



# Combinálise

## Jogos didáticos no ensino de Análise Combinatória

Ana Luiza Ferreira Camargo  
Marli Regina dos Santos





Mestrado Profissional  
em Educação Matemática

**Ana Luiza Ferreira Camargo**

**Marli Regina dos Santos**

# **Combinálise**

**Jogos didáticos no ensino de Análise Combinatória**

COMBINÁLISE: Jogos didáticos no ensino de Análise Combinatória

Ouro Preto | 2022

---

© 2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática

Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

**Reitor(a) da UFOP** | Profa. Dra. Cláudia Aparecida Marlière de Lima

**Vice-Reitor** | Prof Dr. Hemínio Arias Nalini Júnior

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS

**Diretor(a)** | Profa. Dra. Roberta Eliane Santos Froel

**Vice-Diretor(a)** | Profa. Patrícia de Abreu Moreira

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

**Pró-Reitor(a)** | Profa. Dra. Renata Guerra de Sá Cota

**Diretor-Adjunto** | Prof. Dr. Thiago Cazati



Mestrado Profissional  
em Educação Matemática

**Coordenação** | Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

MEMBROS

Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira, Prof. Dr. André Augusto Deodato, Profa. Dra. Celia Maria Fernandes Nunes, Prof. Dr. Daniel Clarck Orey, Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira, Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti, Prof. Dr. Eder Marinho Martins, Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu, Prof. Dr. Frederico da Silva Reis, Profa. Dra. Inajara de Salles Viana Neves, Prof. Dr. José Fernandes da Silva, Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana, Profa. Dra. Marli Regina dos Santos, Prof. Dr. Milton Rosa

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C172c Camargo, Ana Luiza Ferreira.  
Combinálise [manuscrito]: Jogos didáticos no ensino de Análise Combinatória. / Ana Luiza Ferreira Camargo. - 2022.  
83 f.: il.: color., gráf.. + Quadros.

Orientadora: Profa. Dra. Marli Regina dos Santos.  
Produção Científica (Mestrado Profissional), Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.  
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Jogos. 2. Análise Combinatória. 3. Prática Docente. I. Santos, Marli Regina dos. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 510:374

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800



Nosso destino vive  
dentro de nós, você  
só tem que ser  
corajoso o suficiente  
para vê-lo.  
(Mérida-Valente)

# Expediente Técnico

---

**Organização** | Ana Luiza Ferreira Camargo | Marli Regina dos Santos

**Pesquisa e Redação** | Ana Luiza Ferreira Camargo

**Projeto Gráfico e Capa** | Editora UFOP

**Ilustração** | Ana Luiza Ferreira Camargo



## Sumário

---

<b>Apresentação</b> .....	9
<b>1. Matemática e Análise Combinatória</b> .....	12
<b>2. Pensamento combinatório</b> .....	20
<b>3. Jogos didáticos no ensino de Matemática</b> .....	29
<b>4. Combinálise: uma proposta para o ensino de Análise Combinatória por meio de jogos didáticos</b> .....	41
<b>4. 1 Permutaquiz</b> .....	42
<b>4. 2 Queimada da Tia Dani</b> .....	52
<b>4. 3 Estação do Xadrez</b> .....	59
<b>4. 4 Primeira Competição de Xadrez</b> .....	67
<b>5. Considerações finais</b> .....	72
<b>Referências</b> .....	73

## Apresentação

Olá caros professores, leitores e jogadores!

A criação deste produto educacional tem uma bela história e eu vou contar para vocês!

Meu nome é Juliana, carinhosamente chamada de Ju. Sou conhecida pelos meus amigos e familiares por ser uma garotinha com uma personalidade forte, curiosa e que está sempre disposta a aprender. Ah, amo jogos, Matemática e, depois que aprendi, também amo xadrez!



Figura 1- Personagem Ju

Eu e meus amigos estamos sempre envolvidos aventuras que nos fazem questionar tudo à nossa volta. Essas aventuras – e nossos questionamento (claro!) – embasaram os jogos do *Combinálise*.... ou, pelo menos, as situações que aparecem nos jogos... Porque, na verdade, quem formulou e elaborou o *Combinálise* foi a minha



criadora, a Ana Luiza. Ela é mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto e – pode até parecer engraçado –, assim como eu, ela ama a Matemática, os jogos didáticos e o xadrez.

Minhas aventuras com meus amigos são o pano de fundo dos quatro jogos do Combinálise. O enredo da proposta interliga os temas e os jogos, e a ideia é que você, leitor, escolha a melhor dinâmica para jogá-los. Por exemplo, individualmente ou em grupo, na sequência ou aleatoriamente... da forma como voce decidir.

O primeiro jogo, o Permutaquiz, aborda o princípio fundamental da contagem. Nesse jogo, na modalidade de Quiz, eu e meus amigos vivemos diversas situações que se entrelaçam com esse conceito. A plataforma virtual utilizada é Socrative.

No segundo jogo, a Queimada da Tia Dani, eu e meus amigos estamos na aula de Educação Física e iremos investigar conceitos matemáticos envolvendo a permutação. Utilizamos a ferramenta Powerpoint para elaborar a quadra da queimada.

O terceiro jogo aborda nossa aventura na visita à Estação de Xadrez (que dá nome ao jogo). Investigando as situações e desafios que surgem, conhecemos um pouco mais sobre o arranjo. Ah, a plataforma utilizada aqui também é o Powerpoint.

O quarto e último jogo foi muito importante na minha trajetória de enxadrista. Chama-se Primeira Competição de Xadrez. Na competição são propostos problemas matemáticos relacionados com os movimentos das peças, envolvendo a ideia de combinação. Também foi utilizado o Powerpoint para a criação de um tabuleiro.

Dessa forma, este produto educacional é composto por este caderno e por um site<sup>1</sup> onde são disponibilizados os jogos e seus modelos.

Quero que você, leitora ou leitor, saiba que do nosso desejo (meu e da Ana) com a proposta do Combinálise é que, além do entretenimento dos jogos, cada um possa perceber que um argumento matemático pode ser apreciado em diferentes níveis

---

<sup>1</sup> Site do Produto Educacional e dos templates dos jogos: <https://www.combinalise.com.br/>

de ensino, de várias formas e por diversos caminhos, inclusive jogando. Ficaríamos satisfeitas se o Combinálise despertasse o gosto pela Matemática entre os jogadores – principalmente entre aqueles que não apreciam muito esta disciplina.

Vamos jogar?

# 1. Matemática e Análise Combinatória

Conforme o dicionário online de Português, a Matemática é a ciência que estuda, por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades de entes abstratos – números, figuras geométricas (MATEMÁTICA, 2022), bem como as relações que se estabelecem entre eles. Ela evidencia um modo particular de proceder e manipular tais entes, visando a formalização dos conceitos e a sistematização de um corpo de conhecimento com características próprias, como o caráter axiomático. Por outro lado, ainda que em muitos casos ela possa ser vista como desligada do cotidiano, ela também se mostra relevante nas mais diversas situações do dia a dia, ao mesmo tempo em que muitos de seus resultados se baseiem em situações e problemas práticos.

Aspectos da Matemática e do cotidiano são indicados nos diversos documentos orientadores para o seu ensino, enfatizando a importância de se explorar as correlações desta disciplina com situações práticas do dia a dia e com as diversas áreas do saber. Nesse sentido, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) (BRASIL, 1998), destacam que, quanto ao seu ensino:

É importante que estimule os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo. (BRASIL, 1998, p.62)

O atual documento orientador da Educação Básica, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) (BRASIL, 2017), também enfatiza aspectos das aplicações da Matemática e destaca a importância da disciplina na formação dos alunos nesse nível de ensino, já que

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2017, p.263)

O documento considera que a Matemática pode ser complexa para os estudantes, porém, quando abordada de forma contextualizada e interdisciplinar, se manifesta como um campo curricular fascinante para os aprendizes. Tal constatação é confirmada por diversos pesquisadores na área educacional, como Silva (2019), Campos (2018), Albuquerque e Gontijo (2013), Alves (2012), Araujo (2000), Tavares (2017) e Mota (2009)

Silva (2019), por exemplo, destaca que a Matemática, nessa perspectiva, é relevante no desenvolvimento dos pensamentos e do raciocínio dedutivo, e desempenha papel importante na aplicação e resolução de problemas da vida cotidiana. Assim, o autor defende que essa ciência é multi, inter e transdisciplinar ao estabelecer relações com outras disciplinas sem perder sua essência e tendo um papel importante na construção social. Nesse sentido, Lima (2012) ressalta a importância da Matemática na compreensão dos fenômenos, o que pode favorecer, quando explorada em situações de ensino, um conjunto de instrumentos importantes no desenvolvimento de conhecimentos e habilidades.

A BNCC (2017) propõe diferentes contextos e situações que podem ser explorados junto aos alunos no ensino da disciplina, já que a Matemática

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BRASIL, 2017, p.265)

Se mostra importante que os alunos compreendam que a Matemática não é desligada da realidade e que surge com as necessidades dos homens, estando em constante mudanças. As orientações sugerem que os alunos, desde o ensino fundamental, sejam estimulados a relacionar as questões empíricas que observam nas mais diversas situações com as representações Matemáticas (BRASIL, 2017), já que atividades que relacionam a Matemática com o cotidiano podem proporcionar o desenvolvimento da capacidade de identificar caminhos para uma solução e da utilização do conhecimento matemático para resolver o problema, aplicando procedimentos e conceitos para traçar estratégias, encontrar resultados e interpretá-las segundo os contextos de onde as situações emergem.

Quando se observa a construção do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), essa contextualização destacada nos documentos aparece na ideia de “interdisciplinaridade”, no sentido de reconstrução e complementação entre as disciplinas, por meio de situações cotidianas que envolvem os diversos saberes específicos, interligando-os. A BNCC (2017) aponta que esse nível de ensino deve garantir aos estudantes a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática. Para isso, considera-se a articulação entre as diferentes áreas do conhecimento no currículo, organizadas em Matemática e suas tecnologias, linguagens e suas tecnologias, ciências da natureza e suas tecnologias, e ciências humanas e sociais aplicadas.

Consonante com a proposta da BNCC, o atual Currículo Referência de Minas Gerais (Minas Gerais, 2020) considera que o ensino médio deve possibilitar ao estudante a oportunidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, sustentando-se no desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas à autonomia, responsabilidade, ética, criatividade, comunicação, argumentação, cidadania, entre outros. Voltando-nos para a Matemática, ela se entrelaça às demais disciplinas nas situações-problema, podendo

ser explorada, por exemplo, por meio de matérias de jornais das colunas de economia ou financeira.

D'Ambrósio (1999) enfatiza a relevância de se analisar a questão do seu ensino junto a outras disciplinas, devido à importância de se estabelecer relações entre os conteúdos, o que pode contribuir na formação do aluno para atuar na sociedade. O autor ressalta a importância de não os ensinar conteúdos desvinculados da realidade e considera que devemos aprender com eles, reconhecer seus saberes e juntos buscarmos novos conhecimentos. Isso demanda um novo olhar para a Matemática e o reconhecimento da sua presença nos diferentes âmbitos da sociedade, de modo que não se configurem conhecimentos mais ou menos importantes, promovendo o estabelecimento de conexões entre eles.

Por outro lado, na prática escolar, o ensino da Matemática, em geral, tem uma conotação negativa para grande parte dos alunos, o que, para alguns autores, pode influenciar o aprendizado ou mesmo alterar o percurso escolar, acarretando, por exemplo, em escolhas visando o distanciamento de situações que envolvam a disciplina. Conforme Lima (2012), a Matemática é tida como um “bicho de sete cabeças” por muitos alunos, levando a um alto índice de reprovação na disciplina. Araújo (2000) enfatiza a constatação dessa rejeição, questionando os motivos que podem levar a esse sentimento de medo ou ódio:

Há algo errado com o ensino de Matemática: os adultos a temem e odeiam, enquanto as crianças não querem aprendê-la ou não a aprendem. Os problemas matemáticos são difíceis de resolver, os menores cálculos já assustam, a tabuada é difícil de decorar. [...] Do ponto de vista dos alunos, o ensino e a aprendizagem não são atividades envolventes. É comum encontrar alunos dizendo “eu não sou bom em Matemática”, “Matemática é uma matéria difícil”, e verificar a constante dificuldade e o consequente fracasso quando é proposta a resolução de problemas nas aulas de Matemática. Por que a Escola e a Matemática se tornaram tão desinteressantes? Boa parte dos alunos nem sequer tenta uma resolução própria ficando simplesmente na espera da solução correta, apresentada pelo professor. (ARAÚJO, 2000, p.13)

Como apontamentos para esse quadro, um motivo para o desinteresse pela Matemática pode ser, justamente, a falta de conexão com o cotidiano do aluno, ou a forma como ela lhes é apresentada: acabada, pronta e com procedimentos que devem ser repetidos. Percebe-se que muitos alunos ficam inseguros devido ao passado de insucessos em Matemática e acreditam que não são capazes, o que os leva a construir uma baixa autoestima quanto à aprendizagem da disciplina. Cria-se um ciclo onde se reforça a ideia de que a Matemática “é difícil” ou “não é para todos”. Silva e Martines (2017) relatam que, em seus estudos, os alunos apresentaram dificuldades relacionadas com conceitos da Matemática básica abordados em séries anteriores, o que levaria ao sentimento de inaptidão para os cálculos. Vitti (1999) explica que os obstáculos em relação à disciplina foram sinalizados por muitos educadores ao relatarem os desinteresses dos estudantes pela matéria, seja por ideias prévias de pessoas próximas quanto à disciplina ou frustrações com avaliações e falta de compreensão do conteúdo. Piovesan e Zanardini (2008) ressaltam que esse sentimento quanto ao ensino da Matemática se reflete tanto no estudante quanto no professor, já que os alunos sentem a incompreensão e a desmotivação em relação às aulas e os docentes ficam frustrados por não alcançarem os objetivos de ensino e aprendizagem.

