



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica
Mestrado Profissional em Construção Metálica – MECOM



MÉTODO HEURÍSTICO PARA O DIMENSIONAMENTO DE PILARES PLANOS TRELIÇADOS CONSTITUÍDOS POR PERFIS METÁLICOS TUBULARES CIRCULARES

Ouro Preto
2020




MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica
Mestrado Profissional em Construção Metálica – MECOM



Aristóteles Rafael Braga da Silva Rezende

**MÉTODO HEURÍSTICO PARA O DIMENSIONAMENTO DE PILARES
PLANOS TRELIÇADOS CONSTITUÍDOS POR PERFIS METÁLICOS
TUBULARES CIRCULARES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Construção Metálica do Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Minas da
Universidade Federal de Ouro Preto
como requisito parcial para a obtenção do
título de Mestre em Construção Metálica.

Orientador: Prof. Helton Cristiano Gomes, D.Sc.

Coorientador: Prof. Aloisio de Castro Gomes Júnior, D.Sc.

Ouro Preto
2020

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

R467m Rezende, Aristóteles Rafael Braga da Silva .
Método heurístico para o dimensionamento de pilares planos
treliçados constituídos por perfis metálicos tubulares circulares.
[manuscrito] / Aristóteles Rafael Braga da Silva Rezende. - 2020.
60 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes.
Coorientador: Prof. Dr. Aloisio de Castro Gomes Júnior.
Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro
Preto. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia das Construções.

1. Construção metálica. 2. Fundações (Engenharia) - Pilares. 3.
Trelças (Construção civil) . 4. Heurística. 5. Construção metálica - Método
da descida. 6. Construção metálica - Método dos estados limites. I.
Gomes, Helton Cristiano. II. Gomes Júnior, Aloisio de Castro . III.
Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 624.014

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
COLEGIADO DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



FOLHA DE APROVAÇÃO

Aristóteles Rafael Braga da Silva Rezende

Método Heurístico para o Dimensionamento de Pilares Planos Treliçados Constituídos Por Perfis Metálicos Tubulares Circulares

Membros da banca:

Helton Cristiano Gomes - Dr. - UFOP
Aloisio de Castro Gomes Junior - Dr. - UFOP
Flavio Teixeira de Souza - Dr. - IFMG
Lasara Fabricia Rodrigues - Drª. - UFMG

Versão final
Aprovado em 24 de Setembro de 2020

De acordo

Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes



Documento assinado eletronicamente por **Helton Cristiano Gomes, COORDENADOR DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO – OP**, em 27/10/2020, às 14:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0096462** e o código CRC **297AC2BA**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.008150/2020-19

SEI nº 0096462

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

“Cuida para que tuas palavras sejam
melhores do que o teu silêncio”

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao Professor Doutor Helton Cristiano Gomes pela preciosa orientação, contribuição e apoio.

A todos professores, funcionários e colegas do MECOM, pelas lições, apoio e aprendizados proporcionados.

À Escola de Minas e à UFOP, por me proporcionarem mais esta oportunidade de formação.

Resumo

Tratando-se de estruturas metálicas, a utilização de elementos treliçados em substituição a perfis de alma contínua representa, essencialmente, a busca por uma solução estrutural mais eficiente, mais leve e mais econômica, sobretudo no que tange ao consumo de materiais. As treliças são elementos estruturais compostos por barras conectadas em suas extremidades por articulações, supostamente sem atrito. Em geral, são formadas por associações de triângulos contíguos, tomando partido da geometria destes, invariavelmente estável e rígida, visto que é a única forma poliédrica que não pode alterar sua forma sem igualmente alterar o comprimento de seus lados. Tem-se ainda que, se treliças idealmente articuladas forem carregadas apenas em seus nós, não há transmissão de momentos, sendo transmitidos apenas esforços axiais de tração e compressão, os dois esforços mais favoráveis à estabilidade estrutural. Esta combinação de fatores permite a formação de estruturas mais esbeltas e estruturalmente eficientes. Sendo as treliças uma combinação de perfis, o uso de perfis metálicos de seção tubular circular como elemento básico representa mais um passo em direção à eficiência estrutural, uma vez que este tipo apresenta maior raio de giração perante a perfis metálicos de seção aberta com mesma área de seção transversal, o que proporciona maior rigidez a torção e maior estabilidade lateral, uma vantagem, sobretudo em situações onde predominam esforços axiais. No que tange a pilares, mais especificamente aqueles submetidos a grandes esforços solicitantes, o uso de treliças metálicas representa uma solução de menor consumo de materiais e proporciona a formação de estruturas mais leves, rígidas e eficientes quando comparada a soluções estruturais que utilizem perfis singulares, elementos únicos de alma cheia, laminados ou soldados. Neste contexto de busca por eficiência estrutural, partindo das diretrizes de carregamento permanente e variável, segundo o que determinam as normas brasileiras ABNT NBR6120:1980 e ABNT NBR6123:1988 e utilizando os conceitos e critérios de dimensionamento definidos pelas normas ABNT NBR 8681:2003 e ABNT NBR8800:2008, foi desenvolvido nesse trabalho um método heurístico para dimensionar pilares metálicos planos treliçados, tendo por objetivo a minimização do consumo de materiais, reduzindo, conseqüentemente, o peso e o custo dessas estruturas. Para isso foi utilizada uma adaptação do método clássico da descida. Visando testar e validar o método proposto, foram utilizadas, em estudos de casos, 4 (quatro) estruturas encontradas na literatura.

Palavras chave: Construções metálicas, Pilares, Treliças, Heurísticas, Método da descida, Método dos estados limites.

Abstract

For metallic structures, the use of trussed elements instead of continuous represents, essentially, the search for a more efficient, lighter and more economical structural solution, especially with regard to the consumption of materials. Ideal trusses are structural elements made up of bars connected at their ends by joints, supposedly without friction. In general, they are formed by associations of contiguous triangles, taking advantage of their geometry, which is invariably stable and rigid, since it is the only polyhedral shape that cannot change its shape without also changing the length of its sides. If ideally articulated trusses are loaded only in their nodes, there is no transmission of moments, there are only axial tensile and compression efforts transmission, the two most favorable efforts for structural stability. This combination of factors allows slenderer and structurally efficient structures. Knowing that trusses are beams combination, the use of metal with circular tubular section as a basic element represents another step towards structural efficiency, since this type has a greater radius of rotation compared to open section metal beams with the same cross section area, which provides greater torsional rigidity and greater lateral stability, an advantage, especially in situations where axial forces predominate. Regarding pillars, more specifically elements subjected to great stresses, the use of metal trusses represents a solution with less consumption of materials and allowing lighter, more rigid and efficient structures when compared to structural solutions using singular beams, unique elements of continuous web, laminated or welded. In this case of search for structural efficiency, starting from the guidelines of permanent and variable loading, according with Brazilian standards ABNT NBR6120: 1980 and ABNT NBR6123: 1988 and using the concepts and design criteria defined by the standards ABNT NBR 8681: 2003 and ABNT NBR8800: 2008, a heuristic method was developed in this work to design bidimensional trussed metal pillars, with the objective of minimizing the consumption of materials, consequently reducing the weight and cost of these structures. For this, an adaptation of the classic method of descent was used. In order to test and validate the proposed method, 4 (four) structures found in the literature were used as case studies.

Keywords: Metallic Constructions, Pillars, Trusses, Heuristics, Descent Heuristic, Limits states method.

Lista de Figuras

Figura 1: Tesoura em telhados.....	11
Figura 2: Arco atirantado em telhados	11
Figura 3: Torre de Linha de Transmissão de Energia elétrica.....	11
Figura 4: Ponte com a famosa Golden Gate	11
Figura 5:Pavilhão de Exposições do Anhembi.....	12
Figura 6: Aeroporto de Kansai, no Japão	12
Figura 7: Torre para antena de telecomunicações	12
Figura 8: Hotel em Dubai	12
Figura 9: Hangar da Airbus	13
Figura 10: Torre Eiffel, em Paris.....	13
Figura 11: Montanha Russa.....	13
Figura 12: Palco para Shows e Espetáculos	13
Figura 13: Painel Publicitário em beira de estrada	14
Figura 14: Sinalização Rodoviária	14
Figura 15: Roda Gigante em Londres	14
Figura 16: Guindaste	14
Figura 17: Arena Castelão	15
Figura 18: Estaleiro Enseada de Paraguaçu.....	15
Figura 19: Tipos de treliças.	27
Figura 20: Pórtico plano treliçado	39
Figura 21: Tesoura de cobertura.....	40
Figura 22: Viga treliçada	41
Figura 23: Viga treliçada	42
Figura 24: Tapamentos laterais (medidas em mm)	44
Figura 25: Esquema estrutural (medidas em mm).....	44
Figura 26: Esquema estrutural.....	45

Lista de Tabelas

Tabela 1: Esforços solicitante [kN]	35
Tabela 2: Dados do perfil selecionado	36
Tabela 3: Dados de carregamento [kN].....	39
Tabela 4: Cargas atuantes na estrutura [kN].....	40
Tabela 5: Pesos das estruturas dimensionadas [kg].....	41
Tabela 6: Tempo de resposta do algoritmo [segundos].....	47
Tabela 7: Perfis – Tubos Estruturais de Seção Circular	53

SUMÁRIO

RESUMO	VII
ABSTRACT	IX
LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XI
SUMÁRIO.....	XII
1. INTRODUÇÃO	5
2. OBJETIVOS	8
3. JUSTIFICATIVA	9
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	10
4.1 ESTRUTURAS E TRELIÇAS	10
4.2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	15
4.3 APLICAÇÕES DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARA O DIMENSIONAMENTO DE TRELIÇAS	17
5. METODOLOGIA E MATERIAIS.....	22
5.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	22
5.2 MÉTODOS HEURÍSTICOS	24
5.3 TIPOLOGIA DA TRELIÇA	26
5.4 MATERIAL E TABELA DE PERFIS	27
5.5 PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO	28
5.5.1 ELEMENTOS SUBMETIDOS À FORÇA AXIAL DE TRAÇÃO	30
5.5.2 ELEMENTOS SUBMETIDAS À FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO	31
5.6. EXEMPLO DE DIMENSIONAMENTO	34
6. ESTUDOS DE CASOS	38
6.1 ESTRUTURA 1 – PÓRTICO PLANO	38
6.2 ESTRUTURA 2 – TESOURA	40
6.3 ESTRUTURA 3 – VIGA TRELIÇADA	41
6.4 ESTRUTURA 4 – PILAR	43
6.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	46
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
7.1 CONCLUSÕES	48
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	49
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50
ANEXO A	53

1. INTRODUÇÃO

Estrutura é um conceito universal que se aplica a todos os campos do conhecimento humano. Atendo-se ao campo das edificações, pode-se conceituar estrutura como um conjunto de elementos, que se inter-relacionam para desempenharem uma função: criar um espaço no qual as pessoas exercerão diversas atividades (REBELLO, 2000). As estruturas são a parte resistente das edificações e podem ser constituídas por diferentes tipos de materiais utilizados de forma exclusiva ou em combinações diversas. Dentre os materiais mais tradicionalmente utilizados têm-se as rochas naturais, a madeira, o concreto, a cerâmica e o aço, dentre outros.

Em se tratando de construção metálica, o material predominante é o aço, o qual é aplicado sob a forma de elementos estruturais, como: elementos lineares alongados, denominados hastes ou barras, nos quais uma das dimensões predomina sobre as demais e elementos bidimensionais, geralmente denominados elementos planos, constituídos por placas ou chapas, onde tem-se uma das dimensões significativamente inferior às outras. A depender da solicitação preponderante à qual estão submetidos, os elementos lineares recebem as seguintes classificações: tirantes - tração axial; colunas ou pilares - compressão axial; vigas - cargas transversais, produzindo momentos fletores e esforços cortantes; eixos - torção (PFEIL, 2009).

As combinações desses elementos lineares formam sistemas planos, os quais irão constituir as estruturas. Dentre os principais elementos planos tem-se:

- Grelhas: estruturas planas constituídas pela combinação de vigas dispostas ortogonais ou oblíquas, submetidas a carregamento perpendicular ao seu plano (SÜSSEKIND, 1981);
- Pórticos: elementos estruturais compostos de vigas e colunas conectadas por ligações rígidas (GILBERT, LEET e UANG, 2010);
- Treliças: elementos estruturais compostos por barras delgadas, dispostas em padrão triangular, cujas extremidades são supostamente conectadas por articulações sem atrito (GILBERT, LEET e UANG, 2010).

As treliças surgiram como um sistema estrutural mais econômico que as vigas para vencer vãos maiores ou suportar cargas mais pesadas (SÜSSEKIND, 1981). Hoje, além de serem

amplamente empregadas com grande sucesso em substituição às tradicionais vigas de alma cheia, as treliças vêm ganhando espaço também como elemento estrutural que cumpre a função de pilar, sobretudo em estruturas submetidas a cargas elevadas, como grandes coberturas e pontes rolantes, permitindo a construção de estruturas mais esbeltas, econômicas e de considerável apelo estético.

