Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Uma proposta de uso das questões do antigo vestibular da UFOP para trabalhar conteúdos da matemática elementar presentes na disciplina Cálculo I

Mestrado Profissional em Educação Matemática

Bruno de Almeida Dias

Dilhermando Ferreira Campos

Uma proposta de uso das questões do antigo vestibular da UFOP para trabalhar conteúdos da matemática elementar presentes na disciplina Cálculo I

EDITORA UFOP

Ouro Preto | 2018

© 2018

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

Reitora da UFOP | Profa. Dra. Cláudia Aparecida Marliére de Lima
Vice-Reitor | Prof. Hermínio Arias Nalini Júnior

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLOGICAS
Drietor | Prof. Dr. André Talvani Pedrosa da Silva
Vice-Drietor | Prof. Dr. Rodrigo Fernando Bianchi

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Pró-Reitor | Prof. Dr. Sérgio Francisco de Aquino
Drietora-Adjunto | Profa. Dra. Vanessa Carla Furtado Mosqueira

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Coordenação | Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu

MEMBROS

Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira
Profa. Dra. Célia Maria Fernandes Nunes
Prof. Dr. Daniel Clark Orey
Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos
Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti
Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis
Prof. Dr. Gilberto Januario
Prof. Dr. Jorge Luís Costa
Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana
Profa. Dra. Marli Regina dos Santos
Prof. Dr. Milton Rosa
Prof. Dr. Plinio Cavalcanti Moreira

D541p Dias, Bruno de Almeida.
Uma proposta de uso das questões do antigo vestibular da UFOP para trabalhar conteúdos da matemática elementar presentes na disciplina Cálculo I [manuscrito] / Bruno de Almeida Dias. - 2018.
50f.: il.: grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos.

Produto Educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Exame vestibular. 2. Matemática (Ensino Médio). 3. Ensino Superior. I. Campos, Dilhermando Ferreira . II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Titulo.

CDU: 510:37

Catalogação: www.sisbin.ufop.br

Expediente Técnico

Organização | Bruno de Almeida Dias | Dilhermando Ferreira Campos

Pesquisa e Redação | Bruno de Almeida Dias

Revisão | Bruno de Almeida Dias | Dilhermando Ferreira Campos

Projeto Gráfico e Capa | Editora UFOP

Ilustração | Bruno de Almeida Dias

Índice

Apresentação 7

Conteúdos presentes na ementa de Cálculo I 9

Questões 11

1. Números Reais 11

1.1 Conjuntos numéricos 11

1.2 Inequações 12

2. Funções e Gráficos 16

2.1 Função do primeiro grau 16

2.2 Função do segundo grau 18

2.3 Trigonometria e Funções trigonométricas 21

2.4 Função exponencial e logarítmica 26

2.5 Funções compostas e inversas 35

2.6 Funções polinômiais 41

Referências 49

Apresentação

Caro professor e calouro,

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I costuma estar presente nos primeiros semestres de diversos cursos do Ensino Superior, especialmente, nos cursos de ciências exatas.

Esta é uma disciplina que costuma gerar inquietações por parte dos pesquisadores da área de educação, não só por sua centralidade nos currículos e por questões pedagógicas ligadas a particularidade dos conceitos ensinados, que envolvem abordagens simultâneas do ponto de vista algébrico, gráfico e numérico, também quantidade de reprovações e/ou evasões em cursos de Cálculo que se observa de um modo generalizado.

Após a realização de nossa pesquisa, na qual investigamos os impactos da adoção do ENEM para estudantes que iniciam seus cursos de ciências exatas, concluímos que tal mudança no processo seletivo das Universidades pode estar influindo no desempenho no curso de Cálculo I, por uma falta de sincronia entre o tipo de exame de seleção que os alunos aprovados são submetidos e a expectativa dos professores em relação a esses alunos. Avaliando as listas de exercícios que esses professores passam a seus alunos, percebemos que estas possuem grande semelhança com as questões do antigo vestibular da UFOP. Além disso, alguns conteúdos básicos, com grande importância no início do curso de Cálculo I, aparecem com pouca incidência nas provas do ENEM.

Nem todo professor prepara listas iniciais com o conteúdo que julga básico para uma revisão que antecede o estudo do Cálculo. Também, nos livros de Cálculo, essas revisões costumam ser muito rápidas e concisas. Por esse motivo, julgamos que essas mesmas questões que apareciam no antigo vestibular podem ser úteis para a preparação dos estudantes que iniciam o curso de Cálculo I, apresentando um guia para o preenchimento de algumas lacunas conceituais e ajudando a sincronizar melhor a preparação dos alunos com a expectativa dos professores da disciplina.

