

Possibilidades de Diálogo entre a Educação Física e a Matemática por meio do Desenvolvimento de uma Prática de Modelagem Matemática

Possibilities of Dialogue between Physical Education and Mathematics through the Development of a Mathematical Modelling Practice

Ticiano Azevedo Bastos¹

Milton Rosa²

RESUMO

Este artigo se originou de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Ouro Preto, por meio da qual os alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede privada em Minas Gerais, investigaram os conceitos de análise combinatória e as suas possibilidades na análise das fichas de prescrição de treino, visando minimizar o problema do congestionamento de aparelhos entre os frequentadores da modalidade de musculação, nas academias em horários de pico. O objetivo deste artigo é apresentar uma possibilidade de diálogo entre os campos da Educação Física e a Matemática mediado por uma prática de Modelagem Matemática fundamentada em sua perspectiva sociocrítica. A abordagem metodológica utilizada foi uma adaptação da Teoria Fundamentada nos Dados, que norteou os pesquisadores na elaboração dos instrumentos de coleta de dados, bem como na análise dos dados e na interpretação dos resultados obtidos nesse estudo. Os participantes utilizaram o seu conhecimento matemático para analisar e elaborar modelos de prescrição de fichas de treino, propiciando o desenvolvimento da criticidade e da reflexão sobre as práticas adotadas nas academias referentes à gestão dos treinos e à qualidade do atendimento oferecido pelos instrutores, bem como sobre o papel da Matemática em outros campos do conhecimento.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Análise Combinatória. Fichas de Prescrição de Treino. Perspectiva Sociocrítica. Academias de Treino.

¹ Secretaria da Educação do Estado de Minas Gerais. E-mail: ticianogvmg@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1259-5104>.

² Doutor em Educação – Liderança Educacional. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (Minas Gerais). E-mail: milton.rosa@ufop.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5190-3862>.



ABSTRACT

This article originated from a research developed in the Professional Master in Mathematics Education, at the Universidade Federal de Ouro Preto, through which 2nd year students in a private school in Minas Gerais, investigated the concepts of combinatorial analysis and its possibilities to analyze the training prescription sheets aiming to minimize the congestion of equipment among the users of the bodybuilding modality, in the training gyms during peak hours. The objective of this article is to present a possibility of dialogue between the fields of physical education and mathematics mediated by a practice of mathematical modelling based on its sociocritical perspective. The methodological approach used was an adaptation of the grounded theory, which guided researchers in the elaboration of data collection instruments, as well as in data analysis and interpretation of the results obtained in this study. Participants used their mathematical knowledge to analyze and elaborate prescription templates for training sheets, enabling the development of criticality and reflection on the practices adopted in the academies regarding the management of training and the quality of service offered by instructors, as well as on the role of mathematics in other fields of knowledge.

KEYWORDS: Mathematical Modelling. Combinatorial Analysis. Training Prescription Sheets. Sociocritical Perspective. Training Gyms.

Introdução

Neste artigo, é apresentado um recorte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática, na Universidade Federal de Ouro Preto, entre os anos de 2018 e 2019, por meio da qual foram investigadas as contribuições da perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática no desenvolvimento dos conceitos de análise combinatória por alunos do 2º ano do Ensino Médio em uma escola da rede privada na região Leste de Minas Gerais.

Assim, o principal objetivo desse artigo é apresentar e discutir uma prática de Modelagem Matemática que proporcionou uma possibilidade de diálogo entre os campos de estudo da Educação Física e da Matemática, que foi mediada por sua perspectiva sociocrítica. Ressaltamos que essa investigação também foi conduzida externamente à escola, em academias, caracterizando o aspecto interdisciplinar da Matemática com a Educação Física.

Então, os participantes envolvidos nesse estudo utilizaram o conhecimento matemático de análise combinatória para a proposição de soluções para o problema de congestionamento nas academias, posicionando-se de maneira crítica e reflexiva sobre a qualidade dos serviços oferecidos por esses espaços, bem como sobre o acesso das pessoas a esses serviços.

A questão motivadora do trabalho de Modelagem Matemática foi a busca por soluções para o problema do congestionamento no salão de musculação que é enfrentado por frequentadores desses treinamentos, em muitas academias, considerando, muitas vezes, a necessidade do revezamento de aparelhos entre aqueles que os praticam.

Nesse sentido, os alunos participantes foram convidados a investigarem como ocorre o processo de prescrição de treino, mediante visitas às academias, entrevistas com os instrutores que elaboram essas fichas e, também, na observação sobre como esses espaços de treino são administrados.

Além disso, esses participantes exploraram possibilidades de análise das fichas de prescrição de treinos utilizando como suporte os conhecimentos de análise combinatória, na busca por uma solução para o problema de congestionamento dos equipamentos.

Para o desenvolvimento dessa abordagem, foram analisadas algumas tarefas desenvolvidas nos blocos de atividades que compuseram o trabalho de campo dessa pesquisa. Assim, mostraremos alguns excertos do encontro com o participante professor de educação física, que antecedeu a atividade de visita às academias, bem como as discussões dos alunos participantes desse estudo durante a apresentação das entrevistas realizadas na atividade de visita às academias.

Apresentaremos também alguns recortes do processo de análise das situações de treinamento que foram configuradas por meio dos conceitos matemáticos de análise combinatória, por meio da elaboração de modelos matemáticos, que foram desenvolvidos como uma proposta para analisar, minimizar e/ou reduzir o revezamento de aparelhos durante os treinamentos em academias.

Desse modo, nos próximos tópicos, descreveremos as escolhas teóricas que fundamentaram essa investigação em Modelagem Matemática, bem como o desenho metodológico utilizado na análise dos dados e na interpretação dos resultados e, também, discutiremos as informações sobre como as atividades propostas em sala de aula foram desenvolvidas por esses participantes.

Modelagem matemática: uma ação pedagógica mediada pela perspectiva sociocrítica

De um modo geral, o processo de ensino e aprendizagem em Matemática tem gerado preocupações para a comunidade escolar, para a sociedade e para os pesquisadores em Educação Matemática. Contudo, o que observamos nas pesquisas é que a Matemática ensinada nas escolas e as práticas pedagógicas empregadas no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina não acompanharam a evolução social e tecnológica da sociedade pós-moderna (ROSA; OREY, 2012).

De acordo com Barbosa (2004), há mais de duas décadas, discutimos a respeito da inclusão de trabalhos de Modelagem Matemática no currículo escolar,

principalmente, na Educação Básica. Geralmente, são apresentados cinco argumentos para defender a inserção da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, que estão relacionados com a: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diversas áreas do conhecimento, desenvolvimento de habilidades de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática na sociedade.

Nesse sentido, Rosa (2010) afirma que a motivação para a utilização da Modelagem como uma estratégia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática é conduzir os alunos para a compreensão dos conceitos matemáticos por meio da contextualização, de modo que eles possam desenvolver uma pré-disposição para a aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio da compreensão de seu valor na resolução de situações-problema enfrentadas cotidianamente.

Por conseguinte, o principal objetivo das práticas pedagógicas alicerçadas na Modelagem Matemática está relacionado com o desenvolvimento crítico dos alunos estimulado por discussões reflexivas entre os pares no decorrer do desenvolvimento e na condução do processo de Modelagem na ação pedagógica desencadeada em salas de aula (ROSA; OREY, 2007).

Assim, a motivação pela perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática está fundamentada na comprovação de que as atividades de Modelagem podem partir do emprego de situações-problema cotidianas, possibilitando a discussão da natureza e do papel que o conhecimento matemático exerce na compreensão e na elaboração dos modelos matemáticos na sociedade (ALMEIDA; SILVA, 2010).