Prediger, Berwanger e Mörs (2009), ao investigarem as possíveis causas que levam ao desinteresse pela Matemática, destacam que os alunos compreendem sua importância e têm consciência de que, sem ela, não seria possível calcular, medir e mesmo encontrar um bom emprego. Além disso, muitos estudantes relatam que compreendem seu papel no cotidiano, mas não se dedicam o suficiente aos estudos. Os autores apontam ainda que o interesse pela Matemática diminuiu com o passar dos anos devido ao nível de dificuldade dos assuntos, pois, conforme relatos, nos anos iniciais a Matemática é “fácil” e depois é “chata” e, por isso, os alunos não conseguem entender os assuntos abordados.

Os PCN (BRASIL, 1998) relatam que o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce ou inadequada de conceitos, preocupação excessiva com o treino e a mecanização de processos sem compreensão, sendo que esses fatos afetam diretamente os objetivos de desenvolver habilidades como expressão, compreensão, argumentação, decisão, contextualização e abstração. Nesse sentido, outro aspecto destacado por Vitti (1999), quanto aos fatores que podem levar para essa dificuldade com a disciplina é a abordagem em sala de aula pois, grande parte dos professores estão preocupados em cumprir o cronograma escolar, o que dificulta um planejamento que permita, por exemplo, abordar os assuntos iniciando com uma discussão sobre os conhecimentos prévios dos alunos, trazendo suas vivências cotidianas e envolvendo-os no desenvolvimento de aprendizagens.

Nesse sentido, Marinque (2009) argumenta que os docentes, muitas vezes, não têm uma visão razoável da realidade de seus alunos e dos contextos escolares em que atuam. A quantidade excessiva de turmas, a atuação em diferentes escolas e a extensa carga horária de trabalho agravam esse quadro e dificultam ações visando promover o sentido de pertença à escola, tanto entre os alunos como entre os professores.

Quanto aos conhecimentos dos estudantes, Zacarias (2018) considera que, antes de entrarem na escola, eles já possuem um contato com a Matemática, seja diretamente ou indiretamente, nas diversas situações cotidianas, como nas compras, ao realizarem medições, ao compararem resultados, ao se envolverem nas regras de uma brincadeira etc. Autores, como Tavares (2017), Alves (2001) e Santos, França, Santos (2007), ressaltam a importância de valorizar o saber discente pois, quando o estudante constrói, cria e participa das experiências de aprendizagem, ele pode estabelecer conexões com os conceitos trabalhados, deixando de ser apenas um “ouvinte” e se tornando um “protagonista” nas situações tratadas. Ele pode, assim, se tornar o “cientista” que investiga e caminha na construção de seu conhecimento.





Mas como envolver o aluno e trazer suas vivências para a aula de Matemática buscando explorar as competências desejadas, considerando a diversidade de sujeitos em uma sala e as características particulares de cada um? Longe de considerarmos a resposta simples e direta, já que ela envolve muito mais do que a relação professor-aluno pois perpassa (inclusive) a valorização social da escola e do aprender, uma discussão quanto ao indagado refere-se às abordagens de ensino, de modo que, ao diversificá-las, o aluno pode ter experiências diversas que se complementam e enriquecem suas aprendizagens. Os PCN (BRASIL, 1998), por exemplo, apresentam alguns caminhos para fazer Matemática na sala de aula, enfatizando que nenhum deles deva (ou possa) ser identificado como único ou melhor para o ensino da disciplina. Como destaca o documento, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática e se desenvolva profissionalmente.

Dentre os caminhos apresentados no documento, destacam-se a abordagem envolvendo a história da Matemática, o uso das tecnologias da comunicação, os jogos e a resolução de problemas. Este último é enfatizado pelo documento ao perpassar os demais, como um eixo que os conecta. Assim, como norteador para as diversas abordagens e metodologias, os PCN (1998) ressaltam a importância de fornecer contextos envolvendo situações-problemas e instrumentos que favoreçam a construção de estratégias de resolução.

Dessa maneira, ao adentrar pelo significado da Matemática, enquanto área de estudos e de ensino, é possível destacar a correlação entre temas que se interligam e que possuem importância no cotidiano. Conforme histórico quanto ao tema, desde a introdução do raciocínio combinatório em sua relação com as contagens, há o desenvolvimento constante que leva à emergência de aprofundamento e sistematizações. Assim, quanto mais a espécie humana se desenvolvia mais era necessário mais aprofundamento pelo tema.

Quanto ao ensino de combinatória, podemos identificar que para sua compreensão é necessário aos alunos terem uma boa base Matemática, visto que as ideias e temas se relacionam e se articulam. Por isso, é importante os conceitos serem introduzidos desde as séries do Ensino Fundamental, conforme as possibilidades de cada ano, visando auxiliar e contribuir na aprendizagem dos alunos ao ingressarem no Ensino Médio, quando adentrarem no tema.

Na pesquisa realizada em particular, é tematizado o uso dos jogos em uma abordagem que visa a inserção de situações-problemas e de ações com o foco no ensino e aprendizagem de um conteúdo específico da Matemática: a Análise Combinatória. Tal escolha emerge do conjunto de vivências que nela culminam e as reflexões apresentadas acima nos levam a lançar um olhar cuidadoso tanto para o conteúdo matemático específico quanto para as abordagens, recursos e posturas para o seu ensino. Por isso, no sentido de sustentar as escolhas e direcionamentos desta pesquisa, a seguir, voltamos nossa atenção para as orientações e discussões quanto ao ensino e aprendizagem do tema, visando abordar aspectos do pensamento combinatório e das noções e conceitos envolvidos.

## 2. Pensamento combinatório

O tema matemático focado na pesquisa realizada tem sido tematizado em diversos estudos, Alves (2012), Tavares (2017), Scheffer et al (2016), Santos, França e Santos (2007), Santos (2018) por meio diversas abordagens metodológicas, junto a diferentes sujeitos e a referenciais articulados ao que se busca investigar ou compreender. Um dos fatores para a gama de estudos sobre o tema se refere ao próprio conteúdo: ele está presente nos diversos níveis de ensino – das séries iniciais do Ensino Fundamental ao Médio, com aprofundamento no ensino superior – e pode ser correlacionado a diversas situações cotidianas, articulando-se a muitos conteúdos, matemáticos ou não.

Mello (2017) explica que:

(...) a Análise Combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas, constituindo, assim, uma importante ferramenta que abrange um vasto campo investigativo, com intensa atividade devido às suas aplicações nas mais diversas áreas” (MELLO, 2017, p.10).

Historicamente, segundo Rooney (2012), as ideias da Análise Combinatória, ainda que não com essa nomenclatura, surgiram quase que concomitantemente à invenção da escrita. Com o objetivo de facilitar as atividades do dia a dia, o homem desenvolveu os sistemas numéricos de associação entre quantidades e objetos distintos, como pedras ou carneiros. Com as necessidades de lançar mão de cálculos mais elaborados, começaram a surgir os primeiros métodos de contagem. Martins e Bonfim (2011), ao investigarem a história da Análise Combinatória, destacam que os avanços teóricos do tema ao longo da história ocorreram, principalmente, próximo ao renascimento, onde os matemáticos da época verificaram que o tema abordava mais que as operações básicas, sendo que o assunto passou a ser estudado e estruturado

como uma área da Matemática, com as formalizações, teoremas e características próprias do pensar axiomático.

Almeida (2010) descreve que a Análise Combinatória se constitui como uma área da Matemática que possui aplicações em diferentes campos, como química, biologia, física, estatística. Devido ao seu vasto campo de aplicações no cotidiano, permite a elaboração de situações problemas que podem ser apresentadas pelas instituições, com o intuito dos alunos desenvolverem a capacidade de argumentação em diferentes níveis de ensino. Quanto à relevância de se abordar o tema junto aos alunos da Educação Básica, do Fundamental ao Médio, ela pode ser associada à:

[...] importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdo, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos [...] (BRASIL, 1998, p.21).

Os PCN (BRASIL, 1998) recomendam que os alunos vivenciem no Ensino Fundamental o assunto Análise Combinatória a partir do 1º e 2º do ciclo (Fundamental I) de modo que eles lidem com situações problemas que envolvam: princípio fundamental da contagem, combinações, arranjos e permutações. Já no 3º e 4º (Fundamental II) ciclos o aluno deverá lidar com situações distintas que envolvam diferentes tipos de agrupamentos, desenvolvendo o raciocínio e aplicação do cálculo combinatório.

No ensino médio o conteúdo deve ser retomado visando a sistematização dos tipos de problemas de combinatória e a formalização das operações e manipulações com o objetivo de generalizar soluções e procedimentos. Nesse nível de ensino, os PCNEM (Parâmetro Curriculares do Ensino Médio) (BRASIL, 2000) descrevem que a estrutura da disciplina Matemática deve ser abordada em três temas principais: álgebra, geometria e medidas e análise de dados. Esse último é organizado em três

unidades temáticas – estatística, contagem e probabilidade – incorporando, portanto, a Análise Combinatória.

A importância deste conteúdo para a formação do aluno se justifica ao envolver ideias e procedimentos que visam interpretar um conjunto de dados em uma situação e aplicar os conhecimentos adequados para solucioná-la.

A Contagem, ao mesmo tempo que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada raciocínio combinatório. Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação. (BRASIL, 2000, p.126)

A BNCC (2017) apresenta como habilidade relacionada ao ensino e aprendizagem do tema, a capacidade de resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore, dentre outras.

Mesmo diante da relevância do tema para a formação dos alunos, pesquisas mostram que há alguns entraves em sua realização nos espaços de ensino. Diante disso, buscaremos trazer algumas considerações de pesquisadores quanto aos resultados de seus estudos, mais especificamente no nível de ensino considerado neste produto.

Tavares (2017), ao abordar o tema Análise Combinatória, retrata em sua pesquisa que os alunos têm pouco interesse pelo assunto devido às dificuldades e baixos rendimentos, destacando que muitos professores enfatizam o uso de fórmulas, apresentando-as de modo inadequado, mecânico e sem sentido. Corroborando essa constatação, Lima (2016, p.19) relata em seu estudo o desabafo de uma aluna sobre suas dificuldades com o tema:

Professor! Estou extremamente preocupada com Análise Combinatória, pois é um assunto aparentemente fácil. Quando meu professor estava explicando o assunto, eu achei muito fácil, mas esta semana fui revisar o conteúdo em casa e ao tentar resolver as questões do livro que usamos praticamente não resolvi uma, quer dizer resolvi as que são muito fáceis, mas qualquer questão que tinha um raciocínio mais complexo eu não consegui resolver.

A constatação das dificuldades explicitadas na resolução dos problemas de combinatória também podem ser percebidas pelos próprios professores. Conforme constatou Mello (2017) em sua pesquisa, não é raro ouvir relatos de professores que se depararam com exercícios que à primeira vista pareciam fáceis de se ensinar, entretanto, quando são olhados com mais atenção, exigem uma conduta mais elaborada e uma solução criativa. O mesmo autor considera ainda que a Análise Combinatória, com suas fórmulas e problemas específicos, sempre se mostrou como um obstáculo aos alunos e professores.

Nota-se que as dificuldades relacionadas ao seu ensino e aprendizagem da Análise Combinatória estão em uma via de mão dupla: o professor enfrenta os desafios para ensiná-la de modo assertivo e envolvente e os alunos apresentam dificuldades em compreender as ideias ou conceitos e em diferenciar as situações que lhes são apresentadas.

Um fator que pode, de certo modo, influenciar a prática docente, são os recursos que o professor tem à disposição sua disposição. Pinheiro (2008), sua pesquisa, tematiza o papel dos livros didáticos como ferramenta nas aulas de Matemática, particularmente quanto à Análise Combinatória. Seu levantamento, tem como objetivo analisar o papel dos livros na prática docente, destacando que, no Brasil o livro didático é um dos recursos didáticos mais utilizados em sala de aula. O autor explica que entre 1895 até 2009, os livros didáticos, no Brasil, apresentaram modificações na metodologia dos conteúdos de Análise Combinatória, sendo que de 1985 a 1960 focavam no binômio de Newton e soluções de polinômios e, assim, não

apresentavam um caminho metodológico que propiciasse a resolução dos problemas de contagem relacionando os saberes envolvidos nas noções de combinação simples, Arranjo e Permutação. De 1960 a 1980 passaram a ser fundamentados teoricamente os cálculos de arranjos simples, arranjos com repetição, permutação simples, por meio do princípio multiplicativo e inserção da árvore de possibilidades na solução de certos problemas. Já de 1980 a 2009 havia o predomínio do raciocínio combinatório com técnicas limitadas à memorização e utilização de fórmulas de resolução, em detrimento do desenvolvimento do raciocínio combinatório, influenciando no ensino voltado ao resolver, e não ao compreender.

Tavares (2017) explica que as resoluções para problemas combinatórios estão diretamente relacionadas com o PFC (princípio fundamental da contagem), na qual envolve as definições de princípio aditivo e princípio multiplicativo. Borba e Braz (2012) explica que o PFC pode ser compreendido como uma ferramenta Matemática para problemas específicos, isto é, questões que apresenta a existência de subconjuntos de elementos de um dado conjunto finito ou identificar quais subconjuntos desse conjunto pode satisfazer uma condição pré-determinada.

Borba (2013) explica que o estudo da combinatória é uma junção de conceitos, isto é, diferentes conceitos são apresentados a situações e problemas, fazendo parte da sua definição. Os conceitos combinatórios que a autora relata são problemas de arranjo, de combinação e de permutação, na qual se relaciona com a combinação, mas possuem relações próprias que devem ser tratadas por meio de representações simbólicas que permitem o adequado levantamento de possibilidades.

