise multivariada, é interessante observar os valores extremos levando em consideração todas as variáveis dos dados (OLLAKKA, RUUSKA e TASKILA, 2016). Sendo identificado a existência de *outliers* multivariados, uma das técnicas aplicada para a identificação e remoção destes dados do banco é a técnica da distância de Mahalanobis. É importante analisar cada *outlier* antes de sua remoção.

Na análise da distribuição das frequências, através do histograma, é possível identificar a distribuição de dados variáveis e verificar o formato. É necessário ainda, conhecer a covariância e correlação entre as variáveis do problema. O emprego de técnicas estatísticas multivariadas somente se justifica em bancos de dados que apresentem correlação entre as variáveis.

Além disso, testes devem ser realizados para determinar se o banco é adequado para aplicar determinada técnica estatística multivariada ou não. Os testes mais importantes são Teste de Esfericidade de *Bartlett* e Teste de normalidade multivariada. O teste de esfericidade de *Bartlett* deve ser feito antes da aplicação de qualquer técnica estatística multivariada para verificação da existência de correlações suficientemente significativas entre as variáveis. O teste de normalidade multivariada deve ser feito a fim de se verificar a normalidade multivariada dos dados (SANTOS, 2019).

#### 3.6.2.1 Identificação e remoção de *outliers* multivariados

Tendo em vista que os testes executados para o desenvolvimento deste estudo foram testes em escala industrial, dados discrepantes podem ser encontrados, gerados a partir de processo fora de controle e/ou interferências operacionais, durante a coleta de dados. Desta forma, para a identificação das amostras discrepantes no espaço multidimensional, foi utilizado um teste que utiliza a distância de Mahalanobis até o vetor de médias das observações. O teste segue uma distribuição qui-quadrado com  $p$  graus de liberdade, onde  $p$  é o número de variáveis (DRUMOND, ROLO e COSTA, 2018).

Considerando um intervalo de confiança de 95%, as amostras com distância de Mahalanobis ao vetor de médias acima do limiar determinado são analisados e removidos do banco de dados.

A distância de Mahalanobis é uma alternativa estatística para mensurar a distância entre variáveis linearmente correlacionadas. Ela pode ser definida como uma medida da distância de qualquer ponto P em uma distribuição multivariada normal D, generalizando a ideia de quantos desvios padrões, um ponto P, está distante da média de uma distribuição multivariada, D (DRUMOND, ROLO e COSTA, 2018).

### 3.6.2.2 Teste de Esfericidade de *Bartlett*

O teste de esfericidade de *Bartlett* é um teste estatístico para identificar a presença de correlações entre as variáveis. Ele fornece a significância estatística de que a matriz de correlação possui algumas variáveis com correlações significantes. (HAIR Jr *et al*, 2009). O teste consiste na comparação entre a matriz de correlação das variáveis e a matriz identidade (Equação 2) (SANTOS, 2019).

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{12} & \dots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \dots & \rho_{2p} \\ \rho_{a1} & \rho_{a2} & 1 & \dots & \rho_{ap} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \rho_{p3} & \dots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Em que:

$\rho_{ij}, i=1,2,\dots,p$  e  $j=1,2,\dots,p$  é a correlação entre as variáveis i e j,

p é o número de variáveis.

Como a hipótese básica parte do pressuposto que a matriz de correlações é igual a matriz identidade, temos que:

$H_0$ : R = I, não existe correlação suficiente para aplicação de técnica multivariada;

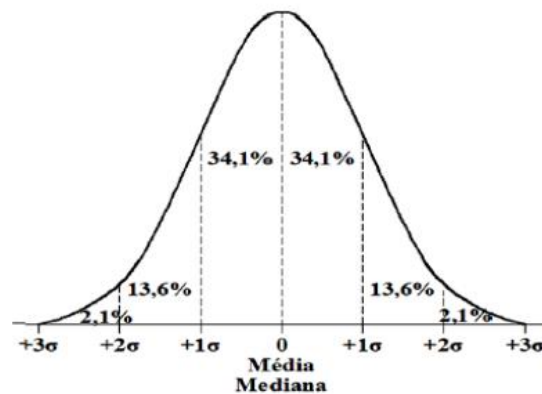
$H_a$ : R  $\neq$  I, existe correlação suficiente para aplicação da técnica multivariada.

Consideram-se correlações significativas na matriz de correlação, com 95% de confiança, o p-valor inferior a 0,05.

### 3.6.2.3 Teste de normalidade multivariada

A distribuição normal é uma das mais importantes distribuições de probabilidades da estatística, sendo representada por um gráfico simétrico em forma de sino (Figura 29). Quando a distribuição dos dados é normal a média se encontra no centro da distribuição, e esta possui o mesmo valor da mediana e da moda, devido à simetria da curva (LOPES, BRANCO e SOARES, 2013).

Figura 29 - Modelo de distribuição normal



Fonte: Lopes, Branco e Soares, 2013.

Existem testes para avaliar se a distribuição de um conjunto de dados adere à distribuição normal. De acordo com Lopes, Branco e Soares (2013), o teste de Shapiro-Wilk é, aparentemente, o melhor teste de aderência à normalidade multivariada. O teste de Shapiro-Wilk baseada na estatística  $W$  é definido de acordo com Equação 3 (YAMANAPPA *et al*, 2018).

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)})^2}{(\sum_{i=1}^n X_i - \bar{X})^2} \quad (3)$$

Onde:

$X_{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  representa os dados de uma variável, sendo os valores ordenados de uma amostra

$\bar{X}$  é a média amostral,  $\sum \frac{X_{(i)}}{n}$

$a_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  são os coeficientes lineares tabulados

Este teste fornece o parâmetro do p-valor, que pode ser interpretado como a medida do grau de concordância entre os dados. Dessa forma, seguem-se as seguintes hipóteses:

$H_0$ : p-valor  $> \alpha$ , a distribuição é aproximadamente normal;

$H_a$ : p-valor  $\leq \alpha$ , há evidências de que a distribuição não é normal.

### 3.6.3 Análise de componentes principais

A análise de componentes principais (ACP) é uma técnica multivariada de modelagem da estrutura de covariância (HONGYU, SANDANIELO e OLIVEIRA JR, 2016), aplicada a um conjunto de variáveis com o objetivo de reduzir sua dimensionalidade (ANJU e BANERJEE, 2012).

A técnica, tem como objetivo explicar a estrutura da variância e covariância de um vetor aleatório, composto por p variáveis aleatórias, por meio de combinações lineares das variáveis originais. Essas combinações lineares são chamadas de componentes principais e não são correlacionadas entre si (HONGYU, SANDANIELO e OLIVEIRA JR, 2016 *apud* SANDANIELO, 2008).

Seja a matriz de dados  $X_{n \times p}$  representada pelas p variáveis escalares em cada uma das n amostras, Equação 4:

$$X_{n \times p} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{np} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A partir desta matriz de dados, pode-se calcular a matriz de covariâncias amostrais ( $S_{p \times p}$ ). A matriz de covariâncias é simétrica e positiva definida, sendo representada na diagonal principal pela variância das variáveis, e os elementos fora da diagonal principal, representados pelas covariâncias entre estas variáveis.

As componentes principais (COMP) são estimadas com o propósito de reter, em ordem de importância, o máximo de informações, em termos da variação total contida nos dados (VARELLA, 2008). A primeira componente principal (COMP1) tem a maior variância possível, explicando a maioria das variações originais dos dados, a segunda componente principal explicará a maioria das variações que a COMP1 não poderia, e assim por diante (OLLAKKA, RUUSKA e TASKILA, 2016).



As COMP's estimadas são definidas por  $\hat{Y}_j$ , conforme Equação 5.

$$\hat{Y}_j = \hat{e}_{j1}X_1 + \hat{e}_{j2}X_2 + \dots + \hat{e}_{jp}X_p \quad (5)$$

Onde:

$j = 1, 2, \dots, p$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ , são os autovalores da matriz  $S_{p \times p}$

$\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_p$ , são os autovetores normalizados da matriz  $S_{p \times p}$

A análise agrupa os indivíduos de uma população segundo a variação de suas características. A técnica procura redistribuir a variação observada nos eixos originais de forma a se obter um conjunto de eixos ortogonais não correlacionados (VARELLA, 2008).

Para a técnica de análise das componentes principais não é necessário o teste de normalidade multivariada para verificação da aplicabilidade, podendo ser, portanto, aplicável a qualquer conjunto de variáveis, desde que essas sejam correlacionadas entre si. Além disso, a técnica pode ser aplicada somente em variáveis quantitativas e qualitativas ordinais (SANTOS, 2019).

### 3.6.4 Regressão linear múltipla

A regressão linear múltipla é uma técnica fundamental de predição. Devido sua robustez e simplicidade, tem sido amplamente utilizada em inúmeras disciplinas da ciência e engenharia, bem como em outros campos, como economia e negócios (LUU *et al*, 2021)

A técnica tem como objetivo obter uma relação matemática entre uma das variáveis estudadas (variável dependente ou resposta) e o restante das variáveis que descrevem o sistema (variáveis independentes ou explicativas). Sua principal aplicação, após encontrar a relação matemática, é ser usada na predição de resultados, por meio da regra estatística dos mínimos quadrados (SASSI *et al*, 2012).

O modelo de regressão linear múltipla com variáveis explicativas pode ser definido conforme, Equação 6:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Em que:

$y_i$  é a observação da variável dependente para o  $i$ -ésimo indivíduo;

$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$  é um vetor de observações das variáveis independentes para o  $i$ -ésimo indivíduo;

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$  é um vetor de coeficientes de regressão (parâmetros);

$\varepsilon_i$  é um componente de erro aleatório.

Assumem-se que esses erros são independentes e seguem distribuição normal com média zero e variância ( $\sigma^2$ ) desconhecida (COELHO-BARROS *et al*, 2008).

Um aspecto importante para a validação de um ajuste de regressão linear múltipla é a análise de resíduos, que mostra a significância do modelo e avalia as contribuições das variáveis regressoras. Deve-se ainda, realizar a análise de variância com o objetivo de comparar os modelos e avaliar a significância da regressão (SASSI *et al*, 2012).

A regressão linear múltipla testa a hipótese de que os coeficientes ( $\beta$ ) das variáveis são iguais ou diferentes de zero, ou seja, exercem ou não influência na variável dependente. A análise de variância é uma importante análise para a regressão múltipla. Segundo Rodrigues (2012), o objetivo inferencial consiste em avaliar se algumas das variáveis independentes podem ou não influenciar a variável resposta. Isto é, se o modelo ajustado é ou não significativo. Aplica-se o teste F (Equação 7), que é a soma dos quadrados médios da regressão (QMR) pela soma dos quadrados médios dos resíduos (QME). A estatística F pode avaliar vários coeficientes ao mesmo tempo para determinar qual das variáveis independentes possui poder de explicação no modelo.

$$F = \frac{QMR}{QME} \quad (7)$$

Em que:

$QMR = \frac{SQR}{k}$ ,  $SQR$  soma dos quadrados,  $k$  graus de liberdade;

$QME = \frac{SQE}{n-k-1}$ ,  $SQE$  soma dos quadrados,  $n - k - 1$  graus de liberdade.

Assim temos duas hipóteses, considerando um número  $n$  de variáveis preditoras:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$$

$$H_a: \beta_1 \neq 0; \beta_2 \neq 0 \dots; \beta_n \neq 0$$

Dessa forma, sob  $H_0$  a estatística de F segue uma distribuição  $F_{k,n-k-1}$ . A um nível de significância  $\alpha$ , rejeita-se  $H_0$  se  $F > F_{k,n-k-1}^{-1}(1-\alpha)$ .