O emprego da expressão *sociocrítica*, conforme definição de Barbosa (2006), está relacionado com uma releitura crítica e reflexiva do papel que a Modelagem Matemática exerce no mundo contemporâneo. Esse contexto possibilita a manifestação de temas relacionados ao papel da Matemática na sociedade, mediante a elaboração de atividades propostas em sala de aula por meio das quais os alunos estabelecem um olhar crítico sobre a realidade e os problemas que os cercam. Nessa abordagem, os alunos recorrem aos conhecimentos matemáticos na busca de soluções para minimizar os conflitos atuais e/ou interpretá-los no contexto no qual estão inseridos.

Por exemplo, Jacobini e Wodewotzki (2007) ressaltam que o trabalho com a Modelagem deve ser direcionado para o crescimento político e social dos alunos. Assim, a partir de discussões realizadas nas aulas de Matemática sobre as

situações-problema de natureza cultural, social, econômica, política e ambiental, que são decorrentes das atividades realizadas diariamente; existe a necessidade de que os professores fomentem a participação ativa dos alunos no estudo dessas questões, buscando aprofundar as reflexões críticas acerca das investigações realizadas em seu próprio contexto sociocultural.

Dessa maneira, as atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva sociocrítica, tornam a sala aula um ambiente de aprendizagem em que todos os envolvidos nesse processo participam igualmente da aprendizagem matemática. Esse ambiente revela a utilização de pensamentos e raciocínios matemáticos que respeitam ideias contrárias, pois objetivaram conduzir os participantes na observação sobre como a Modelagem Matemática e os modelos são utilizados para a análise das situações-problema propostas, possibilitando a tomada de decisões com relação às essas investigações (SILVA; KATO; PAULO, 2012).

No entanto, antes da proposição de uma experiência de Modelagem Matemática em sala de aula, Barbosa (2004) destaca que é imprescindível que se tenha clareza do papel dos professores e alunos no desenvolvimento das atividades aplicadas nessa ação pedagógica. Assim, para orientar os professores no planejamento das ações que podem ser desenvolvidas no decorrer da experiência de Modelagem são sugeridos 3 (*três*) *Casos de Modelagem Matemática*, que se diferenciam com relação ao papel que os docentes e discentes exercem durante a realização dessas tarefas.

No *Caso 1*, os professores apresentam para os alunos uma determinada situação-problema com os dados quantitativos e qualitativos necessários para a busca de uma resposta a problemática apresentada em sala de aula. Nessa experiência, os “alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa” (BARBOSA, 2004, p. 5).

No *Caso 2*, os professores apresentam uma situação-problema para os alunos investigarem, porém, não são fornecidos os dados necessários para a análise e a busca de uma resposta para a problemática proposta em sala de aula. Nesse contexto, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas tem que sair da sala de aula para coletar os dados e as informações necessárias para a condução da investigação. Aos professores cabem apenas a tarefa de auxiliar os alunos na formulação do problema inicial (BARBOSA, 2004).

No *Caso 3*, os professores propõem um tema ou solicitam que os alunos escolham a temática que queiram investigar. Nessa configuração, a experiência de

Modelagem em sala de aula está relacionada com a proposição de projetos desenvolvidos a partir de temas considerados como *não-matemáticos*. Nessa abordagem, a formulação do problema de investigação, a coleta de dados e a resolução das situações-problema propostas em sala de aula são tarefas realizadas pelos alunos (BARBOSA, 2004).

Nesse cenário, Rosa e Orey (2007) argumentam que é por meio da interação dos professores com os alunos que o processo de ensino e aprendizagem em Matemática é provocado e constituído através da Modelagem. Contudo, o aprendizado de conteúdos matemáticos inicia-se conforme o propósito dos alunos, pois cada um deles tem uma predisposição para agir, reagir, refletir e modificar o ambiente em que vive, transformando-o, sistematicamente, visando buscar o bem comum da sociedade.

Procedimentos metodológicos

Na pesquisa bibliográfica realizada para o desenvolvimento da fundamentação teórica desse estudo, entre os meses de novembro de 2020 e janeiro de 2021, no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), procuramos resumos de dissertações e teses que discutissem a temática proposta para essa investigação com a utilização de palavras-chave, como, por exemplo, Modelagem Matemática, Análise Combinatória, Educação Matemática e Educação Física.

Nessa busca, encontramos a ocorrência de apenas uma pesquisa, Martins (2009), cujos resultados mostram o desenvolvimento de um diálogo interdisciplinar numa prática pedagógica na Educação Infantil. Contudo, os resultados obtidos nesse estudo estão desvinculados da problemática relacionada com a investigação proposta neste artigo, mostrando a necessidade do aprofundamento dessa temática.

Nesse contexto, essa pesquisa foi conduzida por meio de uma abordagem qualitativa, pois os procedimentos metodológicos utilizados nesse estudo estavam relacionados com a obtenção e a produção dos dados por meio do contato interativo, cooperativo e colaborativo do professor-pesquisador com os alunos participantes dessa investigação.

Destacamos que a denominação professor-pesquisador foi utilizada nessa pesquisa para se referir ao primeiro autor desse estudo que também foi o professor da disciplina de Matemática da turma pesquisada. É importante ressaltar que os professores-pesquisadores consideram a prática docente como um meio, um

fundamento e uma destinação dos saberes e fazeres que suscitam uma ação crítica e reflexiva sobre a própria prática (MIRANDA, 2006).

Nesse estudo houve a participação de 17 alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola privada na região Leste do estado de Minas Gerais, bem como de um professor de Educação Física, que foi convidado para fornecer aos participantes os elementos técnicos relacionados com o processo de elaboração das fichas de prescrição de treino das academias.

Para assegurar o sigilo com relação à identificação dos participantes desse estudo, esses alunos foram identificados com números ímpares e pares adjacentes às letras *M* e *F*, para os sexos masculino e feminino, respectivamente, como, por exemplo, *M* para os participantes do sexo masculino com numeração ímpar (*M1*) e *F* para as participantes do sexo feminino com numeração par (*F8*).

Uma adaptação da Teoria Fundamentada nos Dados (*Grounded Theory*) (GLASER; STRAUSS, 1967) foi utilizada como abordagem metodológica desse estudo, pois não houve a elaboração da categoria seletiva e nem da redação de uma teoria emergente. Por conseguinte, essa teoria foi utilizada com o objetivo de buscar uma resposta para a questão de investigação por meio da análise dos dados e da interpretação dos resultados obtidos no decorrer da realização do trabalho de campo dessa pesquisa.

Nesse estudo, o emprego dos pressupostos teóricos da Teoria Fundamentada nos Dados foi utilizado desde a elaboração dos instrumentos empregados na coleta de dados até o processo de análise dos dados e da interpretação dos resultados obtidos nessa investigação. Na elaboração dos instrumentos de coleta de dados optamos pela utilização de questões abertas ao invés de fechadas de modo a oportunizar a participação ativa dos alunos para expressarem os seus raciocínios e conclusões.

No processo de análise dos dados e na interpretação dos resultados, os procedimentos metodológicos adotados possibilitaram, por meio da condução dos processos de codificação aberta e axial, a identificação das contribuições da perspectiva sociocrítica da Modelagem no decorrer dos processos analítico e interpretativo dessa investigação.