Nos arranjos os elementos são escolhidos a partir de um conjunto único, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas. Neste tipo de problema a ordem na qual os elementos são escolhidos constituem possibilidades distintas. Se, por exemplo, fosse solicitado a um menino que colocasse em ordem de preferência duas de suas quatro camisas (verde, azul, laranja e branca), a escolha da verde como a mais preferida e da azul como a segunda mais preferida é uma escolha distinta de azul como a mais preferida e da verde como a segunda

mais preferida. Dessa forma, tem-se um conjunto único, mas nem todos os elementos são escolhidos todas as vezes e a ordem de escolha destes elementos em arranjos constitui-se em possibilidades distintas. Neste dado exemplo, são 12 as maneiras distintas de se ter as camisas preferidas: verde e azul, azul e verde, verde e laranja, laranja e verde, verde e branca, branca e verde, azul e laranja, laranja e azul, azul e branca, branca e azul, laranja e branca, e, por fim, branca e laranja (...) nas combinações tem-se que são escolhidos alguns elementos de um conjunto único e a ordem de escolha dos elementos não constituem possibilidades distintas. (BORBA, 2013, p.4)

Apesar da Análise Combinatória ser um conteúdo extremamente favorável para a construção das ideias, exploração dos conceitos e conexões com o cotidiano, em muitos casos, o ambiente e a abordagem realizada em sala de aula não se beneficiam dessas possibilidades. Com evidências explicitadas no estudo realizados em sua pesquisa, Silva (2014) enfatiza a importância do docente no processo de ensino e aprendizagem da combinatória, considerando que a abordagem deve ser feita de forma cuidadosa e investigativa, sem a reprodução mecânica de procedimentos, visando um conhecimento que não será interpretado apenas como um conjunto de fórmulas complicadas que devem ser aplicadas mecanicamente na solução.

Nesse sentido, os PCNEM (BRASIL, 2000) enfatizam que

As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande. Esses conteúdos devem ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril. Espera-se que assim o aluno possa se orientar frente a informações de natureza estatística ou probabilística. (Brasil, 2000, p.126)

Morgado (1991) ressalta a importância de resolver um problema de combinatória por diferentes estratégias, que não apenas aplicando fórmulas ou encontrando uma solução mecanicamente, sem compreender o que ela envolve. Explica também, que o tema não deve ser abordado como três grandes grupos separados, como comumente ocorre. É necessário relacioná-los e integrá-los, já que:



[...] a Análise Combinatória ou simplesmente Combinatória é muitas vezes entendida por maior parte dos alunos, apenas como o estudo de combinações, arranjos e permutações. No entanto, a Análise Combinatória trata de vários outros tipos de problemas e dispõe, além das combinações, arranjos e permutações, de outras técnicas para atacá-los [...] (MORGADO, 1991, p.1)

Os resultados das pesquisas com foco no ensino e aprendizagem de Análise Combinatória convergem na direção de um ensino mais explorativo do tema. Segundo Castilho (1990), muitos docentes possuem dificuldades em explicar a matéria pela complexidade para apresentar os conceitos envolvidos e suas diferenças, somado ao fato de os problemas envolverem a habilidade de interpretação de enunciados até mesmo para a simples “aplicação” das fórmulas.

Como propostas para amenizar os entraves relacionados ao ensino da Análise Combinatória, estudos sugerem métodos e alternativas para a construção de um aprendizado em que o aluno seja a protagonista, deixando de lado o uso excessivo de fórmulas e valorizando sua construção e compreensão. A proposta de Almeida e Ferreira (2009), por exemplo, trabalhou o uso de diagramas para a resolução de problemas utilizando uma abordagem que valorizava as aplicações da Análise Combinatória no cotidiano dos alunos. Resultados da pesquisa apontam que, ainda nos tempos atuais, é um imenso o obstáculo para ensinar o tema sem o uso excessivo de fórmulas e mecanização de suas aplicações. Enfatizam, assim, os desafios aos professores para reverter esse quadro:

Em diversas situações de sala de aula, o professor conhece a resposta e um caminho mais rápido e fácil para chegar até ela. Neste sentido, torna-se difícil para ele assumir o perfil de ‘observador-interventor’. Entretanto, nem sempre a maneira mais fácil de ensinar algo a um estudante é a mais eficaz quando queremos que este atribua sentido ao que está aprendendo. Ser o educador que cria situações de aprendizagem que possibilitem aos alunos construir suas próprias conjecturas e validá-las não é uma tarefa fácil. (ALMEIDA e FERREIRA, 2009, p. 26)

Almeida (2010) utilizou em seu estudo o uso de situações problemas, na qual identificou que grande parte dos estudantes possui dificuldades para generalizar padrões observados e criar as estratégias das operações aritméticas. Ainda, descreve que os estudantes possuem dúvidas ao interpretar o enunciado e resolver, mas aborda que esses obstáculos dos estudantes ao conteúdo combinatório podem ser amenizados através de dinâmica que valorize as discussões.

Não somente em Matemática, mas particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando de etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL.1998, p.266)

Alves (2001), em seu estudo, opta por utilizar estratégias lúdicas da Matemática, considerando que elas geram reações de comportamento provenientes dos jogos, como participação, competição, entusiasmo, entre outros. Alves (2001) uniu sua paixão por jogos e Matemática, criando, adaptando e aplicando alguns jogos em suas salas de aula, tendo como resultado o maior interesse nos alunos para criarem sua própria estratégia, despertando a vontade de participar, questionar e, conseqüentemente, aprender a Matemática.

Barbosa e Carvalho (2008) recomendam a introdução de jogos como estratégia no processo de ensino e aprendizagem, pois são um recurso pedagógico que apresenta bons resultados na exploração de situações que permitem ao aluno desenvolver métodos próprios para resolver problemas. Somado a isso, estimula a criatividade num ambiente desafiador e ao mesmo tempo gerador de motivação para se envolverem com a proposta. Eles ressaltam que essa metodologia quando bem explorada favorece

significativamente o aprendizado do aluno, em uma perspectiva de valorização da interatividade entre o aprendiz e o objeto de sua aprendizagem, o que pode propiciar a participação ativa do aluno e a reflexão sobre suas ações e posturas em sala de aula.

Na pesquisa realizada embasando nos referenciais teóricos, é nítido confirmar a complexidade do tema Análise Combinatória. Quando adentramos pelo tema relacionando com a docência e o uso de jogos didáticos (como faremos a seguir), torna-se um tema ainda mais desafiador e que exige a utilização de estratégias para a compreensão dos conceitos, auxiliando no ensino e aprendizagem do aprendiz.

Além disso, compreendemos que há várias estratégias de ensino para abordagem do tema, porém delimitamos aos jogos como metodologia, buscando aproximação do aprendiz ao conteúdo, buscando subsidiar a construção de conhecimentos mais elaborados por meio dela. Um dos fatos que tentamos evidenciar ao longo da proposta para o ensino de análise combinatória foi a conexão com o “descobrir matemático”, isto é, tentamos realizar atividades exploratórias e investigativas que desenvolvem a criatividade, a autonomia e a construção dos conceitos da combinatória, com o intuito do aluno compreender a relação envolvidas e do docente ser um mediador e facilitador da aprendizagem.

Os jogos podem possibilitar o desenvolvimento de habilidades e competências, se forem trabalhados de forma planejada visando os objetivos a serem alcançados. Direcionando para o foco desta pesquisa, muitas questões e o próprio conteúdo de Análise Combinatória estão diretamente relacionados com os jogos, incluindo os de azar, estabelecendo, portanto, relações que podem propiciar situações investigativas onde os alunos se envolvam com o tema, conectando-o ao dia a dia. Assim, no sentido de compreender melhor a discussão sobre o uso de jogos no ensino da Matemática, em geral, e da Análise Combinatória, mais especificamente, dialogamos, a seguir, com pesquisas na área, trazendo resultados e ponderações quanto ao tema.

### 3. Jogos didáticos no ensino de Matemática

A primeira ideia que nos chega quando pensamos na palavra jogo é relacioná-lo ao sentido de competir, brincar, se divertir. Em outros idiomas, a palavra também indica essa associação: se analisamos no inglês teremos *play* que remete a hora de brincar ou no francês *jouer* que pode ser entendido como jogar. A palavra *jogo* possui 25 significados distintos, sendo os principais: qualquer atividade recreativa que tem por finalidade entreter, divertir ou distrair, brincadeira, entretenimento, folguedo ou divertimento, exercício de crianças em que elas demonstram sua habilidade, destreza ou astúcia (JOGOS, 2022). Direcionando para o entendimento dos acordos e combinados, o dicionário especifica como: modelo de uma situação competitiva que identifica as partes interessadas e estipula as regras que regem todos os aspectos da competição. E, relacionando especificamente para a área de Matemática, o jogo é foco da teoria dos jogos, que visa determinar o melhor curso de ação para uma parte interessada ao jogá-lo.

Kishimoto (2011) explica que cada indivíduo compreende a palavra jogo de uma perspectiva pessoal, isto é, uma criança pode considerar amarelinha um jogo, enquanto um adulto a considera uma brincadeira, usando a palavra jogo apenas para um conjunto com regras padronizadas como, por exemplo, as que determinam a movimentação das peças em um jogo de xadrez. A autora explica que um dos aspectos que têm uma grande relevância na dificuldade de conceituar a palavra jogo, em relação ao que ele é, seriam as especificações da sociedade em que ele se insere. Por exemplo, brincar de boneca para uma criança de classe alta pode ser apenas uma

brincadeira, enquanto pesquisas etnográficas mostram que, para certas tribos indígenas, trata-se da adoração à um símbolo, ou objeto de culto.

A variedade de situações ou cenários onde se insere interferem na compreensão daquilo que pode ser considerado como jogo, o que mostra a complexidade da tarefa de defini-lo de forma objetiva ou de conceituá-lo. Xexéo et al (2017) explicam que as primeiras pesquisas na área lúdica apresentavam um conceito desfocado do termo, isto é, havia lacunas sobre o que seriam os jogos e como concretizá-los, sendo difícil conceituá-los. Os autores consideram que a grande quantidade de definições abordadas em diversas áreas do conhecimento resulta em diferentes perspectivas quanto à ideia de jogo, concluindo que não há uma única definição precisa na literatura, mas, sim, vários conceitos sendo aceitos, parcialmente, nas diversas áreas de pesquisas. Para os autores, o jogo está relacionado com o entretenimento e, em uma visão mais técnica e crítica, explicam que os:

Jogos são atividades sociais e culturais voluntárias, significativas, fortemente absorventes, não-produtivas, que se utilizam de um mundo abstrato, com efeitos negociados no mundo real, e cujo desenvolvimento e resultado final é incerto, onde um ou mais jogadores, ou equipes de jogadores, modificam interativamente e de forma quantificável o estado de um sistema artificial, possivelmente em busca de objetivos conflitantes, por meio de decisões e ações, algumas com a capacidade de atrapalhar o adversário, sendo todo o processo regulado, orientado e limitado, por regras aceitas, e obtendo, com isso, uma recompensa psicológica, normalmente na forma de diversão, entretenimento, ou sensação de vitória sobre um adversário ou desafio. (XEXÉO et al, 2017, p 10).

Vila e Santander (2003, p.53) definem jogo como “qualquer interação entre jogadores dentro de um conjunto definido de regras”, sendo que as interações podem ser compreendidas envolvendo outras pessoas ou apenas uma pessoa com o próprio jogo. Consideram ainda que, além de brincar e divertir, existem dinâmicas relacionadas aos jogos que se relacionam com os fins educacionais, escolares ou não. Ressaltam que, quando voltados ao ensino, os jogos geram uma rápida introdução de questões similares aquelas que ocorrem no cotidiano, de tal modo que o cérebro tem a

capacidade de extrair aprendizagens de uma simulação e transferi-las para outras circunstâncias com elementos parecidos.

Kishimoto (2011) explica que fatores como ambiente e sociedade modificam, historicamente, os fundamentos que os jogos podem assumir. Na trajetória histórica do termo, os jogos eram considerados, na idade média, inúteis e sem valor, já no renascimento aparecem como objeto destinado a educar a criança. Nesse sentido, a autora estabelece algumas relações entre o jogo e o ensino e aprendizagem, destacando as correlações entre entretenimento, recursos pedagógicos de diagnósticos e uso para favorecer o ensino de conteúdo.

Em seus aspectos didáticos, Cunha (1996) define os jogos pedagógicos como aqueles confeccionados ou usados com o objetivo de proporcionar determinadas aprendizagens, diferenciando-se do material pedagógico, em si, por conter adequações necessárias a fim de relacionar o ensino e a aprendizagem ao aspecto lúdico.

Clua e Bittencourt (2005) consideram que o termo jogos didático é mais adequado e enfatizam a associação com as atividades voltadas para o ensino e aprendizagem de conteúdos escolares específicos com o objetivo de ensinar o conteúdo de forma lúdica. Kishimoto (2011) corrobora o uso do termo considerando que ele direciona para o uso do jogo em sala de aula voltado para os conteúdos escolares visados.

Alves (2001) defende a utilização dos jogos didáticos como uma ferramenta para aperfeiçoar o ensino e o trabalho docente, explicando que houve, nas últimas décadas, um crescimento na busca de jogos como metodologia de ensino em salas de aula. Xéxeo et al (2017) corroboram a constatação de um aumento significativo do uso de jogos nos espaços de ensino, tendo como consequência novas abordagens, criação de materiais e recursos, bem como metodologias visado sua aplicação. Tal aspecto se reflete na disponibilização e comercialização dos jogos didáticos. Segundo Clua e Bittencourt (2005), o mercado voltado aos jogos didáticos está crescendo de forma

rápida, e os investimentos aplicados nessa área para abrangê-los têm surpreendido os pesquisadores e os visionários mais otimistas.