O teste F pode também ser aplicado na análise de variância (ANOVA) para determinar se a variabilidade entre as médias de um grupo é maior que a variabilidade das observações dentro dos grupos.

Com o intuito de conhecer a influência das variáveis independentes sobre a dependente, é desejável obter resultados que rejeitem a hipótese nula ( $H_0$ ) pois, se coeficientes  $\beta$  das variáveis independentes forem nulos, estas não influenciarão a predição da variável dependente (MAZULO, 2015).

É importante ainda avaliar alguns pressupostos para atendimento das hipóteses básicas através da verificação da linearidade, normalidade dos resíduos, homoscedasticidade e multicolinearidade.

## 4 METODOLOGIA

O levantamento dos dados para a realização do estudo ocorreu em duas etapas: a primeira consistiu na pesquisa bibliográfica por meio da literatura que trata dos métodos propostos, abordando as principais teorias e pesquisas acerca do objetivo. Na segunda etapa construiu-se um banco de dados baseado em testes de filtração em filtro prensa diafragma industrial com rejeito fino (corte do hidrociclone em aproximadamente 40  $\mu\text{m}$ ). Analisou-se a influência das características físicas, químicas e mineralógicas dos rejeitos e das variáveis operacionais do equipamento no processo de desaguamento.

Neste capítulo serão descritos os métodos e equipamentos que foram utilizados para condução dos experimentos.

### 4.1 SELEÇÃO E OBTENÇÃO DAS AMOSTRAS

Os rejeitos, objetos desse estudo, foram processados na usina de tratamento mineral da Ferro+Mineração a partir das composições do *ROM* ofertado pela operação de mina. As amostras foram coletadas manualmente em um ponto instalado no tanque de condicionamento, o qual alimenta o filtro prensa industrial (Figura 30). Após a coleta das amostras realizaram-se análises químicas, físicas e mineralógicas.

Figura 30 - Tanque condicionamento da polpa de rejeito <40  $\mu\text{m}$



Fonte: Autora, 2020.

## 4.2 CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS

As amostras coletadas para a caracterização foram enviadas para análise externa na FRX SERVICE – Centro de Caracterização de Minerais e Materiais, e realizadas conforme seus procedimentos internos.

### 4.2.1 Caracterização química

Na análise química quantitativa, os teores de ferro, sílica, alumina, fósforo e manganês (Fe, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, P, Mn) e outros elementos foram determinados pelo espectrômetro de fluorescência de raios-X por dispersão de onda (WDS). O equipamento utilizado foi o espectrômetro Philips-PANalytical, modelo PW 2404, com tubo de anodo de ródio. 100g de cada amostra foi preparada pela técnica de fusão com fundente 49,5% Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub> + 49,5% LiBO<sub>2</sub> + 1% LiBr em máquina de fusão da Claisse M-4.

A perda por calcinação (PPC) foi determinado por calcinação de 1 g de amostra, em forno mufla, com duração de trinta minutos a 1000°C.

### 4.2.2 Caracterização física

Para as análises granulométricas foi utilizado o peneirador Granutest nas faixas de 75 µm e 45 µm. Para a fração menor que 45 µm foi realizada a análise granulométrica através do granulômetro a laser Malvern Mastersizer 3000.

A determinação da área superficial específica (ASE) foi realizada pelo método *BET single point* com o equipamento da marca Micromeritics, modelo TriStar II PLUS

### 4.2.3 Caracterização mineralógica

A identificação dos minerais presentes nas amostras foi determinada por difratometria de raios-X (DRX) em um difratômetro para amostras em pó, marca Philips-PANalytical, modelo PW 1710, utilizando o detector pontual com cristal monocromador de grafita, tubo de cobre. Utilizou-se o método de *Rietveld* para a análise semi-quantitativa das fases minerais.

#### 4.3 TESTES DE FILTRAGEM PRENSA DIAFRAGMA INDUSTRIAL

Realizaram-se testes de filtragem industrial durante 30 dias consecutivos. Para a realização dos testes foram definidas e consideradas as variáveis de controle operacional do equipamento de acordo com o real conhecimento sobre as dificuldades operacionais existentes.

De acordo com o planejamento do experimento, para investigação dos efeitos, foram consideradas 4 variáveis de entrada com pontos de máximo e mínimo, e o ponto central. No total foram especificadas 17 condições operacionais diárias para o equipamento.

A Tabela 1 apresenta as condições operacionais do filtro prensa diafragma, onde, **PAI**: Pressão de alimentação inicial do filtro (% rpm bomba); **PAF**: Pressão de alimentação final do filtro (% rpm bomba); **TP**: Tempo de pressurização (s) e **VF**: Vazão final (m<sup>3</sup>/h).

Tabela 1 - Condições das variáveis operacionais do filtro prensa para os testes industriais

CONDIÇÃO	PAI	PAF	TP	VF
S1	35	100	0	45
S2	35	80	0	45
S3	65	80	0	45
S4	65	100	0	45
S5	65	100	200	45
S6	65	80	200	45
S7	65	80	0	25
S8	35	80	0	25
S9	35	100	0	25
S10	35	100	200	25
S11	50	90	100	35
S12	35	100	200	45
S13	65	100	200	25
S14	65	80	200	25
S15	35	80	200	25
S16	35	80	200	45
S17	65	100	0	25

Máx	65	100	200	45
Centro	50	90	100	35
Min	35	80	0	25

Fonte: Autora, 2020.



A coleta das amostras das tortas foi realizada na transferência da correia transportadora para fim de cálculo de umidade (Figura 33).

Figura 33 – Local coleta de amostra torta filtrada



Fonte: Autora, 2020.

Durante cada ensaio de filtragem foram registradas as densidades ( $t/m^3$ ) da polpa de alimentação do filtro, o tempo de ciclo de operação (min) e a produção por ciclo (t). A produtividade ( $t/h/m^2$ ) foi calculada de acordo com medição da massa filtrada, em balança industrial incorporada sob a correia, em relação ao tempo de ciclo operacional de cada teste.

#### 4.4 DETERMINAÇÃO DA UMIDADE DA TORTA

A umidade da torta, expressa em base seca, é medida utilizando-se a massa úmida e a massa seca. Para obtenção da massa seca é utilizada uma estufa a  $100^{\circ}C \pm 5^{\circ}$ , até que seja observado peso constante da torta entre duas medidas sucessivas (ARAÚJO JR, 2014). O cálculo da umidade está representado na Equação 8.

$$U (\%) = \left( \frac{P_u - P_s}{P_s} \right) \times 100 \quad (8)$$

Onde,

U – umidade da torta (%).

P<sub>u</sub> – massa úmida da torta.

P<sub>s</sub> – massa seca da torta.



#### 4.5 DETERMINAÇÃO DA TAXA UNITÁRIA DE FILTRAGEM

A taxa unitária de filtragem (TUF) corresponde à produção em toneladas métricas seca de minério, por metro quadrado, em uma hora de filtragem. É a forma mais utilizada, dentro do meio acadêmico e industrial, para indicativo de produtividade de filtros (ARAÚJO JR, 2014). O cálculo dessa taxa pode ser obtido por meio da Equação 9.

$$TUF = \left( \frac{M}{TxA} \right) \quad (9)$$

Onde:

TUF- taxa unitária de filtragem.

M – massa seca da torta.

T – ciclo de filtragem, dado em horas.

A – área útil do setor de teste em m<sup>2</sup>.

## 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo segue apresentado os resultados da caracterização das amostras e dos testes industriais realizados no filtro prensa diafragma, e avaliados os resultados das análises estatísticas multivariadas realizadas. Com relação à aplicação das técnicas multivariadas de análise de dados, optou-se por dividir o banco de dados para melhor compreensão dos resultados obtidos.

Inicialmente, analisam-se as variáveis relacionada aos constituintes minerais das amostras e a sua distribuição em relação a área superficial específica. Depois foram analisadas as variáveis operacionais do filtro prensa diafragma.

### 5.1 AVALIAÇÃO DAS VARIÁVEIS RELACIONADA À ANÁLISE QUÍMICA E ÁREA DE SUPERFÍCIE ESPECÍFICA

#### 5.1.1 Análise química

Os resultados das análises químicas dos minerais majoritários das amostras de rejeito, coletadas diariamente na alimentação do filtro prensa diafragma, são apresentados na Tabela 2. A análise completa de todos os elementos presentes nas amostras encontra-se no ANEXO I.

Tabela 2 – Resultados análises químicas

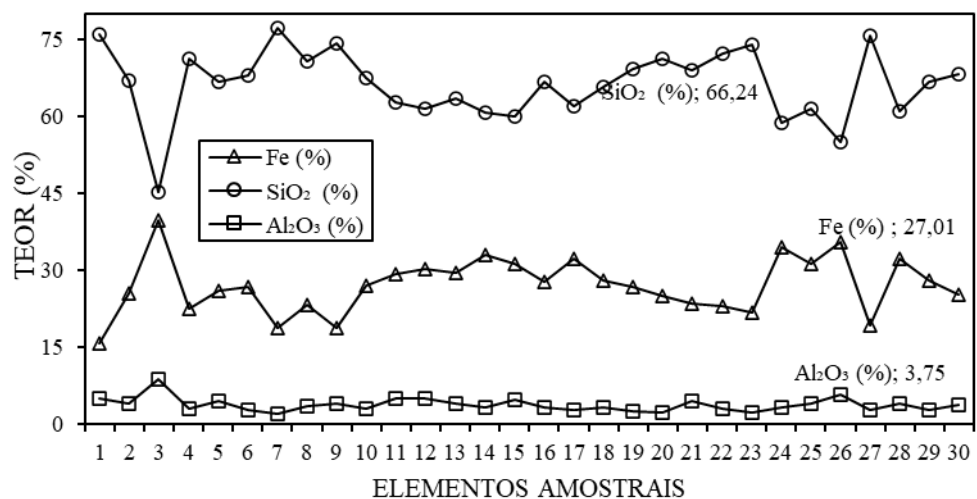
Amostras	Parâmetros		
	Fe (%)	SiO <sub>2</sub> (%)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)
1	15,64	75,84	4,99
2	25,44	66,87	3,90
3	39,77	45,21	8,81
4	22,48	71,21	2,99
5	25,92	66,64	4,59
6	26,70	67,89	2,74
7	18,74	77,02	2,12
8	23,32	70,62	3,46
9	18,63	74,21	3,91
10	27,01	67,44	2,97
11	29,27	62,57	4,89
12	30,11	61,47	5,00
13	29,58	63,31	3,99
14	32,99	60,64	3,37

15	31,09	60,02	4,77
16	27,74	66,64	3,20
17	32,17	61,95	2,71
18	28,05	65,67	3,17
19	26,80	69,15	2,54
20	25,00	71,20	2,21
21	23,58	68,99	4,54
22	22,85	72,04	3,09
23	21,63	73,89	2,26
24	34,46	58,78	3,16
25	31,12	61,47	4,08
26	35,47	55,00	5,75
27	19,31	75,69	2,87
28	32,24	60,91	3,97
29	28,07	66,67	2,76
30	25,16	68,08	3,68

Fonte: Autora, 2021.

De acordo com os resultados obtidos pela análise de fluorescência de raios-X, observa-se que os rejeitos gerados durante o período dos testes industriais possuem teor significativo para o elemento ferro (Fe) com 27,01% na média, seguido de sílica ( $\text{SiO}_2$ ) com 66,24% e alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) com 3,75%. Nota-se ainda que não houve grande variabilidade na composição química da maioria dos elementos amostrais, exceto a amostra 3 (Figura 34).