Uma treliça ideal, considerando seu comportamento estrutural e a máxima eficiência, deve receber carregamento apenas em seus nós, o que fará com que suas barras estejam submetidas apenas a esforços simples de tração e compressão. Sendo estes os dois esforços estruturalmente mais favoráveis, têm-se as treliças, nestas condições, agindo como elementos de máxima eficiência, considerada a relação resistência versus consumo de materiais.

O processo de dimensionamento de uma estrutura, como uma treliça, pela via convencional, implica na obtenção de uma configuração que seja aceitável dentro dos parâmetros estabelecidos para o projeto. A configuração que se obtém então pertence ao universo de soluções possíveis e, não necessariamente, será a configuração ótima. Há neste processo de tentativa e erro uma influência direta do projetista, a considerar sua experiência, intuição e habilidades (CORTÊS, 2002). A utilização de técnicas de otimização significa um passo à frente aos processos convencionais de dimensionamento, uma vez que não se busca apenas uma solução aceitável, mas aquela que será a melhor dentre as possíveis soluções, frente às restrições definidas.

A otimização é a área da Matemática Aplicada que calcula e computa valores ótimos para variáveis de projeto que induzem desempenho ótimo, ao mesmo tempo que satisfazem restrições de um modelo matemático. O modelo matemático que passa pelo processo de otimização compreende: a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições de projeto, sendo a função objetivo aquilo que, quantitativamente, se pretende maximizar ou minimizar; as variáveis de projeto são os parâmetros escolhidos de forma arbitrária, os quais sofrerão variações e possibilitam a busca da configuração ótima; e as restrições de projeto estão associadas às limitações ou condições impostas ao projeto. (OLIVEIRA & FALCÓN, 2013).

Considerando a natural eficiência das treliças como elementos estruturais, propôs-se nesse trabalho o desenvolvimento de uma heurística baseada no método clássico da

descida visando seu dimensionamento utilizando perfis tubulares circulares de aço, com foco na sua utilização como pilar. O objetivo foi dimensionar estruturas obedecendo os critérios de resistência e, ao mesmo tempo, minimizar o consumo de matéria prima, tornando possível reduzir o peso das estruturas e, conseqüentemente, os custos dos projetos.

Visando testar e validar o método heurístico proposto, foram selecionados 4 (quatro) trabalhos relacionados ao dimensionamento e otimização de estruturas, os quais utilizaram diferentes metodologias. De cada trabalho foi escolhida uma estrutura, sendo estas redimensionadas segundo o método proposto. Foi realizada, então, uma análise e comparação entre os resultados encontrados e aqueles obtidos nos respectivos trabalhos desenvolvidos por Silva (2011), Mirajkar (2017), Criado (2017) e Pravia Drehmer e Mesacasa Júnior (2010).

Os próximos capítulos deste trabalho estão organizados da seguinte forma:

- Capítulo 2: são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho;
- Capítulo 3: apresentação da justificativa para o desenvolvimento da pesquisa relativa à otimização de pilares metálicos planos treliçados, evidenciando os motivos teóricos e práticos;
- Capítulo 4: apresentação da fundamentação teórica, referenciando os conceitos relativos a estruturas e treliças e à otimização estrutural, além do estado da arte, com relevantes abordagens deste tema encontradas na literatura;
- Capítulo 5: descrição da metodologia e dos procedimentos e materiais utilizados no decorrer da pesquisa para a resolução do problema de otimização estrutural;
- Capítulo 6: aplicação da metodologia proposta no dimensionamento de quatro estruturas selecionadas da literatura, bem como a apresentação e análise dos resultados obtidos;
- Capítulo 7: conclusões, considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

2. OBJETIVOS

Este trabalho teve como objetivo geral desenvolver uma heurística, baseada no método clássico da descida, visando o dimensionamento otimizado de pilares metálicos treliçados constituídos por perfis tubulares circulares tendo como meta a obtenção de estruturas mais eficientes e econômicas.

Como objetivos específicos teve-se:

- Estudo sobre o tema, averiguando o estado da arte em que se encontra;
- Definição e descrição do método heurístico adotado para a obtenção da solução pretendida;
- Modelagem do problema estudado, definindo todos os parâmetros e limitações;
- Implementação computacional do método heurístico;
- Realização de testes computacionais utilizando o método desenvolvido;
- Comparação dos resultados alcançados com aqueles obtidos para o dimensionamento realizado através de outros métodos convencionais ou alternativos.

3. JUSTIFICATIVA

As estruturas treliçadas em aço têm se mostrado um campo fértil para estudos de dimensionamento estrutural. Muitos são os trabalhos encontrados na literatura científica nacional e internacional, os quais vêm abordando diversos aspectos, particularidades e soluções aplicáveis à otimização no dimensionamento de vigas treliçadas, como poderá ser observado no item 4.3. A maior parte destes trabalhos está concentrada em soluções direcionadas a elementos treliçados aplicados como vigas. Este trabalho teve a pretensão de lançar luz sobre a vertente de estudos de otimização de treliças para aplicação como pilares, tendo como meta a obtenção de soluções estruturais a partir de perfis tubulares circulares de aço. Abriu-se, assim, caminho para uma maior eficiência no dimensionamento e, conseqüentemente, no consumo de materiais em estruturas com características similares.

A treliça, pelas características inerentes a este tipo de estrutura, é um sistema que busca a eficiência no consumo de materiais através do posicionamento estratégico dos elementos que a compõe. Desta forma, o simples fato de adotar pilares treliçados como solução estrutural representa a busca por uma alternativa que proporcione menor taxa de consumo de aço. Porém, determinar a melhor forma para uma treliça, a melhor posição dos seus nós e as dimensões mais adequadas para os seus elementos constituintes não é uma tarefa óbvia. Visto isso, tem-se a otimização como uma importante ferramenta para a obtenção de estruturas treliçadas que trabalhem com a máxima eficiência.

Diversos são os métodos já desenvolvidos para a resolução de problemas de otimização, desde métodos determinísticos, passando pelos métodos enumerativos até os métodos estocásticos. Para a resolução do problema proposto, otimização dimensional de pilares treliçados constituídos por perfis tubulares circulares de aço, foi desenvolvido um método baseado na heurística clássica de Descida. O método foi implementado computacionalmente utilizando-se a linguagem de programação *Python*.

O método desenvolvido poderá auxiliar projetistas na elaboração de estruturas como coberturas, galpões e pontes rolantes mais eficientes e econômicas. Além disto, poderá atingir o interesse de novos pesquisadores quanto ao tema, vasto e ainda pouco explorado.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 Estruturas e treliças

A busca por estruturas mais eficientes, capazes de resistir aos mesmos esforços e consumir menores quantidades de materiais, tem motivado o desenvolvimento de diversos estudos ao longo da história. Para esta árdua tarefa, diversos métodos têm sido empregados, desde os projetos de tentativa e erro utilizados pelos egípcios e gregos antigos até os métodos mais sofisticados atualmente utilizados, baseados em sistemas e rotinas computacionais formulados com o emprego de conceitos de heurística, meta-heurística, elementos finitos, métodos exatos, dentre outros. Estudos complexos têm sido desenvolvidos na busca da otimização dos mais diversos sistemas estruturais, dentre os quais têm se destacado as treliças.

As treliças, por concepção, são um sistema estrutural cuja máxima é a utilização de um arranjo de barras em formações triangulares, devidamente posicionadas e carregadas, de forma que os elementos constituintes estejam submetidos basicamente a esforços simples de tração e compressão, permitindo assim vencer grandes vãos com baixo consumo de materiais se comparado à aplicação de elementos singulares de alma contínua. Estas características tornam as treliças um sistema de grande versatilidade e aplicabilidade, sendo utilizadas como elemento estrutural em coberturas, pontes, torres, guindastes, edifícios, galpões industriais, estruturas de suporte para painéis e sinalizações, estruturas efêmeras. Dentre suas possíveis aplicações, tem-se as de maior relevância ilustradas nas Figuras 1 a 18.

Na Figura 1, treliças são utilizadas como tesouras, formando a estrutura de uma cobertura. Já na Figura 2 são utilizados arcos atirantados treliçados para cumprir a função estrutural de uma cobertura.



Figura 1: Tesoura em telhados¹



Figura 2: Arco atirantado em telhados²

Na Figura 3, uma torre treliçada é utilizada como suporte para uma linha de transmissão de energia. Na Figura 4, treliças formam as longarinas da famosa ponte *Golden Gate* localizada em São Francisco - Califórnia.



Figura 3: Torre de Linha de Transmissão de Energia elétrica³



Figura 4: Ponte com a famosa Golden Gate⁴

¹ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

² Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

³ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

⁴ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

Na Figura 5, uma treliça espacial forma a cobertura de um pavilhão de exposições do Anhembi - São Paulo. Na Figura 6, treliças em perfis tubulares formam a estrutura de cobertura do aeroporto de *Kansai*, no Japão.



Figura 5: Pavilhão de Exposições do Anhembi⁵



Figura 6: Aeroporto de Kansai, no Japão⁶

Na Figura 7, uma torre treliçada é utilizada como suporte para antenas de telecomunicação. Na Figura 8, uma enorme treliça forma a estrutura principal de um hotel em Dubai - Emirados Árabes.



Figura 7: Torre para antena de telecomunicações⁷



Figura 8: Hotel em Dubai⁸

⁵ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

⁶ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

⁷ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

⁸ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

Na Figura 9, treliças formam a estrutura de um hangar da Airbus. Na Figura 10 tem-se a famosa torre treliçada *Eiffel* em Paris - França.



Figura 9: Hangar da Airbus⁹



Figura 10: Torre Eiffel, em Paris¹⁰

Na Figura 11 tem-se uma montanha russa cuja estrutura é formada por uma treliça. Na figura 12, treliças são utilizadas como estrutura de um palco para shows e espetáculos.



Figura 11: Montanha Russa¹¹



Figura 12: Palco para Shows e Espetáculos¹²

⁹ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹⁰ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹¹ Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹² Disponível em:

<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

Na Figura 13 há um painel publicitário suportado por uma estrutura treliçada, assim como na Figura 14 há uma treliça sendo utilizada para suporte de placas de sinalização rodoviárias.



Figura 13: Painel Publicitário em beira de estrada¹³



Figura 14: Sinalização Rodoviária¹⁴

Na Figura 15 tem-se uma roda gigante cujo aro é formado por uma estrutura treliçada. Na Figura 16 uma treliça forma o braço de um guindaste.



Figura 15: Roda Gigante em Londres¹⁵



Figura 16: Guindaste¹⁶

¹³ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹⁴ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹⁵ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

¹⁶ Disponível em:
<<http://www.ebanataw.com.br/trelica/trelica.htm>>, acesso em 21 nov. 2018, às 23:51

Na Figura 17 diversas treliças formam a estrutura de suporte da cobertura da arena Castelão em Fortaleza. Na Figura 18 há um estaleiro construído em estrutura formada por treliças.



Figura 17: Arena Castelão¹⁷



Figura 18: Estaleiro Enseada de Paraguaçu¹⁸

A extensa lista de estruturas anteriormente ilustradas demonstra o quão grande é o leque de aplicação das treliças no campo das soluções estruturais, indo desde torres e pontes até coberturas, estádios e estaleiros, para citar algumas.

Essa grande variedade de estruturas é um campo fértil para o desenvolvimento e aplicação de técnicas de otimização estrutural, as quais, de modo simplificado, incorrem no desenvolvimento de métodos de otimização, implementados com o auxílio computacional. Tais métodos têm por objetivo proporcionar o dimensionamento de estruturas que não só atendam a determinadas condições de contorno, mas que o faça com a máxima eficiência, proporcionando assim a obtenção de estruturas que sejam mais esbeltas, eficientes e econômicas, sem deixar de lado a segurança.

4.2 Otimização estrutural

O termo otimização estrutural é uma fusão das áreas de engenharia, matemática, ciências e tecnologia que tem como objetivo a obtenção de um projeto (estrutura) com melhor desempenho (VÉLEZ, 2015). Este é um importante campo de estudos que foi altamente potencializado nas últimas décadas com o advento de computadores pessoais de alto desempenho.

¹⁷ Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Estádio_Governador_Plácido_Castelo>, acesso em 22 nov. 2018, às 22:44

¹⁸ Disponível em: <<http://techne17.pini.com.br/engenharia-civil/203/artigo307437-1.aspx>>, acesso em 22 nov. 2018, às 00:16

Conforme descrevem Pizzirani (2003) e Fonseca (2007) *apud* Vélez (2015), a otimização estrutural pode ser dividida em três tipos:

- Otimização dimensional: para uma estrutura de treliça, a variável do projeto é dada pela seção transversal das barras e o processo de otimização consiste na busca pela melhor distribuição das áreas;
- Otimização geométrica: onde o objetivo é encontrar a melhor forma para a estrutura, modificando a posição dos nós que compõe a mesma;
- Otimização topológica: a variável do projeto está associada à distribuição espacial do material, sendo que, para problemas discretos, como é o caso da otimização de treliças, alguns dos elementos que compõem a estrutura podem ser subtraídos ou adicionados à composição.

O processo de busca pela melhor solução para um determinado problema tem seu início com a definição dos seguintes itens:

- **Variáveis de projeto:** descrevem o projeto e podem ser de natureza discreta ou contínua.

Em sequência deve-se definir:

- **Função objetivo:** define e quantifica, por meio de um critério numérico, o objetivo a ser alcançado, seja a maximização ou minimização de um determinado aspecto.