Focando a Matemática, Silva (2014) destaca que a atividade lúdica vem configurando caminhos significativos para as aulas dessa disciplina devido ao potencial que o jogo proporciona no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio, características importantes para o pensar matemático. As atividades lúdicas proporcionam e exigem que os alunos participem das ações, concentre-se nas atividades propostas, observem e sigam as regras e desenvolva habilidades educacionais e sociais. Segundo o autor, “quando o aluno é conduzido a enfrentar desafios e vencer obstáculos nos jogos educativos, este está desenvolvendo a habilidade de resolver problemas, de forma que os jogos nas aulas de Matemática podem ser vistos como atividades de resolução de problemas” (SILVA, 2014, p.21). No contexto do jogo,

A participação ativa do sujeito sobre o seu saber é valorizada por pelo menos dois motivos. Um deles deve-se ao fato de oferecer uma oportunidade para os estudantes estabelecerem uma relação positiva com a aquisição de conhecimento, pois conhecer passa a ser percebido como real possibilidade. Alunos com dificuldades de aprendizagem vão gradativamente modificando a imagem negativa (seja porque é assustadora, aborrecida ou frustrante) do ato de conhecer, tendo uma experiência em que aprender é uma atividade interessante e desafiadora. Por meio de atividades com jogos, os alunos vão adquirindo autoconfiança, são incentivados a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista, organizar e cuidar dos materiais utilizados. Outro motivo que justifica valorizar a participação do sujeito na construção do seu próprio saber é a possibilidade de desenvolver seu raciocínio. Os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar. (SILVA&KODANA, 2004, p.3)

Tais características quanto ao uso dos jogos também são ressaltadas por Alves (2001) que considera que o uso ou criação de jogos em salas de aulas desencadeia atitudes positivas entre alunos e na relação professor-aluno. A autora considera que há uma aproximação entre as pessoas envolvidas, quebrando hierarquias e promovendo

respeito, confiança e amizades iniciadas e/ou alicerçadas. Conforme a autora, os alunos se sentem instigados com o jogo, o que, de certo modo, incentivava a autonomia nas ações de jogar e competir.

Grando (2004) no livro “O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula”, explica que a Matemática no contexto de jogos propicia o ensino e aprendizagem dos alunos, na qual o prazer que crianças têm por jogos, pelo lúdico, e o compromisso que têm nesse contexto pelo cumprimento de regras é uma estratégia que intermedeiam o abstrato e o concreto, e o jogo apresenta esse papel junto a Matemática

Vila e Santander (2003) consideram que as atividades com jogos em sala de aula proporcionam um ambiente motivador, divertido e proveitoso na assimilação do conhecimento, fazendo com que os alunos se sintam à vontade para arriscar tentativas, analisar resultados e observar as discussões estabelecidas. De certo modo, eles promovem a convivência entre os envolvidos e a construção coletiva de conhecimentos.

A despeito da inserção dos jogos nos espaços de ensino, Cabral (2006) considera que os jogos têm ganhado espaço e os resultados podem ser promissores se aplicados com objetivos estabelecidos. O autor também se preocupa com o uso inapropriado dos jogos no qual a motivação conduz apenas à atividade lúdica, por si só, não adentrando por objetivos relacionados ao conteúdo e ao processo de aprendizado. Conforme o autor, os jogos podem se tornar um recurso pedagógico eficaz para o ensino e aprendizagem quando são planejados e avaliados. É necessário ponderar sobre qual o melhor tipo de jogo para a situação ou conteúdo que se pretende abordar visando atingir certo objetivo relacionado à aprendizagem dos alunos. Mas o autor enfatiza que, para muitos docentes, as dificuldades em lecionar os temas matemáticos interferem em suas aulas e, para aumentar a motivação e facilitar o ensino e aprendizagem, eles acabam buscando metodologias para melhorar o ambiente escolar. Contudo, é necessário avaliar aspectos importantes quanto à inserção dos



jogos didáticos em sala de aula, como, por exemplo, qual o melhor momento para essa inserção, qual a estratégia apropriada e quais recurso utilizar considerando os objetivos que se visa alcançar.

O jogo, se convenientemente planejado, pode se tornar um recurso pedagógico importante para o ensino e aprendizagem, levando a uma abordagem metodológica na qual se modifica a rotina da classe, a dinâmica entre os envolvidos e as interações ocorridas na aula. Para isso, seu uso deve ser planejado e organizado visando envolver os alunos desafiando-os e instigando-os. Isso exige também que se busque os materiais apropriados ou mais adequados para que sua implementação ocorra.

Grando (2004) aborda as vantagens e desvantagens em aplicar essa ferramenta por seu caráter lúdico, como mostra a seguir:

Quadro 1 - Vantagens e Desvantagens dos Jogos conforme Grando (2004)

Vantagens	Desvantagens
(re)significado de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno;	quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um “apêndice” em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam;
introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;	
desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos);	o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos por falta de tempo;
aprender a tomar decisões e saber avaliá-las;	
significação para conceitos aparentemente incompreensíveis;	as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno;
propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade);	
o jogo requer a participação ativa do aluno na	

construção de seu próprio conhecimento;	a perda da “ludicidade” do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo;
o jogo favorece a interação social entre os alunos e conscientização de trabalho em grupo;	
a utilização dos jogos é um fator de interesse para os alunos;	coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição “sadia”, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender;	coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
as atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis.	a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam a vir a subsidiar o trabalho docente.
as atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.	

Fonte: GRANDO, 2004, p.31-32.

Dessa maneira, conforme essas considerações levantadas pelo autor, percebe-se que na aplicação dos jogos em sala de aula, o docente deve estar atento à didática e às dinâmicas que visa implementar de modo que os objetivos e a aplicação do jogo possibilitem uma exploração adequada desse recurso didático, adequando-o à sua sala, às demandas dos alunos e às possibilidades pedagógicas vislumbradas pelo professor. Conforme anunciado, os jogos podem proporcionar vantagens no ensino da



Matemática, evidenciando possibilidades de, a partir dele, se definir conceitos e ideias, por meio da discussão e interações entre os alunos e professor.

Considerando a diversidade de jogos, incluindo aqueles adaptados visando a aprendizagem, algumas distinções podem ser destacadas. Grandó (1995), no sentido de agrupar os diversos tipos e finalidade dos jogos, os classifica da seguinte maneira:

a) Jogos de azar: aqueles jogos em que o jogador depende apenas da ‘sorte’ para ser o vencedor; b) jogos de quebra-cabeças: jogos de soluções, a princípio desconhecidas para o jogador, em que, na maioria das vezes, joga sozinho; c) jogos de estratégias: são jogos que dependem exclusivamente da elaboração de estratégias do jogador, que busca vencer o jogo; d) jogos de fixação de conceitos: são os jogos utilizados após exposição dos conceitos, como substituição das listas de exercícios aplicadas para ‘fixar conceitos’; e) jogos computacionais: são os jogos em ascensão no momento e que são executados em ambiente computacional; f) jogos pedagógicos: são jogos desenvolvidos com objetivos pedagógicos de modo a contribuir no processo ensinar-aprender. Estes na verdade englobam todos os outros tipos (GRANDO, 1995, p.52-53).

As classificações apresentadas não são disjuntas, isto é, um tipo de jogo pode se adequar em mais de uma delas, sendo que o foco ou finalidade irá direcionar para aquela com que mais se caracteriza. Por exemplo, os jogos de loteria, considerados de azar por dependerem da sorte do apostador, podem ser utilizados em um jogo pedagógico previamente planejado para a sala de aula, para abordar ideias como probabilidade e a chance de uma determinada sequência numérica ser sorteada. As ideias Matemáticas, presentes nas combinações de números possíveis em uma loteria podem ser exploradas visando apresentar conceitos e ideias relacionadas.

Silva (2014) considera que, na elaboração ou planejamento do uso de um jogo didático, é importante estar-se atento e analisar o potencial educativo do material confeccionado para o processo de ensino e aprendizagem, visando contemplar os diferentes métodos de resolução dos alunos. Nesse sentido, é importante promover o uso de estratégias diversas pelos alunos, considerado caminhos e questionamentos que possam surgir. Isso demanda um olhar atento para as interações e atenção às ações

ocorridas em sala de aula, o que torna o trabalho docente (ainda) mais complexo considerando a imprevisibilidades no desenvolvimento do jogo. Por isso, o planejamento exige não apenas analisar recursos, metodologias e objetivos. É necessário também planejar estratégias de resolução e estar aberto a ouvir as ponderações dos participantes, reprogramando ações na mediação da atividade. Nesse sentido, a postura docente frente ao jogo, ao conhecimento matemático e aos modos de apresentá-lo se altera.

Numa perspectiva de trabalho em que se considere a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o(s) problema(s) que possibilita(m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias (BRASIL, 1997, p.30)

Os PCNs (1998) afirmam que os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes necessárias para aprendizagem Matemática, pois eles

Constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

Grando (2000) sintetiza que a dinâmica e passos dos jogos são importantes nas habilidades e compreensão do estudante, no qual cada a partida leva o jogador a planejar as próximas jogadas, mas acima desenvolver o raciocínio dedutivo e matemático.

Quadro 2 - Momento do Jogo e Aprendizagem do Aluno

Momentos do jogo	Aprendizagem do aluno
Familiarização com o material do jogo	Neste primeiro momento, os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentam o material através de simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos.
Reconhecimento das regras	O reconhecimento das regras do jogo, pelos alunos, pode ser realizado de várias formas: explicadas pelo orientador da ação ou lidas ou, ainda, identificadas através da realização de várias partidas-modelo, onde o orientador da ação pode jogar várias partidas seguidas com um dos alunos, que aprendeu previamente o jogo, e os alunos restantes tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificam as regras do jogo.
O “Jogo pelo jogo”: jogar para garantir regras	Este é o momento do jogo pelo jogo, do jogo espontâneo simplesmente, em que se possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras. Neste momento, são exploradas as noções Matemáticas contidas no jogo. O importante é a internalização das regras, pelos alunos. Joga-se para garantir que as regras tenham sido compreendidas e que vão sendo cumpridas
Intervenção pedagógica verbal	Depois dos três momentos anteriores, os alunos passam a jogar agora contando com a intervenção propriamente dita. Trata-se das intervenções que são realizadas verbalmente, pelo orientador da ação, durante o movimento do jogo. Este momento caracteriza-se pelos questionamentos e observações realizadas pelo orientador da ação a fim de provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas (previsão de jogo, análise de possíveis jogadas a serem realizadas, constatação de “jogadas erradas” realizadas anteriormente, etc.). Neste momento, a atenção está voltada para os procedimentos criados pelos sujeitos na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização Matemática

Registro do jogo	É um momento que pode acontecer, dependendo da natureza do jogo que é trabalhado e dos objetivos que se têm com o registro. O registro dos pontos, ou mesmo dos procedimentos e cálculos utilizados, pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização, através de uma linguagem própria que, no nosso caso, seria a linguagem Matemática. É importante que o orientador da ação procure estabelecer estratégias de intervenção que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, a fim de que não seja apenas uma exigência, sem sentido para a situação de jogo.
Intervenção escrita	Trata-se da problematização de situações de jogo. Os alunos resolvem situações-problema de jogo, elaboradas pelo orientador da ação ou mesmo propostas por outros sujeitos. A resolução dos problemas de jogo propicia uma análise mais específica sobre o jogo, onde os problemas abordam diferentes aspectos do jogo que podem não ter ocorrido durante as partidas. Além disso, trata-se de um momento onde os limites e as possibilidades do jogo são resgatados pelo orientador da ação, direcionando para os conceitos matemáticos a serem trabalhados (aprendizagem Matemática). O registro do jogo também está presente, neste momento. (...)
Jogar com “competência”	Um último momento representa o retorno à situação real de jogo, considerando todos os aspectos anteriormente analisados (intervenções). É importante que o aluno retorne à ação do jogo para que execute muitas das estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas. Afinal, de que adianta ao indivíduo analisar o jogo sem tentar aplicar suas “conclusões” (estratégias) para tentar vencer seus adversários? Optou-se em denominar este momento por “jogar com competência”, considerando que o aluno, ao jogar e refletir sobre suas jogadas e jogadas possíveis, adquire uma certa “competência” naquele jogo, ou seja, o jogo passa a ser considerado sob vários aspectos e óticas que inicialmente poderiam não estar sendo considerados.

Fonte: GRANDO, 2000, p.43-45.

As discussões quanto ao uso dos jogos no ensino de Matemática indicam que, durante as atividades com jogos, é importante oferecer aos alunos contextos diversos nos quais os problemas ajudem a construir estratégias e habilidades para a sua resolução, podendo levar a uma melhor compreensão dos conceitos e ideias envolvidos. Esses recursos didáticos oferecem, junto a outras metodologias efetivas, contribuições ao processo de ensino e aprendizagem.

Em relação as questões docentes, como explicitado no capítulo 1, há professores que possuem dificuldades com o tema, sendo assim a metodologia utilizada irá auxiliá-lo no desenvolvimento e no seu conhecimento, compreendendo conceitos, diferenças e facilitando sua apresentação em sala de aula. Como Tavares (2017) e Silva (2019) retratam, quando o docente está a parte do tema, a aplicação do conteúdo em sala de aula flui, podendo trazer questões do cotidiano e outras metodologias de ensino, como proposto na BNCC (2017) ou ressaltado por Alves (2012).

A fim de delimitar a discussão quando aos jogos no ensino de Matemática, direcionando para o tema focado na pesquisa que realizamos – a Análise Combinatória – apresentamos, a seguir, um levantamento de estudos acadêmicos que enfocam essa temática no âmbito da educação Matemática. Busca-se assim uma compreensão quanto ao cenário em que os estudos se inserem, frente às indagações colocadas, e aos apontamentos que sinalizam.

Desse modo, elaboramos a proposta do Combinálise que apresentamos a seguir. Buscamos enfatizar, inicialmente, as características gerais da proposta e, após, apresentamos cada um dos jogos e a sequência de situações e atividades que cada um deles aborda.

## 4. Combinálise: uma proposta para o ensino de Análise Combinatória por meio de jogos didáticos

Esta proposta de atividades é a parte central do produto educacional derivado da pesquisa "Jogos didáticos no ensino de Análise Combinatória: uma proposta com futuros professores de Matemática". O produto é composto por este caderno e por um site, [www.combinalise.com.br](http://www.combinalise.com.br), no qual são disponibilizados os jogos e seus templates.