Nesse design metodológico, os resultados foram interpretados de uma maneira sistemática, pois tinha como objetivo possibilitar a produção de um modelo metodológico fundamentado teoricamente nos dados. Essa metodologia ampliou, durante o desenvolvimento das fases analítica e interpretativa dessa pesquisa, a

interação constante entre a coleta, a análise dos dados e a interpretação dos resultados que foram obtidos nesse estudo (STRAUSS; CORBIN, 1990).

As codificações mostradas nos quadros 4 e 5 estão relacionadas com o processo de codificação aberta e axial, que foi utilizado na análise dos instrumentos de coleta de dados propostos para esse estudo. Nesse processo, os códigos preliminares foram legendas utilizadas pelo professor-pesquisador na análise dos dados, pois tinha como objetivo o estabelecimento de unidades simbólicas para o agrupamento desses códigos por semelhança conceitual, possibilitando a elaboração das categorias conceituais (MILLES; HUBERMAN, 1994).

Nesse estudo, o processo de codificação aberta foi realizado manualmente por meio da leitura e do registro das informações contidas nos dados, possibilitando a identificação dos códigos preliminares. Em seguida, com a utilização da codificação axial, os códigos preliminares foram reorganizados em um nível maior de abstração conceitual, que originou as categorias conceituais (BASTOS, 2019).

Continuando com essa abordagem metodológica, essa pesquisa foi inspirada no Caso 2 proposto por Barbosa (2004), no qual os professores apresentam uma situação-problema para os alunos investigarem. Assim, nesse estudo, os participantes coletaram os dados externamente ao ambiente escolar sala de aula durante a visita realizada às academias.

Após essa visita, os alunos participantes desse estudo analisaram a situação-problema relacionada com o congestionamento nas academias em certos horários de funcionamento, que são denominados de *horários de pico* e que, geralmente, ocorre das 19 horas às 21 horas, período em que, quase sempre, existe a necessidade da realização do rodízio de aparelhos no salão de musculação.

Então, para o desenvolvimento da prática de Modelagem Matemática proposta nessa pesquisa, os alunos visitaram as academias que escolheram, cujo objetivo se relacionava com a investigação de conceitos de análise combinatória, como, por exemplo, permutações e combinações, que poderiam estar presentes na elaboração das fichas de prescrição de treino, que são elaboradas com o objetivo de orientar os alunos das academias durante o seu treino.

Desse modo, para o processo de coleta de dados foram aplicados 4 (quatro) blocos de atividades que compuseram o registro documental desse estudo, bem como o diário de campo utilizado pelo professor-pesquisador. Ressalta-se que os blocos de atividades foram estruturados conforme as etapas de Modelagem Matemática propostas por Rosa (2005), que são compostas por 3 (três) fases

distintas, que possibilitam a organização desse processo, pois essa estruturação tem como objetivo um melhor aproveitamento da prática pedagógica da Modelagem Matemática em salas de aula.

Nessa estrutura, a Modelagem Matemática compreende 3 (três) fases: a) *Fase inicial* que se refere à preparação da Modelagem, b) *Fase intermediária* que compreende o desenvolvimento da Modelagem e a elaboração de modelos matemáticos e c) *Fase final* que se relaciona com a apresentação dos projetos de Modelagem e a entrega do relatório final. O quadro 1 mostra os blocos de atividades propostos para o registro documental.

Quadro 1: Bloco de atividades do registro documental

BLOCO 1: FASE INICIAL – PREPARAÇÃO DA MODELAGEM	
Verificando o conhecimento tácito³	
Atividade	Objetivo
Divisão dos alunos participantes em grupos de 06 (seis) componentes para realização de atividades individuais em sala de aula. Sistematização dos conceitos de análise combinatória. Pesquisa sobre os conceitos de análise combinatória.	Verificar a utilização do pensamento combinatório adquirido pelos alunos participantes em suas experiências cotidianas com esse conteúdo matemático. Elaborar com os alunos participantes a sistematização dos conceitos de análise combinatória.
BLOCO 2: FASE INTERMEDIÁRIA – DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM	
Visita às academias da cidade	
Atividade	Objetivo
Encontro com os professores de Educação Física do Ensino Médio e com o professor de Educação Física participante desse estudo. Elaboração do roteiro de visita às academias da cidade para a obtenção de informações sobre a elaboração das fichas de prescrições de treino. Visita às academias.	Investigar se os alunos participantes perceberam a presença de conhecimentos matemáticos relacionados com a Análise Combinatória no processo de elaboração das fichas de prescrição de treino e de seu funcionamento nas academias.
BLOCO 3: FASE INTERMEDIÁRIA – DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM	
Análise das fichas de prescrição de treino	
Atividade	Objetivo
Análise dos dados coletados nas pesquisas realizadas sobre as fichas de prescrição de treino. Investigações matemáticas das informações obtidas. Elaboração de modelos baseados nas fichas de prescrição de treino. Produção de vídeos curtos.	Discutir em grupo, com a mediação do professor-pesquisador, a possível conexão entre os conceitos de análise combinatória com o processo de elaboração das fichas de prescrição de treino. Elaborar os modelos matemáticos.
BLOCO 4: FASE FINAL – APRESENTAÇÃO DA MODELAGEM E ENTREGA DO RELATÓRIO FINAL	
Apresentação dos resultados e avaliação do processo de Modelagem	
Atividade	Objetivo

³ O conhecimento tácito está impregnado na experiência pessoal dos indivíduos, sendo adquirido e acumulado por meio da vivência individual, envolvendo fatores impalpáveis como as crenças, as perspectivas, as percepções, os sistemas de valores, as ideias, as emoções, as normas, os pressentimentos e as intuições. O conhecimento matemático tácito se relaciona com as maneiras pelas quais os alunos utilizam os conceitos matemáticos e se apropriam das experiências matemáticas experienciadas em sua vida diária por meio de suas vivências cotidianas (ROSA; OREY, 2012).

Elaboração do relatório final sobre as atividades de modelagem relacionadas com os conteúdos de análise combinatória. Apresentação dos modelos e dos resultados obtidos nas pesquisas realizadas. Entrega do relatório final de Modelagem Matemática.	Discutir sobre a elaboração, a apresentação e a entrega do relatório final de Modelagem Matemática. Apresentação do relatório final e dos modelos matemáticos elaborados pelos grupos de alunos. Avaliação da apresentação e do relatório pelos membros banca ⁴ .
---	--

Fonte: Adaptado de Bastos (2019, p. 125)

Nesse contexto, partindo dessa realidade, os alunos investigaram como ocorre o processo de elaboração de fichas de prescrição de treino nas academias. Nesse sentido, esses participantes sugeriram soluções para as situações-problema constatadas nas academias, visando analisá-las, tendo como inspiração nos conhecimentos de análise combinatória para a prescrição desses treinos.

Por conseguinte, os alunos participantes desse estudo investigaram como ocorre o processo de prescrição de treinos para explorar as possibilidades de sua configuração por meio de conhecimentos de análise combinatória com o objetivo de encontrarem soluções para os problemas verificados nessas academias.

Apresentando e discutindo as tarefas de modelagem

No segundo bloco de atividades foi proposta uma tarefa em que os alunos visitaram as academias da cidade buscando informações sobre o processo de elaboração das fichas de prescrição de treino. O principal objetivo dessa atividade foi investigar se esses participantes identificariam a presença de conceitos combinatórios na confecção dessas fichas, bem como o seu funcionamento durante os horários de treinos no salão de musculação.