Há então que se determinar os limites impostos às variáveis de projeto:

- **Restrições do projeto:** estabelecem as regras, relações e limites do projeto.

De posse destas definições, por ora descritas de forma simplificada, pode ser implementada uma rotina que tornará possível a obtenção de uma solução para o problema em análise. Em se tratando de otimização estrutural, o resultado será a obtenção de uma estrutura mais eficiente, com o mínimo consumo de materiais frente a uma determinada demanda de esforços solicitantes.

4.3 Aplicações de métodos de otimização estrutural para o dimensionamento de treliças

O dimensionamento de estruturas é, em geral, um processo iterativo que parte de uma estimativa inicial definindo as características da estrutura e, em seguida, é realizada a verificação destas características perante os critérios de resistência, estabilidade e conforto. A fim de tornar esse processo algo sistematizado, existem as chamadas técnicas de otimização estrutural, sendo que, em casos de funções descontínuas e não-convexas, situação comum no cálculo de estruturas, as técnicas heurísticas têm obtido melhor desempenho, por fugir dos mínimos locais (KRIPKA e MEDEIROS, 2012).

Enquanto estrutura a ser otimizada, as treliças têm sido objeto de estudo de inúmeros trabalhos, sendo dimensionada utilizando as mais diversas técnicas assistidas por computadores.

Moura (1977) propôs um sistema computacional, baseado no algoritmo Fletcher-Reeves, com o qual pretende obter a otimização geométrica de treliças espaciais sujeitas a restrições de geometria, tensão admissível e deslocamento, e submetidas a carregamentos externos múltiplos.

Soares (1984), valendo-se de artifícios matemáticos como o método das diferenças finitas e as séries finitas de Fourier, apresentou um estudo de resolução de vigas contínuas e pórticos treliçados utilizando rigidezes e momentos de inércia equivalentes.

Salgado (1987), a partir de um algoritmo de segunda ordem, baseado no método de Newton generalizado, desenvolveu um programa para otimizar o consumo de material estrutural e automatizar o projeto de pórticos planos retangulares de edifícios altos, em regime elástico, com limitação de deslocamentos horizontais das lajes e das tensões normais atuantes nas barras.

Alvarenga (1989) apresentou um procedimento para projetar treliças planas e espaciais de peso mínimo utilizando um algoritmo baseado em um método dual de programação matemática fundamentado a partir do método de Newton generalizado. Para este trabalho a autora considera estruturas trabalhando no regime elástico-linear e restrições de segurança, deslocamento e tensão normal admissível a tração e compressão.

Bendsøe, Kirsch e Rozvany (1995) fizeram uma revisão quanto aos métodos exatos, analíticos, aproximados e discretos de otimização de *layout* de estruturas, fazendo uma apresentação detalhada das formulações de cada método.

Prudente (1998) apresentou em seu trabalho um processo de busca pela solução de mínimo peso de aço para estruturas treliçadas planas formadas a partir de perfis comerciais, seguindo os critérios estabelecidos pela NBR8800 e baseado no método do gradiente inteiro.

Guilherme (2000) propôs uma metodologia para a otimização topológica de estruturas do tipo treliça ou pórtico, tomando a minimização do volume como função objetivo e adotando como restrições a flexibilidade e a estabilidade estrutural. Nesse trabalho foi utilizada a programação linear sequencial, onde as funções objetivo e de sensibilidade são linearizadas através da expansão da série de Taylor.

Utilizando a técnica de otimização topológica, Sant'anna (2002) resolveu o problema de minimização do volume de estruturas bidimensionais contínuas submetidas a restrições de flexibilidade. Para a obtenção dos deslocamentos nodais dos elementos estruturais, o autor parte da resolução das equações de equilíbrio utilizando o Método dos Elementos Finitos. Na otimização foi utilizada a programação linear sequencial, sendo a função objetivo e as restrições linearizadas por expansão em série de Taylor. A tensão de Von Mises foi considerada como critério de falha o qual foi aplicado uma análise de sensibilidade. Foi ainda aplicado um filtro de vizinhança para restringir a variação de densidade entre elementos adjacentes a fim de evitar problemas que surgem na otimização topológica de estruturas contínuas. Foi, também, utilizado o método da relaxação- ϵ para contornar problemas oriundos das restrições de tensões.

Olivieri (2004) apresentou uma formulação, desenvolvida em linguagem Visual Basic, onde utiliza o método algoritmos genéticos com o objetivo de obter a seção transversal ótima para pontes rodoviárias constituídas por vigas de seção I, pré-moldadas e protendidas. As variáveis consideradas neste processo foram o número de vigas na seção transversal, suas dimensões e o número de cabos de proteção em cada uma.

Hasançebi (2007) estudou a aplicação de estratégias de evolução na otimização de projetos de pontes treliçadas verificando o potencial e a eficácia desta técnica. O autor

combina estratégias de evolução discreta para otimização do tamanho e da topologia, enquanto aplica estratégias de evolução contínuas para otimização de seção.

Chaves (2007) realizou um estudo comparativo entre diferentes topologias que compõem alguns dos sistemas estruturais usualmente adotados em galpões industriais. Para tanto fez um estudo paramétrico entre pórticos transversais de alma cheia, com treliça em arco, com treliça de banzo paralelo, com treliça trapezoidal e com treliça triangular, avaliando a influência da topologia e do vão livre no desempenho do pórtico, no caso considerados a resposta estrutural e o consumo de aço.

Dias (2007) fez um estudo comparativo entre Eurocódigo 3 e a EM 50341-1 aplicadas a uma estrutura metálica treliçada para transporte de energia elétrica. O autor elaborou um programa em linguagem C# para obter os esforços e usou o SAP2000 para análise dos esforços. Em seguida fez a verificação segundo as normas estudadas e comparou os resultados.

Dias, Kripka e Medeiros (2008) realizaram diversas simulações através de um método baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, visando a otimização de seção e de geometria das treliças. A partir dos resultados obtidos construíram duas treliças em espaguete e cola, as quais ensaiaram e realizaram análise comparativa.

Guerra (2008) desenvolveu um trabalho de otimização da massa de treliças planas e espaciais através do método Algoritmos Genéticos. Para isso utilizou o *toolbox* de Algoritmos Genéticos do MATLAB. O autor ainda realizou uma análise comparativa entre os resultados obtidos para uma treliça otimizada dentro dos limites impostos pela NBR8800:2008 e os resultados obtidos através de um *software* comercial.

Nogueira (2009) realizou um trabalho de análise da eficiência de sistemas estruturais para galpões compostos por perfis formados a frio. Utilizando o *software* mCalc2008, o autor comparou os resultados obtidos para tipologias compostas por pórticos de alma cheia, com treliça em arco, com treliças de banzos paralelos, com treliça trapezoidal e com treliça triangular. Além disso, o autor ainda aplicou uma variedade de vãos livres, de distância entre pórticos e de velocidade básica do vento.

Silva (2011) apresentou duas estratégias para a otimização de estruturas reticuladas: adaptação de um modelo de penalização adaptativa para algoritmos genéticos não geracionais e algoritmos genéticos não geracionais baseados no lagrangeano aumentado.

Kripka e Medeiros (2012) fizeram uma revisão dos principais métodos meta-heurísticos que vêm sendo aplicados em processos de otimização estrutural na última década. Os autores destacaram a utilização dos seguintes métodos: Busca Tabu, *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Enxame de Abelhas, Enxame de Partículas e Busca Harmônica. Os autores listaram os conceitos básicos e ainda apresentaram aplicações destes métodos encontradas na literatura.

Dias *et al.* (2013) apresentaram um estudo numérico e experimental visando a otimização no dimensionamento de treliças, no qual consideraram as seções transversais dos elementos e a geometria como variáveis de projeto. O método que utilizaram na otimização é o *Simulated Annealing*. Partindo dos resultados do processo de otimização, os autores construíram e ensaiaram dois protótipos. Por fim compararam os resultados do processo de otimização aos obtidos nos ensaios dos protótipos.

Aquino, Carvalho e Ribeiro (2015) apresentaram um processo para a resolução de treliças de grandes dimensões. Os autores aplicaram uma estratégia de três etapas: desenvolvimento da geometria utilizando o *software* Sketchup, pré-processamento utilizando o *software* GiD, seguido pela implementação de código em elementos finitos no *software* MatLab. Os autores ainda verificaram por comparação a resolução utilizando o *software* SAP2000.

Bettin e Andrade (2016) realizaram uma modelagem numérica baseada em formulações lineares empregando o método dos elementos finitos, por meio do *software* SAP2000, averiguando a eficiência estrutural e a economia proporcionada pelo uso de treliças protendidas.

Costa e Mello (2016) utilizaram a ferramenta Solver do *software* Microsoft Excel para a otimização de estruturas metálicas treliçadas. Considerando o vão e a carga total atuante como dados de entrada, os autores trataram a função objetivo e as restrições geométricas e do material, não lineares. Fizeram, ainda, uma análise de sensibilidade entre os três tipos de perfis considerados no experimento: L, U e a combinação entre os dois.

Mirajkar (2017) desenvolveu uma análise comparativa entre a taxa de consumo de aço alcançada em uma treliça projetada segundo o método dos estados limites em situações distintas: utilizando perfis convencionais e usando perfis tubulares (circulares, retangulares e quadrados), a fim de verificar o perfil ótimo para aplicação em estruturas treliçadas.

5. METODOLOGIA E MATERIAIS

O objeto do estudo em questão trata do problema de otimização estrutural de pilares planos treliçados constituídos por perfis metálicos tubulares circulares, para os quais será investigada as melhores topologias e dimensões da seção transversal das hastes constituintes, buscando assim minimizar o peso da estrutura e, conseqüentemente, seu custo. Indubitavelmente, o custo do material desempenha um papel vital no projeto e na construção de uma estrutura. A redução no peso de uma estrutura é realizada minimizando o peso ou volume do arranjo dela. A minimização do peso do material utilizado pode ser usada como ferramenta para um projeto otimizado e econômico (KAMIREDDY *et al.*, 2017).

Como sintetizado por Olivieri (2004), a otimização pode ser definida como um conjunto de procedimentos através dos quais busca-se encontrar uma direção que maximize ou minimize uma função-objetivo, almejando-se sempre o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis. A estratégia adotada nessa busca é o que irá caracterizar os diferentes métodos de otimização existentes. A área de otimização é composta por diversos campos e/ou sub-áreas como, por exemplo: otimização linear, otimização inteira, otimização não-linear, otimização combinatória e otimização estocástica (LUZIA e RODRIGUES, 2019).

Nesse cenário, as variáveis de projeto adotadas para o problema proposto foram as áreas das seções transversais dos elementos que compõe a treliça e, como restrições foram consideradas as resistências dos elementos (tração e compressão), conforme definido em norma ABNT NBR 8800:2008.

5.1 Formulação do problema

O problema de otimização dimensional abordado neste trabalho consiste em determinar um perfil para cada elemento da treliça, dentro de uma gama de perfis estruturais tubulares circulares predefinidos, vide Anexo A, cuja área da seção transversal resulte em uma estrutura com peso total mínimo e, ao mesmo tempo, atenda às tensões solicitantes e ao índice de esbeltez máximo. O peso total da treliça é o somatório dos pesos dos elementos que a compõem. Um modelo matemático para o problema pode ser descrito como a seguir, o qual é uma adaptação do proposto por Dias *et al.* (2013).

$$\text{Min} \quad W = \gamma \sum_{i=1}^n A_i L_i \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a} \quad N_{Sd,ij} \leq N_{Rd,ij} \quad \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, 2 \quad (2)$$

$$\lambda_{ij} \leq \lambda_{lim,j} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$A_i \in A \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4)$$

Onde W é o peso total da treliça, sendo função de:

- γ : peso específico do material utilizado;
- n : número total de elementos da treliça;
- A_i (variável de projeto): área da seção transversal do elemento i da treliça ($i = 1, \dots, n$);
 - $A = \{1, \dots, m\}$: conjunto de possíveis valores para a área da seção transversal;
 - m : número de possíveis valores para a área da seção transversal.
- L_i : comprimento do elemento i da treliça ($i = 1, \dots, n$).

Tendo ainda presente nesta formulação os seguintes parâmetros:

- $N_{Sd,ij}$: esforço solicitante j exercido no elemento i da treliça ($i = 1, \dots, n$);
 - As tensões solicitantes são:
 - $j = 1$ – tração;
 - $j = 2$ – compressão.
- $N_{Rd,ij}$: esforço resistente do elemento i da treliça ($i = 1, \dots, n$) ao esforço solicitante j ;
 - Os esforços resistentes são:
 - $j = 1$ – tração;
 - $j = 2$ – compressão.
- λ_i : índice de esbeltez do elemento i ($i = 1, \dots, n$);
- λ_{lim} : índice de esbeltez máximo para os elementos.

Na formulação descrita, a função objetivo (1) consiste em minimizar o peso total da estrutura treliçada. O conjunto de restrições (2) impõem que as tensões solicitantes sejam inferiores às resistentes em todos os elementos da treliça, assegurando a estabilidade da

estrutura. As restrições (3) garantem que os limites de esbeltez dos elementos não sejam maiores que o índice de esbeltez máximo. As restrições (4) estabelecem os possíveis valores para a área da seção transversal dos elementos da treliça, ou seja, o domínio das variáveis de projeto.