Como o foco da pesquisa foram as questões que lidavam com conteúdos presentes na disciplina Cálculo I, apresentaremos uma seleção de questões que envolvem esses conteúdos que estavam presentes no vestibular da UFOP de 1999 a 2010. Esperamos que esse trabalho possa contribuir de alguma forma, tanto para os professores como para os calouros.

Conteúdos presentes na ementa de Cálculo I

Como dito, a disciplina de Cálculo I faz parte da grade curricular de diversos cursos superiores, sendo obrigatória em todos os cursos de ciências exatas. Na UFOP, esses conteúdos iniciais de Cálculo aparecem em duas disciplinas: MTM 122 - Cálculo Diferencial e Integral I e MTM 700 - Cálculo Diferencial e Integral A.

A disciplina MTM 122 está presente em praticamente todos os cursos de engenharia da UFOP, exceto Engenharia Mecânica e Engenharia de Produção, que possuem a disciplina MTM 700 em suas grades curriculares. As principais diferenças entre essas disciplinas são a carga horária e alguns conteúdos presentes em suas ementas. Quanto à carga horária, a disciplina MTM 122 - Cálculo Diferencial e Integral I possui 105 horas semestrais e MTM 700 - Cálculo Diferencial e Integral A, 72 horas.

Além da questão da carga horária, há uma diferença nos conteúdos que devem ser estudados nessas disciplinas. Enquanto a disciplina MTM 122 - Cálculo Diferencial e Integral I inicia com uma revisão de alguns conteúdos do Ensino Médio, por exemplo, números reais, funções elementares e seus gráficos, a disciplina MTM 700 - Cálculo Diferencial e Integral A, já parte do conteúdo sobre limites.

Seguindo a ementa, os alunos matriculados em MTM 122 iniciam a primeira parte do curso vendo números reais, que abarca o estudo de conjuntos numéricos, com suas propriedades e operações, inequações e valor absoluto. Após essa parte, inicia-se para o estudo das funções elementares, a saber, funções do primeiro e segundo grau, modulares, trigonométricas, exponenciais, logarítmicas, hiperbólicas, além de funções compostas e inversas.

Após a parte sobre números reais, funções e gráficos, os conteúdos das dusas disciplinas passam a ser basicamente os mesmos, continuando com o estudo de limites e continuidade, derivadas e suas aplicações e, por fim integrais.

Mesmo com a revisão inicial prevista em MTM122, alguns conteúdos importantes para essa disciplina não estão presentes, como o estudo dos polinômios e sua relação com suas raízes. Mesmo assim, optamos por adicioná-lo neste caderno, pois acreditamos que poderá auxiliar o aluno em seu caminho no curso de Cálculo I. Desse modo, selecionamos questões do vestibular que abrangiam os seguintes conteúdos:

1. Números Reais
   1.1 Conjuntos numéricos
   1.2 Inequações
   1.3 Valor absoluto

2. Funções e Gráficos
   2.1 Função do primeiro grau
   2.2 Função do segundo grau
   2.3 Funções trigonométricas
   2.4 Função exponencial e logarítmica
   2.5 Funções compostas e inversas
   2.6 Funções polinomiais

Questões

1. Números Reais

1.1 Conjuntos numéricos

UFOP (2000.2) - Conhecimentos gerais

12) Se $A = \{x \in N \,/\, 1 \leq x^2 < 20\}$ e $B = \{x \in Z \,/ -4 \leq x \leq 2\}$, então $A \cap B$ é o conjunto:

A) $\{1,4\}$ C) $\{-4,-3,-2,-1,1,2,3,4\}$ E) $\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,9,16\}$

B) $\{1,2\}$ D) $\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$

Resolução:

Pelo enunciado temos que o conjunto $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$. $A \cap B$ são os elementos presentes tanto no conjunto A como no conjunto B, portanto, $A \cap B = \{1,2\}$.

1.2 Inequações

UFOP (1999.1) - Conhecimentos gerais

10) A solução da inequação $\frac{x}{x-3} < 5$ é:

A) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x < 3 \text{ ou } x > \frac{15}{4}\}$ C) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, 3 < x < \frac{15}{4}\}$ E) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x < \frac{15}{4}\}$

B) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x \neq 3\}$ D) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x > \frac{15}{4}\}$

Resolução:

$$\frac{x}{x-3} - 5 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x - 5(x-3)}{x-3} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x - 5x + 15}{x-3} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-4x + 15}{x-3} < 0$$

Daí temos as equações I) $-4x + 15$ e II) $x - 3$

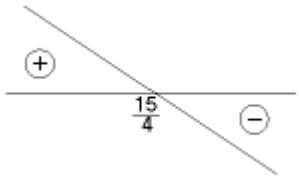
Raízes das equações I) e II):

I) $-4x + 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x = 15 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{15}{4}$

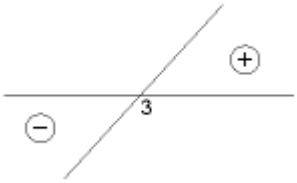
II) $x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

Estudo de sinal das equações:

I)



II)



Quociente dos sinais:

	$x < 3$	$3 < x < \frac{15}{4}$	$x > \frac{15}{4}$
$-4x + 15$	+	+	-
$x - 3$	-	+	+
$^{I}/_{II}$	-	+	-

Solução geral: $S = \left\{x \in \Re \,/\, x < 3 \text{ ou } x > \frac{15}{4}\right\}$.