No entanto, antes que os participantes desenvolvessem a atividade de visita às academias, os alunos foram orientados pelos professores de Educação Física da escola e, também, pelo professor de Educação Física que participou desse estudo, com referência aos protocolos que orientam os profissionais de Educação Física durante o processo de prescrição das fichas de treino. De acordo com Gentil (2005), esses protocolos estão relacionados com as variáveis consideradas nessas fichas, como, por exemplo, a intensidade, o volume, a frequência semanal dos treinos e a progressão dos exercícios que serão propostos nesses protocolos.

Após esse encontro, que foi realizado em uma aula de Educação Física, os alunos participantes se reuniram em grupo para a elaboração do roteiro de entrevista que deveria ser utilizado para orientá-los na visita às academias. Essa

⁴ O professor-pesquisador, a supervisora pedagógica do Ensino Médio, 2 (dois) professores do Ensino Médio, o professor de Educação Física participante desse estudo e um instrutor de uma das academias visitadas participaram desse encontro ao comporem a banca avaliadora dos relatórios finais.

atividade foi marcada pelo protagonismo de 3 (três) alunos participantes, que eram membros de cada um dos 3 (três) grupos. Contudo, esse fato não acanhou a participação e a contribuição dos demais alunos nessa atividade. O quadro 2 mostra um trecho do diálogo dos alunos participantes com o professor-pesquisador durante a elaboração desse roteiro.

Quadro 2: Trecho do diálogo entre o professor-pesquisador e alguns participantes para a construção coletiva do roteiro da entrevista para a visita às academias

Professor-pesquisador: Eu acho que essa pergunta, vocês concordam em juntá-la com essa aqui? Como acontece a avaliação inicial quando uma pessoa procura uma academia? Quais questões são levantadas e levadas em consideração na avaliação?
M13, M15, F4, F14, M1: Não [responderam juntos].
F4: Não, porque nessa avaliação eles consideram aquele negócio que coloca o pé e vai tipo assim, considera a sua elasticidade, esse tipo de coisa.
M13: Não, eles olham é o seu peso.
F14: Essa pergunta não devia ser colocada, porque nem toda a academia faz avaliação. Eu mesmo não fiz na academia que malhava. É porque tem gente que não faz. Tem pessoa que não paga para poder fazer.
M15: O que é intensidade e o que é carga?
F4: Como são consideradas as variáveis? Se o cara citar, ah, é considerada a intensidade, aí, você pergunta: “O que você especificadamente considera como intensidade?”
M7: Eu acho que tem de perguntar como é que vocês evitam o congestionamento?
M15: Eu pensei em perguntar assim: “Se pra fazer a ficha eles levam em conta o horário que a pessoa frequenta a academia e quantas pessoas vão estar em média na academia naquele horário?”
F4: E mais, aí é do rodízio de pessoas. Como é organizado o rodízio das pessoas.
M15: E se o cara falar que não tem estratégia nenhuma para minimizar isso?
F4: Eu acho que também não tem que fazer a pergunta do jeito que está aí. Isso é só um roteiro para ajudar. Tem que ficar atento na conversa. Eu acho que tem que perguntar quantos instrutores são necessários para o horário de pico. Quantos instrutores têm em média e como é esse acompanhamento?
M15: Como funciona a academia em horários de pico? Há congestionamento? Há revezamento de aparelhos?
M17: Pergunta também como vocês evitam isso?
F4: Eu acho que tem que perguntar como é a capacidade máxima por horário.

Fonte: Adaptado de Bastos (2019, p. 224)

A próxima etapa do trabalho de campo desse estudo estava relacionada com a realização da visita às academias, sendo que o professor-pesquisador acompanhou cada um dos grupos na realização dessa atividade. Os alunos registraram, por meio de gravação de áudio, a entrevista realizada com os instrutores na academia escolhida para a visita.

Após a realização das visitas, os componentes de cada um dos grupos realizaram a transcrição dessas entrevistas, compartilhando-as com os demais alunos participantes em discussões realizadas em sala de aula. É importante esclarecer que, para essas apresentações, foram necessários três horários de aula, de 50 minutos cada.

Nesse sentido, Rosa (2005) ressalta a importância de os professores organizarem visitas às instituições, bem como entrevistas e palestras com profissionais que atuam nas áreas relacionadas com os temas escolhidos, pois essa

abordagem tem como objetivo orientar os alunos no entendimento do tema, auxiliando-os no processo de formulação, resolução e análise dos modelos matemáticos.

Após a realização dessa atividade, o professor-pesquisador propôs uma reflexão crítica e reflexiva baseada nas experiências vivenciadas pelos participantes nas visitas às academias, discutindo questões, como, por exemplo, as estratégias utilizadas pelas academias para evitar o problema do congestionamento, a qualidade dos serviços oferecidos por essas empresas, os benefícios da atividade física para a saúde e o acesso da população, em geral, a esse tipo de treinamento.

As anotações registradas no diário de campo do professor-pesquisador mostram que essa discussão foi marcada por uma participação ativa dos alunos, que sinalizaram a predominância das desigualdades na qualidade e gestão dos treinos entre as academias de pequeno, médio e grande porte.

Nesse direcionamento, Bastos e Rosa (2020) comentaram que o participante M13 argumentou que “lá eles pensam em tudo pra evitar congestionamento. Quando você entra no meio tem a recepção, do lado direito ficam os exercícios aeróbicos e do lado esquerdo ficam os exercícios de musculação” enquanto a participante F4 criticou o serviço oferecido pelas academias ao afirmar que:

Eu vejo que hoje a maioria dessas academias está interessada em ter mais alunos. Aí, eu não sei se praticar exercícios físicos em uma academia vai fazer tão bem para saúde. Eu não sei se o instrutor vai prescrever um treino correto ou se ele está apenas interessado no meu dinheiro, entendeu? É isso o que eu penso!

Desse modo, pretendemos, nesse estudo, por meio de atividades de Modelagem Matemática estabelecer um espaço democrático em sala de aula, com a realização de diálogos críticos e reflexivos entre o professor-pesquisador e os alunos, haja vista ser importante que os docentes assumam um papel relevante na formação política dos discentes (ARAÚJO, 2009).

Ao compartilhar com os colegas uma experiência pessoal presenciada em uma das academias visitadas, a participante F4 afirmou que “malhei por um ano e o instrutor mal sabia o meu nome. Se eu faltasse ao treino o instrutor nem dava falta. Eram muitos alunos para a pouca quantidade de instrutores no horário noturno” (BASTOS; ROSA, 2020).

Com relação aos benefícios das atividades físicas para a saúde, algumas questões foram discutidas pelos alunos participantes, como, por exemplo, o

compromisso e a assiduidade na prática dessas atividades. O quadro 3 mostra um recorte do diálogo entre quatro participantes desse estudo sobre essa problemática.

Quadro 3: Trecho do diálogo entre os alunos participantes sobre a importância da atividade física

M5: Penso que depende muito. Porque, por exemplo, igual o [participante *M15*] falou, é variável. Vamos supor, eu preciso ir na academia, mas, na semana eu tenho alguma obrigação e aí eu só vou um dia e falto dois. Então, assim, chego lá faço metade dos exercícios e vou embora. Esse exercício não será bom para a minha saúde.

F20: É, mas aí é problema seu! Você que tem que se organizar para fazer tudo direito.

M13: Foi igual ele [o entrevistado] falou lá na nossa academia, você tem que fazer a sua parte. Para você ver resultado você tem que treinar direito. Então, assim, no geral, a academia é boa para a saúde. Nesse caso que você [dirigindo-se ao participante *M5*] falou aí, vai depender de os alunos fazerem o treino direito para que seja bom para a saúde deles.