Figura 34 – Resultados dos elementos químicos majoritários nos rejeitos amostrados



Fonte: Autora, 2021.

Guimarães (2011) avaliando diferentes rejeitos não magnéticos (Figura 35) mostra variações nas composições químicas dos principais elementos constituintes no rejeito de minério de ferro com alto e baixo conteúdo metálico. Esses rejeitos possuem características até mesmo semelhante à deste estudo, se diferenciando na menor participação de alumina. Esses comparativos mostram a diversidade nas composições de rejeitos de minério de ferro, que dependem das características próprias das minas e a forma em que são processados.

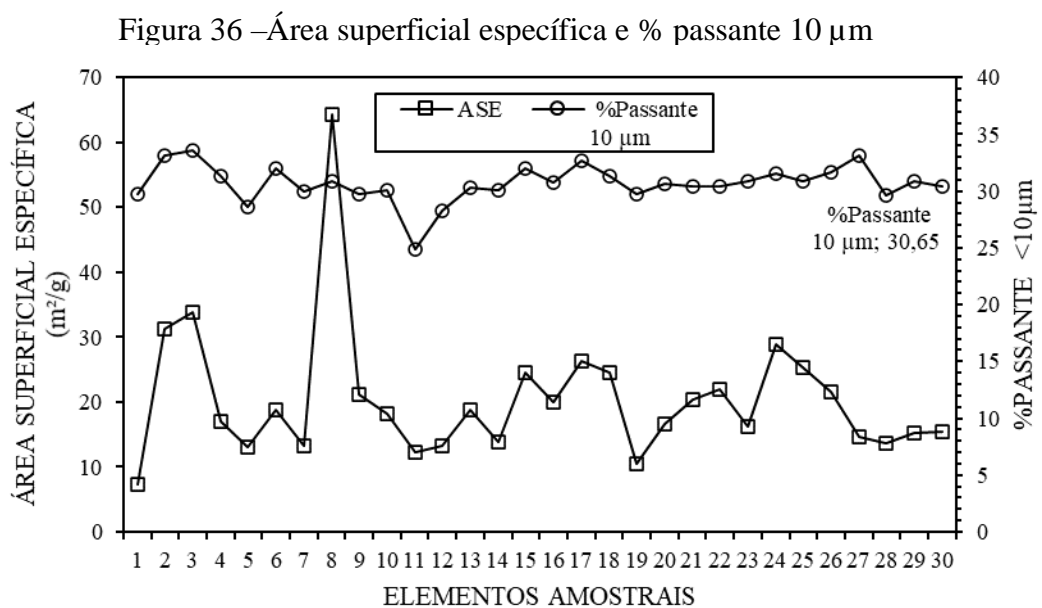
Figura 35 – Teores dos rejeitos não magnéticos em diferentes unidades de tratamento mineral

	Fe (%)	SiO <sub>2</sub> (%)	P (%)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	Mn (%)	PPC (%)
Alegria	13,18	79,44	0,022	0,44	0,036	0,95
Brucutu	36,70	45,41	0,028	0,90	0,012	1,54
Conceição	17,60	73,69	0,018	0,40	0,132	0,63
Cauê	24,19	63,90	0,007	0,79	0,086	0,32

Fonte: Guimarães, 2011.

### 5.1.2 Análise física

As características físicas relativas à área superficial específica (ASE) e a granulometria podem ser observadas na Figura 36.



Fonte: Autora, 2021.

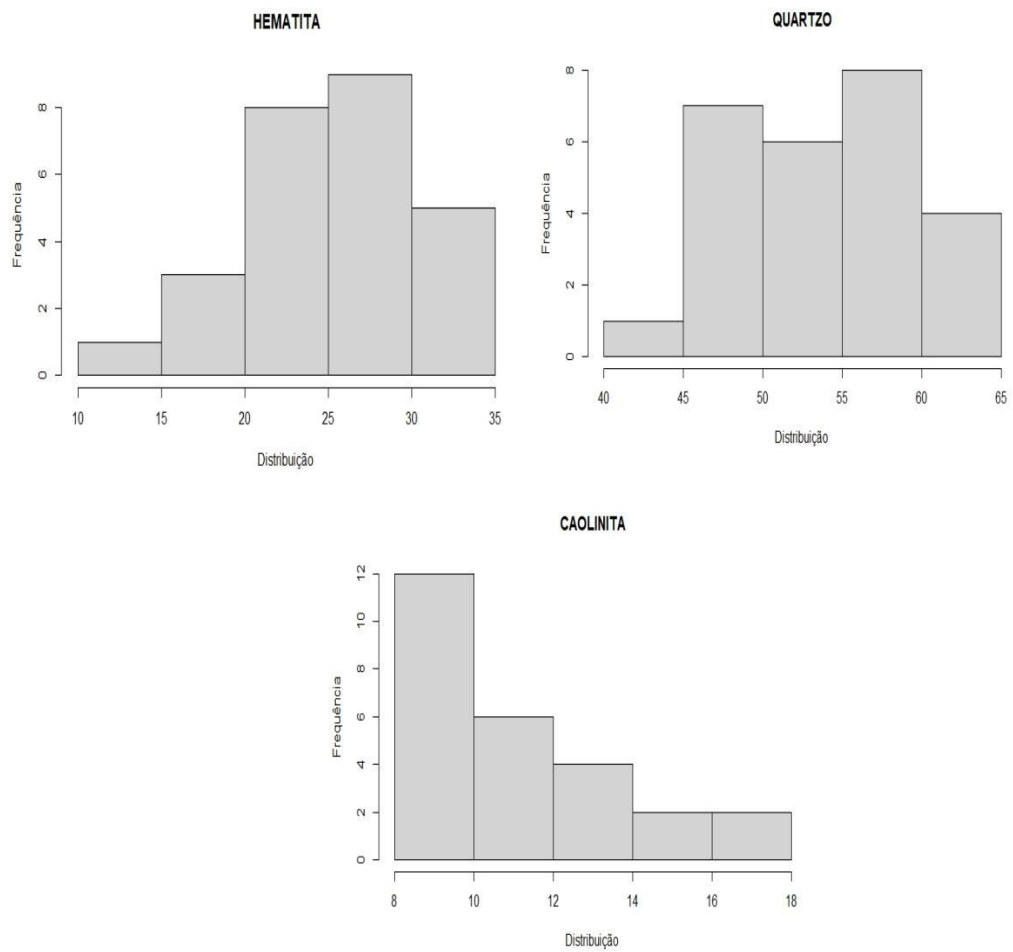
Constata-se que há uma regularidade na distribuição da massa passante em 10  $\mu\text{m}$ , porção caracterizada como lama, com média de 30,65%. Entretanto, quando analisada a área superficial específica nota-se uma grande variação diária, consequência da variabilidade da proporção dos constituintes minerais presentes nas frentes de lavras disponíveis para o processamento. Dessa forma fica evidente que a área superficial específica não possui relação com a análise de granulometria das partículas.

Avaliando a área superficial específica pode ser observado uma variável discrepante no elemento amostral 8, com valor de 64,3  $\text{m}^2/\text{g}$ . Não foi identificado na distribuição dos constituintes minerais, na distribuição granulométrica ou na qualidade química, algum parâmetro que justifique tal resultado. Pode-se caracterizar algum erro na amostragem, no preparo ou na medição. Sendo assim, esse dado *outlier* foi removido do banco de dados original para as análises estatísticas.

### **5.1.3 Identificação dos minerais**

A análise por difratometria de raios-X das amostras de rejeito coletadas durante os experimentos indicaram a presença em diferentes proporções, principalmente de hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), quartzo ( $\text{SiO}_2$ ), e caulinita ( $\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5 (\text{OH})_4$ ), veja a variação destas distribuições na Figura 37.

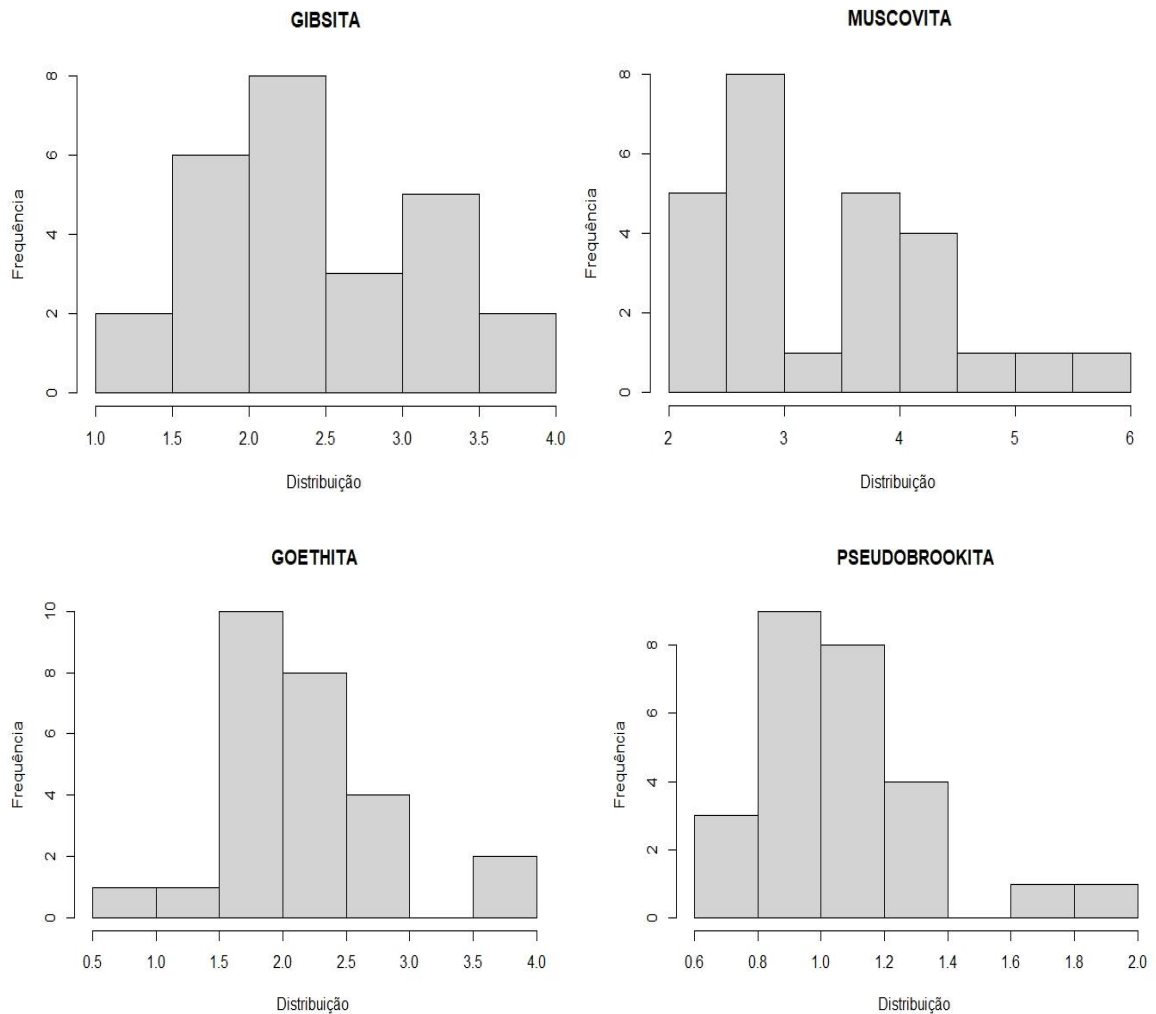
Figura 37 - Distribuição das fases minerais de maior abundância nas amostras de rejeitos



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

E em menor quantidade encontraram-se a gibbsita ( $\text{Al}(\text{OH})_3$ ), muscovita ( $\text{KA}_2(\text{Si}_3\text{Al})\text{O}_{10}(\text{OH},\text{F})_2$ ), goethita ( $\text{FeO}(\text{OH})$ ) e pseudobrookita ( $\text{Fe}_2\text{TiO}_5$ ), representado nos histogramas da Figura 38.