Para a resolução do problema de dimensionamento descrito existem diversos métodos e *softwares*, dentre os quais destaca-se aqui os métodos heurísticos de otimização combinatória. Dentro da área de otimização combinatória, um método heurístico consiste em um algoritmo que pode ser utilizado para encontrar boas soluções para problemas reconhecidamente difíceis. Os métodos heurísticos são notoriamente intuitivos, eficientes na resolução de diversos tipos de problemas e de fácil implementação computacional. Esses métodos permitem ainda que sejam alcançadas soluções com baixo tempo de processamento computacional, o que torna possível execução de um grande número de testes em curto prazo, permitindo simular com grande agilidade alterações em hipóteses, tipos e valores de parâmetros de projeto, em contraponto ao que ocorre na implementação de pacotes de *softwares* comerciais hoje disponíveis.

5.2 Métodos heurísticos

Os métodos heurísticos podem ser divididos, basicamente, em duas categorias: construtivos e de refinamento. Segundo Arroyo (2002), as heurísticas construtivas são procedimentos que geram uma solução, a partir de uma ou mais regras específicas, para um dado problema de otimização. Elas constroem soluções inserindo elementos iterativamente. A escolha do elemento a ser inserido varia de acordo com o problema abordado e, pode ser aleatória ou gulosa. Nas heurísticas aleatórias, o elemento a ser inserido é escolhido sem levar em consideração algum critério. Já nas heurísticas gulosas, é considerado o benefício de inserção de cada elemento e, o melhor é inserido (SOUZA, 2019).

As heurísticas de refinamento baseiam-se na noção de estrutura de vizinhança. Partindo-se de uma solução inicial qualquer, gerada por uma heurística construtiva, uma nova solução é obtida através de uma modificação feita na solução inicial. Todas as possíveis soluções obtidas pela mesma modificação são denominadas vizinhas da solução inicial. Dentre os principais métodos heurísticos de refinamento, destacam-se o da descida, o de primeira melhora e o de descida em vizinhança variável (SOUZA, 2019).

Nesse trabalho, para a geração de uma solução inicial, optou-se por uma adaptação da heurística construtiva aleatória. Para isso, a cada passo, o valor para a área da seção transversal de um elemento da treliça foi selecionado aleatoriamente. Uma solução para o problema pode ser descrita como um vetor com os valores das áreas da seção transversal dos elementos:

$$S = [A_1, A_2, \dots, A_n], \text{ com } A_i \in A$$

O Pseudocódigo da heurística construtiva utilizada pode ser visto a seguir:

```

procedimento ConstrucaoAleatoria(S);
1 S ← ∅;
2 Para i = 1 até n faça
3   Ai = valor aleatório pertencente a A;
4 fim-para;
5 Retorne S;
fim ConstrucaoAleatoria;

```

O conjunto de possíveis valores para a área da seção transversal (A) dos elementos foi obtido do catálogo Vallourec Tubos, da fabricante de perfis tubulares estruturais Vallourec Tubos do Brasil.

Partindo da solução inicial gerada, foi feita uma busca local utilizando uma variante do método da descida. No método da Descida, todos os possíveis vizinhos da solução inicial são gerados e analisados, movendo-se somente para o melhor deles, ou seja, o método para quando um ótimo local é encontrado.

Na adaptação do método da descida utilizada, uma nova solução é gerada alterando-se o valor da área da seção transversal dos elementos. São percorridos todos os elementos e, o melhor valor para a área da seção transversal de cada um é escolhido, ou seja, aquele que proporciona o melhor valor para a função objetivo. O Pseudocódigo do método de refinamento utilizado pode ser visto a seguir:

```

procedimento Descida(f(.), S);
1 S* ← S
2 Para i = 1 até n faça
3   Selecione Ai ∈ A, onde S' tenha o menor valor para f(S');
4   se f(S') < f(S)
5     S ← S';
6   se f(S) < f(S*)
7     S* ← S;
8 fim-para;
9 Retorne S*;
fim Descida;

```

Em problemas de otimização, onde até mesmo encontrar uma solução viável representa um desafio, pode ser adotada a estratégia de relaxamento. Este é um mecanismo auxiliar que permite alcançar um universo de busca mais amplo em detrimento do relaxamento de algumas restrições do problema. Nesse caso, como renuncia-se à verificação de viabilidade de cada solução, a busca poderá incluir soluções inviáveis, o que não significa que essas não sejam penalizadas. Faz-se então necessária a definição de coeficientes que terão a função de penalizar as violações das restrições do problema na função objetivo. Essa é uma estratégia que amplia o universo de busca, gera um conjunto solução de maior abrangência e permite encontrar soluções para problemas de maior complexidade, como é o caso do problema abordado.

No presente trabalho, essa estratégia foi adotada, onde os coeficientes α e β foram determinados para penalizar os conjuntos de restrições (2) e (3), respectivamente. Sendo assim, o valor da função objetivo (peso total da estrutura) foi calculado pela expressão (5):

$$f(S) = \gamma \sum_{i=1}^n A_i L_i + \alpha \left(\max \left(0, \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n (TS_{ij} - TR_{ij}) \right) \right) + \beta \left(\max \left(0, \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n (\lambda_{ij} - \lambda_{limj}) \right) \right) \quad (5)$$

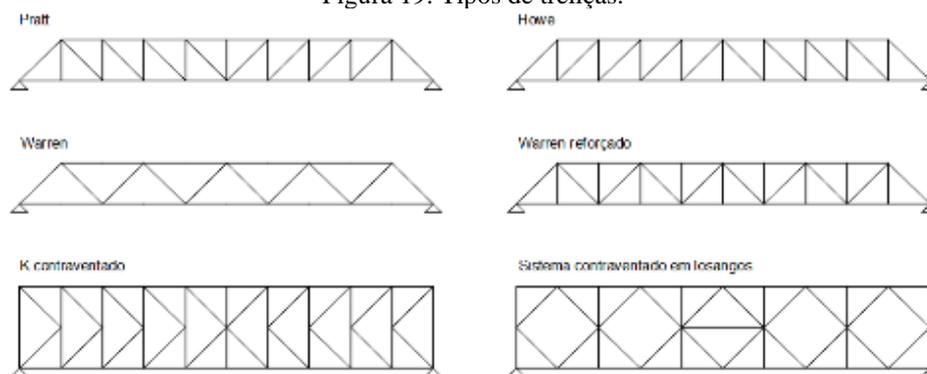
Foi utilizado o valor 100000 para os coeficientes α e β . Permitindo assim eliminar as violações às restrições impostas ao problema, dispensando a necessidade verificação da viabilidade de todas as soluções geradas e reduzindo o tempo computacional da heurística proposta.

Seguindo a formulação proposta, faz-se necessária a definição da tipologia da treliça a ser adotada.

5.3 Tipologia da treliça

Tipologia é um conceito oriundo da arquitetura e sua terminologia é amplamente discutida. Em se tratando de treliças, este conceito refere-se às configurações geométricas típicas caracterizadas em conformidade com o posicionamento dos elementos (hastes) componentes, sejam: banzo ou corda superior, banzo ou corda inferior, diagonais e montantes. Existem diversas opções de tipologias para treliças que podem ser consideradas, como por exemplo, as apresentadas na Figura 19.

Figura 19: Tipos de treliças.



Fonte: O próprio autor

Conforme as condições às quais será submetida a estrutura (condições de apoio, distância entre apoios, tipos de carga e intensidade das cargas), cada uma das tipologias apresenta características que podem ser mais bem aproveitadas. Dentre as tipologias possíveis, aquela que se apresenta geometricamente mais simples, dentro do conceito que define uma treliça é a tipo Warren (MARTINS, 2014), sendo esta a tipologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho.

5.4 Material e tabela de perfis

Seguindo o processo de caracterização do problema, fez-se necessária a definição do material que será utilizado para compor a estrutura. Conforme ressalta Martins (2014), o uso de perfis de seção circular como elementos de treliças mostra-se uma opção bastante eficiente e vantajosa perante os perfis em seção aberta (I, U, T, etc.), principalmente quando submetidos a esforços axiais, uma vez que os perfis circulares apresentam um maior raio de giração para uma mesma área de seção transversal, o que lhes proporciona maior rigidez à torção e, conseqüentemente, maior estabilidade lateral. Partindo deste princípio e, assumindo a seção transversal como uma variável discreta, o universo de perfis considerados nesse estudo se restringirá aos perfis metálicos de seção circular, formados em aço ASMT A501, de fabricação comercial conforme catálogo de tubos estruturais da Tabela 7, que se encontra no Anexo A.

O aço ASTM A501, matéria prima para os perfis acima considerados, apresenta as seguintes características:

- Tensão de escoamento: $f_y = 250$ MPa
- Tensão de ruptura: $f_u = 400$ MPa
- Módulo de elasticidade transversal: $E = 200$ GPa = 200.000 MPa

- Coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$
- Módulo de elasticidade transversal $G = 77.000 \text{ GPa} = 77.000.000 \text{ MPa}$
- Coeficiente de dilatação térmica $\beta = 1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- Peso específico $\gamma = 7.850 \text{ kg/m}^3$

Neste trabalho, para o dimensionamento das estruturas consideradas, foi necessário o cálculo das tensões (tração e compressão) exercidas sobre os elementos. Para isso, foi utilizado o roteiro de cálculo descrito na próxima seção.

5.5 Processo de dimensionamento

O procedimento de dimensionamento adotado neste trabalho é descrito a seguir e baseia-se nos princípios definidos pela norma brasileira para projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, a ABNT NBR 8800:2008, norma esta que se fundamenta nos requisitos de segurança estabelecidos na ABNT NBR 8681:2003.

Como critério para a garantia da segurança das estruturas, as principais normas internacionais, como a canadense CAN/CS A 516-01, a europeia EUROCODE3 e a americana ANSI/AISC 360-05 baseiam-se no Método dos Estados Limites, princípio este seguido pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 (PFEIL, 2009).

Ainda como conceituado por Pfeil (2009), um estado limite ocorre toda vez que uma estrutura deixa de satisfazer um de seus objetivos, sejam estes a segurança estrutural ou o desempenho adequado em condições de serviço. Como critério da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, são considerados os estados limites últimos (ELU) e os estados limites de serviço (ELS).

I) Estados Limites de Últimos (ELU)

Os ELU estão relacionados à segurança da estrutura quando submetida às combinações mais desfavoráveis de ações previstas durante sua vida útil e caracterizam-se como: perda de equilíbrio, ruptura ou deformação plástica excessiva, transformação da estrutura em sistema hipostático, instabilidade por deformação, instabilidade dinâmica, dentre outros.

A ocorrência destes estados é fator determinante para suspensão do uso, parcial ou completo, de uma estrutura.

II) Estados Limites de Serviço (ELS)

Os ELS relacionam-se aos critérios de desempenho da estrutura em condições ordinárias de utilização. Podem ser caracterizados como danos que comprometem a estética da construção ou a durabilidade da estrutura, deformações excessivas que afetem o uso ou a estética, vibrações excessivas, dentre outros. A ocorrência destes estados provoca efeitos estruturais que não condizem com os de uso normal a que se destina a construção ou que podem indicar ainda o comprometimento da durabilidade da estrutura.

Tendo em vista o processo de cálculo e dimensionamento, foram adotadas algumas premissas e simplificações, as quais precisam ser esclarecidas:

- Todo o dimensionamento é direcionado a estruturas treliçadas, mais especificamente a pilares formados a partir deste tipo de arranjo estrutural;
- Os nós das treliças são considerados ligações rotuladas perfeitas, ou seja, não é considerada a possibilidade de transmissão de momento entre elementos, sendo considerado apenas a transmissão de esforços simples de tração e compressão;
- Todos os esforços aplicados às estruturas estudadas incidem diretamente sobre algum nó que a compõe, não sendo considerada a possibilidade de esforços aplicados sobre algum elemento, o que provocaria indesejados esforços cortantes e momentos fletores;
- Todos os elementos singulares (barras) que formam as treliças são constituídos por seção tubular circular;
- Para efeito de simplificação da análise, não serão considerados efeitos oriundos da geometria deformada da estrutura (efeitos de segunda ordem $P-\delta$ e $P-\Delta$);
- Considera-se treliças como elementos de alta rigidez e que as deformações sofridas são desprezíveis.

Partindo destes conceitos e premissas, chegou-se a duas situações básicas a serem consideradas no processo de dimensionamento: elementos submetidos a esforços de tração e de compressão. Sistematizando as recomendações da ABNT NBR8800:2008, tem-se:

5.5.1 Elementos submetidos à força axial de tração

A) Limite de esbeltez

A ABNT NBR8800:2008 recomenda uma limitação para o índice de esbeltez de elementos tracionados. Tomando o índice de esbeltez como a relação entre o comprimento destravado e o raio de giração correspondente, tem-se a seguinte limitação normativa:

$$\lambda = \frac{L}{r} \leq 300 \quad (6)$$

Onde:

λ = índice de esbeltez;

L = comprimento destravado do elemento da treliça, tomado como igual ao comprimento do próprio comprimento elemento;

r = raio de giração (dependente do perfil utilizado).