UFOP (2000.1) - Conhecimentos gerais

14) Considere a equação $\frac{x-1}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-1}$

Então o conjunto solução dessa inequação é dado por:

A) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x < -1 \text{ ou } 0 \leq x < 1\}$

B) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, -1 < x < 1\}$

C) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x \neq -1 \text{ e } x \neq 1\}$

D) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, -1 < x \leq 0 \text{ ou } x > 1\}$

E) $\{x \in \mathcal{R} \,/\, x < 0\}$

Resolução:

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{(x-1)(x-1)-(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2-2x+1-x^2-2x-1}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-4x}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

Raízes das equações:

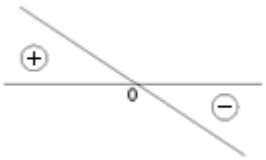
I) $-4x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

II) $x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -1$

III) $x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

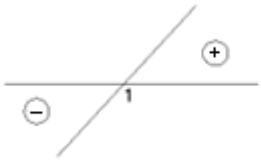
Estudo de sinal das equações:

I)



II)

III)



Produto e quociente de sinais:

	$x < -1$	$-1 < x < 1$	$x > 1$
I) $x + 1$	-	+	+
II) $x - 1$	-	-	+
I x II	+	-	+

	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
I) $-4x$	+	+	-	-
III) I x II	+	-	-	+
$\frac{\text{I}}{\text{III}}$	+	-	+	-

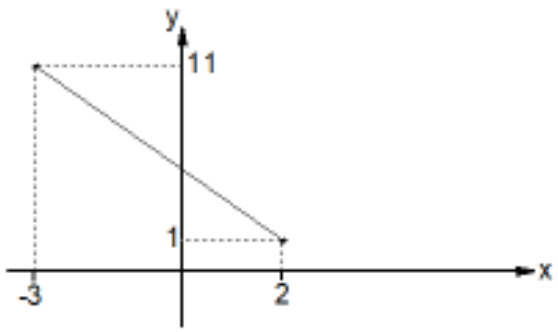
Solução geral: $S = \{x \in \Re \,/\, x < -1 \text{ ou } 0 \leq x < 1\}$.

2. Funções e Gráficos

2.1 Função do primeiro grau

UFOP (2004.1) - Conhecimentos gerais

12) Seja f a função representada pelo gráfico abaixo.



Essa função pode ser expressa por:

A) $f(x) = -2x + 5$

B) $f(x) = -\frac{x}{2} + 5$

C) $f(x) = 2x + 5$

D) $f(x) = \frac{x}{2} + 5$

Resolução:

Para resolver essa questão utilizaremos os pontos $A(-3\,,11)$ e $B(2\,,1)$ fornecidos pelo gráfico para determinar a função f.

Lembrando que uma função do primeiro grau possui a forma $y = ax + b$.

$$\begin{cases} 11 = a(-3) + b \\ 1 = a(2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a + b = 11 \ \text{x}(-1) \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = -11 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

Somando as duas equações temos:

$5a = -10 \quad \Rightarrow \quad a = -2$

Substituindo o valor de a na segunda equação temos:

$2(-2) + b = 1 \quad \Rightarrow \quad -4 + b = 1 \quad \Rightarrow \quad b = 5$

Sendo assim, a função f é definida por $f(x) = -2x + 5$.

2.2 Função do segundo grau

UFOP (2003.1) - Conhecimentos gerais

09) Os valores de b e c para que o gráfico de $f(x) = x^2 + 2bx + (4c - 8)$ seja tangente ao semi-eixo positivo das abscissas e corte o eixo das ordenadas no ponto 8 são:

A) $b = -2\sqrt{2}$ e $c = 4$

B) $b = 2\sqrt{2}$ e $c = 4$

C) $b = -2\sqrt{2}$ e $c = 8$

D) $b = 2\sqrt{2}$ e $c = 8$

Resolução:

Como o gráfico da função f precisa ser tangente (tocar em apenas um ponto) à parte positiva do eixo-x, devemos ter $\Delta = 0$. Para que o gráfico de f toque o eixo-y no ponto 8, devemos ter o termo independente igual a 8.