O foco do Combinálise é realização de uma proposta de ensino de Análise Combinatória por meio de jogos didáticos, pautada na exploração de situações problemas e o objetivo principal é envolver diferentes jogos e discussões que favoreçam a compreensão dos conceitos de Análise Combinatória, a saber, o princípio fundamental da contagem, a permutação, o arranjo e a combinação. Ao final de cada jogo, as investigações direcionam para a generalização das fórmulas e procedimentos envolvidos. Os quatro jogos são interligados por um enredo comum envolvendo sua personagem principal: a nossa Ju.

A seguir um quadro que sintetiza as principais informações de cada jogo:





Quadro 3: informações dos jogos de cada encontro

Título do Jogo	Permutaquiz	Queimada da Tia Dani	Estação do Xadrez	1º Competição de Xadrez
Conteúdo abordado	PFC	Permutação simples	Arranjo	Combinação
Ferramenta/Recurso utilizado	Socratize	Animação no Powerpoint	Animação no Powerpoint	Animação no Powerpoint
Modalidade	Quiz (individual ou em equipe)	Quiz em equipe	Jogo de trilha	Jogos de tabuleiro com cartaz especiais
Enredo	Ju e seus amigos vivem diversas situações que permitem pensar sobre as possibilidades de escolhas envolvidas	Ju e seus amigos estão na aula de Educação Física e irão investigar ideias Matemáticas e aprender conceitos introdutórios do xadrez.	Ju e seus amigos vão conhecer as peças do xadrez na visita à Estação do Xadrez, investigando as situações que surgem.	Ju participa do primeiro torneio de xadrez com vários desafios envolvendo as peças.

Apresentamos, a seguir, cada um dos jogos, bem como as situações-problemas que foram exploradas em cada um deles.

## 4.1 Permutaquiz

O Permutaquiz aborda o princípio multiplicativo e o princípio aditivo.

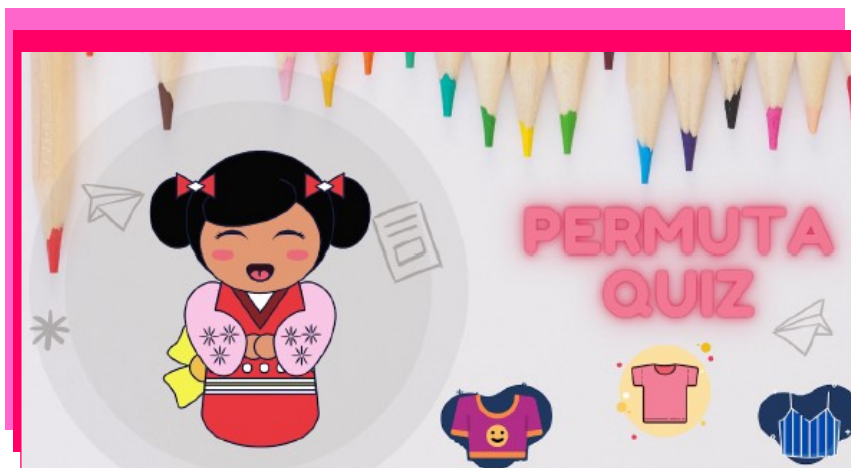


Figura 2- Capa do Permutaquiz

A proposta foi elaborar um jogo cuja perguntas pudessem ser aplicadas no ensino fundamental ao médio. A escolha do assunto se deu a relevância desse tema e sua relação com os conceitos de permutação, arranjo e combinação, visando a generalização da fórmula dos demais assuntos de combinatória.

Trata-se de um tipo de jogo baseado em questionários que tem como objetivo fazer uma avaliação dos conhecimentos sobre determinado assunto. A ferramenta digital que utilizamos na sua realização foi a plataforma Socrative<sup>2</sup> por ser uma plataforma que contém funções gratuitas, visando conectar alunos e professores através de ferramentas, pelo site ou aplicativo.

---

<sup>2</sup> Socrative é uma ferramenta virtual de avaliação formativa para professores fornecendo ferramentas divertidas e eficazes para avaliar a compreensão dos alunos em tempo real. Disponível em: <https://www.socrative.com>



Figura 3- Página do Socrative

Para esse jogo foi elaborado um quis com 13 perguntas, na qual associavam a ideia de PFC sem definições.

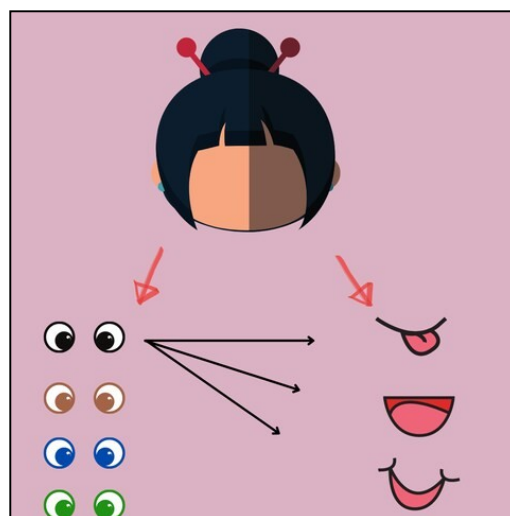
A seguir, elencamos as situações problema que foram abordadas nesse jogo e que podem ser elaboradas para aplicação com os alunos ou readequadas conforme as necessidades didáticas:

- **Questão 1:**

Nossa protagonista fictícia é a Juliana Tearo, uma garotinha de 12 anos, com uma personalidade forte e que está sempre disposta a aprender. Para você se familiarizar com nossa personagem, você deve conhecer algumas características de Ju, como é carinhosamente conhecida.

Ju é uma criança muito curiosa. Tem uma maneira peculiar de ver o mundo e adora fazer perguntas curiosas para seus familiares e amigos. Questiona quase tudo que vê. Seus pais a consideram imprevisível no pensamento e teimosa quando não concorda com algum fato ou resposta.

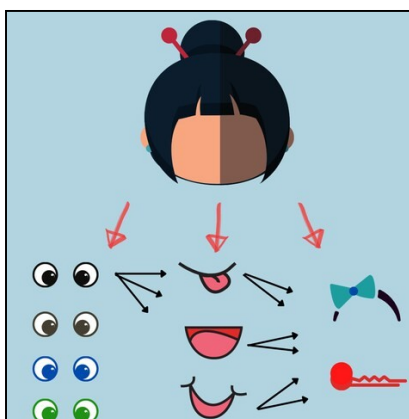
Ao longo desse minicurso, vamos conhecer um pouco mais sobre ela e seu cotidiano! Depois de saber mais sobre Ju e sua personalidade, vamos montar algumas expressões faciais para ela. Para isso, escolha olhos e sorrisos, apresentando todas as combinações de expressões que ela poderia ter. Responda apresentando detalhadamente suas possíveis possibilidades referentes à sua face.



▪ **Questão 2:**

Uau, Ju amou as possibilidades de expressões e ficou surpresa com as diferentes faces encontradas. Ela ficou tão entusiasmada que decidiu acrescentar um acessório no cabelo: uma presilha vermelha ou um arquinho azul. Considerando todas as expressões faciais que encontrou, quantas combinações usando um acessório são possíveis?

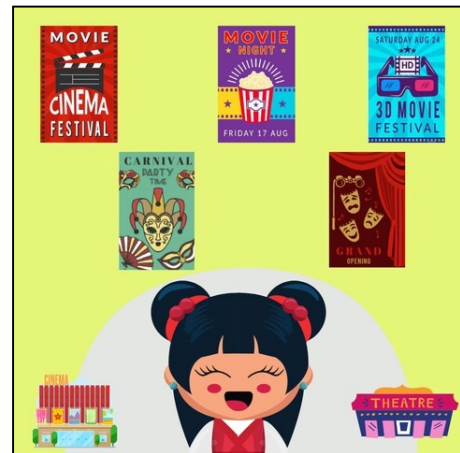
- a) 21
- b) 22
- c) 23
- d) 24
- e) 25



▪ **Questão 3:**



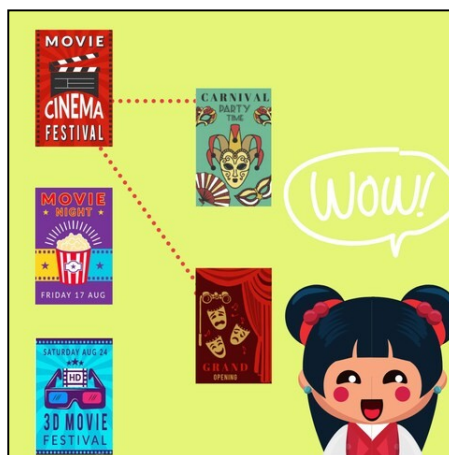
Depois de escolher o “look” que mais gostou, Ju combinou com suas amigas de saírem no sábado. Estavam em cartaz 3 filmes e 2 peças de teatro que ela gostaria muito de assistir. Porém, ela possui dinheiro para assistir apenas um deles, isto é, terá que escolher entre um filme OU a uma peça de teatro. Quantas opções de escolha ela tem?



- a) 1 opção    b) 2 opções    c) 3 opções    d) 4 opções    e) 5 opções

▪ **Questão 4:**

Procurando um pouco mais, Ju verificou que em sua bolsa havia mais dinheiro, e que poderia assistir a um filme E a uma peça de teatro. Quantas opções de escolha ela tem para sua programação de sábado? Descreva como você raciocinou para encontrar a resposta.

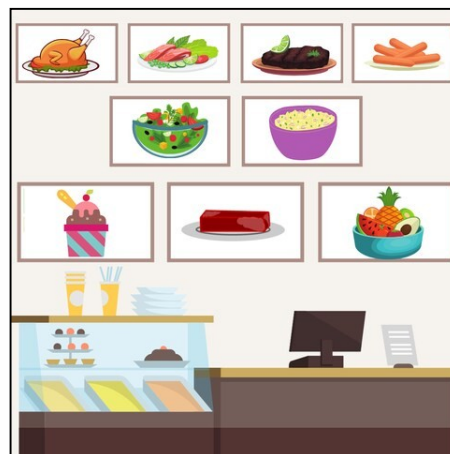


▪ **Questão 5:**

Depois de pensar muito, Ju escolheu a seguinte programação: o Filme 2 e o Teatro 1. Depois de assistir ao filme e o teatro, já morrendo de fome, ela entrou em um restaurante que tinha as seguintes opções de refeição:

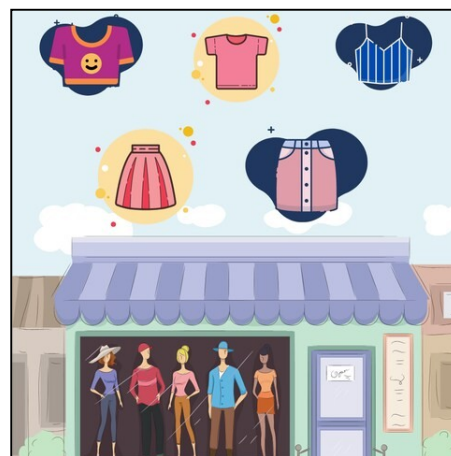
" Quatro pratos quentes (frango, peixe, carne assada, salsichão), duas saladas (verde, russa) e três sobremesas (sorvete, goiabada, salda de frutas)."

De quantas maneiras diferentes Ju pode se servir consumindo um prato quente, uma salada E uma sobremesa? Descreva como você raciocinou para encontrar a resposta.



#### ▪ Questão 6:

▪ No domingo, Ju e sua amiga Maria foram ao shopping comprar roupas para irem à competição de xadrez. Maria se apaixonou por um vestido com estampa xadrez e o escolheu para ir à competição. Já Ju separou duas saias E três blusas, mas iria comprar apenas uma peça de cada. As amigas ficaram intrigadas pensando de quantas maneiras distintas Ju poderia escolher seu look para ir na competição. Você poderia ajudá-las a responder essa dúvida? Descreva como você raciocinou para encontrar a





resposta.

▪ **Questão 7:**

Depois de escolherem seus looks para a competição, Ju e Maria foram na Lanchonete da Rainha, que tinha as seguintes opções no cardápio:

"Três tipos de salgados (coxinha, torta de frango, pastel assado), três tipos de suco (limão, laranja, morango) e cinco sabores de bolo( morango, uva, laranja, cereja, framboesa)."

Maria tinha dinheiro para escolher apenas um deles, isto é, um salgado OU um suco OU um bolo. Quantas opções de escolha ela tem?

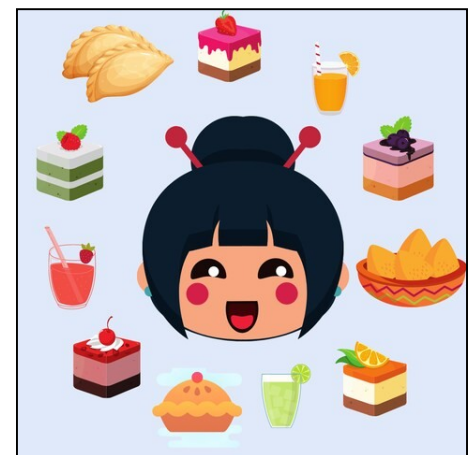


▪ **Questão 8:**

Ju analisou as opções da Lanchonete da Rainha:

"3 tipos de salgados diferentes, 3 tipos de suco e 5 sabores de bolo."

Como tinha dinheiro suficiente, decidiu escolher um item de cada, e dividi-los com Maria. De quantos modos distintos ela pode realizar o seu pedido (de um salgado, um suco E um bolo) considerando as opções da lanchonete para cada um dos itens?

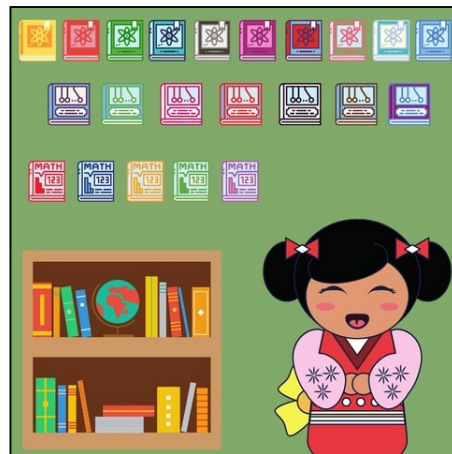


▪ **Questão 9:**

Depois do shopping, elas voltaram para casa. Ju, ao chegar em sua residência, viu que sua mãe comprou vários livros de autores diferentes e matérias distintas, sendo:

"5 livros de Matemática, 7 livros de física e 10 de química."