F12: Não adiantava a pessoa estar indo na academia com um *personal trainer* se ela não está fazendo a parte dela, como estar comendo certo, estar bebendo água e estar dormindo.

M13: Foi o que ele falou [dirigindo-se para a participante *F12*], o *personal trainer* não vai tomar a quantidade de água para você, não vai comer a quantidade certa que você precisa.

Fonte: Bastos (2019, p. 247)

Ao ser discutido sobre a igualdade de acesso aos serviços prestados pelas academias, os alunos participantes sinalizaram sobre as desigualdades de admissão nos estabelecimentos que foram visitados pelos participantes em seus grupos. Por exemplo, a participante *F4* compartilhou que “não acho que todo mundo tem acesso às academias que desejam. Igual a gente ouviu nas apresentações dos grupos. A mais organizadinha que a gente viu foi a academia visitada por um dos grupos e que é a mais cara”. Confirmando a questão das desigualdades de acesso aos serviços prestados pelas academias de treino, a participante *F4* refletiu que:

eu acho que se a gente pensar que a academia é importante para saúde, devia ser pensado na acessibilidade para todo mundo. Uma pessoa que ganha um salário-mínimo não tem condição de pagar nem uma mensalidade de oitenta reais, quanto mais uma academia que cobre entre cem reais e duzentos reais.

Ainda discutindo sobre o acesso às academias, o participante *M13* justificou para os demais alunos que o “preço alto da mensalidade da academia que visitamos é para conseguirem manter a qualidade dos serviços e fazer a troca dos aparelhos que fazem de três em três meses”. Por conseguinte, as anotações registradas no diário de campo do professor-pesquisador mostram que, na compreensão desse participante o custo alto de mensalidade é válido quando se há a comprovação da qualidade dos serviços oferecidos pelas academias.

Em resposta ao aluno participante *M13*, a aluna participante *F14* discordou do seu argumento afirmando que o “meu irmão morava nos Estados Unidos e me contou que pagava 10 dólares por mês para treinar em uma academia de grande porte”. Contudo, 3 (três) participantes responderam que “não podemos comparar a

realidade econômica, social e cultural da população brasileira com a norte-americana”. Nesse sentido, a participante *F12* afirmou que “é verdade, pois não podemos comparar com os Estados Unidos, pois estamos no Brasil”.

Nesse direcionamento, Rosa e Orey (2012) afirmam que é necessário que os professores de Matemática proporcionem experiências em sala de aula com a utilização de contextos distintos dos escolares para que esses profissionais possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, de maneira crítica e reflexiva com relação aos resultados dos modelos matemáticos contextualizados no cotidiano.

Após a finalização dessa tarefa, os participantes realizaram em sala de aula, o terceiro bloco de atividades, cujo objetivo era conectar o desenvolvimento das tarefas realizadas no primeiro bloco do registro documental⁵ com as atividades de análise e elaboração das fichas de prescrição de treino, bem como a sua relação com os conhecimentos matemáticos referentes aos conteúdos de análise combinatória e a elaboração de modelos matemáticos relacionados com essa temática.

Posteriormente, o professor-pesquisador iniciou a realização do terceiro bloco de atividades ao solicitar que os participantes lessem o texto providenciado, pois continha informações sobre a modalidade de treinamento discutidas de acordo com os conhecimentos de um professor de Educação Física. Em seguida, o professor-pesquisador mediou uma discussão com esses participantes sobre a importância do treinamento em circuito, solicitando que os alunos resolvessem as questões propostas para a sua resolução em sala de aula.

Durante a análise dessas atividades, Bastos e Rosa (2020) propuseram que os alunos participantes confeccionassem fichas de prescrição de treino. Por exemplo, 16 alunos participantes responderam corretamente que há 120 modos para determinar, por meio da utilização do conceito de permutação, quantas maneiras as academias visitadas poderiam organizar um circuito de treinamento com 5 (cinco) pessoas.

Assim, o participante *M13* comentou que essa situação-problema “é uma permutação porque você vai fazer uma troca”. Nesse direcionamento, esses participantes matematizaram essa situação-problema ao elaborarem um modelo

⁵ Nesse bloco de atividades, foram propostas duas tarefas envolvendo cada conceito combinatório, partindo de uma conceituação mais concreta, de maneira que conseguissem resolvê-las sem a aplicação de fórmulas. Ao final desse bloco, o professor-pesquisador propôs para os alunos participantes a realização de uma pesquisa sobre o significado de análise combinatória.

matemático por meio da elaboração do modelo matemático relacionado com a fórmula de permutação: $P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.

Contudo, 11 alunos participantes apresentaram dificuldades para interpretar o enunciado da situação-problema por meio da qual teriam que determinar o número máximo de clientes que frequentam semanalmente a modalidade de circuito de treinamento para considerar a possibilidade de lotação máxima em todas as sessões propostas pela academia.

A análise dos dados mostra que os 17 participantes analisaram criticamente essa situação ao proporem alternativas para solucioná-la conforme as informações dadas nessa situação-problema para que o conhecimento matemático não estivesse desconectado de suas experiências cotidianas e escolares (BASTOS; ROSA, 2020).

Nesse contexto, a participante *F4* afirmou ser necessário “determinar a lotação máxima, para saber quantas pessoas tinham no máximo em todas as sessões de treinamento” enquanto o participante *M15* refletiu que “ao determinar a lotação máxima nesse treino deve ser considerada que uma pessoa vai na academia fazer o treinamento de circuito duas vezes na semana”.

Dessa maneira, esses participantes discutiram sobre os possíveis resultados dessa questão ao verificarem também a possibilidade de ambiguidade desse enunciado⁶ por meio de discussões críticas e reflexivas que desenvolveram sobre essa problemática (BASTOS; ROSA, 2020).

Em seguida, o professor-pesquisador propôs a seguinte questão: “*Considere que em um determinado dia da semana a academia possua somente 4 (quatro) esteiras livres no período da manhã e que, nesse dia, os amigos João, Paulo, Ricardo, Alessandra, Roberta e Tiago tenham chegado juntos para realizar o treino. Como não é possível todos treinarem ao mesmo tempo, determine a quantidade de equipes que podem ser compostas por esses amigos, considerando o número de esteiras disponíveis. Você utilizou algum conhecimento de combinatória para resolver a questão anterior? Comente a sua resposta.*”

A análise das respostas dadas pelos alunos participantes para essa questão mostra que 16 participantes a resolveram corretamente por meio da elaboração de um modelo matemático que representou essa situação-problema. A figura 1 mostra

⁶ O proprietário dessa academia oferece esse serviço para os seus clientes em pacotes mensais, sendo dois treinos semanais, que ocorrerão no período de 8 horas às 9 horas da manhã ou das 16 horas às 17 horas, na segunda-feira e sexta-feira de cada semana. Determine o número máximo de pessoas que frequentarão essa modalidade por semana. Considere a possibilidade de lotação máxima em todas as sessões.

como o participante *M15* resolveu corretamente essa situação-problema, representando-a por meio da utilização de um diagrama.

Figura 1: Modelo matemático elaborado pelo aluno participante *M7*

Considere que em um determinado dia da semana a academia possui somente 4 (quatro) esteiras livres no período da manhã e que, nesse dia, os amigos João, Paulo, Ricardo, Alessandra, Roberta e Tiago tenham chegado juntos para realizar o treino. Como não é possível todos treinarem ao mesmo tempo, determine a quantidade de equipes que podem ser compostas por esses amigos, considerando o número de esteiras disponíveis.