Figura 38 - Distribuição das fases minerais em menor quantidade presentes nas

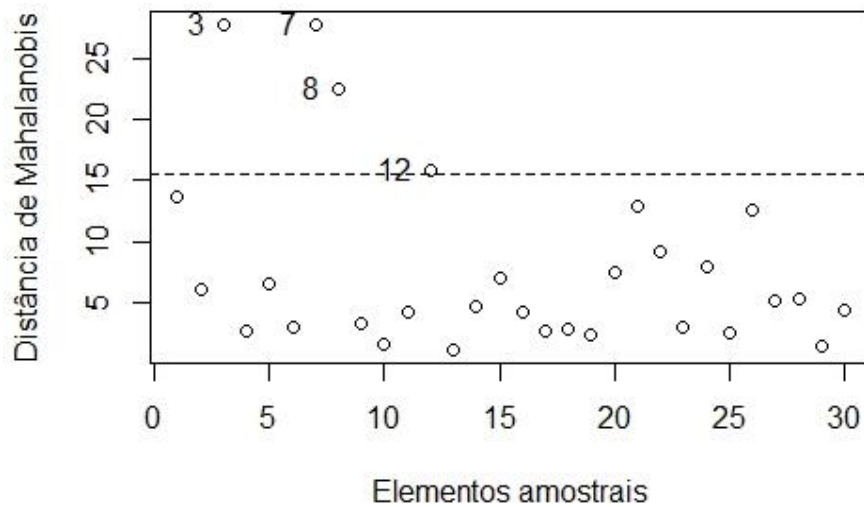


Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

Antes da aplicação da técnica de componentes principais, foi realizada a avaliação da adequação do banco de dados para aplicação de técnicas multivariadas (teste de *Bartlett*) e a detecção de *outliers* multivariados.

Na análise da existência de *outliers* multivariados, através da técnica que utiliza o conceito distância de Mahalanobis considerando 95% de confiança, os elementos amostrais identificados como *outliers* foram 3, 7, 8 e 12, ver Figura 39. Os elementos destacados acima da linha que define a distância máxima aceitável de um elemento amostral até o vetor de médias foram avaliados e removidos do banco.

Nessa identificação foi considerada uma distribuição Qui-quadrado, com 8 graus de liberdade.

Figura 39 – Avaliação *outliers* multivariados para análise mineralógica

Fonte: Autora, 2021.

A adequabilidade do banco à aplicação de técnicas multivariadas de análise de dados foi verificada por meio do teste de *Bartlett*. O resultado foi um p-valor igual a  $2,69 \times 10^{-46}$ , assegurando a aplicação da técnica multivariada, já que foram identificadas correlações suficientes no banco de dados analisado.

Após a remoção de *outliers* e verificação da adequabilidade do banco de dados, a análise de componentes principais foi realizada. A Tabela 3 mostra a variância explicada e acumulada das componentes. As componentes são geradas por combinações das variáveis originais que, neste caso, são as variáveis relacionadas às fases minerais e a área superficial específica.

Tabela 3 – Proporção explicada da variância das componentes para análise mineralógica

COMP	Variância explicada (%)	Variância Acumulada (%)
COMP1	34,36	34,36
COMP2	23,22	57,58
COMP3	21,40	78,98
COMP4	8,42	87,40
COMP5	6,51	93,91
COMP6	3,32	97,23
COMP7	2,76	99,99
COMP8	0,01	100,00

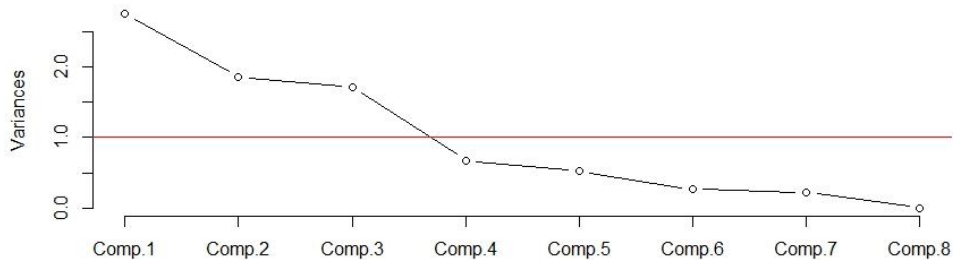
Fonte: Autora, 2020.



Após construção das componentes principais foram determinadas quantas componentes deveriam ser retidas na análise. Pelo critério de *Kaiser* e pelo gráfico do cotovelo (*scree-plot*), foram retidas as três primeiras componentes, representando aproximadamente 79% da variabilidade total dos dados, conforme Figura 40.

O critério de Kaiser propõe que autovalores maiores que 1 são um bom parâmetro para que o fator seja significativo, já o *scree-plot*, envolve a análise do gráfico de autovalores e avalia a “quebra do cotovelo” nos dados onde a inclinação da curva muda (achata) acentuadamente (BRAEKEN e van ASSEN, 2017).

Figura 40 – Gráfico de *scree-plot* e critério de Kaiser (linha vermelha) das características físicas dos rejeitos



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

As duas primeiras componentes explicaram 57,58% da variabilidade original da matriz de dados, sendo a terceira componente não apresentando interpretações práticas para o banco de dados utilizado. As cargas (*loadings*) das duas primeiras componentes são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Cargas (*loadings*) das duas primeiras componentes principais para a análise mineralógica

Variável	COMP1	COMP2
ASE	0,221	0,572
Quartzo	-0,554	-0,186
Hematita	0,350	0,411
Caulinita	0,408	-0,293
Gibbsite	0,005	0,067
Muscovita	0,379	-0,491
Goethita	-0,027	0,345
Pseudobrookita	0,458	-0,128

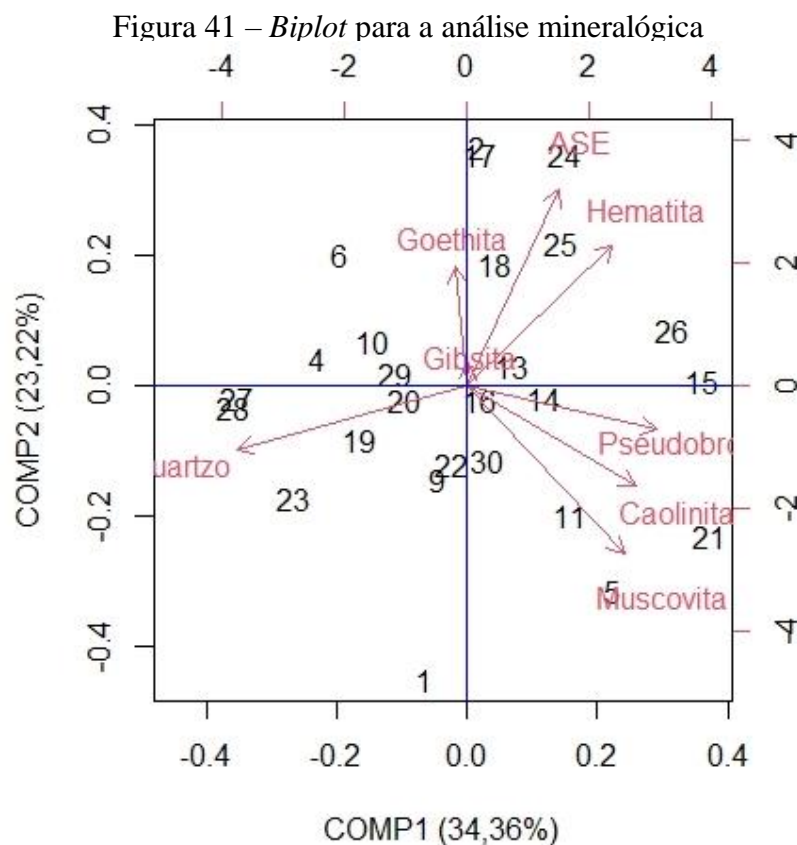
Fonte: Autora, 2021.

De posse dos valores de *loadings* das componentes, é possível descrever as equações matemáticas 10 e 11 que as representam.

$$\begin{aligned} \text{COMP1} = & 0,221\text{ASE} - 0,554\text{Quartzo} + 0,35\text{Hematita} + 0,408\text{Caulinita} + 0,005\text{Gibsitita} \\ & + 0,379\text{Muscovita} - 0,027\text{Goethita} + 0,458\text{Pseudobrokita} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{COMP2} = & 0,572\text{ASE} - 0,186\text{Quartzo} + 0,411\text{Hematita} - 0,293\text{Caulinita} + 0,067\text{Gibsitita} \\ & - 0,491\text{Muscovita} + 0,345\text{Goethita} - 0,128\text{Pseudobrokita} \end{aligned} \quad (11)$$

A Figura 41 apresenta o gráfico das cargas (*loadings*) para as duas primeiras componentes. Nota-se que a COMP1 explica aproximadamente 34,36% da variância da matriz de dados. É possível observar que quanto maior a presença do mineral de quartzo, menor tende a ser a composição dos demais elementos destacados e vice-versa.



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

A componente principal 1 está relacionada a característica da composição mineralógica dos rejeitos expurgados pelo processo de concentração mineral. É característico a presença dos

minerais caulinita e muscovita pois são formações que estão diretamente ligadas e compõem a rocha itabirito, e, neste caso, relaciona-se a itabiritos ricos, conforme mostrado na Figura 42.

Figura 42 – Mineral de muscovita (coloração escura) intrusivo no mineral de caulinita (coloração clara)



Fonte: Autora, 2021.