Sendo assim, $4c - 8 = 8 \Rightarrow 4c = 16 \Rightarrow c = 4$

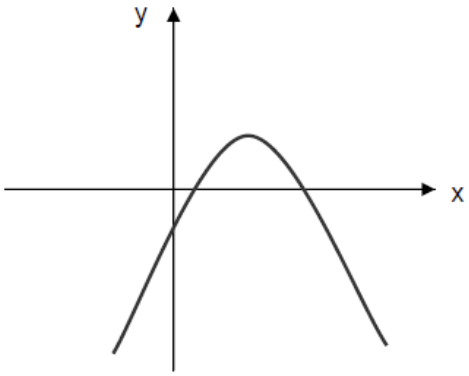
$\Delta = 0 \Rightarrow (2b)^2 - 4(1)(4 \cdot 4 - 8) = 0 \Rightarrow 4b^2 - 32 = 0 \Rightarrow 4b^2 = 32 \Rightarrow$

$b^2 = 8 \Rightarrow b = \pm 2\sqrt{2}$

Como o gráfico da função f precisa ser tangente à parte positiva do eixo-x, a parábola precisa ser decrescente quando toca o eixo-y, portanto, devemos ter $b = -2\sqrt{2}$.

UFOP (2008.2) - Conhecimentos gerais

18) A figura abaixo representa o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Nessas condições, os coeficiente a, b e c satisfazem simultaneamente as relações:

A) $a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0$

B) $a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0$

C) $a < 0, \quad b < 0, \quad c > 0$

D) $a < 0, \quad b > 0, \quad c < 0$

Resolução:

Para termos a concavidade voltada para baixo devemos ter $a < 0$.

Logo após tocar o eixo-y a parábola é crescente, nesse caso temos $b > 0$.

Para a parábola tocar a parte negativa do eixo-y devemos ter $c < 0$.

UFOP (2010.1) - Conhecimentos específicos

07) Determine os valores reais de a de modo que o gráfico da função $f(x) = ax^2 + ax - 6$ não intersecte o eixo das abscissas.

Resolução:

Para garantir que o gráfico da função não intersecte o eixo-x, devemos ter $\Delta \leq 0$.

$\Delta \leq 0 \quad \Rightarrow \quad a^2 - 4(a)(6) \leq 0 \quad \Rightarrow \quad a^2 - 24a \leq 0 \quad \Rightarrow \quad a(a-24) \leq 0$

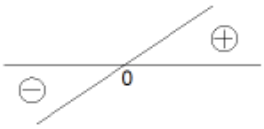
Raízes da equação:

I) $a = 0$

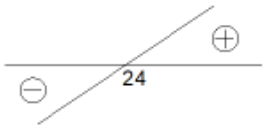
II) $a - 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 24$

Sinal da equação:

I)



II)



Produto de sinais:

	$a < 0$	$0 < a < 24$	$a > 24$
a	-	+	+
$a - 24$	-	-	+
$a(a-24)$	+	-	+

Para Δ assumir um valor negativo devemos ter $\{0 < a < 24\}$.

2.3 Trigonometria e Funções trigonométricas

UFOP (2000.1) - Conhecimentos gerais

11) Seja $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$ onde $f_1(x) = \operatorname{sen} x$ e $f_2(x) = \cos x$. Considere as seguintes afirmações:

I - $[f(x)]^2 = 1 + \operatorname{sen} 2x$

II - $[f(x)]^2 = 1$

III - $f(x) + f(-x) = 2 \operatorname{sen} x$

IV - $[f_2(x)]^2 - [f_1(x)]^2 = \cos 2x$

As afirmativas verdadeiras são:

a) I e IV

b) II e IV

c) I e II

d) III e IV

Resolução:

I)$[f(x)]^2 = (\operatorname{sen} x + \cos x)^2 = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x = 1 + 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x = 1 + \operatorname{sen} 2x$.

II) $[f(x)]^2 = 1 + \operatorname{sen} 2x \neq 1$.

III) $f(x) + f(-x) = \sin x + \cos x - \sin x + \cos x = 2 \cos x$

IV) $(\cos x)^2 - (\operatorname{sen} x)^2 = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = \cos 2x$.

UFOP (2001.2) - Conhecimentos gerais

16) As raízes da equação trigonométrica $\sqrt{3}\,\text{sen}\,x \cdot \cos x - cos^2 x = 0$, inseridas no intervalo $[0, 2\pi]$, são:

a) $0, \pi, \frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{7\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$

d) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$

e) $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$

Resolução:

Da equação $\sqrt{3}\,\text{sen}\,x \cdot \cos x - cos^2 x = 0$ temos que $\cos x(\sqrt{3}\,\text{sen}\,x - \cos x) = 0$

Se $\cos x = 0$ temos como raízes $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$.