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} \rightarrow 15 \text{ equipes}$$

Você utilizou algum conhecimento de combinatória para resolver a questão anterior? Comente a sua resposta.

Usei o conhecimento da fórmula de combinação simples, uma vez que a ordem dos ~~treinos~~ componentes das equipes não importa, já que o importante é realizarem o treino. A fórmula cujo termo "n" corresponde ao número de amigos e o termo "q" ao número de esteiras disponíveis por na elas usam.

Fonte: Bastos (2019, p. 282)

Por outro lado, 1 (um) aluno participante, *M9*⁷, respondeu essa questão de maneira errônea, pois afirmou que a “quantidade de equipes que podem ser formadas por esses amigos são quatro”. Assim, as anotações registradas no diário de campo do professor-pesquisador mostram que, ao explicar a sua resolução, esse participante respondeu que não utilizou o conceito de combinatória, pois somente “empreguei o raciocínio de utilizar duas pessoas para cada esteira”. Essa abordagem demonstrou uma lacuna interpretativa da situação-problema dada com relação ao procedimento de matematização utilizado em sua resolução.

Continuando com a análise da elaboração das prescrições das fichas de treino realizadas pelos participantes, pode-se inferir sobre a presença de processos de matematização e de elaboração de modelos matemáticos nas resoluções apresentadas por esses alunos para a determinação do número máximo de clientes que poderiam ser matriculados numa sessão de treinamento em circuito, desconsiderando a ociosidade dos aparelhos (BASTOS; ROSA, 2020). A figura 2


⁷ Esse participante possui um *déficit cognitivo*, de acordo com o laudo médico apresentado pelos seus responsáveis. Então, foi elaborado pela equipe pedagógica da escola, em que esse estudo foi realizado, em conjunto com os professores das áreas de exatas, um Plano de Desenvolvimento Individual (PDI) para esse aluno, por apresentar limitações na área das exatas.

mostra como o participante *M15* resolveu corretamente essa situação-problema, representando-a por meio da utilização de um diagrama.

Figura 2: Processo de matematização utilizado pelo aluno participante *M15*

2) Uma determinada academia deseja oferecer para os seus clientes essa modalidade de treinamento em circuito. Considere que essa academia possui os seguintes equipamentos disponíveis para o desenvolvimento dessa modalidade.

- 2 aparelhos de *transport*.
- 2 cordas navais.
- 1 *bag* de 10 kg e uma anilha de 10 kg.
- Duas escadas de porte médio.
- 1 *bosu*.



Como é possível determinar o número máximo de pessoas que podem ser matriculadas numa sessão de treinamento em circuito, considerando que ninguém fique ocioso?

5 por circuito + Tem 2 circuitos = 10 pessoas

Fonte: Bastos (2019, p.350)

Por exemplo, para Bastos (2019), as respostas dadas pelos alunos participantes para a questão: *Considere que certa academia possua um público de 200 pessoas malhando no salão de musculação, com a presença de 5 (cinco) instrutores para auxiliar os alunos no salão de musculação, em certo período. Tomando como referência o número de instrutores dessa academia e a média de alunos que cada um deles atende, você acredita ser possível garantir um bom atendimento nessa academia? Comente*, mostram que, ao responderam essa situação-problema, os 17 alunos participantes comentaram sobre a impossibilidade do oferecimento de um atendimento de boa qualidade para os clientes dessa academia.

Nesse sentido, conforme as informações obtidas na visita à academia, o participante *M3* respondeu que:

com essa média de alunos atendidos por cada instrutor nessa academia, acredito que não será possível garantir um bom atendimento aos alunos uma vez que, com base na entrevista que fizemos na academia, chegamos à conclusão de que cada instrutor consegue atender no máximo a 20 alunos e, nessa academia a média é de 40.

Em concordância com essa asserção, as anotações registradas no diário de campo do professor-pesquisador mostram que as discussões desencadeadas com os participantes desse estudo durante a realização das atividades propostas em sala de aula possibilitaram que os alunos desenvolvessem uma postura crítica e reflexiva sobre essa problemática ao discutirem sobre as ações que poderiam ser adotadas pelas academias para reduzir e/ou minimizar o problema do congestionamento dos

equipamentos disponíveis para a utilização de seus clientes (BASTOS, 2019). Nesse direcionamento, essas:

ações estavam relacionadas com: a) revezamento dos aparelhos para que todos os clientes pudessem malhar, b) alterações na ficha de prescrição de treino dos alunos, c) mudança de aparelhos e redução no número de repetições, d) realização de outros exercícios enquanto os clientes esperam os aparelhos desocuparem, e) aumento na quantidade de aparelhos nas academias, f) trabalho com treinos em circuito, g) estabelecimento de um limite de clientes nas academias e h) a qualidade do atendimento oferecido pelas academias (BASTOS; ROSA, 2020, p. 9-10).

Dessa maneira, a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática possibilitou que os alunos participantes desse estudo desencadeassem uma discussão sobre o papel que a Matemática assume na sociedade e, também, com relação à natureza e a relevância da elaboração dos modelos matemáticos que tem como objetivo buscar a compreensão do meio sociocultural no qual os alunos estão inseridos (ROSA; OREY, 2007), principalmente, com relação as academias que são ambientes externos aos escolares.

Conseqüentemente, a análise das respostas dadas nos instrumentos de coleta de dados mostrou que os participantes desse estudo se conscientizaram sobre a importância do conhecimento matemático escolar que é utilizado nas atividades cotidianas praticadas nas academias, pois conseguiram elaborar modelos matemáticos para a prescrição das fichas de treino que pudessem prever as possibilidades para minimizar o problema de congestionamento dos equipamentos à disposição dos clientes nesses espaços (BASTOS; ROSA, 2020).

Após a realização dessa atividade, 13 participantes discutiram sobre quais seriam as providências necessárias para a proposição da melhoria no funcionamento do rodízio de aparelhos nas academias para evitar o seu congestionamento, bem como para reduzir o tempo de espera dos clientes para a sua utilização.

Desse modo, esses participantes sugeriram que as academias utilizassem a modalidade de circuito para minimizar o problema de congestionamento desses aparelhos. Assim, para a participante *F14*, as academias também deveriam “ter uma grande quantidade de aparelhos para não haver impedimentos relacionados à superlotação”, além da utilização de treinos em circuito (BASTOS, 2019).

Continuando com a condução desse processo analítico, o professor-pesquisador utilizou os pressupostos da Teoria Fundamentada nos Dados para elaborar o quadro 4 que mostra os códigos preliminares que foram identificados

durante o processo de codificação aberta com relação à análise das respostas dadas pelos alunos participantes para as atividades relacionadas com a *Análise das Prescrições das Fichas de Treino pelos Alunos Participantes*.