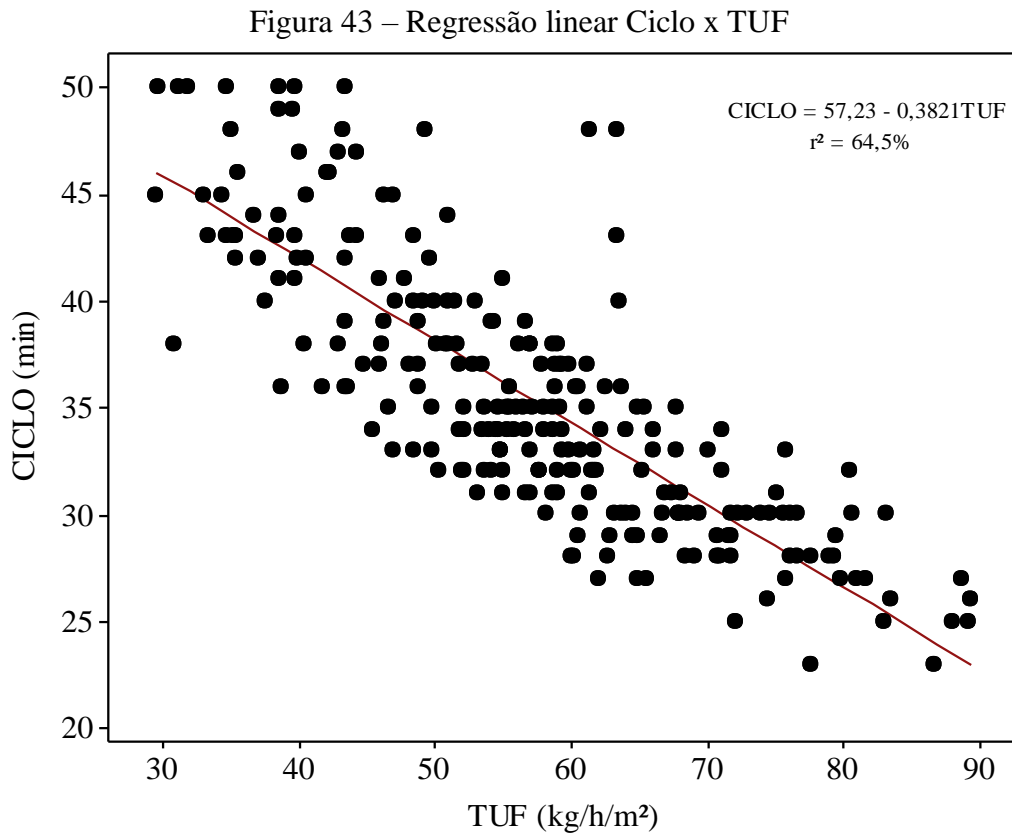
A segunda componente carrega 23,22% da variabilidade dos dados. Na COMP2 os elementos amostrais que carregam maior proporção dos minerais hematita e goethita e possuem maior área superficial específica (ASE) se contrastam com os elementos amostrais que se destacam para o mineral muscovita, caulinita e quartzo.

A composição litológica da mina Ferro+ é predominantemente minério itabirito friável tendo como mineral minério hematita. Analisando-se a COMP 2 é possível inferir que quanto maior a presença de hematita e goethita na amostra, maior será a área superficial específica, devido à menor dureza e porosidade desses minerais. Partículas minerais de ferro menores que 40  $\mu\text{m}$ , não são recuperadas no processo de separação magnética, justamente devido ao tamanho de seus grãos, conseqüentemente ficam presentes no rejeito que segue para os filtros prensa. Já nos elementos amostrais com maior participação do mineral muscovita, caulinita e quartzo, a área superficial específica tende a ser menor. Pelo fato dos minerais muscovita, caulinita, goethita possuírem menor participação na distribuição mineralógica, não é significativo suficiente para determinar tendência de aumento de ASE.

## 5.2 AVALIAÇÃO DAS VARIÁVEIS RELACIONADAS AOS TESTES DE FILTRAGEM PRENSA DIAFRAGMA INDUSTRIAL

### 5.2.1 Efeito do tempo de ciclo

O tempo de ciclo de uma operação de filtragem prensa é inversamente proporcional a produtividade da mesma. Quanto menor o tempo de ciclo maior será a produtividade, ou vice-versa, conforme comprovado nos resultados dos testes industriais da filtragem prensa diafragma apresentado na Figura 43. Com  $r^2$  64,5%, pode-se dizer que, por ser se tratar de testes em escala industrial, interferências externas como, troca de turno, desalinhamento do carrinho puxa-placa, falta de lubrificação dos trilhos das placas, dificuldades no deslocamento das tortas, podem afetar o tempo de ciclo operacional do filtro.



Fonte: Autora, 2021.

A adequabilidade do banco de dados para aplicação de técnicas de estatística multivariada foi avaliada através do teste de *Bartlett*. O p-valor encontrado foi igual a 0,0068, assegurando correlação suficiente entre as variáveis para aplicar a técnica de componentes principais.

Aplicou-se a técnica das componentes principais nas variáveis relacionadas às condições operacionais do filtro (PAI, PAF, TP e VF), tempo de ciclo e umidade da torta. Considerando

o critério de Kaiser e o gráfico do cotovelo (*scree-plot*) foram retidas as três primeiras componentes, representando aproximadamente 59% da variabilidade total dos dados, conforme a Tabela 5. Porém, a terceira componente principal não apresentou interpretabilidade, sendo retida apenas as duas primeiras componentes, que explicam 42,22% da variabilidade dos dados originais.

Tabela 5 – Proporção explicada variância das componentes em relação ao tempo de ciclo

COMP	Variância explicada (%)	Variância Acumulada (%)
COMP1	21,81	21,81
COMP2	20,40	42,21
COMP3	17,31	59,52
COMP4	16,02	75,54
COMP5	13,88	89,42
COMP6	10,58	100,00

Fonte: Autora, 2021.

As cargas (*loadings*) de cada componente são apresentadas na Tabela 6, sendo assim possível determinar as equações matemáticas 12 e 13 que as representam.

Tabela 6 – Cargas das duas primeiras componentes (ciclo)

Variável	COMP1	COMP2
PAI	0,570	0,311
PAF	0,183	0,310
TP	-0,427	0,532
VF	0,128	-0,009
UMIDADE	0,272	-0,663
CICLO	-0,605	-0,289

Fonte: Autora, 2021.

$$\text{COMP1} = 0,570\text{PAI} + 0,183\text{PAF} - 0,427\text{TP} + 0,128\text{VF} + 0,272\text{UMIDADE} - 0,605\text{CICLO} \quad (12)$$

$$\text{COMP2} = 0,311\text{PAI} + 0,310\text{PAF} + 0,532\text{TP} - 0,009\text{VF} - 0,663\text{UMIDADE} - 0,289\text{CICLO} \quad (13)$$

A duração do ciclo de filtragem do filtro prensa tipo diafragma é o somatório dos tempos de enchimento das câmaras (influenciado pela pressão inicial de alimentação, PAI) + primeiro





para a tecnologia do filtro prensa diafragma. Essa informação é muito significativa na aplicação industrial.

Normalmente as tortas do filtro prensa diafragma são de espessura uniforme e compactas (TOWNSEND, 2003).

### **5.2.2 Efeito do percentual de sólidos**

O percentual de sólidos é uma variável muito importante na operação de filtragem. O aumento do teor de sólidos promoveu ganhos na produtividade da operação do filtro prensa diafragma (Figura 46).

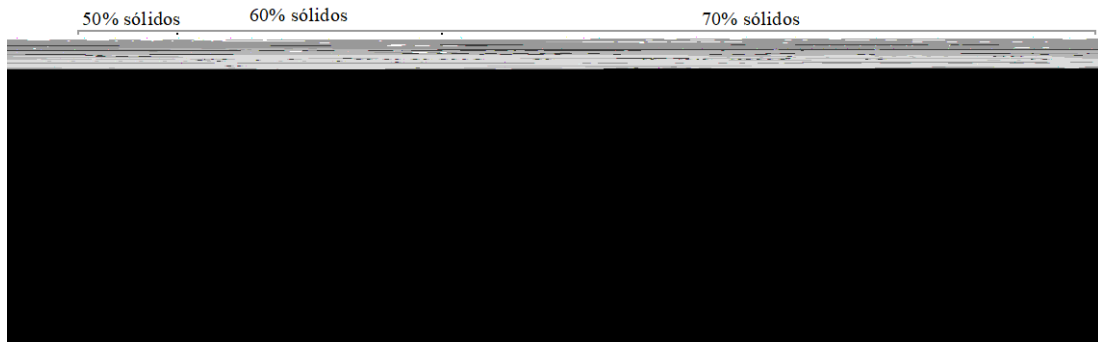
Figura 46 - Influência do percentual de sólidos na produtividade

Fonte: Autora, 2021.

Usualmente, em uma operação de filtragem cerâmica a vácuo, o aumento do teor de sólidos promove o aumento indesejado da umidade (Palmer *et al*, 2010). No entanto, neste trabalho observou-se que as umidades residuais aproximadamente permaneceram entre 15% a 20% (Fig. 47), com as médias muito próximas. Pode-se explicar esse fato pela flexibilidade de ajustes nas variáveis de operação do equipamento.



Figura 47 - Influência do percentual de sólidos na umidade



Fonte: Autora, 2021.

### 5.2.3 Efeito da área superficial específica

Na avaliação física das amostras dos rejeitos foi evidenciado a grande variabilidade na área superficial específica (ASE). É comum em usinas de tratamento mineral a variação das características do material a ser processado, sendo necessário a avaliação da ASE, tendo em vista que as unidades de filtração poderão receber polpas com variações desse parâmetro.

Pelo teste de *Bartlett* ( $p$ -valor igual a  $1,16 \times 10^{-10}$ ) assegurou-se a aplicação da técnica da Análise de Componentes Principais para avaliação da interação da área superficial específica (ASE), umidade ( $H_2O$ ), produtividade (TUF) e tempo de prensagem por diafragma (TP). Na da Tabela 8 é verificada a variância explicada das componentes.

Tabela 8 - Proporção explicada da variância das componentes em relação a ASE

COMP	Variância explicada (%)	Variância acumulada (%)
COMP1	35,64	35,64
COMP2	29,03	64,67
COMP3	21,42	86,09
COMP4	13,91	100,00

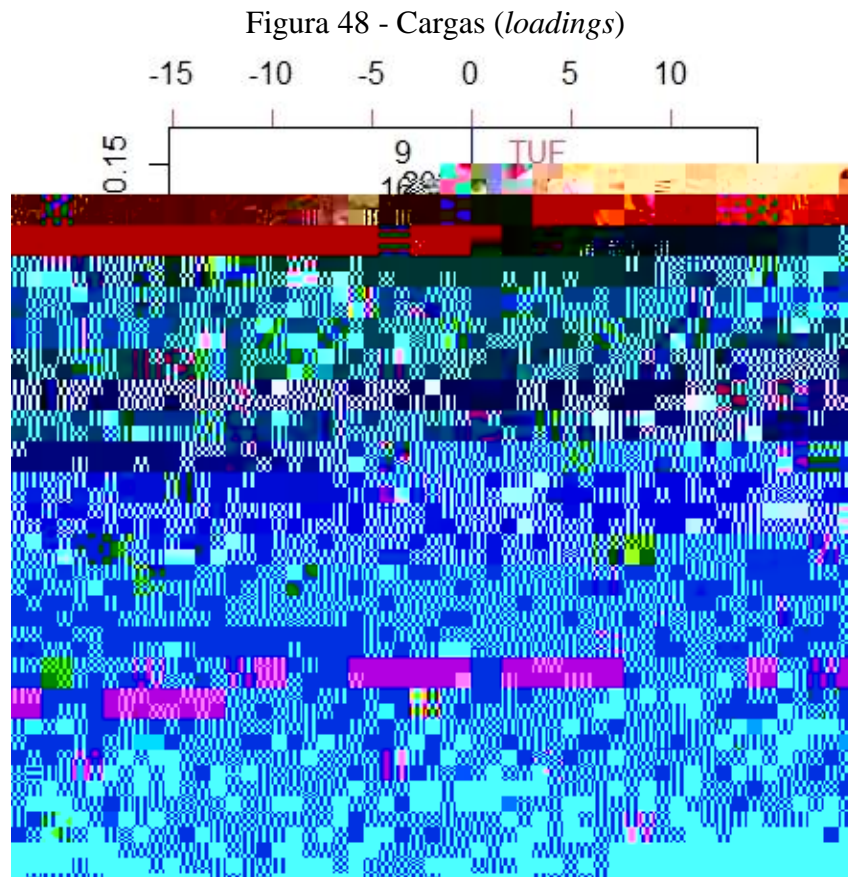
Fonte: Autora, 2021.