B) Força axial de tração

Segundo a ABNT NBR8800:2008, o dimensionamento a tração precisa atender a condição (7).

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} \quad (7)$$

Onde:

$N_{t,Sd}$ = força axial de tração solicitante de cálculo;

$N_{t,Rd}$ = força axial de tração resistente de cálculo.

A $N_{t,Rd}$ usada no dimensionamento deve ser a de menor valor encontrada nos dois casos a seguir.

B.1) Escoamento da Seção Bruta

A ABNT NBR8800:2008 estabelece a expressão (8), ao considerar-se o ELU de escoamento da seção bruta.

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (8)$$

Onde:

A_g = área bruta da seção transversal do elemento;

γ_{a1} = coeficiente de ponderação de resistência para escoamento do aço estrutural.

Para combinações normais, o valor adotado para o coeficiente é 1,1.

B.2) Ruptura da seção líquida

Considerando o ELU. de ruptura da seção líquida a ABNT NBR8800:2008 estabelece a expressão (9).

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e f_u}{\gamma_{a2}} \quad (9)$$

Onde:

A_e = área líquida efetiva da seção transversal da barra.

γ_{a2} = coeficiente de ponderação de resistência para ruptura do aço estrutural. Para combinações normais, o valor adotado para o coeficiente é 1,35.

Conforme item 5.2.3 da referida norma $A_e = C_t A_n$. Ainda de acordo com item 5.2.4 e 5.2.5 da ABNT NBR 8800:2008, considerando a inexistência de furos na região de ligação dos elementos e a transmissão da força de tração de forma direta, por meio de solda, entre elementos da seção transversal, pode se assumir: $C_t = 1$ e $A_n = A_g$. Onde conclui-se que $A_e = A_g$.

5.5.2 Elementos submetidas à força axial de compressão

A) Limite de esbeltez

A ABNT NBR8800:2008 recomenda que o índice de esbeltez das barras comprimidas não deve ser superior a 200, ou seja:

$$\lambda = \frac{kL}{r} \leq 200 \quad (10)$$

Onde:

k = coeficiente de flambagem, a ser determinado conforme ABNT NBR8800:2008 (Tabela E.1 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados, p.125).

Nos casos abordados nesse trabalho, considerou-se $k = 1$.

B) Flambagem local por compressão axial

A ABNT NBR 8800:2008 determina, em seu item 5.3, a condição (11) quanto ao dimensionamento de elementos submetidos à força axial de compressão.

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad (11)$$

Onde:

$N_{c,Sd}$ = força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c,Rd}$ = força axial de compressão resistente de cálculo.

Sendo que a força axial de compressão resistente de cálculo de uma barra associada aos ELU de instabilidade por flexão, por torção ou flexo-torção e de flambagem local deve ser determinada de acordo com a expressão (12).

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (12)$$

Onde:

χ = fator de redução associado à resistência à compressão.

De acordo com a ABNT NBR 16239:2013, o χ para perfis tubulares é determinado pela expressão (13).

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_0^{4,48})^{1/2,24}} \quad (13)$$

Sendo válida a seguinte simplificação:

- Para $\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2$
- Para $\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2}$

Onde:

λ_0 = índice de esbeltez reduzido.

Seguindo o que determina a ABNT NBR 8800:2008 o λ_0 deve ser obtido a partir da expressão (14).

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (14)$$

Onde:

N_e = força axial de flambagem elástica;

Q = fator de redução associado à flambagem local.

Conforme item F.4 (paredes de seções tubulares circulares) do Anexo F da ABNT NBR8800:2008, para o Q , em se tratando de barras de seção circular tubular, deve-se seguir as seguintes recomendações:

1) Para:

$$\frac{D}{t} \leq \frac{0,11E}{f_y}$$

Considera-se:

$$Q = 1$$

2) Para:

$$\frac{0,11E}{f_y} < \frac{D}{t} \leq \frac{0,45E}{f_y}$$

Considera-se:

$$Q = \frac{0,038 E}{D/t} \frac{2}{f_y} + \frac{2}{3}$$

Onde:

D = diâmetro externo da seção tubular circular;

t = espessura da parede.

Os dois itens anteriores são referentes ao perfil utilizado.

Vale ressaltar que, conforme observado do item F.4.2 da ABNT NBR 8800:2008, não é prevista a utilização de seções tubulares circulares na hipótese (15).

$$\frac{D}{t} > \frac{0,45E}{f_y} \quad (15)$$

Para seções tubulares, que são duplamente simétricas, N_e é calculada por:

B.1) Flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia da seção transversal

Conforme item 1.1 do Anexo E da ABNT NBR8800:2008, tem-se a expressão (16).

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(k_x L_x)^2} \quad (16)$$

Onde:

I_x = momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo x;

$K_x L_x$ = comprimento de flambagem por flexão em relação ao eixo x.

Em se tratando de perfis tubulares circulares, tem-se:

$$I_x = I_y \quad (17)$$

$$k_x L_x = k_y L_y \quad (18)$$

De onde conclui-se que:

$$N_{ey} = N_{ex} \quad (19)$$

B.2) Flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + GJ \right] \quad (20)$$

Sendo:

C_w = constante de empenamento da seção transversal;

G = módulo de elasticidade transversal do aço;

J = constante de torção da seção transversal;

r_0 = raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de cisalhamento.

Considerando perfis tubulares circulares, cuja seção transversal é perfeitamente simétrica tem-se $C_w = 0$, permitindo simplificar a expressão (20), gerando a (21).

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} (GJ) \quad (21)$$

O r_0 é calculado pela fórmula (22).

$$r_0 = \sqrt{(r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2)} \quad (22)$$

Conforme descrito no Item 1.1, do Anexo E da ABNT NBR8800:2008, x_0 e y_0 são as coordenadas do centro de cisalhamento na direção dos eixos centrais x e y , respectivamente, em relação ao centro geométrico da seção, e r_x e r_y são os raios de giração em relação aos eixos centrais x e y , respectivamente.

Mais uma vez, em função da simetria característica dos perfis tubulares circulares, tem-se $x_0 = y_0$ e, também $r_x = r_y = r$, o que permite reduzir a expressão (22) à (23).

$$r_0 = \sqrt{(r_x^2 + r_y^2)} \quad (23)$$

Ou ainda:

$$r_0 = \sqrt{(2r^2)} \quad (24)$$

Neste caso específico, a expressão (20) pode ser reescrita como a expressão (25).

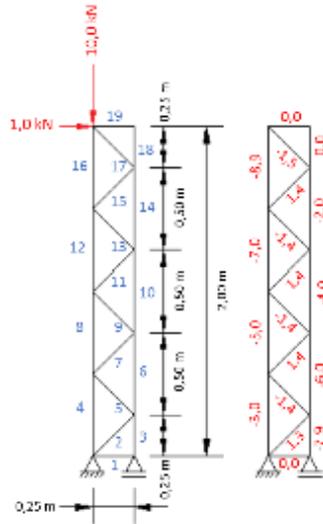
$$N_{ez} = \frac{1}{2r^2} (GJ) \quad (25)$$

Ao final, tem-se que a força axial de flambagem elástica a ser considerada é o menor dentre estes valores obtidos de N_{ex} e N_{ez} .

5.6. Exemplo de Dimensionamento

Visando o melhor entendimento da metodologia utilizada, é descrito neste tópico uma parte do processo de dimensionamento da treliça plana apresentada na Figura 20:

Figura 20: Treliça plana



Fonte: o próprio autor

A treliça apresentada na Figura 20 possui 19 elementos e, considera-se a incidência sobre o nó superior esquerdo de uma carga vertical de 10 kN e uma carga horizontal de 1 kN. Os elementos 1, 3, 18 e 19 possuem 0,25 metros de comprimento, os elementos 4, 6, 8, 10, 12, 14 e 16 possuem 0,50 metros e os elementos 2, 5, 7, 9, 11, 13, 15 e 17 possuem 0,3536 metros. Como resultado das cargas incidentes, após análise utilizando o *software* Ftool obteve-se os esforços solicitantes apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Esforços solicitante [kN]

Elemento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Força [kN]	0,0	1,3	-7,9	-3,0	-1,4	-6,0	1,4	-5,0	-1,4	-4,0	1,4	-7,0	-1,4	-2,0	1,4	-8,9	-1,5	0,0	0,0

Fonte: o próprio autor

Como pode ser visto na Tabela 2, os elementos cujo esforço solicitante é positivo estão sofrendo esforço axial de tração e, os elementos cujo esforço solicitante é negativo estão sofrendo esforço axial de compressão. Os valores para esforços solicitantes foram obtidos utilizando o *software* FTOOL Educational Version 3.

O material considerado para este exemplo de dimensionamento foi o perfil tubular circular em aço ASTM A501. Os possíveis valores para a área da seção transversal do perfil, bem como suas especificidades, encontram-se na Tabela 7 (Anexo A). As características do aço estão descritas na Seção 5.4.

Para o dimensionamento da treliça da Figura 20, conforme a metodologia deste trabalho, é necessário determinar o valor da área da seção transversal (perfil) de cada um dos 19 elementos. A título de exemplo, foi selecionado o perfil com as características descritas na Tabela 2 para todos os elementos.

Tabela 2: Dados do perfil selecionado

d	t	m	A	$I_x = I_y$	$r_x = r_y$	$W_x = W_y$	$Z_x = Z_y$	J	W_t	U
[mm]	[mm]	[kg/m]	[cm ²]	[cm ⁴]	[cm]	[cm ³]	[cm ³]	[cm ⁴]	[cm ³]	[m ² /m]
33,40	3,60	2,38	3,04	3,50	1,07	2,10	2,93	7,00	4,19	0,11

Fonte: o próprio autor

De acordo com Tabela 3, o perfil selecionado possui a área da seção transversal $A = 3,04$ cm². Dando sequência ao exemplo de dimensionamento, foi escolhido aleatoriamente um dos elementos que compõe a treliça para demonstrar como são realizados os cálculos. O cálculo de dimensionamento é feito da mesma forma para todos os elementos da treliça, sendo observada somente a força exercida sobre ele (tração ou compressão). Considerou-se o elemento 15, com comprimento $L_{15} = 0,3536$ metros e sobre o qual é exercida uma força solicitante de tração $N_{t,sd} = 1,4$ kN. Como trata-se de um elemento submetido ao esforço axial de tração, o cálculo dos limites de resistência normalizados é feito conforme descrito na Seção 5.5.1. Caso o elemento analisado esteja submetido ao esforço axial de compressão, o cálculo é feito conforme descrito na Seção 5.5.2.

- **LIMITE DE ESBELTEZ**

$$\lambda = \frac{L_{15}}{r} = \frac{0,3536}{0,01} = 35,36$$

Lembrando que o índice de esbeltez à tração é limitado pela ABNT NBR8800:2008 em 300, ou seja:

$$\lambda \leq 300$$

Sendo assim, este critério foi atendido, visto que $\lambda = 35,36 \leq 300$.

- **FORÇA AXIAL DE TRAÇÃO**

A) Cálculo da $N_{t,Rd}$ considerando o escoamento da seção bruta:

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{3,04 \times 250}{1,1} = 690,9 \text{ kN}$$

B) Cálculo da $N_{t,Rd}$ considerando a ruptura da seção líquida

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e f_u}{\gamma_{a2}} = \frac{3,04 \times 400}{1,35} = 900,74 \text{ kN}$$

A $N_{t,Rd}$ usada no dimensionamento deve ser a de menor valor encontrada nos dois casos acima. Para este exemplo, adota-se $N_{t,Rd} = 690,9$ kN. Visto que $N_{t,sd} = 1,4$ kN $\leq N_{t,Rd} = 690,9$ kN, esse critério também é atendido.

Feito isso para todos os elementos, o peso da estrutura (treliça) é determinado pelo somatório dos pesos de seus elementos (Equação (1)). Considerando os dados deste exemplo, o peso do elemento 15 (W_{15}) será:

$$W_{15} = \frac{7850 \times 3,04 \times 35,36}{1000000}$$

$$W_{15} = 0,844 \text{ kg}$$

Realizado o cálculo, o peso obtido para o elemento 15 da treliça apresentada na Figura 20 será 0,844 kg. Na seção a seguir é apresentada a aplicação da metodologia proposta para o dimensionamento de quatro estruturas e os resultados obtidos foram analisados.

6. ESTUDOS DE CASO

Neste capítulo são apresentados os resultados referentes a aplicações do método heurístico proposto neste trabalho, o qual foi desenvolvido tendo em vista o dimensionamento de estruturas treliçadas através de métodos não convencionais.

O método heurístico foi implementado computacionalmente na linguagem Python 3, utilizando a IDE *Spyder3*, e executado em um computador INTEL *Core i7 2.8GHz* e 16GB de RAM, sob sistema operacional *Windows 10 Home Single Language 64 Bits*.