Quadro 4: Códigos preliminares coletados na atividade *Análise das Prescrições das Fichas de Treino pelos Alunos Participantes*

Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Se tiver cinco pessoas, quatro pessoas vão fazer os outros treinamentos (24). Mas se tiver mais não vai dar certo (33). A ordem importa, ele falou aqui ó qual que é o primeiro, qual que é o segundo (19). Mas, e esse exercício aqui ele falou que é um atrás do outro (24). Para a execução desse treinamento tem que ter uma ordem certa (19). É uma permutação. Porque você vai fazer uma troca (19). <i>N fatorial. P igual a 5 fatorial. Vai dar 120 (40). $P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ maneiras (41). Somente 5 pessoas podem ser matriculadas em uma sessão, levando em conta que são 5 exercícios (19) e durante todos os rounds eles estarão sendo usados (43). 1 grupo por circuito. 5 pessoas = 6 g/hora = 30 pessoas. 60 pessoas por dia. 2 horas por dia (24). $120 \times 6 = 720$ $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ maneiras (41). Bicicleta – 30s. Esteira – 20s (24). Permutação: P5 (40). A quantidade de exercícios é a mesma. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ (41). Lá na academia que a gente visitou também acontece isso de ter rodízio de aparelhos entre os alunos (33). Porque tem mais gente do que aparelho nas academias (33). Para não gastar dinheiro, a maioria quer ganhar dinheiro (33). Ele vai fazer esteira ou bicicleta, ele não vai fazer esteira e bicicleta (19). É porque ele fala que vai fazer o aquecimento em um dos aparelhos, não está assim três pessoas querem fazer nas esteiras, duas querem fazer na bicicleta, não tem isso (33). Aí é combinação (19). A gente viu que naquela atividade de gravar os vídeos que a ordem dos exercícios importa na ordem da execução (33). Mas é arranjo (19).</i>	(19) Pensamento (raciocínio) combinatório (24) Matematizando situações-problema (33) Pensamento crítico-reflexivo (40) Modelando situações-problema (41) Elaborando modelos matemáticos

Fonte: Adaptado de Bastos (2019, p. 270)

Após a conclusão da determinação dos códigos preliminares no processo de codificação aberta dessa atividade, o professor-pesquisador procedeu com a codificação axial para a determinação das categorias conceituais. O quadro 5 mostra a codificação axial com relação à análise dos códigos preliminares identificados na análise da atividade: *Análise das Prescrições das Fichas de Treino pelos Alunos Participantes*, que auxiliou o professor-pesquisador na identificação das categorias conceituais.

Quadro 5: Codificação axial dos códigos preliminares identificados na atividade *Análise das Prescrições das Fichas de Treino pelos Alunos Participantes* para a identificação das categorias conceituais

Codificação Aberta (Códigos preliminares)	Codificação Axial (Categorias Conceituais)
(19) Pensamento (raciocínio) combinatório (22) Estratégias de resolução (24) Matematizando situações-problema (33) Pensamento crítico-reflexivo (40) Modelando situações-problema (41) Elaborando modelos matemáticos	Processo de modelagem matemática

Fonte: Adaptado de Bastos (2019, p. 271)

Esse processo analítico, que foi fundamentado nos pressupostos da Teoria Fundamentada nos Dados, possibilitou a elaboração de uma categoria conceitual denominada de *Processo de Modelagem Matemática*, que auxiliou o professor-pesquisador na interpretação dos resultados obtidos nesse bloco de atividades.

Nesse direcionamento, a interpretação das respostas dadas pelos alunos participantes para as questões propostas na fase inicial de preparação da modelagem, indicou uma tendência no desenvolvimento do processo de Modelagem Matemática, a partir do reconhecimento das possibilidades de aplicação dos conhecimentos matemáticos em situações-problema enfrentadas no cotidiano das academias.

Conforme esse contexto, ressalta-se que uma das principais características do processo de Modelagem Matemática é a sua utilização como uma motivação para a aprendizagem e o desenvolvimento de técnicas, estratégias e procedimentos matemáticos que objetivam auxiliar os alunos na resolução de problemas cotidianos (BASSANEZI, 2016).

Nessa perspectiva, 15 alunos participantes desse estudo utilizaram o processo de matematização para solucionarem corretamente as situações-problema propostas em sala de aula, demonstrando uma preocupação com o entendimento crítico dessas situações por meio da reflexão sobre as estratégias e procedimentos combinatórios utilizados no desenvolvimento da matematização desse processo.

Nesse contexto, Rosa e Orey (2017) afirmam que, no processo de *matematização* de fenômenos que ocorrem na vida diária, a Matemática é considerada como uma atividade humana que contempla a resolução dos problemas enfrentados diariamente por meio da análise, da reflexão, da explicação, do entendimento e da compreensão das situações e fenômenos presentes no cotidiano.

De acordo com a interpretação dos resultados obtidos nessa atividade, infere-se que esses participantes discutiram criticamente ao refletirem sobre os principais aspectos relacionados com a elaboração das fichas de prescrição de treino de musculação, bem como a respeito do funcionamento das academias e o papel dos instrutores, conectando-a com as situações-problemas vivenciadas nesse ambiente.

Conseqüentemente, Barbosa (2003) afirma que a inclusão da Modelagem no currículo matemático auxilia a utilização da Matemática em diferentes áreas do conhecimento, pois os alunos têm a oportunidade de desenvolver a capacidade de

aplicá-la em diversas situações cotidianas, auxiliando-os a verificarem a importância dessa ciência no cotidiano.

Desse modo, esses participantes discutiram sobre os processos resolutórios dessas situações, relacionando-os com os conceitos combinatórios na busca pela elaboração de modelos matemáticos que as representassem por meio de sua tradução para a linguagem Matemática acadêmica e/ou escolar. Esse fato é corroborado por Rosa e Orey (2012) ao afirmarem que, nas investigações em Modelagem, existe a necessidade de se utilizar a tradução para descrever o processo de elaboração de modelos retirados da realidade, que podem ter uma representação matemática escolar/acadêmica.

Esses participantes também afirmaram que o conhecimento de análise combinatória está presente nas academias e na organização dessa modalidade de treino, destacando a aplicabilidade do conceito de permutação na resolução das questões relacionadas com o circuito, visando minimizar o problema de congestionamento nesses ambientes. Por exemplo, o aluno participante M7 respondeu que o “uso do circuito com a aplicação da combinatória ampliaria e otimizaria a utilização dos aparelhos, não deixando pessoas ociosas”.

Esse participante também comentou que a “relação dessa modalidade de treinamento com a análise combinatória está relacionada com o emprego da permutação para descobrir as possibilidades de circuito”. Nesse sentido, para Rosa e Orey (2007), a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática busca associar os conhecimentos matemáticos escolares com as situações-problema apresentadas no cotidiano.

Assim, inferimos que a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática contribuiu para que os participantes desse estudo percebessem a importância de um processo de ensino ativo, cooperativo, interativo e colaborativo da aprendizagem de conceitos combinatórios que estavam relacionados com as atividades diárias praticadas no contexto diário das academias.

Similarmente, a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula configura-se pela realização de atividades, por meio das quais os alunos são estimulados a discutirem a Matemática e o seu papel no contexto de situações do cotidiano, de outras ciências e de outros campos conhecimento (BARBOSA, 2004).

Dessa maneira, a implicação dessa abordagem ser relacionada com o fato de que os alunos podem se habituar ao desenvolvimento de uma análise cuidadosa e holística das situações-problema propostas em sala de aula e que estão enraizadas

na realização de suas atividades diárias (MORGADO; CARVALHO; CARVALHO; FERNANDEZ, 1991). Por exemplo, essa abordagem propõe a condução de uma ação pedagógica que esteja desvinculada de um processo mecânico e limitante, que pode impossibilitar a aplicação de conceitos combinatórios em situações-problema presentes na vida diária.

Considerações Finais

Neste artigo, optamos por apresentar um recorte de um dos blocos de atividades de uma pesquisa de mestrado por meio da qual foi proposta a realização de uma experiência de Modelagem Matemática relacionada com o desenvolvimento de conceitos de análise combinatória em uma turma de alunos do 2º do ensino médio, de uma escola particular em uma cidade do vale do Rio Doce, em Minas Gerais, cujo principal objetivo foi mostrar a possibilidade do desenvolvimento de uma relação dialógica e interdisciplinar entre os campos de estudo da Educação Física e da Matemática.