Mediante o critério de Kaiser e o gráfico do cotovelo (*scree-plot*) devem ser mantidas, para explicação dos dados originais, as duas primeiras componentes representando 64,67% da variabilidade dos dados originais. Através das cargas (*loadings*) de cada componente, foi possível escrever as equações 14 e 15.

$$CP1 = 0,618TP - 0,706H2O + 0,168TUF + 0,301ASE \quad (14)$$

$$CP2 = 0,063TP - 0,051H2O + 0,736TUF - 0,671ASE \quad (15)$$

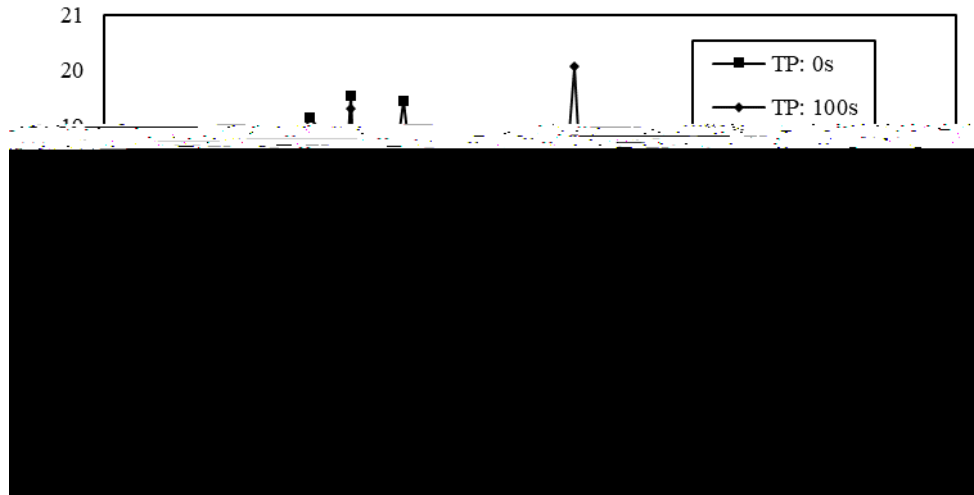
Observando-se o do gráfico *biplot*, Figura 48, é possível interpretar a relação das variáveis com a área superficial específica.



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

Nota-se na avaliação da COMP1 TP é proporcional a ASE. Quanto maior a ASE mais tempo será necessário para a pressurização por diafragma para conseguir a máxima remoção de água na torta. Embora a espessura da torta não tenha sido quantificada, observou-se uma alta compactação e resistência mecânica das mesmas para maiores tempos de prensagem. Ressalta-se o TP (tempo de prensagem) como vantagem do filtro prensa diafragma em relação a outros tipos de filtros, pois permite minimizar efeitos que o aumento da ASE causaria na permeabilidade do leito elevando a umidade (Figura 49).

Figura 49 - Comparativo da umidade em relação a ASE em função do TP



Fonte: Autora, 2021.

A COMP2 é o índice indicador da produtividade. Para maior ASE, ocorre a tendência da perda de TUF. Esse efeito é explicado pela componente 1, pois para se obter melhores resultados de umidade, é necessário maior tempo de prensagem, conseqüentemente, aumentando o tempo de ciclo da operação de filtragem. Conforme evidenciado neste trabalho, o tempo de ciclo é inversamente proporcional a produtividade. A produtividade do sistema de filtragem é inversamente proporcional à área superficial específica das partículas, pois uma ASE alta tende a reduzir a permeabilidade da torta, explicada pela equação de Kozeny (VEHMAANPERÄ *et al*, 2018).

### 5.3 APLICAÇÃO DA REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA

Com o intuito de averiguar como as variáveis SOL, PAI, PAF, TP, VF, CICLO, ASE,  $Al_2O_3$  e  $SiO_2$ , influenciam a produtividade e umidade, foi realizada a análise de regressão múltipla, de forma a desenvolver um modelo matemático que descreva as relações existentes.

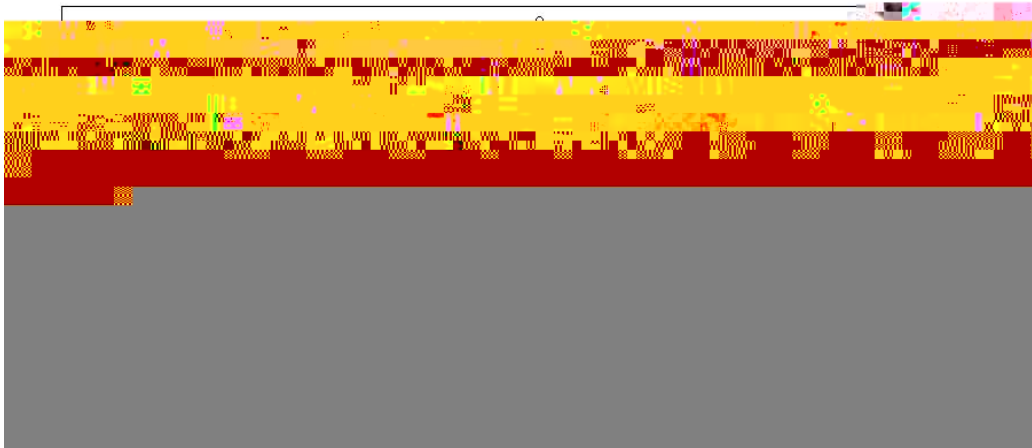
O modelo de regressão múltipla que representa a relação entre a variável dependente TUF e UMIDADE, e as variáveis independentes, é dada pelas Equações 16 e 17:

$$TUF = \beta_0 + \beta_1 SOL + \beta_2 PAI + \beta_3 PAF + \beta_4 TP + \beta_5 VF + \beta_6 CICLO + \beta_7 ASE + \beta_8 Al_2O_3 + \beta_9 SiO_2 + \varepsilon \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{UMIDADE} = & \beta_0 + \beta_1 \text{SOL} + \beta_2 \text{PAI} + \beta_3 \text{PAF} + \beta_4 \text{TP} + \beta_5 \text{VF} + \beta_6 \text{CICLO} + \beta_7 \text{ASE} + \beta_8 \text{AL}_2\text{O}_3 \\ & + \beta_9 \text{SiO}_2 + \varepsilon \end{aligned} \quad (17)$$

Através da análise do *boxplot*, com escala normalizada, para a identificação da tendência da dispersão da distribuição das variáveis, ver Figura 50, foi possível identificar dados extremos.

Figura 50 - *Boxplot* regressão múltipla



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

Antes da aplicação da técnica de regressão múltipla, foi realizada a avaliação da existência de *outliers* multivariados, através da técnica que utiliza o conceito distância de Mahalanobis. Foram identificados 32 elementos amostrais identificados como outliers, ver Figura 51. Os elementos destacados acima da linha que define a distância máxima aceitável de um elemento amostral até o vetor de médias com 95% de confiança, foram avaliados e removidos do banco.

Figura 51 – *Outliers* multivariados

Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

A adequabilidade do banco à aplicação da técnica foi verificada por meio do teste de *Bartlett*. O resultado foi um p-valor igual a  $3,8 \times 10^{-66}$ , assegurando a aplicação da técnica multivariada.

### 5.3.1 Regressão múltipla da variável dependente TUF

Através da análise dos dados apresentados pela Tabela 9 é possível afirmar que o modelo 1 tem acurácia de 65,2% ( $r^2$  - ajustado = 0,652) em prever a variável TUF.

Tabela 9 - Sumário do modelo 1

Modelo	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> - Ajustado	Estatística - F	p-valor
1	0,664	0,652	57,52	< $2,2 \times 10^{-16}$

Fonte: Autora, 2021.

Através do teste de análise das variâncias, ANOVA, para as variáveis do modelo 1 foi possível extrair a informação de quais variáveis são relevantes para o modelo, de acordo com a significância representada pelo p-valor do teste F (Tabela 10). Quanto mais próximo de 0 Pr (>F), maior a significância da variável na construção do modelo. Os resultados foram avaliados ao nível de 95% de confiança.

Tabela 10 – Tabela da ANOVA ao nível de 95% de significância

Variáveis	Df	Soma dos quadrados	Média	F - valor	Pr (>F)
SOL	1	1338	1338	13,123	0,0035
PAI	1	2598	2598	25,479	$8,375 \times 10^{-7}$
PAF	1	454	454	4,448	0,0358
TP	1	40	40	0,39	0,5324
VF	1	157	157	1,542	0,2152
CICLO	1	47805	47805	468,834	< $2,2 \times 10^{-16}$
ASE	1	37	37	0,362	0,5477
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1	348	348	3,412	0,0658
SiO <sub>2</sub>	1	10	10	0,096	0,7569

Df=graus de liberdade

Fonte: Autora, 2021.

Dado o valor de significância do teste F, para p-valor menor que 0,05, conclui-se que as variáveis TP, VF, ASE, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e SiO<sub>2</sub> não influenciam significativamente a produtividade da operação de filtragem prensa, sendo removidas do modelo. Foi considerado para o modelo apenas as variáveis SOL, PAI, PAF e CICLO.

As câmaras formadas pelas placas do filtro prensa diafragma possui capacidade volumétrica limitada, dessa forma, quanto maior o teor de sólido da polpa (SOL), mais rapidamente ocorre o processo de enchimento das mesmas, e menos água precisará passar pelo meio filtrante. O CICLO é uma consequência dos ajustes das variáveis de equipamento. Conforme discutido, possui 64,5% de correlação com a produtividade. Já a PAI (pressão de alimentação inicial) é a variável responsável pelo *pre – coating*, preparação da superfície do meio filtrante para a realização do primeiro estágio de filtragem por bomba (PAF). As consequências de um ajuste não conforme pode ser vazamento entre placas ou danos ao meio filtrante, ocasionando a passagem de sólidos para o filtrado. Assim, perde-se a eficiência de filtragem pois com a passagem da polpa, a bomba pode não conseguir atingir a pressão necessária para a filtragem.

De acordo com as variáveis identificadas como significativas para estimar a TUF, a Tabela 11, apresenta o sumário para o novo modelo ajustado.

Tabela 11 - Sumário do modelo 2

Modelo	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> - Ajustado	Estatística - F	p-valor
2	0,734	0,73	240,9	< 2,2 x 10 <sup>-16</sup>

Fonte: Autora, 2021.

Dessa forma, pode-se afirmar que o modelo 2 apresenta 73% de acurácia em prever a TUF, considerando 95% de confiança

Conclui-se que o modelo ajustado tem como representação a Equação 18:

$$\underline{\underline{TUF = 111,29 + 0,0564SOL + 0,01881PAI - 1,6958CICLO + 0,0243PAF}} \quad (18)$$

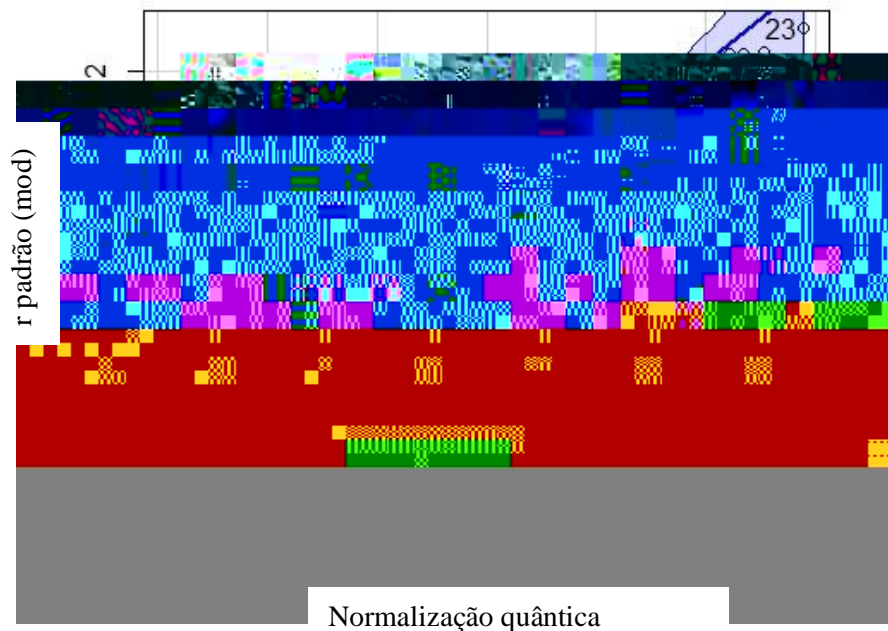
### 5.3.2 Verificação dos pressupostos do modelo

Com o intuito de verificar se o modelo da Equação 18 é adequado, realizou-se a análise dos pressupostos da regressão linear múltipla.