Agora se $\sqrt{3}\,\text{sen}\,x - \cos x = 0$ temos que:

$$\sqrt{3}\,\text{sen}\,x - \cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}\,\text{sen}\,x - \cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3}\,\frac{\text{sen}\,x}{\cos x} - 1 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,tg\,x = 1 \quad \Rightarrow \quad tg\,x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad tg\,x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

E as raízes serão $x = \frac{\pi}{6}$ e $x = \frac{7\pi}{6}$.

Sendo assim, as raízes da equação $\sqrt{3}\,\text{sen}\,x \cdot \cos x - cos^2 x = 0$, inseridas no intervalo $[0, 2\pi]$, são $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{6}$ e $x = \frac{7\pi}{6}$.

UFOP (2004.1) - Conhecimentos gerais

15) A expressão $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}$ é equivalente a:

a) tg x

b) cotg x

c) $-$tg x

d) $-cotg\ x$

Resolução:

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \frac{-\,sen\,x}{\cos x} = -\,tg\ x.$$

UFOP (1998.1) - Conhecimentos específicos

8) Resolva a equação trigonométrica: $tg\ x + cotg\ x = 2$; para $x \in [0,2\pi]$.

Resolução:

$$tg\ x + cotg\ x = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{sen(x)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{sen(x)} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{sen^2(x)+cos^2(x)}{sen(x)\cos(x)} = 2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{sen(x)\cos(x)} = 2 \quad \Rightarrow \quad sen(x)\cos(x) = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2sen(x)\cos(x) = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad sen(2x) = 1 \quad \Rightarrow \quad 2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi.$$

Assim, temos que $k = 0$ ou $k = 1$. Portando $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = \frac{5\pi}{4}$.

UFOP (1999.2) - Conhecimentos específicos

1) Determine *m* para que se tenham simultaneamente:

$\text{sen}\, x = \frac{m-3}{5}$ e $\cos x = \frac{2m+1}{5}$

Resolução:

$sen^2x + cos^2x = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{m-3}{5}\right)^2 + \left(\frac{2m+1}{5}\right)^2 = 1 \quad \Rightarrow$

$\frac{m^2-6m+9}{25} + \frac{4m^2+4m+1}{25} = 1 \quad \Rightarrow \quad 5m^2 - 2m - 15 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-15) \quad \Rightarrow \quad \Delta = 304$

$m = \frac{2 \pm 4\sqrt{19}}{10} \quad \Rightarrow \quad m' = \frac{1-2\sqrt{19}}{5} \quad e \quad m'' = \frac{1+2\sqrt{19}}{5}.$

2.4 Função exponencial e logarítmica

UFOP (1999.1) - Conhecimentos gerais

02) Sejam $\begin{matrix} f: \Re_+^* \to \Re_+ \\ f(x) = \log_3 x + \log_2 x \end{matrix}$, $\log_6 3 = a$ e $\log_6 2 = b$.

Então o valor de $f(1) + f(2)$ é:

a) $2a$ b) $1 + 2b$ c) $a + b$ d) $\frac{a+b}{a}$ e) $\frac{2a+b}{a}$

Resolução:

$f(1) = \log_3 1 + \log_2 1 = 0 + 0 = 0$

$f(2) = \log_3 2 + \log_2 2 = \frac{\log_6 2}{\log_6 3} + \frac{\log_6 2}{\log_6 2} = \frac{b}{a} + \frac{b}{b} = \frac{b}{a} + 1 = \frac{b+a}{a} = \frac{a+b}{a}$.

UFOP (2001.1) - Conhecimentos gerais

17) Se $f(x) = \sqrt{\log\left(2 - \frac{1}{x}\right)}$, então o domínio de f é:

a) $]1, +\infty[$

b) $]0, +\infty[$

c) $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

d) $]-\infty, 0[1, +\infty[$

e) $]-\infty, 1[$

Resolução:

Para determinar o domínio da função f devemos ter $\log\left(2 - \frac{1}{x}\right) \geq 0$.

Para isso, vamos encontrar os valores de x para satisfazerem a desigualdade.

$$\log\left(2 - \frac{1}{x}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \log\left(2 - \frac{1}{x}\right) = \log(10^0) \quad \Rightarrow \quad 2 - \frac{1}{x} = 10^0 \quad \Rightarrow \quad 2 - \frac{1}{x} = 1 \quad \Rightarrow$$

$$2 - \frac{1}{x} - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{1}{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x-1}{x} = 0$$

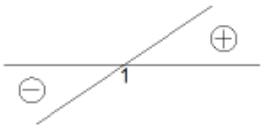
Raízes da equação:

I) $x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

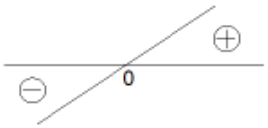
II) $x = 0$

Sinal da equação:

I)



II)



Produto de sinais:

	$x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
I) $x - 1$	-	+	+
II) x	-	-	+
$\frac{\text{I}}{\text{II}}$	+	-	+

Solução geral: $S = \{x \in \Re \,/\, x < 0 \text{ ou } x > 1\}$.