Nesse sentido, é importante destacar a importância do professor de Educação Física participante para que essa experiência de Modelagem fosse bem-sucedida, pois o compartilhamento de conhecimentos acadêmicos específicos da formação desse profissional foi fundamental para que os alunos participantes obtivessem uma compreensão inicial sobre como é elaborada a prescrição das fichas de treinos nas academias, antes da realização da atividade de visita a esses espaços.

Entendemos que essa ação pedagógica possibilitou a proximidade entre o universo acadêmico universitário com a educação básica por meio do encontro em que o professor de Educação Física participante dessa pesquisa, representante do espaço de formação universitária, dialogou com os alunos participantes desse estudo.

Desse modo, os blocos de atividades propostos no trabalho de campo desse estudo possibilitaram o despertar do interesse desses participantes na realização das atividades de Modelagem Matemática propostas em sala de aula. Nesse contexto, essas atividades propiciaram o enriquecimento do conhecimento matemático por meio da contextualização da Matemática escolar em relação aos conhecimentos utilizados pelos participantes desse estudo em seu dia a dia.

Assim, ao analisarmos as atividades que compuserem esses blocos, inferimos que os alunos participantes desse estudo utilizaram os conceitos de análise combinatória na resolução das tarefas propostas ao estabelecerem a sua conexão com o processo de prescrição dos treinos das academias, cujo

desenvolvimento foi mediado pela utilização da perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática (BASTOS; OREY, 2020).

As anotações registradas no diário de campo do professor-pesquisador mostraram que as discussões realizadas sobre as possibilidades de elaboração de fichas de prescrições de treino que buscavam a minimização dos problemas de congestionamento de aparelhos nas academias desencadearam questionamentos sobre as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para a resolução dessa situação-problema. Essa ação pedagógica possibilitou que esses participantes desenvolvessem o seu senso crítico e reflexivo para se conscientizarem sobre a proposição de soluções para as situações-problema enfrentadas no ambiente externo das academias (BASTOS, 2019).

No que se refere a uma proposta de solução para a problemática relacionada ao congestionamento de clientes nos aparelhos das academias, Bastos (2019) afirma que uma das sugestões apontadas estava relacionada com a adoção das práticas de treinamento em circuito pelas academias. Assim, o participante M7 argumentou que a:

gente também descobriu que não é bom que haja várias pessoas em equipamentos diferentes da academia ao mesmo tempo. É melhor que haja um circuito. No circuito você não tem pessoas ociosas, todo mundo está trabalhando, então, não acontece o congestionamento.

Conseqüentemente, a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática propiciou uma conscientização sobre a utilização dos conceitos combinatórios necessários para a elaboração das fichas de prescrição de treinamento, bem como o desenvolvimento de uma análise crítica sobre a qualidade dos serviços oferecidos por essas academias. Então, essa perspectiva contribuiu para a promoção de discussões críticas e reflexivas sobre o papel dos modelos matemáticos nas academias por meio da proposição de soluções para uma melhor utilização dos aparelhos e gestão dos treinos a partir da implementação da modalidade de circuito, que visa possibilitar o descongestionamento dos aparelhos utilizados pelos clientes nesses ambientes de treinamento.

Nesse sentido, Bastos e Rosa (2020) afirmam sobre a importância de ressaltar que as discussões sobre a qualidade do atendimento prestado pelos instrutores, os cuidados a serem tomados na escolha por uma academia e os benefícios da prática de atividades físicas para a saúde também estiveram presentes nas discussões realizada durante o desenvolvimento das atividades propostas nessa experiência realizada com a Modelagem Matemática.

Finalizando, a busca por caminhos metodológicos inovadores e diferenciados, que visam integrar o cotidiano dos alunos com o *fazer matemático* nas escolas, possibilita o desenvolvimento de um vínculo entre a estrutura lógico-formal da Modelagem Matemática com a sua utilização em salas aula, pois procura compreender e descrever a realidade, propiciando para os alunos a percepção de terem uma participação central e atuante no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos no ambiente escolar. Desse modo, esperamos que esse trabalho possa contribuir com o desenvolvimento da Educação Matemática por meio da proposição de discussões sobre as práticas de Modelagem Matemática por meio do diálogo interdisciplinar com outros campos do conhecimento.

Referências

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werler; SILVA, André. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 2, p. 221-241, 2010.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: **Anais...** CD-ROM. II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (II SIPEM). Santos, SP: SBEM, 2003. pp. 1-13.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática na sala de aula. VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife, PE: **Anais...** CD-ROM. Recife, PE: SBEM, 2004.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Mathematical modelling in classroom: a social-critical and discursive perspective. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 4ª Ed. São Paulo: Contexto, 2016.
- BASTOS, Ticiano Azevedo. **Modelagem na educação matemática para o desenvolvimento de conceitos de análise combinatória em uma escola particular no Vale do Rio Doce em Minas Gerais**. 2019. 444 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.
- BASTOS, Ticiano Azevedo; ROSA, Milton. Possíveis olhares para os treinamentos de musculação nas academias mediados pela modelagem matemática. **Anais** do XIV Encontro Paulista de Educação Matemática – XIV EPEM. São Paulo, SP: Universidade Federal do ABC - UFABC. pp. 1-12.
- GENTIL, Paulo. **Bases científicas do treinamento de hipertrofia**. Rio de Janeiro, RJ: Sprint, 2005.
- GLASER, Barney Galland; STRAUSS, Anselm Leonard. **The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research**. Chicago, IL: Aldine, 1967.

JACOBINI, Otávio Roberto; WODEWOTZKI, Maria Lucia. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. **BOLEMA**, n. 25, p. 71-88, 2007.

MARTINS, Marluccio de Souza. **Educação Física e Educação Matemática na Educação Infantil**. 2009. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2009.

MILLES, Matthew B.; HUBERMAN, A. Michael. **Qualitative data analysis: a sourcebook of new methods**. Beverly Hills, CA: Sage Publications, 1994.

MIRANDA, Marília Gouvea de. O professor pesquisador e sua pretensão de resolver a relação entre a teoria e a prática na formação de professores. In ANDRÉ, M., ROSA, D. E. G., BEILLEROT, J., SANTOS, L. L. C. P., SOARES, M., MIRANDA, M. G., LÜDKE, M., LIPOVETSKY, N.; LISITA, V. M. S. S. **O Papel da pesquisa na formação e na prática dos professores**. Campinas, SP: Papirus, 2006. pp. 129-143.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ, Pedro. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro, RJ: IMPA, 1991.

ROSA, Milton. Currículo e matemática: algumas considerações na perspectiva etnomatemática. **Plures**, v. 6, n. 6, p. 91-96, 2005.

ROSA, Milton. **A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELL) students: the case of mathematics**. Tese de Doutorado. College of Education. Sacramento, CA: California State University, Sacramento, 2010.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. **Revista Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, 2007.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **Bolema**, v. 26, n. 42A, p. 261-290, 2012.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais**. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

SILVA, Cíntia da; KATO, Lilian Akemi; PAULO, Iramaia Jorge Cabral de. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem crítica: possíveis aproximações. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 17, n.1, p. 109-123, 2012.

STRAUSS, Anselm Leonard; CORBIN, Juliete. **Basic of qualitative research: grounded theory, procedures and techniques**. Newbury, CA: SAGE, 1990.

Submetido em janeiro de 2021.

Aceito em junho de 2021.