### 5.3.2.1 Normalidade dos resíduos

Observando a Figura 52 é possível observar que os resíduos estão normalmente distribuídos.

Figura 52 - Normal Q-Q plot da regressão dos resíduos estandardizados



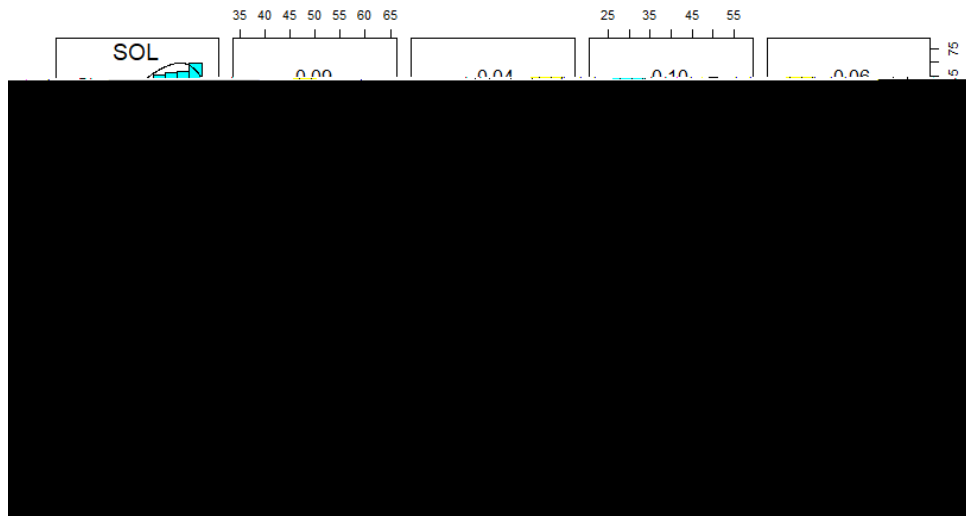
Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

Entretanto, para confirmar, foi realizado o teste de normalidade de Shapiro-Wilk. Como o resultado para o teste, o p-valor foi de 0,38. Com intervalo de 95% de confiança, confirma-se que os resíduos são normalmente distribuídos, uma vez aceita a hipótese nula,  $H_0$ .

### 5.3.2.2 Multicolinearidade

Como se trata de uma análise de regressão múltipla, um dos pressupostos a ser verificado é a não multicolinearidade entre as variáveis independentes, conforme diagrama da Figura 53 e dos seus coeficientes de correlação. Observa-se no diagrama os gráficos de dispersão mostrando a relação entre as variáveis, o coeficiente de correlação, além do histograma com as frequências de cada variável.

Figura 53 - Diagrama de correlação entre as variáveis para TUF



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

Para haver multicolinearidade, os coeficientes de correlação entre as variáveis independentes devem ser maiores que 0,8 em módulo (GAZOLA, 2002). Nenhum dos valores obtidos indicaram problema de multicolinearidade.

Uma outra forma de avaliação da multicolinearidade é realizada através da função VIF (fator de inflação da variância). O VIF avalia o quanto a variância de um coeficiente de regressão estimado aumenta, se suas variáveis independentes estiverem correlacionadas. Calculou-se um valor de VIF para cada variável independente. Considera-se que há problema de multicolinearidade quando valor de  $VIF > 10$ .

Tabela 12 - VIF

SOL	PAI	PAF	CICLO
1,02	1,10	1,00	1,10

Fonte: Autora, 2021.

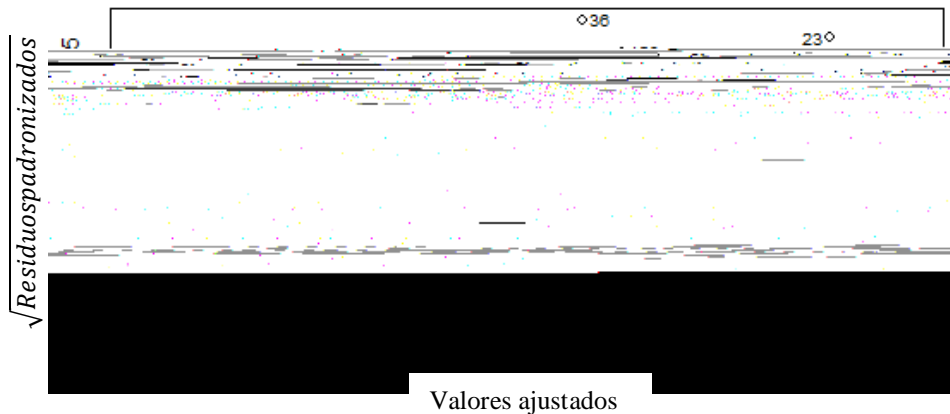
Conforme Tabela 12, os valores de VIF calculados são bem próximos de 1 e muito abaixo do valor de 10, confirmando, portanto, a ausência de multicolinearidade no modelo.

### 5.3.2.3 Homocedasticidade dos resíduos



Através da verificação gráfica pode-se avaliar a hipótese da variável constante, homocedasticidade dos resíduos. Para análise da homocedasticidade, os resíduos não podem apresentar nenhum padrão ou tendência.

Figura 54 - Homocedasticidade dos resíduos



Fonte: Gráfico produzido pelo *R Software*, 2021.

A análise da homocedasticidade é feita pela observação do digrama de dispersão da raiz quadrada dos resíduos padronizados versus valores ajustados pela reta de regressão. De acordo com a Figura 54, observaram-se que os resíduos se distribuem aleatoriamente e, portanto, os resíduos são homocedásticos.

Portanto, após verificação de todos os pressupostos do modelo, pode-se afirmar que o modelo está devidamente ajustado.

### 5.3.3 Regressão múltipla da variável dependente umidade

Avaliou-se o sumário do modelo 3 para a umidade, através da Tabela 13, e concluiu-se que não existe correlação suficiente entre as variáveis para propor um modelo linear estatístico que preveja a umidade da torta na operação da filtragem prensa diafragma. A acurácia do modelo foi muito baixa, igual a 8,7% ( $r^2$ -ajustado=0,087).

Tabela 13 - Sumário do modelo 3

Modelo	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> - Ajustado	Estatística - F	p-valor
3	0,120	0,087	3,605	0,0016

Fonte: Autora, 2021.

Este fato pode ser explicado pelo fato de as condições dos testes industriais estar restrito a umidade, controlado pela geotecnia da empresa. Para manuseio e empilhamento do rejeito filtrado, tem-se como premissa o limite máximo de umidade de 20% da torta do rejeito. Dessa forma, os valores de umidade não apresentaram variabilidade significativa suficiente, não sendo identificada relação linear múltipla entre as variáveis independentes e a variável dependente (umidade) para gerar uma equação de predição.

## 6 CONCLUSÃO

A caracterização das amostras indicou a presença de 11 componentes químicos, sendo os de maior participação o ferro, a sílica e a alumina. Como fases minerais foram identificados o quartzo, hematita, caulinita, goethita, muscovita, gibbsita e pseudobrookita. A presença dos componentes químicos Fe e SiO<sub>2</sub> é diretamente proporcional a presença das fases minerais hematita e quartzo. Os valores de área superficial específica apresentaram grande variabilidade, entre 7,27 m<sup>2</sup>/g a 33,87 m<sup>2</sup>/g. A massa passante em 10µm foi de entre 24,86% e 33,61%.

O percentual de sólidos da alimentação é diretamente proporcional à taxa unitária de filtração. O teor de sólidos variou de 50% até 70% com a média da TUF de 48kg/h/m<sup>2</sup> a 61kg/h/m<sup>2</sup>. Obteve-se um aumento de 21% da produtividade da filtração prensa diafragma.

O tempo aplicado para enchimento das câmaras de filtração e tempo de prensagem (PAI e TP) são as variáveis de maior impacto no tempo de ciclo de filtração.

O tempo de prensagem (TP) é comprovadamente o principal diferencial da tecnologia da filtração prensa. Esta variável operacional consegue manter um padrão de umidade frente as diferenças das características físicas, química e mineralógicas dos rejeitos processados.

A técnica de análise das componentes principais pode ser utilizada para melhor entendimento da relação entre as características da amostra, variáveis de operação e variáveis resposta (umidade e TUF) no processo de filtração prensa diafragma industrial.

A técnica de regressão múltipla não pôde ser aplicada na predição da umidade, pois as interações foram pouco significativas, uma vez que os valores de umidade foram restringidos pelo compromisso industrial na entrega da torta adequada, conseqüentemente, os valores de umidade não apresentaram variabilidade suficiente.

O modelo estimado para a predição da produtividade representa de forma adequada a variabilidade da resposta, pois o coeficiente de determinação foi significativo, 72,3%. A equação de predição é  $TUF = 111,29 + 0,0564SOL + 0,01881PAI - 1,6958CICLO + 0,0243PAF$ .

## REFERÊNCIAS

GADELHA, T. S.; FRANÇA, S. C. A. *Polymer Assessment for Dewatering and Filtration of Nickel Ore Tailings*. 4th International Seminar on Environmental Issues in Mining, 2015. Lima, Peru.

GAZOLA, S. **Construção de um modelo de regressão para avaliação de imóveis**. 2002. 103f. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/82455>. Acesso em: 25 jan 2022.

GOUVÊA, M.A; PREARO, L. C; ROMEIRO, M. C. **Avaliação da aplicação de técnicas multivariadas de interdependência em teses e dissertações de algumas instituições de ensino superior**. Revista FACEF. Pesquisa: Desenvolvimento e Gestão, v.15, n.1 - p.107-123. 2012. Disponível em: <https://periodicos.unifacef.com.br/index.php/facefpesquisa/article/viewFile/538/503>. Acesso em: 25 jan 2022.

GUIMARÃES, N.C. **Filtragem de rejeitos de minério de ferro visando a sua disposição em pilhas**. 2011. 129 f. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2011.

GUPTA, A; YAN, D. S. *Mineral processing design and operations. An introduction*. 1.<sup>a</sup> Edição. Editora Elsevier, 2006.

HAIR, JR *et al*. **Análise multivariada de dados**. 6. ed.– Porto Alegre : Bookman, 2009.

HAKKINEN A.; EKBERG B. *Dewatering of iron ore slurry by a ceramic vacuum disc filter*. Chemical Engineering Transactions, Volume 17, 1431-1436. 2009

HONGYU, K.; SANDANIELO, V. L. M; OLIVEIRA JUNIOR, G. J. *Principal Component Analysis: theory, interpretations and applications*. ES Engineering and Science, 5(1), 83-90. 2016. DOI: <https://doi.org/10.18607/ES201653398>

JINGJIN. **Manual de operação**. Distribuição interna. 2020.