UFOP (2001.1) - Conhecimentos gerais

18) Se $a, b, c \in \Re_+^*$ e $\log x = a + \frac{\log b}{2} - \log c$, então o valor de x é:

a) $\frac{10^a \cdot \sqrt{b}}{c}$ b) $\frac{a^{10} \cdot \sqrt{b}}{c}$ c) $\frac{10a \cdot \sqrt{b}}{c}$ d) $\frac{a \cdot \sqrt{b}}{c}$ e) $\frac{ab^2}{c}$

Resolução:

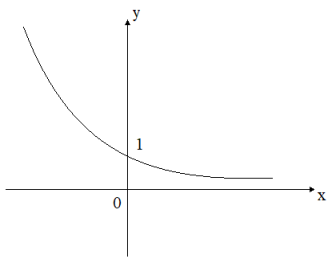
$\log x = a \cdot \log 10 + \frac{1}{2} \cdot \log b - \log c \quad \Rightarrow \quad \log x = \log 10^a + \log b^{\frac{1}{2}} - \log c \quad \Rightarrow$

$\log x = \log 10^a + \log b^{\frac{1}{2}} - \log c \quad \Rightarrow \quad \log x = \log(10^a \cdot b^{\frac{1}{2}}) - \log c \quad \Rightarrow$

$\log x = \log\left(\frac{10^a \cdot \sqrt{b}}{c}\right) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{10^a \cdot \sqrt{b}}{c}$

UFOP (2001.2) - Conhecimentos gerais

13) Considere $f: \Re \rightarrow \Re_+^*$, uma função cujo gráfico esteja representado na figura abaixo:



a) $y = \log_2 x$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = -x$

d) $y = 2^x$

e) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

Resolução:

Pelo gráfico temos que $y = 1$ quando $x = 0$.

a) $\log_2 x = y \;\Rightarrow\; \log_2 x = 1 \;\Rightarrow\; 2^1 = x \;\Rightarrow\; x = 2.$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}\right)^x = 1 \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \;\Rightarrow\; x = 0.$

c) $y = -x \;\Rightarrow\; -x = 1 \;\Rightarrow\; x = -1.$

d) $y = 2^x \;\Rightarrow\; 2^x = 1 \;\Rightarrow\; 2^x = 2^0 \;\Rightarrow\; x = 0.$

e) $y = \log_{\frac{1}{2}} x \;\Rightarrow\; \log_{\frac{1}{2}} x = 1 \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}\right)^1 = x \;\Rightarrow\; x = \frac{1}{2}.$

Ao analisar todas as alternativas, as únicas possíveis respostas são as letras b) e d). Através do gráfico pode-se perceber que a medida que o valor de x aumenta o valor de y diminui, isso quer dizer que é uma função decrescente. Sendo assim, a única opção que representa uma função decrescente é a letra b).

UFOP (2002.2) - Conhecimentos gerais

13) O número de bactérias *f(t)* de uma cultura cresce com o tempo *t*, dado em horas, de acordo com a lei $f(t) = C \cdot a^{Kt}$, em que C e K são constantes positivas e $a > 1$. Nos 30 primeiros minutos, verificou-se que o número inicial *f(0)* de bactérias havia duplicado. Sabendo-se que, ao final de 6 horas, havia uma população de 4^{12} bactérias, o número inicial de bactérias era de:

a) 4^6 b) 2^6 c) 4^{12} d) 2^{12}

Resolução:

Temos que $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2C$ segue daí que $C \cdot a^{\frac{k}{2}} = 2C \quad \Rightarrow \quad a^{\frac{k}{2}} = 2.$ (I)

Também temos que $f(6) = 4^{12}$ portanto $4^{12} = C \cdot a^{6k}$. (II)

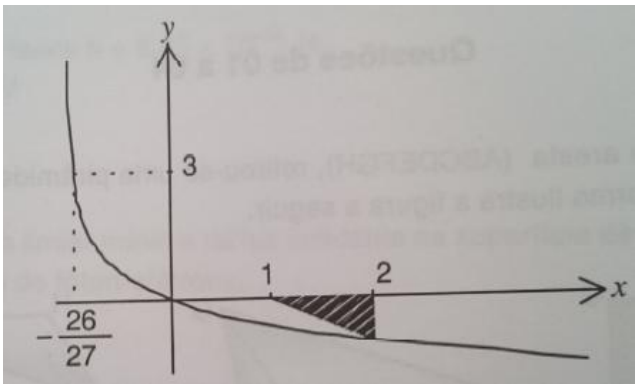
Podemos reescrever a equação (II) como $C \cdot a^{\frac{12k}{2}} = 4^{12} \quad \Rightarrow \quad C \cdot \left(a^{\frac{k}{2}}\right)^{12} = 4^{12}$, que chamaremos de (III).