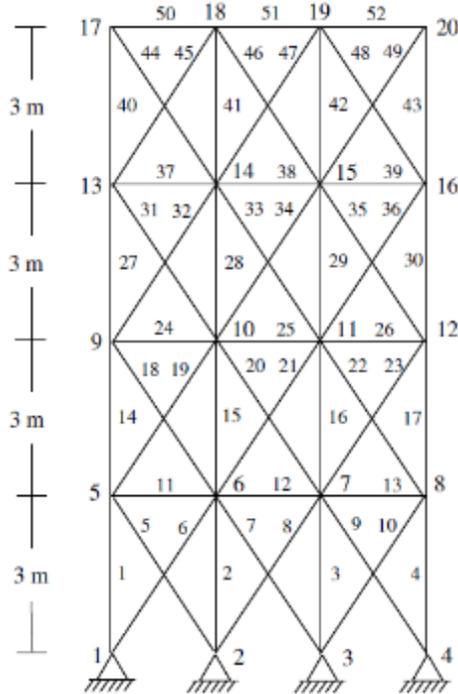
Para testar e validar o método proposto, foram utilizadas 3 (três) estruturas metálicas planas treliçadas encontradas na literatura e dimensionadas com outras metodologias. Uma quarta estrutura foi retirada do manual *Galpões para Usos Gerais (PRAVIA; DREHMER; MESACASA JÚNIOR, 2010)* e adaptada para ser dimensionada pelo método proposto. No processo de dimensionamento dessas estruturas foi utilizada uma lista pré-definida de perfis metálicos tubulares, a geometria da estrutura e os esforços estruturais atuantes (forças solicitantes), previamente calculados através do *software FTOOL Educational Version 3*. A lista com os perfis metálicos tubulares pode ser vista na Tabela 7 (ANEXO A) e conta com 30 (trinta) configurações diferentes. Como dito anteriormente, todo o processo de dimensionamento foi norteado nos conceitos de estados limites, seguindo as orientações normatizadas na ABNT NBR8800:2008 para ELU. e ELS.

A seguir são descritas as 3 (três) estruturas metálicas planas treliçadas encontradas na literatura e utilizadas para testar e validar o método heurístico proposto.

6.1 Estrutura 1 – Pórtico plano

A primeira estrutura trata-se de um pórtico plano treliçado utilizado por Silva (2011) em um estudo de otimização baseado em uma técnica que conjuga modelos de penalização adaptativa com algoritmos genéticos. A mesma é formada com a seguinte topologia: 52 barras e 20 nós, dispostos em 4 níveis, sobre 4 apoios, formando 12 quadros contraventados nas duas direções. Sua geometria pode ser verificada na Figura 20.

Figura 20: Pórtico plano treliçado



Fonte: Silva (2011)

As condições de carregamento da estrutura estão sumarizadas na Tabela 3.

Tabela 3: Dados de carregamento [kN]

Nó	F_x	F_y
17	100,00	200,00
18	100,00	200,00
19	100,00	200,00
20	100,00	200,00

Fonte: Silva (2011)

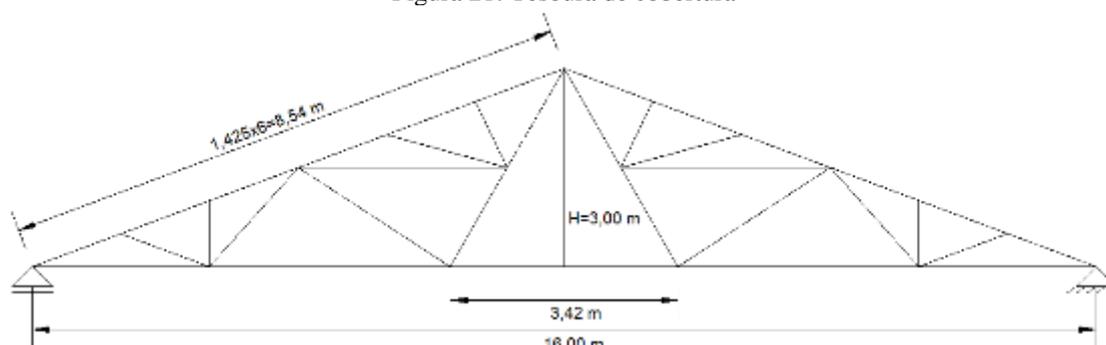
Considerando um plano cartesiano com origem sobre o nó 1, com eixo vertical 'y' alinhado na direção dos nós 17, 13, 9, 5 e 1 e eixo horizontal 'x' alinhado sobre os nós 1, 2, 3 e 4, tem-se sobre os nós 17, 18, 19 e 20 a ação de uma força $F(x, y)$ onde F_x equivale a uma força de 100 kN atuante na direção do eixo 'x' e F_y uma força de 200 kN na direção do eixo 'y'.

Diante das referidas condições, o método heurístico proposto nesse trabalho retornou como resultado uma estrutura com peso total igual a 726,62 kg. Para efeito de comparação, o melhor resultado obtido por Silva (2011) foi uma estrutura com peso total de 1.903,36 kg. Ou seja, a estrutura encontrada nesse trabalho apresentou uma solução com redução de, aproximadamente, 62% (1.176,74 kg) no peso total da estrutura.

6.2 Estrutura 2 – Tesoura

A segunda estrutura refere-se a uma tesoura de cobertura utilizada por Mirajkar (2017) com o objetivo de comprovar a eficiência econômica de estruturas metálicas treliçadas dimensionadas com perfis tubulares, segundo o método dos estados limites. Trata-se de uma treliça metálica cuja topologia se resume a 35 elementos, dispostos em 19 nós, formando uma típica tesoura de cobertura apoiada sobre dois pontos em suas extremidades e cuja geometria pode ser observada na Figura 21.

Figura 21: Tesoura de cobertura



Fonte: Mirajkar (2017)

Quanto ao carregamento da estrutura, foram considerados 5 pontos de cargas concentradas, sendo dois pontos sobre os nós das extremidades, um ponto sobre o nó central (cumeeira) e dois pontos adicionais sobre os nós medianos entre cada uma das extremidades e o nó central. Os valores das cargas são apresentados na Tabela 4, referindo-se a cargas de incidência vertical, atuantes sobre cada um dos referidos nós. Neste caso, foram consideradas cargas oriundas de ações permanentes e de ações variáveis, termos estes utilizados, conforme descrito na ABNT NBR 8681:2003, para classificações de ações em estruturas segundo a sua variabilidade no tempo. Além disso, o autor considerou ações relacionadas à incidência de ventos, destacando-as das demais ações que, pela ABNT NBR 8681:2003, comporiam o rol de ações variáveis.

Tabela 4: Cargas atuantes na estrutura [kN]

Condições de carregamento da estrutura [kN]			
Nó	Carga Permanente	Carga Variável Total	Carga de Vento Total
Central	2.411	1.755	-6.722
Intermediário	2.411	1.755	-6.722
Extremidade	2.411	1.755	-6.722

Fonte: Mirajkar (2017)

Utilizando o método proposto no presente trabalho, obteve-se uma estrutura cujo peso total foi de 199,82 kg. Mirajkar (2017) obteve os resultados dispostos na Tabela 5, considerando, em cada caso de dimensionamento, um tipo específico de seção para os perfis que compõe a estrutura. No presente trabalho considerou-se, somente, perfis tubulares circulares.

Tabela 5: Pesos das estruturas dimensionadas [kg]

Seções convencionais	Peso total da estrutura [kg]		
	Tubular quadrada	Tubular retangular	Tubular circular
177,97	126,52	134,71	123,44

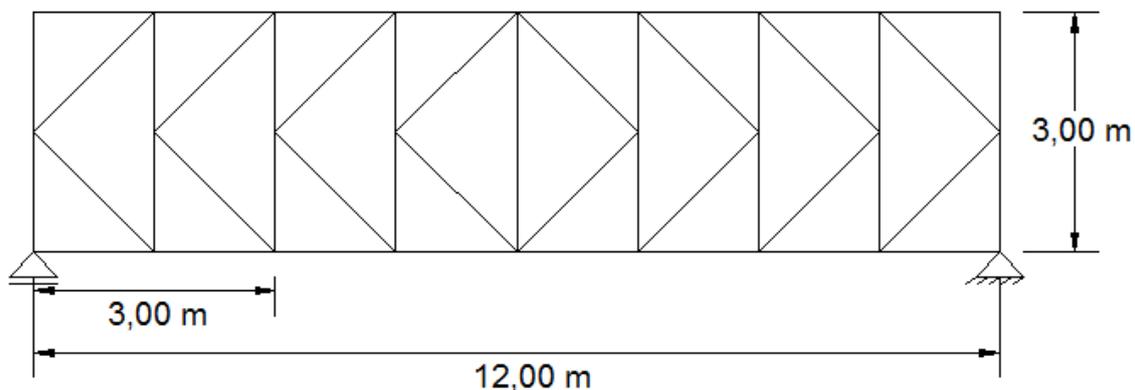
Fonte: Mirajkar (2017)

Comparando o resultado encontrado neste trabalho com os obtidos em Mirajkar (2017), pode-se observar que o peso da estrutura se aproxima bastante daquele que o autor obteve quando considerou perfis convencionais de seção aberta, sendo, aproximadamente, 12,28% superior. Contudo, quando consideramos os resultados encontrados na referência para perfis de seção tubular circular, como proposto no presente trabalho, o resultado obtido não foi satisfatório, sendo, aproximadamente, 42,92% superior. Isso pode indicar a possibilidade/necessidade de melhorias na assertividade no método proposto.

6.3 Estrutura 3 – Viga treliçada

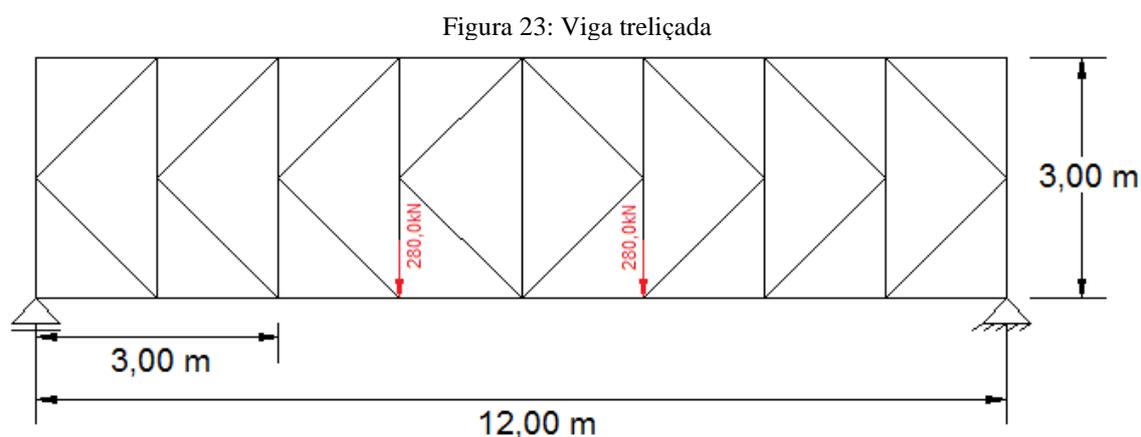
A terceira estrutura refere-se a uma viga metálica treliçada para utilização em pontes modulares rodoviárias, objeto de um estudo de análise estrutural realizado por Criado (2017). A estrutura é composta por 49 elementos e 26 nós, formando uma viga de 18 metros de comprimento com diagonais em *K*, biapoiada, com apoio sob suas extremidades. Sua geometria e dimensões estão detalhadas na Figura 22.

Figura 22: Viga treliçada



Fonte: Criado (2017)

Criado (2017) realizou o dimensionamento da referida viga treliçada utilizando o método dos estados limites, em conformidade com a ABNT NBR8800:2008 e, com auxílio do *software* SAP2000®. Foram consideradas as ações de cargas permanentes e variáveis atuando sobre a estrutura e, os perfis metálicos selecionados para o dimensionamento são a combinação de perfis *U*, formando banzos e montantes externos, e de perfis *L*, formando diagonais e montantes internos. O esquema estático de cargas pontuais equivalentes às ações atuantes na ponte, adotado para análise estrutural, é composto por duas cargas pontuais verticais de 280 kN, as quais incidem em dois nós intermediários centrais do banzo inferior, ver Figura 23.



Fonte: o próprio autor

A treliça dimensionada e ensaiada por Criado (2017) apresentou um peso próprio de 1.338,30 kg, enquanto a treliça obtida neste trabalho apresentou um peso total de 251,31 kg. À primeira vista, a comparação entre os resultados mostra uma grande disparidade entre os pesos das estruturas, o que torna questionável o resultado obtido. Porém, a de se considerar a disparidade entre os processos de dimensionamento adotados. O método de dimensionamento utilizado por Criado (2017), apesar de assistido por um *software*, restringe-se a verificar uma condição pré-estabelecida, um pré-dimensionamento, não obstante, os materiais (perfis) utilizados pelo autor foram perfis de seção aberta, elementos que reconhecidamente apresentam performance inferior aos perfis tubulares, quando aplicados em condições similares.