Ju, que adora livros, pediu dois de presente, com a condição de que eles fossem de matérias distintas. Sua mãe, muito ardilosa, impôs um desafio para lhe dar os livros. Ajude a Ju a vencer o desafio: assinale a(s) alternativa(s) correta(s):



- a) Se eu a presentear com 1 livro de Matemática **E** 1 livro de química, você terá 35 possibilidades de escolhas/ combinações distintas.
- b) Se eu a presentear com 1 livro de Matemática **E** 1 livro de química, você terá 50 possibilidades de escolhas/combinções distintas.
- c) Se eu a presentear com 1 livro de química **E** 1 livro de física, você terá 17 possibilidades de escolhas/combinções distintas.
- d) Se eu a presentear com 1 livro de Matemática **E** 1 livro de química, você terá 15 possibilidades de escolhas/combinções





- e) Se eu a presentear com 1 livro de química E 1 livro de física, você terá 70 possibilidades de escolhas/combinções distintas.

▪ **Questão 10:**

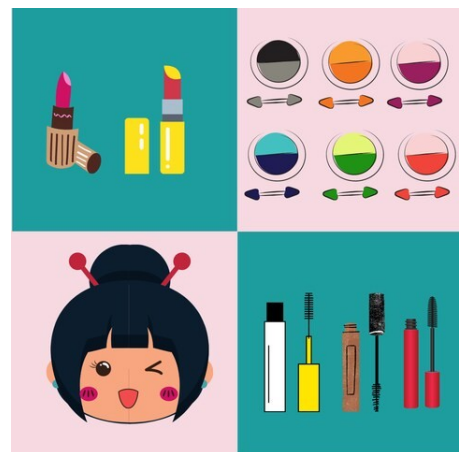
No próximo sábado será o aniversário de Maria. Planejando como irá se arrumar para a festa de sua amiga, Ju deseja usar uma blusa, uma saia e uma sandália. Em seu guarda-roupas há 5 blusas, 5 saias E 3 sandálias, de quantas maneiras distintas ela poderá se arrumar para a festa?



▪ **Questão 11:**

No dia da festa, após escolher o look para a festa de Maria (dentre as tantas combinações possíveis), Ju resolveu se maquiar rapidamente, pois já estava atrasada. Ela tinha em seu estojo de maquiagem: 3 rímeis, 2 batons e 6 sombras. Por conta do atraso, resolveu usar somente 1 dos produtos. Quantas maneiras de fazer essa maquiagem ela terá?

- a) 1   b) 3   c) 5   d) 11   e) 13



▪ **Questão 12:**

Ao chegar na festa de Maria, Ju percebeu que havia exatamente 10 homens e 8 mulheres presentes. Na hora da valsa, Jú logo começou a se perguntar:

“Quantas possibilidades diferentes de formar pares para a valsa (com um homem E uma mulher) para a festa de Maria existem?”

Ajude-as a descobrir a resposta



▪ **Questão 13:**

Durante a festa, Maria chamou Ju para ajudá-la a abrir os presentes de aniversário. Um dos presentes que ganhou era um bilhete de entrada, com o qual poderia escolher entre ir a um parque de diversões e andar em um de seus oito brinquedos **OU** ir a um cinema e assistir a um dos três filmes em cartaz. Maria perguntou para Jú quantas opções de escolha o bilhete lhe. Ajude-a a responder para Maria.



## 4. 2 Queimada da Tia Dani

A Queimada de Tia Dani aborda o conceito de permutação.



Figura 4- Capa do Jogo Queimanda da Tia Dani

A proposta pode ser realizada em equipes ou em duplas, sendo que o template possui itens uma seção dividida em Time A e Time B para o docente colocar os nomes dos jogadores.

As questões do jogo estão numeradas de 1 a 20 que podem aparecer no formato de quatro situações: pergunta, anjo (pergunta com bônus), queimada (pergunta eliminatória) e missão (pergunta considerada difícil). As perguntas associam a ideia de permutação sem definições e finaliza com a generalização da fórmula.

As questões presentes nesse jogo estão disponíveis a seguir, na qual podem ser utilizadas na íntegra ou re(escritas). O docente poderá realizar mudanças ou readequações, caso julgue necessário.

▪ Questão 1:

Da quadra de vôlei, a Professora Dani avistou seis alunas sentadas em um banco de

seis lugares, aguardando sua vez para jogar. Ela questiona o seguinte fato:

\_ De quantas maneiras distintas as seis alunas poderiam ocupar os seis lugares do banco?

Auxilie a professora Dani, assinalando a alternativa correta:

- |                |  |
|----------------|--|
| a) 1           | c) $6 \cdot 6$                                 |
| b) $6 \cdot 2$ | d) $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ |

▪ Questão 2:

Da quadra de esportes é possível avistar o número do prédio da escola: 567. Ju pergunta para Maria:

\_ Será que na rua da escola existem outros prédios com numeração formada pelos mesmos algarismos do da escola, o 5, o 6 e o 7?

Maria diz:

\_ No começo da rua tem um prédio de número 576. Deve ter outros sim!

Ajude as amigas a descobrirem quantos são os números de três algarismos formados por 5, 6 e 7:

- |      |      |
|------|------|
| a) 6 | c) 4 |
| b) 5 | d) 3 |

▪ Questão 3:

Durante os ensaios do festival de dança, a Professora Dani liga o som sempre com as mesmas 5 músicas, mas sempre mudando a ordem que elas são tocadas. Ju e Maria logo pensam:

\_ Isso não vai ter fim

E Maria quer saber:

\_ Quantas são as possíveis sequências para essas 5 músicas, mudando apenas a ordem

delas?

a)  $5+3+2+1$

c)  $5*4*3*2*1$

b)  $5+5+5+5$

d)  $6*6*6*6*6$

▪ Questão 4:

No campeonato estadual de queimada, entre as quinhentas escolas estaduais participantes, o time de Ju está na posição 123, como mostra o placar.

Pedro questiona Ju:



\_ Quais serão os times que estão na posição formada pelos mesmos algarismos, o 1, o 2 e o 3?

Ju explica:

\_ Primeiro vamos ver quais são essas posições...

Indique todos os placares formados pelos números 1, 2 e 3.

- a) Respondeu certo    b) Respondeu errado

▪ Questão 5:

Ju conversa com a professora Dani sobre alguns problemas de mudança de posição, como por exemplo mudança dos algarismos em uma senha, da ordem de pessoas numa fila, etc. Ju pergunta para a professora:

\_ Podemos mudar a ordem das letras de uma palavra também? Mas e se não fizer sentido a nova palavra?

Dani responde:

\_ Podemos sim. E Isso se chama anagrama da palavra. Pode fazer sentido ou não.

Então aí vai um desafio para você:

De quantas maneiras distintas podemos reorganizar as letras do meu nome, DANI? Ou melhor, quantos são os anagramas de DANI?

- |      |       |
|------|-------|
| a) 4 | c) 12 |
| b) 6 | d) 24 |

▪ Questão 6:

A professora Dani iria ensinar aos alunos sobre um jogo muito antigo, o Xadrez. Ela explicou que ele envolve a movimento e posição de peças. Pra começar sua aula sobre o tema, ela lança um desafio aos alunos:

\_ Turmas, vamos descobrir quantos são os anagramas da palavra XADREZ? Ou seja, quantas são as palavras que podemos formar mudando apenas a ordem das letras da palavra Xadrez?

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) $6*5*4*3*2*1$ | c) $6*5$         |
| b) $1*2*3*4*5$   | d) $6+5+4+3+2+1$ |

▪ Questão 7:

Pedro será juiz voluntário para apitar cinco jogadas distintas de futebol. Sabendo que a ordem das jogadas ainda não foi definida, ele se pergunta:

\_ De quantos modos distintos posso organizar a sequência de jogadas?

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 5   | c) 120 |
| b) 200 | d) 10  |

▪ Questão 8:

Explique como os alunos poderiam interpretar e raciocinar sobre a seguinte questão:

Quando seu pai foi buscá-la para ir embora da festa de Maria, Ju notou que no estacionamento do prédio havia seis vagas de garagem e seis carros estacionados.

Rapidamente, Ju perguntou:

\_ Papai, de quantas maneiras diferentes os 6 carros poderiam estar estacionados nas vagas?

Sabendo que seu pai é fera em Matemática, assinale a alternativa correta que contém a sua resposta:

a) 6

c)30

e)720

b)24

d)36

▪ Questão 9:

Explique como você, sendo professor da turma, explicaria aos seus alunos sobre a seguinte pergunta (ou situação) que Ju fez para a Professora Dani:

\_ Professora Dani, ontem percebi que se eu tenho 3 algarismos posso descobrir a quantidade de números que podem ser formados com eles, mudando apenas suas posições no número. Você sabe se posso fazer isso com letras também? Se posso rearranjar as letras de uma palavra e formar outras palavras, mesmo que não tenham sentido?

▪ Questão 10:

Como professor da turma, quais dicas vocês dariam para seus alunos para que eles resolvessem a seguinte dúvida de Maria para Ju:

\_ Ju, se eu tenho 4 algarismos distintos, será que bastaria multiplicar o número de

possibilidades para cada algarismo? Vamos verificar? Quantos número de quatro algarismos distintos podemos formar com 2, 4, 6 e 8?

▪ Questão 11:

Descreva como os alunos poderiam interpretar e responder as seguintes perguntas feitas por Ju:

Ju se pergunta se seria possível generalizar um modo de resolver qualquer um desses problemas. Pensando na fila indiana, ela indaga:

E se tivesse 5 alunos na fila?

E 6?

E 10?

E 32?

E 1000?

E  $n$  ? ou um número aleatório de alunos?

▪ Questão 12:

O Jogo de Xadrez é composto por 2 jogadores. Sabendo que 5 duplas estão sentadas na arquibancada de 10 lugares, determine o total de maneiras que cada dupla pode sentar-se na arquibancada, sempre ao lado do seu par, sabendo que as duplas podem trocar de lugar entre si.

▪ Questão 13:

Explique de 3 maneiras diferentes como o professor poderia relacionar problemas de anagramas com problemas de troca de posições. Por exemplo: relacionar os seguintes problemas:

a) quantos anagramas são formados pela palavra Dani?





b) Quantos números de quatro algarismos distintos podemos formar com 8, 3, 7 e 1?

▪ Questão 14:

Explique como o professor poderia formalizar o conceito de permutação a partir dos problemas envolvidos nesse quiz.

▪ Questão 15:

Vish ..... Seu time ficará sem jogar por uma rodada.

▪ Questão 16:

Vish ..... Fique duas partidas sem jogar.

▪ Questão 17:

Vish .... Dê dois pontos ao time oponente.

▪ Questão 18:

Oba! Seu time acaba de ganhar 2 pontos.

▪ Questão 19:

Oba! Seu time acaba de ganhar 5 pontos.

▪ Questão 20:

Oba! Seu time acaba de ganhar um vale ajuda do professor(a)!

## 4.3 Estação do Xadrez

A Estação do Xadrez aborda o conceito de Arranjo Simples.



Figura 5- Capa do Jogo Estação do Xadrez

Ju vai encontrar vários desafios relacionados com esse conceito, e começa a notar que existe algo parecido com a ideia de permutação. Sendo assim, a proposta dessa atividade é relacionar os conceitos prévio, permutações e PFC, na qual auxiliará no desenvolvimento do conceito de arranjo.

O jogo possui 15 questões, sendo que essa modalidade de trilha só permite perguntas sequências. Cada questão é baseada em uma peça do xadrez, conteúdo algumas curiosidades e a Matemática.

A seguir, elencamos as situações problema que foram abordadas nesse jogo e que podem ser elaboradas para aplicação com os alunos ou readequadas conforme as necessidades didáticas:

- Questão 1:



Ao chegarem na Estação do Xadrez, a turma de Ju é recebida pela guia Érica. Ela também é uma premiada jogadora de Xadrez. Para facilitar o passeio, a guia Érica pede aos alunos que formem filas de 3 alunos. Ju, Maria, Ana, Luli e Pedro, que estavam próximos no momento, perceberam que teriam que se separar, e Pedro diz:

\_ Só três de nós poderá estar nessa fila e dois terão de ficar de fora dela!

E Ju diz:

\_ Além disso, a ordem na fila é importante: posso estar em primeiro, em segundo ou em terceiro lugar... De quantas maneiras diferentes três de nós cinco poderemos formar a fila?

a)  $1*2*3$  b)  $3*3*3$  c)  $5*4*3$

▪ Questão 2:

Ao entrarem na Estação do Xadrez, os alunos se deparam com um enorme tabuleiro do jogo no chão do salão principal. A guia Érica explica que o tabuleiro de Xadrez é um quadrado no formato  $8 \times 8$ , totalizando 64 casas. Cada coluna do tabuleiro é designada por uma letra de a a h, e as fileiras por um número de 1 a 8. Dessa forma, cada casa do tabuleiro é designada por uma letra e número correspondentes a sua coluna e fileira (por exemplo, a1, b6, f5). Ju pergunta para a guia:

\_ Érica, na Estação do Xadrez acontecem competições do jogo?

Érica responde:

\_ Sim, a última competição contou com os 17 melhores enxadristas brasileiros. Todos eles competiram entre si para ganhar um troféu de ouro, prata ou bronze.

Érica questiona as crianças:

\_ Fiquei sabendo que vocês adoram Matemática e tenho um desafio para turma:

“Na última competição aqui na Estação de quantas maneiras distintas os 17 jogadores poderiam formar o trio de campeões para receberem os troféus de ouro, prata o bronze?”