LAROX CORPORATION. *Filtration Theory. Presentation for use intern*, 60p. 2006.

LOPES, M. de M.; BRANCO, V. T. F.C; SOARES, J. B. **Utilização dos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk para verificação da normalidade para materiais de pavimentação**. TRANSPORTES, [S. l.], v. 21, n. 1, p. 59–66, 2013. DOI: 10.4237/transportes.v21i1.566. Disponível em: <https://revistatransportes.org.br/anpet/article/view/566>. Acesso em: 30 jan. 2022.

LUZ, A B; FRANÇA, S.C.A; BRAGA, P.F.A. **Tratamento de minérios**. 6. Ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCTIC, 2018.

LUU, Q. *et al*. *Testing multiple linear regression systems with metamorphic testing*. Journal of Systems and Software, Volume 182, 2021. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jss.2021.111062>.

MATERIAL DE AULA. Departamento de Engenharia química e de Engenharia de alimentos. **EQA 5313 – Turma 645 – Op. Unitárias de Quantidade de Movimento**. Universidade

Federal de Santa Catarina. UFSC. 2020. Disponível em: <  
[https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1556540/mod\\_resource/content/1/FILTRACAO.pdf](https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1556540/mod_resource/content/1/FILTRACAO.pdf)>  
 Acesso em: 22 ago 2020.

MAZULO, E. S. **Análise da proficiência em matemática por meio de regressão linear múltipla**. Revista intersaberes, v. 10, n. 21, p. 613-626, 8 dez. 2015. DOI: <https://doi.org/10.22169/revint.v10i21.664>. Disponível em: <https://www.revistasuninter.com/intersaberes/index.php/revista/article/view/664>. Acesso em: 26 jan 2022.

NERY, K. D. **Caracterização geotécnica e avaliação da compactação de um resíduo da produção de alumina (lama vermelha) desaguado por filtro prensa**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas. Gerais, 2013. Belo Horizonte, MG, Brasil.

OLLAKKA, H; RUUSKA, J; TASKILA, S. *The application of principal component analysis for bioheapleaching process - Case study: Talvivaara mine*, Minerals Engineering, Volume 95, 2016. Pages 48-58. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.06.009>.

OLIVEIRA, M.L.M; LUZ, J.A.M. **Curso de espessamento e filtragem**. Belo Horizonte, 2007.

PAIXÃO, C. S. S. **Análise uni e multivariada aplicada à qualidade operacional da colheita mecanizada de soja**. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias. Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias – Unesp, Câmpus de Jaboticabal, SP, 2017.

PALMER, J. *et al. Trends in test filtration to respond to decreasing sample size*. XXV International Mineral Processing Congress 2010, IMPC 2010. 2. 1085-1098.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing; 2016 [acesso em 18 de ago. 2021]. Disponível em: <https://www.R-project.org/>

RIBEIRO, E. Q. **Caracterização tecnológica do itabirito pobre compacto - "IPC" da mina Casa de Pedra**. 2011. 78 f. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2011.

RODRIGUES, S. C. A. **Modelo de regressão linear e suas aplicações**. Relatório de Estágio para obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Universidade da Beira Interior. Covilhã, Portugal. 2012. Disponível em: <https://ubibliorum.ubi.pt/bitstream/10400.6/1869/1/Tese%20Sandra%20Rodrigues.pdf>. Acesso em: 26 jan 2022.

ROSIÈRE, C. A. *et al.* Pico de Itabira - MG. **Marco estrutural, histórico e geográfico do Quadrilátero Ferrífero**. SIGEP, 2005. Disponível em: <<http://sigep.cprm.gov.br/sitio042/sitio042.pdf>>. Acesso em: 18 jul. 2020.

ROSIÈRE, C. A; CHEMALE JR, F. **Itabiritos e minérios de ferro de alto teor do quadrilátero ferrífero – uma visão geral e discussão**. Geonomos. Revista do Centro de Pesquisa Professor Manoel Teixeira da Costa. Instituto de Geociências – Universidade Federal



YAMANAPPA *et al.* *Non-Local Means Image Denoising Using Shapiro-Wilk Similarity Measure*. IEEE Access, vol. 6, pp. 66914-66922, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2869461.





**APÊNDICE B: SCRIPT DO R PARA A ACP**

```
##banco de dados deve estar salvo no mesmo local do script
##carregar banco de dados

dados=read.table("mineralogia.txt", header=TRUE,row.names = 1, dec = ',')
dados

dim(dados)
str(dados)

#avaliando outlier
## Caso multivariado (distancia de mahalanobis)
maha2 <- mahalanobis(dados, center = colMeans(dados), cov = cov(dados))

#para calcular o  $c^2$ , um função dos graus de liberdade
quant2 <- qchisq(0.95, dim(dados)[2])
quant2

plot(1:length(maha2), maha2, xlab = "Elementos amostrais",
     ylab= "Distância de Mahalanobis")
abline(h=quant2, lty=2)

out2 <- maha2[maha2>quant2]
out2

out2 = as.data.frame(out2) ##passando para vertical
out2

dim(out2)
text(row.names(out2),out2$out2,row.names(out2), pos = 2 )
```

```

## Removendo os outliers do banco de dados a ser analisado

ifelse(maha2>quant2, FALSE, TRUE)
row_to_keep = ifelse(maha2>quant2, FALSE, TRUE)
dados_s_out = dados[row_to_keep,]
dados_s_out
dim(dados_s_out)

##BOXPLOT
boxplot(dados_s_out, main = "Boxplot das variáveis")
boxplot(scale(dados_s_out)) ##equalizar escala

## scatterplot matrix
pairs(dados_s_out) #verificacao da dispersão dos dados

## scatterplot matrix com correlacoes
## funcao para personalizacao do painel
painel.pearson <- function(x, y, ...) {
  horizontal <- (par("usr")[1] + par("usr")[2]) / 2;
  vertical <- (par("usr")[3] + par("usr")[4]) / 2;
  text(horizontal, vertical, format(abs(cor(x,y)), digits=2), cex = 1.2,
        font = 1)
}
pairs(dados_s_out, main = "Conjunto de Dados", pch = 21,
      upper.panel = painel.pearson)

##HISTOGRAMA
hist(dados_s_out$SE, xlab = "Distribuição ", ylab= "Frequência", main = "ASE")

## Teste de espericidade de Bartlett
## H0: R = I (nao existe correlacao suficiente para aplicacao da tecnica multivariada)
## Ha: R <> I (existe correlacao suficiente para aplicacao da tecnica multivariada)
library(psych)
n=dim(dados_s_out)[1]

```

```
cortest.bartlett(R,n)

## Matriz de covariancias
S=var(dados_s_out)
S

R=cor(dados_s_out)
R

eigen(S) ##covariancia
eigen(R) ##correlação

## Analise de Componentes Principais utilizando a matriz de correlacoes
?princomp
acp = princomp(dados_s_out, cor = TRUE)

## Proporcão da variacao explicada
summary(acp)

## Loadings (cargas)
loadings(acp)
unclass(loadings(acp))

## Escores
Y = acp$scores
Y

## Screeplot e Kaiser
k = sum(eigen(R)$values>=1)
k
plot(acp, type = "l")
abline(h=1, col='red') ## criterio de kaiser no scree-plot

## Grafico dos escores
```

```
plot(acp$scores, pch=16,)  
text(acp$scores, rownames(acp$scores),pos=2)  
  
## Grafico biplot  
biplot(acp, xlab = "CP1 (35,64%)", ylab= "CP2 (29,03%)")  
abline(v=0,h=0,col='blue')
```

## APÊNDICE C: SCRIPT DO R PARA A ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA

```
###carregar pacote de dados
##fazer leitura

if(!require(pacman)) install.packages("pacman")
library(pacman)

pacman::p_load(dplyr, car, rstatix, lmtest, ggpubr,
               QuantPsys, psych, scatterplot3d, fpp)

dados <- read.table("teste.txt", header=TRUE, row.names = 1, dec = ',')
View(dados)          # Visualização dos dados em janela separada

## estrutura do conjunto de dados
str(dados)

##ESTATÍSTICA BÁSICA
summary(dados_s_out)

##BOXPLOT
boxplot(dados, main = "Boxplot das variáveis")
boxplot(scale(dados)) ##equalizar escala

##Remoção de outlier multivariados
maha2 <- mahalanobis(dados, center = colMeans(dados), cov = cov(dados))
quant2 <- qchisq(0.95, dim(dados)[2])

plot(1:length(maha2), maha2, xlab = "Elementos amostrais",
     ylab= "Distância de Mahalanobis")
abline(h=quant2, lty=2)

out2 <- maha2[maha2>quant2]
```

```

out2
out2 = as.data.frame(out2)
out2
dim(out2)
text(row.names(out2),out2$out2,row.names(out2), pos = 2 )

## Removendo os outliers do banco de dados a ser analisado
ifelse(maha2>quant2, FALSE, TRUE)
row_to_keep = ifelse(maha2>quant2, FALSE, TRUE)
dados_s_out = dados[row_to_keep,]
dados_s_out
dim (dados)
dim (dados_s_out) ##remoção 10,8% dados (verificados)
R1 = cor(dados_s_out)
R1

#####
## Teste de esfericidade de Bartlett
## H0: R = I (nao existe correlacao suficiente para aplicacao da tecnica multivariada)
## Ha: R <> I (existe correlacao suficiente para aplicacao da tecnica multivariada)
library(psych)
n=dim(dados_s_out)[1]
cortest.bartlett(R,n)

mod <- lm(dados_s_out$TUF ~., data = dados_s_out)

## Ausência de Multicolinearidade (não pode correlação muito alta entre variáveis
independentes)
pairs.panels(dados_s_out)      ### Multicolinearidade: r > 0.9 (ou 0.8)

vif(mod) ##outra forma de observar
### Multicolinearidade: VIF > 10 ##ausente

## Análise gráfica:

```

```
par(mfrow=c(2,2))

plot(mod)##G1 residuo pelo valor ajustado
      ##G2 residuos aprox distribuição não é normal,

par(mfrow=c(1,1))

## Normalidade dos Resíduos
hist(x = mod$residuals, col = 'gray', xlab = 'Resíduos', ylab = 'Densidade de Probabilidade',
      probability = TRUE)
lines(density(mod$residuals)) #Podemos ver pelo histograma que os resíduos indicam simetria
e aparência de uma curva normal.
qqp(rstandard(mod),"norm")

##Teste de normalidade
##hipótese nula: distribuição dados=normal p>0,05
##hipótese alternativa: distribuição dados dif normal p<0,05
shapiro.test(mod$residuals)

## Outliers nos resíduos:
summary(rstandard(mod))

summary(mod)
##A função summary faz um resumo do modelo

## Avaliação do modelo
##Significância
anova(mod)

##Linearidade
cor(dados_s_out)

## O R^2 é a correlação elevada ao quadrado, quanto maior melhor, maior a linearidade dos
dados, melhor o ajuste
```



```
## Homocedasticidade dos resíduos
x11()
plot(rstudent(mod) ~ fitted(mod), pch = 19)
abline(h = 0, lty = 2, col = "red")

## Usando a função para pedição

nX = list(SOL = 64.1, PAI = 35, CICLO = 30)
nX

pred = predict(mod,nX, interval = "confidence")
pred
```