O dimensionamento realizado por Criado (2017) não é essencialmente de otimização. No trabalho do autor, perfis de seção aberta, e respectivos arranjos, são previamente determinados para cada classe de elementos. O dimensionamento da estrutura se restringe a verificação da capacidade destes perfis em resistir às respectivas cargas, padronizando os elementos de forma geral, a parte dos reais limites de resistência que poderiam ser

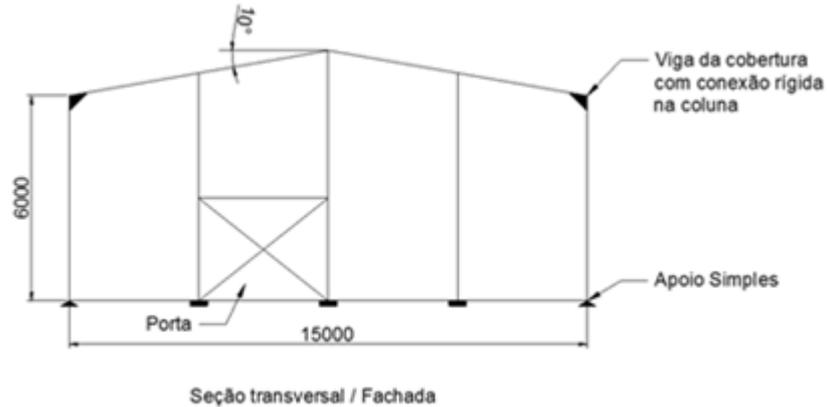
explorados. Esse fato é evidenciado quando, na fase de ensaios de laboratório, é verificada nos elementos uma capacidade de carga muito superior à requerida. Indo além, os perfis selecionados para o trabalho de Criado (2017), compostos por elementos de seção aberta, reconhecidamente, apresentam menor rigidez e comportamento estrutural inferior a perfis tubulares circulares de mesma massa, fato este que colabora para a disparidade na comparação entre os resultados alcançados nos trabalhos.

6.4 Estrutura 4 – Pilar

Ainda com a finalidade de testar e avaliar a funcionalidade do método heurístico proposto, foi realizado um quarto estudo de caso. A estrutura selecionada é um pilar metálico formado por perfil de aço laminado com seção transversal *I*. O referido pilar foi extraído do Manual de Construção em Aço – Galpões para Usos Gerais (PRAVIA, DREHMER, MESACASA JÚNIOR, 2010), tem 6.000 mm de comprimento e está sujeito aos maiores esforços solicitantes, dentre os pilares averiguados neste trabalho. No referido trabalho é realizado, a critério de exemplo, todo o dimensionamento de um galpão em estrutura metálica sob as seguintes condições:

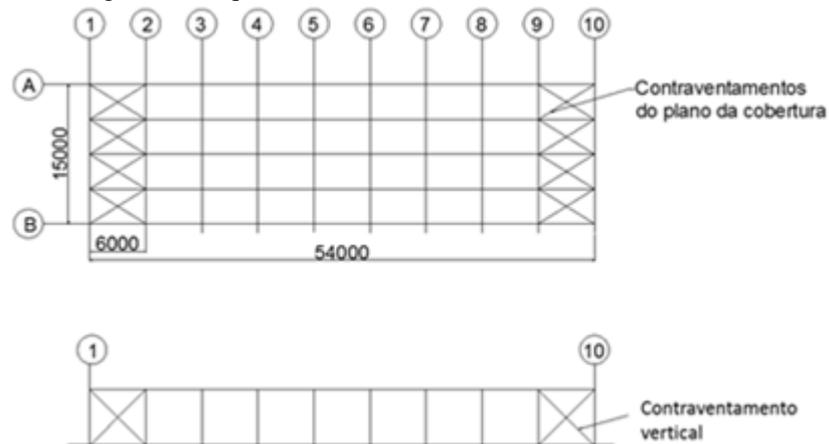
- galpão com duas meias águas;
- inclinação da cobertura a 10°;
- pórticos com vigas e colunas em alma cheia;
- colunas com bases configuradas como apoios simples, isto é, com restrições na direção vertical e horizontal, permitindo rotações nas fundações;
- vão transversal de 15.000 mm;
- vão longitudinal de 6.000 mm entre pórticos
- comprimento total 54.000 mm;
- pé-direito 6.000 mm;
- tapamentos laterais e frontais conforme Figura 24;
- materiais utilizados: perfis ASTM A572 G50 e barras de travamentos e perfis para terças *U* ASTM A36, telhas de espessura de 0,55 mm e 40 mm de altura de onda;
- esquema estrutural conforme Figura 25;
- localização: região de São Paulo.

Figura 24: Tapamentos laterais (medidas em mm)



Fonte: PRAVIA, DREHMER & MESACASA JÚNIOR (2010)

Figura 25: Esquema estrutural (medidas em mm)

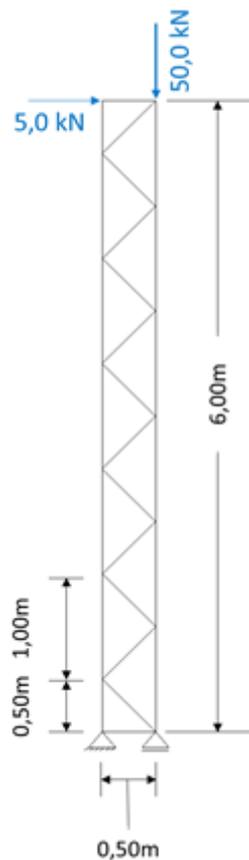


Fonte: PRAVIA, DREHMER & MESACASA JÚNIOR (2010)

Todo o processo de dimensionamento proposto no referido manual segue as determinações da ABNT NBR 8800:2008, inclusive no que se refere às ações, cargas permanentes e cargas variáveis. Como resultado do dimensionamento realizado verifica-se a viabilidade de uso do perfil W310x38,7, o qual é considerado adequado para suportar os esforços solicitantes de cálculo aos quais estão sujeitos os pilares do galpão. Nestas condições tem-se um pilar com peso total de 232,2 kg.

Tendo em vista este exemplo de dimensionamento convencional, propôs-se a substituição do perfil laminado W310x38,7 por uma treliçada metálica bidimensional dimensionada pelo método proposto no presente trabalho, também sob orientação da ABNT NBR8800:2008. A treliçada proposta está esquematizada na Figura 26 e, é composta por 27 elementos e 15 nós configurados segundo a tipologia Warren. Seu carregamento segue condições similares à combinação de cargas resultantes de ações permanente e ações variáveis incidentes sobre a estrutura, as quais foram designadas no manual da CBCA como F_{d1} .

Figura 26: Esquema estrutural



Fonte: Próprio autor

Após o processo de dimensionamento, o resultado encontrado foi um pilar treçado, formado em perfis tubulares circulares, cujo peso total aferido foi de 53,45 kg. Comparando-se os resultados obtidos pelos dois processos de dimensionamento, o proposto neste trabalho e o dimensionamento realizado no manual da CBCA, constata-se uma considerável diferença de 178,75 kg. O dimensionamento obtido pelo método heurístico proporcionou uma economia no consumo de aço de 76,98%. Desconsiderando que o pilar em questão representa o pior caso dentre os pilares que compõem o galpão e, extrapolando a diferença encontrada para o conjunto total de 26 pilares, ou seja, padronizando os pilares segundo o modelo de pilar treçado dimensionado, chega-se a uma economia de 4.647,50 kg somente com o projeto dos pilares. Dadas as circunstâncias, pode-se afirmar que esta é uma diferença grande o suficiente para não ser ignorada em um projeto deste porte e que demonstra o potencial em termos de eficiência e economia do método proposto.

6.5 Análise dos Resultados

Após os testes realizados utilizando 4 estruturas retiradas da literatura, tem-se um panorama do potencial, das deficiências, das limitações e da necessidade de melhorias do método heurístico proposto.

Em geral, os resultados alcançados sinalizam grandes diferenças entre o dimensionamento realizado pelo método heurístico proposto, aliado ao uso de perfis tubulares circulares, e os resultados alcançados nos trabalhos estudados, sejam estes baseados em métodos convencionais, como no caso da Estrutura 3, cujo dimensionamento, embora conduzido através de um software comercial, não tem como foco o dimensionamento otimizado, ou da Estrutura 4, cujo dimensionamento é realizado de forma convencional, ou seja, manualmente, buscando validar um pré-dimensionamento, não necessariamente trabalhando nos limites das estruturas. É significativa, também, a melhoria alcançada, em termos de consumo de estruturas, frente ao resultado apresentado na literatura para a Estrutura 1, cujo dimensionamento decorre de um processo não convencional baseado em método de penalização adaptativa conjugado com algoritmos genéticos. Em contrapartida, quando analisado o segundo caso (Estrutura 2), onde se apresenta o dimensionamento da estrutura em 4 configurações de perfis, fica evidente a grande oportunidade de melhoria que há no método que se propõe neste trabalho. Os resultados alcançados estão a quem das possibilidades nesta situação.

Ainda em relação aos resultados e comparativos realizados, faz-se necessário destacar que é notório e evidente o fato de que uma solução estrutural ser mais leve não necessariamente implique em um menor custo. É preciso considerar outras condições na avaliação de viabilidade e economicidade de uma solução como: os custos logísticos, os custos de fabricação, os custos de montagem, a disponibilidade de fornecedores, a compatibilidade estrutural, a disponibilidade de materiais, a qualificação da mão de obra, dentre outros aspectos relevantes, que traduzem a formulação do custo/benefício final e que precisam ser avaliados pelo engenheiro estrutural a cada projeto, a cada caso.

Além da análise pura e simples dos resultados encontrados nos estudos realizados, há de se considerar o esforço realizado para alcançá-los. Em se tratando de um trabalho realizado com auxílio computacional, o esforço em questão pode ser medido pelo tempo de processamento necessário para alcançar soluções viáveis. Na Tabela 6 é apresentado

o tempo computacional necessário para gerar cada uma das soluções viáveis de dimensionamento obtidas para as estruturas analisadas neste trabalho, segundo o método proposto.

Tabela 6: Tempo de resposta do algoritmo [segundos]

	Elementos	Nós	Apoios	Tempo de Retorno [segundos]
Estrutura 1	52	20	4	50,12
Estrutura 2	35	19	2	10,52
Estrutura 3	49	26	2	33,57
Pilar Treliçado	27	15	2	1,98

Fonte: O próprio autor

Diante do exposto na Tabela 6, pode-se observar um padrão entre o aumento no tempo computacional e a complexidade da estrutura dimensionada (número de elementos, nós e apoios), comportamento que se enquadra dentro das expectativas lógicas. Os valores aferidos neste caso não são significativos para categorizar o custo computacional da solução, sobretudo, por estar experimentando estruturas de menor complexidade, mas são promissores quando comparados a soluções comerciais que chegam a dispendir tempo superiores a minutos, chegando a horas em casos de maior complexidade, em tarefas similares de otimização estrutural.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Conclusões

O presente trabalho teve por objetivo principal propor o dimensionamento de estruturas metálicas treliçadas, através de um método heurístico, utilizando perfis tubulares circulares, com especial atenção aos pilares planos. Cumprindo o objetivo proposto, foi realizada uma revisão do estado da arte sobre o tema, perpassando pela característica das estruturas treliçadas, seguindo pelos conceitos atuais de otimização estrutural e fechando com a apresentação da evolução dos trabalhos científicos de otimização estrutural nas últimas 5 décadas.

Partindo destas referências, foi realizada a formulação do problema, definidos o modelo matemático, o método heurístico, a tipologia para a treliça, o material e as características dos perfis metálicos utilizados. Em sequência, foi apresentado o processo de dimensionamento adotado, de acordo com os conceitos do método dos estados limites e seguindo as determinações da ABNT NBR8800:2008. Embasado nos conceitos e limites definidos, foi realizada a implementação computacional do método proposto, o qual foi levado a teste em 4 diferentes estruturas extraídas da literatura. De posse das soluções obtidas para as estruturas em seus trabalhos originais e, pelo método heurístico proposto, foi realizada a análise comparativa, o que trouxe à tona aspectos positivos e pontos de melhoria.

Em relação à primeira estrutura estudada, foi alcançado um resultado bastante significativo com relação à redução de peso da estrutura. Para o segundo caso, os resultados demonstraram que ainda há uma grande oportunidade de progresso para o método, visto que os resultados alcançados foram inferiores aos originais, o que pode ser um indicativo para melhoria na assertividade do método, de forma que independa da situação ou estrutura analisada. No terceiro estudo foi analisada e redimensionada uma estrutura que havia sido dimensionado utilizando procedimentos convencionais assistidos por *software*, sendo alcançados resultados muito significativos. Essa situação demandou uma análise dos critérios e condicionantes, onde foi constatada a causa raiz para tamanha disparidade, no procedimento utilizado para o dimensionamento. E, no quarto estudo, talvez o mais significativo por incorporar todo o conceito e objetivo proposto neste trabalho, foi alcançado um resultado extremamente significativo na redução de peso,

superior a 75%, entre o pilar treliçado dimensionado e o pilar em perfil singular aberto definido no dimensionamento original.