- a)  $1 \cdot 2 \cdot 3$    b)  $17 \cdot 16 \cdot 15$    c)  $17!$

▪ Questão 3:

A guia Érica explica que cada tabuleiro possui 32 peças de xadrez, 16 para cada jogador, sendo uma cor para cada jogador. Ela fala:

\_ Há uma hierarquia de poder entre as peças. Há 8 peões que são considerados soldados que estão na linha de frente da “batalha”. Há também 2 cavalos, 2 torres, 2 bispos, 1 rei e 1 rainha. A denominação de cada peça é realizada pela primeira letra da peça, seguida da localização no tabuleiro. Por exemplo, se a peça é um peão e está na coluna 2, então falamos: Peão em a2 ou Pa2.

Maria observa que há dois enxadristas montando o tabuleiro para jogar. Ela nota que cada um dos jogadores retira suas peças de dentro de uma caixa, sem olhar para elas. Maria fala com Ju:

\_ Olha só! aquele jogador retirou 3 peças sucessivamente da caixa. Existem quantas sequências diferentes de três peças que poderiam ser formadas, com as peças de um dos jogadores?

- a)  $1 \cdot 2 \cdot 3$    b)  $16 \cdot 16 \cdot 16$    c)  $16 \cdot 15 \cdot 14$

▪ Questão 4:

Ju e seus amigos vão para uma sala grande, em que a porta é protegida por 2 torres. A guia Érica fala:

\_ A torre é uma peça que se inicia nos cantos dos tabuleiros. Ela é considerada uma peça muito importante e valiosa. Diferente dos peões que só se movem para a frente, a torre pode se mover quantas casas desejar para frente, para trás ou para os lados, isto é, seu movimento lembra o sinal de soma (+). Para capturar uma peça, ela se move para a casa ocupada. Nas ilustrações das paredes, temos as três jogadas de xeque-mate (captura do rei) mais comuns feita por torres

Érica observando as crianças interessadas, as questiona:

\_ O jogador da sala ao lado tinha apenas 8 peões e 2 torres e, no decorrer do jogo, ele foi perdendo cinco dessas peças. De quantas maneiras diferentes isso pode ter acontecido? Ou seja, quantas são as sequências distintas possíveis em que ele pode ter perdido suas peças?

▪ Questão 5:

Quando o trem para na próxima estação, Pedro fala:

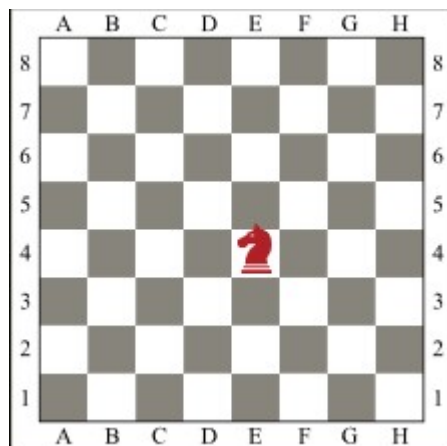
\_ A peça na porta é do formato de um cavalo. Uau!

Érica explica:

\_ Pedro, essa é a famosa sala do cavalo. Essa peça é muito especial no Xadrez, por dois motivos. O primeiro é que ela pode “saltar” uma peça adversária e seu movimento lembra o formato da letra L. Uma curiosidade sobre o movimento do cavalo, é que quando ele se move de uma casa clara sempre cairá em uma casa escura.

Ju pergunta:

\_ Quais são as possíveis casas que o cavalo pode ocupar a partir da posição que está (Cavalo e4)?



▪ Questão 6:

Um enxadrista profissional está jogando com quatro adversários simultaneamente. Isto quer dizer que ele está jogando em quatro tabuleiros distintos ao mesmo tempo. Em todos os tabuleiros, ele irá movimentar o cavalo, localizado na casa e4. Sabendo que ele não pode repetir o movimento, de quantas maneiras distintas ele poderá realizar a sequência de jogadas?

▪ Questão 7:

Ao entrarem na sala do bispo, há vários, quadros, frases e um pouco sobre a história dessa peça. Érica fala:

\_ O bispo também é uma peça interessante pois possui liberdade para se mover o quanto quiser no tabuleiro, desde que seja pelas diagonais. Além disso, essa peça pode se movimentar pelas casas claras ou escuras.

Maria observando pergunta:

\_ Se durante o jogo há quatro bispos no tabuleiro e os jogadores jogam com o intuito de eliminar um do seu adversário, para deixarem somente 3 bispos em jogo, quais e quantas são as possibilidades de sequências para os três bispos que restarem no tabuleiro?

▪ Questão 8:

Ju se encanta ao entrar nasala da dama:

\_ Essa sala parece ser uma das peças mais importantes.

Érica explica:

\_A dama, conhecida também por rainha, é a peças mais poderosa do Xadrez. Ela pode se movimentar em qualquer direção, seja diagonal, para frente, para trás, para os lados. A dama não tem uma maneira única de capturar as peças adversárias, isto é, pode capturar na horizontal, vertical e diagonal. Mas a única regra é que ela permaneça na casa da captura. Como a dama possui um papel fundamental no Xadrez, enxadristas antigos criaram a frase: “proteja a dama” quando a mesma ataca a peça oponente.

Ju pergunta:

\_ Se fossem necessárias três peças para proteger a dama, em um jogo de 12 peças, quantas são as possíveis possibilidades de peças que podem ocupar essas três casas?

▪ Questão 9:

Se para proteger a dama, foi feita uma fileira de 4 casas com o intuito de formar uma barreira, sendo que cada casa pode ser pintada de rosa ou azul, de quantos

modos distintos podemos pintar essa barreira composta de quatro casas consecutivas?

▪ Questão 10:

Quando para na estação do rei a primeira coisa que as crianças olham é para a placa escrita:

“Xeque – Mate”

Érica explica, que a peça mais importante do Xadrez é o rei e que intuito do jogo todo é captura-lo. Ela diz que quando o rei está em ameaça o oponente tem que falar: “Xeque”, pois essa peça não pode permanecer sob ameaças adversárias em nenhum momento. Caso não consiga fugir, o adversário diz “Xeque- Mate”, implicando no término da partida e consequente derrota do jogador atacado. Seu movimento é limitado a apenas uma casa em qualquer direção. Há também o movimento “especial do rei” que seria o roque com as torres, que tem o objetivo de protegê-lo, deslocando duas casas horizontalmente. A guia questiona com as crianças:

\_ Se em um campeonato de Xadrez há 50 enxadristas e irão classificar os 5 primeiros que realizarem o “xeque-mate”, de quantos modos distintos podemos ordenar os cinco finalistas?

▪ Questão 11:

Ju continua achando que há diferenças nos desafios na casa do Xadrez com que discutiram com Dani. Como você explicaria para um aluno as principais diferenças? E as principais similaridades?

▪ Questão 12:





Érica, pensativa com a frase de Ju, questiona:

\_De quantas maneiras diferentes podemos organizar 7 alunos em filas de 4 pessoas?

▪ Questão 13:

E se multiplicarmos o resultado anterior por:  $\frac{3*2*1}{3*2*1} = \frac{3!}{3!}$ . O que iremos obter?

▪ Questão 14:

Como podemos relacionar o numerador e o denominador dessa expressão?

▪ Questão 15:

Agora vamos pensar de maneira similar: como podemos representar o número de filas com p elementos obtidos a partir de um conjunto de n elementos, com  $n > p$ ?

## 4. 4 Primeira Competição de Xadrez

A Primeira Competição de Xadrez aborda o conceito de Combinação Simples.



Figura 6- Capa do Jogo 1º Competição do Xadrez

Esse jogo visa dar continuidade na jornada de Ju no mundo do Xadrez, sendo que pode ser aplicado em sequência dos anteriores ou individual. Diferente dos outros tabuleiros, esse jogo as peças se movimentam como se fosse um tabuleiro físico.

Essa proposta possui nove pergunta para serem jogadas aleatoriamente e somente uma final, peça estrela, com a pergunta para a generalização do conceito.

A seguir as questões apresentadas no jogo:

- Questão 1:

Ju percebe que no campeonato estão os 4 melhores professores de Xadrez da cidade. De quantas maneiras distintas eles podem formar duplas de professores para uma partida?

- Questão 2:

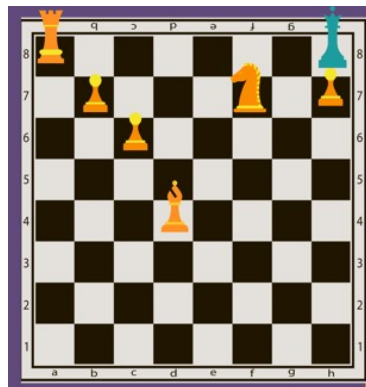
Ju joga contra Maria e irá realizar a sua primeira abertura. Antecipando suas jogadas, ela quer mover inicialmente dois de seus peões, indicados na figura (peão amarelo, peão rosa, peão azul, peão verde e peão roxo). De quantas maneiras ela pode escolher essa dupla de peões?

▪ Questão 3:

Maria quer realizar suas três primeiras jogadas movimentando apenas os peões, sem repeti-los. Sabendo que há 8 peões disponíveis para movimentação, de quantas maneiras diferentes que ela pode escolher esses três peões, independente da ordem que irá move-los no tabuleiro?

▪ Questão 4:

Quais são as possíveis peças que podem capturar a dama?

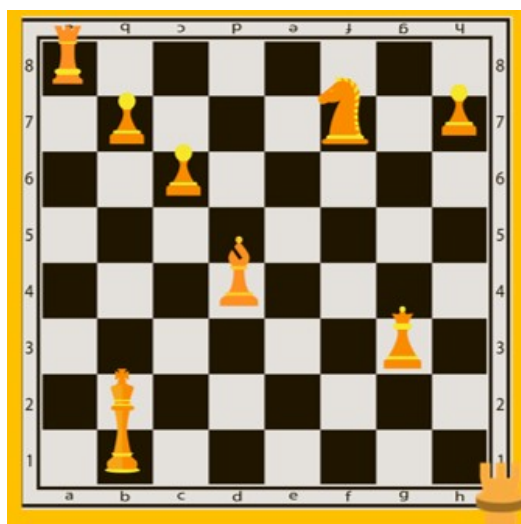


▪ Questão 5:

No intervalo das jogadas, Ju vai até a lanchonete pedir uma vitamina. Sabendo que ela faz vitaminas com quatro tipos de frutas diferentes, podendo o freguês escolher entre: laranja, abacate, banana, morango, pera e maçã, quantas opções de vitaminas ela tem para escolher?

▪ Questão 6:

Ju, no decorrer do jogo, já planeja suas três próximas jogadas. Sabendo que ela tem 8 peças livres para se moverem no tabuleiro, de quantas maneiras ela poderá escolher as quatro próximas peças que irá movimentar, independente da ordem?



▪ Questão 7:

Em um campeonato, no qual cada participante enfrenta, uma única vez, todos os demais adversários, são jogadas, ao final do campeonato, exatamente, 6 partidas. Quantos são os participantes?

▪ Questão 8:

Em uma jogada, há no tabuleiro exatamente 2 reis, 4 cavalos e 7 peões. De quantos modos podem ser formados grupos de peças que contém 1 rei, 3 cavalos e 4 peões?

▪ Questão 9:

Se a comissão de xadrez é formada por 3 homens e 3 mulheres que devem ser escolhidos em um grupo de 8 homens e 5 mulheres, quantas comissões podem ser formadas?

- Questão 10 - a<sup>3</sup>:

Novamente Ju notou que havia alguma relação entre as situações que aprendeu hoje e aquelas que da visita à estação do Xadrez. Mas ela não sabia explicar o que elas tinham de parecido nem o que as diferenciava. Também não sabia se poderia generalizar as contas. Sabia apenas que os resultados eram diferentes mesmo quando envolvia quantidades parecidas.

- Questão 10 - b:

Quando eu, Maria, Ana, Luli e Pedro tivemos que formar a fila de 3 alunos dois ficaram de fora, mas mesmo assim, havia várias possibilidades de formar a fila, afinal a posição da pessoa na fila é importante. Mas se pedissem para a gente formar um trio para representar a escola na competição de Xadrez, a ordem já não importa mais.

Como futuro professor de Matemática, ajude Ju nos seus raciocínios:

- Questão 10 - c:

A ordem da escolha dos alunos importa?

- Questão 10 - d:

Existem mais ou menos possibilidades em relação a formar uma fila com três deles?

- Questão 10 - e:

---

<sup>3</sup> Essa questão está relacionada com o jogo anterior.

Explique para Ju as principais diferenças entre as duas situações e o nome que cada uma delas recebe.

▪ Questão 10 – f:

Vamos comparar as situações com um exemplo na tabela, onde foram escolhidos Maria, Ana e Pedro. Vejamos:

<b>Formar um trio para representar a escola na competição de Xadrez (COMBINAÇÃO)</b>	<b>Formar uma fila com três alunos (ARRANJO)</b>
(M, A, P)	(M, A, P), (M, P, A), (A, M, P), (A, P, M), (P, A, M), (P, M, A)

Podemos perceber que as possibilidades de arranjos, escolhidos esses três alunos, é a permutação dos elementos da combinação. Ou seja, é igual a \_\_\_\_\_!