Substituindo (I) em (III), temos que:

$C \cdot (2)^{12} = 4^{12} \quad \Rightarrow \quad C \cdot 4^6 = 4^{12} \quad \Rightarrow \quad C = 4^6.$

UFOP (2004.1) - Conhecimentos específicos

02) O gráfico a seguir representa uma função do tipo $f(x) = \log_{\mathrm{b}}(x + \mathrm{a})$.



Determine a área do triângulo retângulo hachurado.

Resolução:

Como a função passa pela origem, temos que

$\log_{\mathrm{b}}(0 + \mathrm{a}) = 0 \;\Rightarrow\; \log_{\mathrm{b}} \mathrm{a} = 0 \;\Rightarrow\; \mathrm{b}^0 = \mathrm{a} \;\Rightarrow\; \mathrm{a} = 1.$

$\log_{\mathrm{b}}\left(\frac{-26}{27} + \mathrm{a}\right) = 3 \;\Rightarrow\; \mathrm{b}^3 = \frac{-26}{27} + 1 \;\Rightarrow\; \mathrm{b}^3 = \frac{-26}{27} + \frac{27}{27} \;\Rightarrow\; \mathrm{b}^3 = \frac{1}{27} \;\Rightarrow$

$\mathrm{b} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} \;\Rightarrow\; \mathrm{b} = \frac{1}{3}$

Segue daí que a função f é definida por $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$.

Pelo gráfico quando $x = 1$ temos $y = 0$.

Precisamos descobrir o valor de y quando $x = 2$.

Pela função

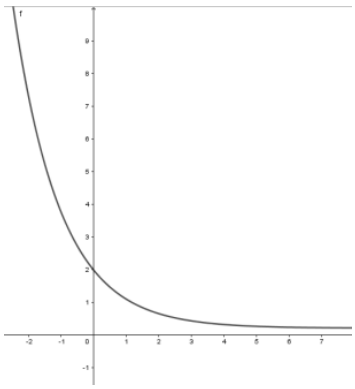
$y = \log_{\frac{1}{3}}(2+1) \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{3}\right)^{y} = 3 \;\Rightarrow\; (3^{-1})^{y} = 3 \;\Rightarrow\; (3)^{-y} = 3^{1} \;\Rightarrow$

$-y = 1 \;\Rightarrow\; y = -1.$

Lembrando que a área de um triângulo é dada por $A = \frac{b \cdot h}{2}$, pelos calculo anteriores temos que $b = 1$ e $h = 1$. Portanto $A = \frac{1 \cdot 1}{2} \;\Rightarrow\; A = \frac{1}{2}$.

UFOP (2004.2) - Conhecimentos específicos

03) Considere a função $f: \Re \rightarrow \Re$ definida por $f(x) = a(2)^{bx}$, conforme o gráfico.



Determine o valor de *x* tal que $f(x) = \frac{1}{16}$.

Resolução:

$$\begin{cases} f(0) = a(2)^{b\cdot 0} \\ f(1) = a(2)^{b\cdot 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = a(2)^0 \\ 1 = a(2)^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = a(2)^0 \\ 1 = a(2)^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 1 = a(2)^b \end{cases}$$

substituindo a primeira equação na segunda temos

$$1 = 2(2)^b \quad \Rightarrow \quad (2)^b = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2^b = 2^{-1} \quad \Rightarrow \quad b = -1.$$

Como $f(x) = a(2)^{bx}$, para $f(x) = \frac{1}{16}$ temos.

$$\frac{1}{16} = 2(2)^{-1\cdot x} \quad \Rightarrow \quad 2^{-x} = \frac{1}{32} \quad \Rightarrow \quad 2^{-x} = \frac{1}{2^5} \quad \Rightarrow \quad 2^{-x} = 2^{-5} \quad \Rightarrow \quad x = 5.$$

2.5 Funções compostas e inversas

UFOP (1999.1) - Conhecimentos gerais

01) Sejam $\begin{array}{c} f: \Re \to \Re \\ f(x) = 3x-4 \end{array}$ e $\begin{array}{c} g: \Re \to \Re \\ g(x) = 2x+3 \end{array}$.

Então a solução da equação $(fog) = -7$ é:

a) $x = -\frac{1}{3}$ b) $x = 2$ c) $x = \frac{1}{3}$ d) $x = 0$ e) $x = -2$

Resolução:

$(fog)(x) = f[g(x)] = 3(2x+3) - 4 = 6x + 9 - 4 = 6x + 5$

Como $(fog)(x) = -7$ devemos ter $6x + 5 = -7 \quad \Rightarrow \quad 6x = -12 \quad \Rightarrow \quad x = -2$.