Os resultados alcançados neste trabalho demonstraram o potencial da metodologia proposta. Embora tenha sido utilizada de forma limitada e, com a mais simples forma de otimização estrutural, ainda assim foram alcançados resultados significativos na redução do peso de treliças antes dimensionadas por meio de métodos convencionais, por outros métodos heurísticos e por *softwares* comerciais. Isso leva a crer que resultados ainda mais promissores poderão ser alcançados ampliando-se o alcance do método proposto, atingindo assim as três esferas da otimização estrutural: geométrica, topológica e dimensional.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

À parte das intrínsecas limitações de tempo no desenvolvimento dessa dissertação, os objetivos propostos foram alcançados. O que não se torna um fim, mas uma abertura para futuras pesquisas explorarem aspectos como:

- Contemplar diferentes processos de otimização estrutural ou mesmo a combinação entre eles. Com isso poderá ser verificado o alcance da otimização em cada esfera e, também, o potencial quando todas as esferas são exploradas.
- Criação de um sistema integrador, com interface única, consolidando em uma única ferramenta os procedimentos utilizados. Isto tornaria o processo ainda mais célere, livre de interferências e acessível.
- Adaptar o procedimento para aplicação em estruturas tridimensionais, agregando todas as restrições normatizadas que contemplem as mais diversas situações de dimensionamento de estruturas. Isto aumentaria o alcance e tornaria o procedimento universal, aplicável a todo tipo de treliça.
- Implementação do método considerando a incidência de cargas dinâmicas e efeitos de segunda ordem, permitindo que o método seja aplicável a extremas de carregamento.
- Conjugação do método proposto com outras heurísticas. Com isso o processo será mais assertivo e alcançará resultados ainda mais próximos do ótimo, independente da estrutura e da modelagem proposta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVARENGA, R. C. S. S. *Otimização de Treliças*. 1989. 108 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- AQUINO, G. A. S. DE, B. L. CARVALHO, e P. M. V. RIBEIRO. “Resolução de treliças espaciais de grandes dimensões utilizando o método dos elementos finitos.” *CILAMCE 2015. XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, novembro, 2015, Rio de Janeiro, RJ ed.
- ARROYO, J. E. C. *Heurística e metaheurística para otimização combinatória multiobjetivo*. 2002. 231 f. *Tese (Doutorado em engenharia elétrica)*. Faculdade de engenharia elétrica e de computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. “NBR 16239:2013 : Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares.” *Rio de Janeiro : ABNT, 2013, s.d.*
- . “NBR 6120:1980 : Cargas para o cálculo de estruturas de edificações.” *Rio de Janeiro: ABNT, 1980, s.d.*
- . “NBR 6123:1988 : Forças devidas ao vento em edificações.” *Rio de Janeiro: ABNT, 1988, s.d.*
- . “NBR 8681:2003 : Ações e segurança nas estruturas - Procedimento.” *Rio de Janeiro: ABNT, 2003, s.d.*
- . “NBR 8800 : 2008 : Projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifício.” *Rio de Janeiro: ABNT, 2008, s.d.*
- BETTIN, W. A. P., ANDRADE, S. A. L. DE. “Estudo do comportamento estrutural de treliças de aço em forma de arco utilizadas no projeto de coberturas protendidas.” *CILAMCE 2016. XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, novembro, 2016, Brasília, DF ed.
- CHAVES, M. R. *Avaliação do desempenho de soluções estruturais para galpões industriais leves*. 2007. 125 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica)*. Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- CORTÊS, C. F. M. *Otimização de treliças planas*. 2002. 144 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil, área de concentração: Estruturas)*. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- COSTA, L. A. A. DA, e C. D. R. MELO. “Otimização de treliças metálicas utilizando a ferramenta solver do Microsoft Excel.” *CILAMCE 2016. XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, novembro, 2016, Brasília, DF ed.
- CRiado, C. C. *Análise de vigas treliçadas de aço para aplicação em pontes*. 2017. 114 f. *Dissertação (Mestrado, área de concentração: Estruturas)*. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.
- DIAS, J. R. *Análise e dimensionamento de estruturas metálicas treliçadas de transporte de energia elétrica de acordo com o EC3(EN) e a EN50341-1*. 2007. 98 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico*. Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- EDITORA PINI. *Revista Téchné*. s.d. Disponível em: <<http://techne17.pini.com.br>> (acesso em 22 de nov. de 2018).
- FUNDAÇÃO WIKIMEDIA. *Wikipédia*. s.d. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org>> (acesso em 22 de nov. de 2018).
- GUERRA, C. *Otimização paramétrica de estruturas treliçadas por algoritmos genéticos*. 2008. 111 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia, área de concentração: Mecânica dos Sólidos)*. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- GUILHERME, C. E. M. *Otimização topológica de treliças e pórticos com restrições de flambagem e flexibilidade*. 2000. 80 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia, área de concentração: Mecânica dos Sólidos)*. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- HASANÇEBI, O. “Optimization of truss bridges within a specified design domain using evolution strategies.” *Engineering Optimization*, setembro, 2007, Ankara, Turkey, v. 39, n. 6, p. 737-756 ed.
- KRIPKA, M., DIAS, M. M. e MEDEIROS, G. F. DE. “Otimização de geometria e de seção em treliças: validação experimental como emprego de estruturas espaguete.” *Educação Tecnológica*, jan/abr, 2008, Belo Horizonte, MG, Brasil, v. 13, n. 1, p. 62-68 ed.

- KRIPKA, M., PRAVIA, Z. M. C., DIAS, M. M. e MEDEIROS, G. F. DE. “Minimização do peso de treliças de alumínio pela otimização simultânea da seção transversal dos elementos e da geometria: análise numérica e validação experimental.” *Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, novembro, 2013, v.7, n.2, p. 19-26 ed.
- LEET, K. M., UANG, C. M. e GILBERT, A. M. *Fundamentos da Análise Estrutural*. São Paulo, SP: McGraw Hill, 2010.
- LUZIA, F. R.; RODRIGUES, M. C. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Instituto de Matemática e Estatística. Pós-Graduação em Ciência da Computação. MAC5758 Introdução ao Escalonamento e Aplicações - Estudo sobre as Metaheurísticas. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~gold/cursos/2009/mac5758/LeandroMauricioHeuristica.pdf>>. Acesso em: 9 março 2019. s.d.
- MARTINS, J. D. *Estudo teórico, numérico e experimental de treliças mistas em perfis tubulares*. 2014. 162 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica). Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- MEDEIROS, G. F. DE., KRIPKA, M. “Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas.” *Revista CIATEC – UPF*, 2012, Passo Fundo, RS, vol.4 (1), p.19-32 ed.
- MIRAJKAR, G. S. “Cost Optimization of a Tubular Steel Truss Using Limit State Method of Design.” *International Journal of Engineering Research and Application*, maio, 2017, Índia, v. 7, n. 5, p. 29-32 ed.
- MOURA, V. F. *Otimização Geométrica de Treliças*. 1977. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Programa de Pós-Graduação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- NEERAJA, D., T. KAMIREDDY, P. S. KUMAR, e V. S. REDDY. “Weight optimization of plane truss using genetic algorithm.” *14th ICSET - International Conference on Science, Engineering Technology*, 2017, Bandung, Indonésia, p. 570-578 ed.
- NOGUEIRA, G. S. *Avaliação de soluções estruturais para galpões compostos por perfis de aço formados a frio*. 2009. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica). Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- OLIVEIRA, S. R. C. DE, e G. A. S. FÁLCON. “Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas.” *Vértices, Campos dos Goytacazes, RJ*, maio, 2013, v.15, n. 2, p. 101-115 ed.
- OLIVIERI, B. P. *Otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos algoritmos genéticos*. 2004. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ciências, área de concentração: Engenharia Civil). Coordenação dos Programas de Pós-graduação de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PFEIL, W., e M. PFEIL. *Estruturas de Aço: dimensionamento prático*. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- PRAVIA, Z. M. C.; DREHMER G. A.; MESACASA JÚNIOR, E. *Galpões para Usos Gerais*. Rio de Janeiro, RJ: IABr/CBCA, 2010.
- PRUDENTE, M. *Otimização de estruturas de aço treliçadas planas com variáveis discretas*. 1998. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- REBELLO, Y. C. P. *A Concepção Estrutural e a Arquitetura*. São Paulo, SP: Ziguarte, 2000.
- ROZVANY, G., BENDSØE, M.P. e KIRSCH, U. “Layout optimization of structures.” *Applied Mechanics Reviews*, fevereiro, 1995, United States, v. 48, n. 2, p. 41-119 ed.
- SALGADO, N. K. *Técnicas de otimização matemática no projeto de pórticos planos retangulares*. 1987. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- SANT’ANNA, H. M. *Otimização topológica de estruturas bidimensionais contínuas submetidas a restrições de flexibilidade e tensão*. 2002. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia, área de concentração: Mecânica dos Sólidos). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- SILVA, F. B. DOS S. *Algoritmos genéticos para otimização de estruturas reticuladas baseadas em modelos adaptativos e lagrangeano aumentado*. 2011. 186 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil.
- SOARES, J. M. D. *Análise de vigas e pórticos planos treliçados através de matrizes de rigidez e momentos de inércia equivalentes*. 1984. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- SOUZA, M. J. F. ICEB. s.d. Disponível em: <<http://www.iceb.ufop.br/decom/prof/marcone>> (acesso em 24 de nov. de 2019).

- SÜSSEKIND, J. C. *Curso de Análise Estrutural Vol.1* . Porto Alegre - Rio de Janeiro: Globo, 1981.
- VALLOUREC TUBOS DO BRASIL. *Vallourec Tubos*. s.d. Disponível em:
<<http://www.vallourec.com/countries/brazil/pt/products-and-services/automotive-industrial-tubes/documents/catalogo%20estruturais.pdf>> (acesso em 24 de Jul. de 2018).
- VÉLEZ, D. I. A. *Otimização de estruturas reticuladas utilizando algoritmos genéticos*. 2015. 97 f. *Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)*. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- WATANABE, R. M. *Treliça e Estruturas Treliçadas*. s.d. Disponível em <<http://www.ebanataw.com.br>> (acesso em 21 de nov. de 2018).

ANEXO A

Tabela 7: Perfis – Tubos Estruturais de Seção Circular

Dimensões externas	Espessura da parede	Massa por Unidade de Comp.	Área da Seção Transversal	Momento de Inércia	Raio de Giração	Módulo de Resistência Elástico	Módulo de Resistência Plástico	Const. Torção	Módulo de Resistência à Torção	Área de superfície por unidade de Comp.
d	t	m	A	$I_x=I_y$	$r_x=r_y$	$W_x=W_y$	$Z_x=Z_y$	J	W_t	U
[mm]	[mm]	[kg/m]	[cm ²]	[cm ⁴]	[cm]	[cm ³]	[cm ³]	[cm ⁴]	[cm ³]	[m ² /m]
33,4	3,2	2,38	3,04	3,5	1,07	2,1	2,93	7	4,19	0,105
33,4	3,6	2,65	3,37	3,8	1,06	2,27	3,21	7,59	4,55	0,105
38,1	3,2	2,75	3,51	5,39	1,24	2,83	3,91	10,8	5,66	0,12
38,1	4	3,36	4,29	6,31	1,21	3,31	4,67	12,6	6,63	0,12
42,2	3,6	3,43	4,37	8,2	1,37	3,89	5,38	16,4	7,77	0,133
42,2	5	4,59	5,84	10,3	1,33	4,88	6,96	20,6	9,75	0,133
48,3	3,6	3,97	5,06	12,7	1,59	5,26	7,21	25,4	10,5	0,152
48,3	5	5,34	6,8	16,2	1,54	6,69	9,42	32,2	13,4	0,152
60,3	4	5,55	7,07	28,2	2	9,34	12,7	56,3	18,7	0,189
60,3	5,6	7,55	9,62	36,4	1,94	12,1	16,8	72,7	24,1	0,189
73	5	8,38	10,7	62,1	2,41	17	23,2	124	34	0,229
73	7,1	11,5	14,7	80,7	2,34	22,1	31	161	44,2	0,229
88,9	5,6	11,5	14,7	128	2,95	28,7	38,9	255	57,5	0,279
88,9	8	16	20,3	168	2,87	37,8	52,5	336	75,6	0,279
101,6	5,6	13,3	16,9	195	3,4	38,4	51,7	390	76,9	0,319
101,6	8	18,5	23,5	260	3,32	51,1	70,3	519	102	0,319
114,3	6,4	17	21,7	317	3,82	55,4	74,6	634	111	0,359
114,3	8,8	22,9	29,2	409	3,74	71,5	98,2	817	143	0,359
141,3	6,4	21,3	27,1	618	4,77	87,5	117	1237	175	0,444
141,3	10	32,4	41,2	894	4,66	127	173	1788	253	0,444
168,3	7,1	28,2	36	1170	5,7	139	185	2340	278	0,529
168,3	11	42,7	54,4	1689	5,57	201	273	3379	402	0,529
219,1	8	41,6	53,1	2960	7,47	270	357	5919	540	0,688
219,1	12,5	63,7	81,1	4345	7,32	397	534	8689	793	0,688
273	10	64,9	82,6	7154	9,31	524	692	14308	1048	0,858
273	16	101	129	10707	9,1	784	1058	21414	1569	0,858
323,8	10	77,4	98,6	12147	11,1	750	985	24293	1501	1,017
323,8	17,5	132	168	19813	10,8	1224	1644	39626	2448	1,017
355,6	10	85,2	109	16223	12,2	912	1195	32447	1825	1,117
355,6	12,5	106	135	19852	12,1	1117	1472	39704	2233	1,117

Fonte: <<http://www.vallourec.com/countries/brazil/pt/products-and-services/automotive-industrial-tubes/documents/catalogo%20estruturais.pdf>>, acesso em 24 jul. 2018