▪ Questão 10 – g:

Generalizando, podemos dizer que para cada Combinação de  $p$  elementos correspondem  $p!$  Arranjos, que são as permutações desses  $p$  elementos, sendo que o arranjo de  $n$  elementos  $p$  a  $p$  é dado por: \_\_\_\_\_

## 5. Considerações finais

O presente trabalho tem como finalidade propor jogos para abordagem de Análise Combinatória em sala de aula. Esse caderno, juntamente com o site Combinálise, e sugestões metodológicas, vem trazer uma alternativa para que o aluno possa, por meio dos jogos e situações, construir e compreender as ideias da combinatória, seus conceitos e suas generalizações. Cada professor pode adequar os jogos de acordo com sua realidade, modificando as questões, propondo outras, escolhendo a dinâmica que se mostra mais pertinente para a turma, estabelecendo o tempo do jogo, ou mesmo criando jogos que possam se somar aos apresentados aqui. Esperamos que o Combinálise contribua com sua prática e com uma aprendizagem voltada para os raciocínios matemáticos envolvidos na abordagem do tema

# Referências

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 2.ed. São Paulo: Mestre Jou, 1982.
- ALBUQUERQUE, Leila Cunha de; GONTIJO, Cleyton Hércules. **A complexidade da formação do professor de Matemática e suas implicações para a prática docente**. 2013.
- ALMEIDA, A. L.; FERREIRA, A. C. **A Comunicação Matemática como ferramenta para o ensino e a aprendizagem da Análise Combinatória no Ensino Médio de Itabirito (MG): dois estudos de caso**. In: XIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 2009, Goiânia: As relações entre pesquisa e as práticas pedagógicas em sala de aula, 2009.
- ALVES, Eva Maria Siqueira. **A Ludicidade e o ensino de Matemática: uma prática possível**. Papiro. 2001.
- ALVES, R. C. **O ensino de Análise Combinatória na educação básica e a formação de professores**. 2012. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado. 172 f. Rio de Janeiro: UFRJ.
- AMBROZI, Luiz. **Jogos em uma sequência didática para o ensino de Análise Combinatória**. 2017. 30 f. Dissertação (Mestrado) , Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2017.
- ARAÚJO, Ariana Maria Leite. **O diagnóstico na abordagem fenomenológica-existencial**. Revista IGT na rede, v. 7, n. 13, p. 315, 2010.
- ARAÚJO, I. R. de O. **A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da Matemática**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. d. **Jogos matemáticos como metodologia de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros**. Projeto de



Intervenção Pedagógica na Escola apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional. UEL-Londrina, 2008.

BATANERO, Carmen et al. Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 27, n. 2, p. 151-169, 1996.

BERTOLI, Vaneila; Schulmacher, Elcio. **Aprendendo Polinômios Utilizando o Algeplan: Uma Prática no Ensino de Matemática para o Ensino Fundamental**. VI Congresso Internacional do Ensino de Matemática, p.15. 2013.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Ensino de Matemática e educação Matemática: algumas considerações sobre seus significados**. Bolema, 1999.

BICUDO, Irineu. **Os elementos**. Unesp, 2009.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; PAULO, Rosa Monteiro. Um exercício filosófico sobre a pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 251-298, 2011.

BORBA, Rute. Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 13, 2013.

BOYER. C.B. **História da Matemática**. São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 1974, Reimp. 1996. 496p

BRANDÃO, Carlos Rodrigues. **O que é educação**. Abril Cultura: Brasiliense.1985.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Médio. Brasília. MEC. Versão. Acesso em 04 de Outubro de 2020, disponível em [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)

BRASIL. **Secretaria da Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos. Brasília: MEC / SEF.1998.

BRASIL. **Secretaria de educação fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2017.

CABRAL, Marcos Aurélio et al. **A utilização de jogos no ensino de Matemática.** 2006.

CAMPOS, Luciana Maria Lunardi. **A produção de jogos didáticos para o ensino de ciências e biologia: uma proposta para favorecer a aprendizagem.** Caderno dos núcleos de Ensino, v. 47, p. 47-60, 2003

CAMPOS, Maria Célia Rabello Malta; MACEDO, Lino de. **Desenvolvimento da função mediadora do professor em oficinas de jogos.** Psicologia Escolar e Educacional, v. 15, p. 211-220, 2011.

CAMPOS, Patrícia Aparecida. **O ensino de probabilidade no contexto do jogo de truco.** Dissertação Mestrado – Mestrado Profissional em Rede Nacional – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, São Paulo, 2018.

CASTILHO, S. F. R. **Problemas:** despertando o prazer de pensar. Amae Educando, Belo Horizonte, v. 23, n. 216, p. 37–40. mar. 1990.

CLUA, E., BITTENCOURT, J. **Desenvolvimento de Jogos 3D: Concepção, Design e Programação.** Anais da XXIV Jornada de Atualização em Informática do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, pp. 1313-1356, São Leopoldo, Brazil, Julho de 2005.

CUNHA, E. **Autismo na escola:** um jeito diferente de aprender, um jeito diferente de ensinar – idéias e práticas pedagógicas. 2ª ed. RJ: Wak Editora, 2013.

CUNHA, N. **Brinquedo, desafio e descoberta.** Rio de Janeiro: FAE. 1988.

CUNHA, M. I. **O bom professor e sua prática.** 6. ed. Campinas: Papirus, 1996. nf.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A. V. (org.).

Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica.** Revista de Matemática, Ensino e Cultura. Natal (RN): EDUFRRN, 2013.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: uma visão do estado da arte.** Proposições, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 7-17, 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Por que e Como Ensinar História da Matemática.** In: FOSSA, J. A. (Org) Facetas do Diamante. Rio Claro – SP: Ed. SBHMat, 2000, p. 241-271. Espanha, a.9, n.2, p.1-30, 2005b.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Ação Pedagógica e EtnoMatemática como Marcos Conceituais para o Ensino de Matemática.** Educação Matemática. São Paulo, SP: Moraes, 1994.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens.** Artmed, 2006.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Campinas, SP. Editora da Unicamp. 2004. 843p.

FONSECA, A. J. dos S.; SOUZA, D. do N.; SANTOS, S. G. dos S. **Análise Combinatória: uma apreciação de conteúdo através dos Registros de Representação Semiótica.** In: Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online - v. 2, n. 1, 2014

FONSECA, S. S. et al. **Uma reflexão sobre o conteúdo Análise Combinatória em dois livros didáticos do ensino médio.** In: Scientia Plena, vol. 10, num. 04. 2014.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa.** Plageder, 2009.

GEWANDSZNAJDER, Fernando; ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith. **O método nas Ciências Naturais e Sociais.** São Paulo: Pioneira, 1998.

GOMES, M. L. **As práticas culturais de mobilização de história da Matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio.** In: ZETETIKÉ, Unicamp, v.18, nº temático, p. 433-448. 2010.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Programa Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas, SP, 2000.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino e aprendizagem da Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1995.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2004.

JOGOS. MICHAELIS, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. 2022. Disponível em: [<https://michaelis.uol.com.br/busca?id=OWQE>]. Acesso em: 21/01/2022.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Tradução Elenisa Curt. Campinas SP: Papyrus, 1986.

KISHIMOTO, T. M. **O Brinquedo na Educação Considerações Históricas.** 1998.

KISHIMOTO, T. M.: **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação** – 11ª ed. São Paulo: Cortez. 2008.

KISHIMOTO, Tizuko M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** Cortez editora, 2017.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. O jogo e a educação infantil. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2011. P. 15-48.

KNIJNIK, J.D., **A questão do jogo:** uma contribuição na discussão de conteúdos e objetivos da Educação Física escolar. Rev. Bras. Ciên. e Mov. 9 (2): 45-48, 2001.

LARA, I. C. M. **A constituição histórica de diferentes sujeitos matemáticos.** Acta Scientiae. v. 13, n.2, p.97-114, jul./dez. 2011b.

LARA, I. C. M. **Jogando com a Matemática do 6º ao 9º ano.** 4 ed. São Paulo: Editora Rêspel, 2011a.

LARA, I. C. M. **Exames Nacionais e as ‘verdades’ sobre a produção do professor de Matemática.** Porto Alegre: UFRGS, 2007. 248f. Tese (Doutorado). Programa de PósGraduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

LIMA, Marcelo de Araújo. **Uma nova proposta para o ensino de Análise Combinatória.** Dissertação de Mestrado – Mestrado Profissional em Matemática – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2016.

LIMA, Nayra Maria da Costa. **O uso de jogos no ensino de Matemática nas dissertações do PPGEC – UFRPE.** Recife, 2012.

MAGALHAES, Ruda Tavares. **A resolução de problemas como proposta de estratégia de ensino da Análise Combinatória no ensino médio.** Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Federal do Amapá, Rio de Janeiro. 2015.

MANRIQUE, Ana Lúcia. **Licenciatura em Matemática: formação para a docência x formação específica.** Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 11, n. 3, 2009.

MARTINS, J e BICUDO, M.A.V. **A Pesquisa Qualitativa em Psicologia Fundamentos e Recursos Básicos.** São Paulo. ED. Moais. 1989.

MARTINS, M. de C. S.; BONFIM, S. H. **Análise Combinatória: Um estudo via História da Matemática.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

MATEMÁTICA. DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2022. Disponível em: [<https://www.dicio.com.br/matematica/>]. Acesso em: 21/01/2022.

MELLO, H. P. **Desmistificando o Ensino de Análise Combinatória**. Dissertação Mestrado - Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro, 2017.

MINAYO, Maria C. S.; SANCHES, Odécio. **Quantitativo–qualitativo: oposição ou complementaridade?** Revista Cadernos de Saúde Pública, Rio de Janeiro, v. 9, jul/set.1993, n. 3, p. 239-262.

MIRANDA, J. da Silva, da Costa, V. J. F., Miranda, F. A. M., & Martini, L. C. **A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS E ATIVIDADES LÚDICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA**. 2006.

MORAN, J.M. **Educação afetiva ou controladora? Foco no conteúdo ou em valores?**

MOREIRA, Plinio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela. **A formação Matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 120p.

MORGADO, A. C. de O. et al. **Análise Combinatória e probabilidade**. Coleção Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Rio de Janeiro, 2004.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA, J.; CARVALHO, P.C.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: IMPA/SBM, 2006.

MORGADO, Augusto C.; CARVALHO, João B. P. de; CARVALHO, Paulo Cezar P.; FERNANDEZ, Pedro – **Análise Combinatória e Probabilidade com as soluções dos exercícios**. 9ª ed. Rio de Janeiro, SBM, 1991.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto., **Matemática Discreta.**, SBM (Coleção PROFMAT), 2015.

MOTA, Paula Cristina Costa Leite de Moura. **Jogos no Ensino da Matemática**. 2009.

MOURA, Paula Cristina; VIAMONTE, Ana Júlia. **Jogos matemáticos como recurso didático**. 9 f. Universidade Portucalense.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná**. Curitiba: SEED, 1990.

PIOVESAN, Suceleiva Baldissera; ZANARDINI, João Batista. **O ensino e aprendizagem da Matemática por meio da metodologia de resolução de problemas: algumas considerações**. Paraná, 2008.

PIOVESAN, Sucileiva Baldissera; ZANARDINI, João Batista. **O Ensino e Aprendizagem da Matemática por Meio da Metodologia de Resolução de Problemas: Algumas Considerações**. 2014.

PREDIGER, Juliane; BERWANGER, Luana; MORS, Marlete Finke. **Relação entre aluno e Matemática: Reflexões sobre o desinteresse dos estudantes pela aprendizagem desta disciplina**. Revista Destaques Acadêmicos, v. 1, n. 4, 2009.

PREDIGER, Juliane; BERWANGER, Luana; MÖRS, Marlete Finke. **Relação entre aluno e Matemática: reflexões sobre o desinteresse dos estudantes pela aprendizagem desta disciplina**. Revista Destaques Acadêmicos, v. 1, n. 4, 2013.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

ROLDÃO, Maria do Céu. **Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional**. Revista brasileira de educação, v. 12, p. 94-103, 2007.

ROONEY, A. **A História da Matemática: Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M.Books do Brasil Editora Ltda, 2012.

SABO, Ricardo Dezso et al. **Saberes Docentes: a Análise Combinatória no Ensino Médio**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo–PUC/SP, 2010.

SANTOS, j.; FRANÇA, k.; SANTOS, L. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática**. São Paulo, 2007.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, LSB dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática. Monografia de Graduação em Matemática.** São Paulo: UNASP, 2007.

SOUZA, Analucia Castro Pimenta de. **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na metodologia de ensino e aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas.** 2010.

SHULMAN, L. S. **Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma.** v. 4, n. 2, jun. 2005.

SHULMAN, Lee S. **Pedagogias de assinatura nas profissões.** Daedalus , v. 134, n. 3, pág. 52-59, 2005.

SILVA, Jose Carlos Thompson da. **Jogo sobre Análise Combinatória e formação inicial de professores de Matemática.** Dissertação Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

SILVA, RS da; MARTINEZ, Marcia Lorena Saurin. **Dificuldades na Matemática Básica: o processo de ensino e aprendizagem para a vida.** In: XIII Educere-Congresso Nacional de Educação. 2017. p. 11839-11850.

SILVA, Lucenildo Elias da. Educação Matemática e a base nacional comum curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. **Humanidades & Inovação**, v. 6, n. 6, p. 51-61, 2019.

SOËTARD, Michael. **Jean-Jacques Rousseau.** (V. L. Rodrigues, Trad.) Recife: Fundação Joaquim Nabuco: Editora Massangana, 2010.

SOUZA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da Matemática.** Universidade Católica de Brasília, 2005.

SOUZA, Tatiana Yokoy de; BRANCO, Angela Maria Cristina Uchoa de Abreu and OLIVEIRA, Maria Claudia Santos Lopes de. **Pesquisa qualitativa e desenvolvimento humano: aspectos históricos e tendências atuais.** Fractal, Rev. Psicol., vol.20, n.2 2008.



TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petropolis,RJ;Vozes 2002.

TAVARES, Paulo Cezar Monteiro. **Ensino Análise Combinatória por meio de um aplicativo para Android**. Dissertação Mestrado - Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Pontifícia Universidade Católica, Belo Horizonte, 2017.

VILA, Magda; SANTANDER, Marli. **Jogos cooperativos no processo de aprendizagem acelerada**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2003.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2ª Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.

Xexéo, G., Carmo, A., Acioli, A., Taucei, B., Dipolitto, C., Mangeli, E., & Garrot, R. (2017). **O Que São Jogos: Uma Introdução ao Objeto de Estudo do LUDS**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.2017.

ZACARIAS, Sandra Maira Zen et al. **A Matemática e o fracasso escolar: medo, mito ou dificuldade**. 2008.

Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.  
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora | CIED  
da Universidade Federal de Ouro Preto, 2022  
sobre papel 100% reciclato (miolo) 90g/m<sup>2</sup> e (capa) 300 g/m<sup>2</sup>