UFOP (2000.2) - Conhecimentos gerais

13) Se $f(x) = 1 - 3x$ e $g(x) = k - x$, então a solução da equação $(fog)(2) = -12$ é:

a) -17 b) -7 c) $\frac{11}{3}$ d) $\frac{22}{5}$ e) $\frac{19}{3}$

Resolução:

Sabemos que $(fog)(x) = f[g(x)] = 1 - 3(k - x) = 1 - 3k + 3x$,

e que $(fog)(-2) = 1 - 3k + 3(-2)$. Como $(fog)(2) = -12$, segue daí que:

$1 - 3k + 3(2) = -12 \quad \Rightarrow \quad 1 - 3\text{k} + 6 = -12 \quad \Rightarrow \quad -3\text{k} = -19 \quad \Rightarrow \quad \text{k} = \frac{19}{3}$.

UFOP (2001.1) - Conhecimentos específicos

04) Seja a função $\begin{array}{l} f: \Re \to \Re \\ \quad x \to f(x) = ax^n \end{array}, \; n \in Z_+^*$

Então, determine a e n de modo que $(fof)(x) = 3x^4$.

Resolução:

Pela definição de função composta, temos que: $(fof)(x) = f(f(x))$, ou seja:

$(fof)(x) = a(a \cdot x^n)^n = a(a^n \cdot x^{2n}) = a^{n+1} \cdot x^{2n}$, como $(fof)(x) = 3x^4$, segue daí que $a^{n+1} \cdot x^{2n} = 3x^4$, assim devemos ter,

I) $x^{2n} = x^4$ e

II) $a^{n+1} = 3$

de I) temos $x^{2n} = x^4 \Rightarrow 2\text{n} = 4 \Rightarrow \text{n} = 2$, subtituindo o valor de n na equação II) temos $a^{2+1} = 3 \Rightarrow a^3 = 3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{3}$.

Portanto, temos que os valores de a e n são $\sqrt[3]{3}$ e 2, respectivamente.

UFOP (2003.2) - Conhecimentos gerais

10) Sendo $f(x) = 1 - 8x$ e $g(x) = \boldsymbol{k} - 2x$, o valor de $\boldsymbol{k}$ para que

$(fog)(x) = (gof)(x)$ deve ser:

A) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{3}$ B) 7 D) 3

Resolução:

$f[g(x)] = g[f(x)] \Rightarrow 1 - 8(k - 2x) = k - 2(1 - 8x) \Rightarrow$

$1 - 8\text{k} + 16x = \text{k} - 2 + 16x \Rightarrow -9\text{k} = -3 \Rightarrow \text{k} = \frac{1}{3}$.

UFOP (2004.2) - Conhecimentos gerais

16) Considere a função: $\begin{array}{l} f: \Re_- \rightarrow \Re_+ \\ \quad x \rightarrow y = f(x) = x^2 \end{array}$ a função inversa de f é:

A) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{x^2}$

B) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2}$

C) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

Resolução:

Sabemos que $y = x^2$, para determinar a função inversa, devemos substituir o y pelo x.

Assim temos, $x = y^2$, agora basta isolar o y, logo $y = \pm\sqrt{x}$.

Como o domínio da função f vai dos $\Re_-$ para os $\Re_+$, na função inversa $f^{-1}(x)$ devemos ter dos $\Re_+$ para os $\Re_-$. Sendo assim, $y = -\sqrt{x}$.

UFOP (1998.2) - Conhecimentos Específicos

02) Considere as funções $\begin{matrix} f: \Re \to \Re \\ f(x) = x^2 - 2x \end{matrix}$ e $\begin{matrix} g: \Re \to \Re \\ g(x) = x - 1 \end{matrix}$.

A) Encontre $h(x) = (fog)(x)$.

B) Determine o domínio e a imagem de h.

C) Esboce o gráfico de h.

D) h é inversível? Justifique

Resolução:

A) $h(x) = f[g(x)] = (x-1)^2 - 2(x-1) = x^2 - 2x + 1 - 2x + 2 = x^2 - 4x + 3$, portanto $h(x) = x^2 - 4x + 3$.

B) Como não existe nenhuma restrição nessa função, então o domínio é o conjunto dos reais. Para determinar a imagem, precisamos olhar para o Y_v.

Sabemos que $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, sendo assim, vamos calcular Δ.

$\Delta = b^2 - 4(a)(c) \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) \Rightarrow \Delta = 16 - 12 \Rightarrow \Delta = 4$

$Y_v = \frac{-4}{4(1)} \Rightarrow Y_v = -1.$

Como $a > 0$, a parábola tem concavidade para cima, portanto a imagem da função $h(x)$ é $\{x \in \Re \,/\, x \geq -1\}$

C) Para traçarmos o gráfico, precisamos marcar os principais pontos, que são as raízes, o vértice e onde a função o eixo-y.

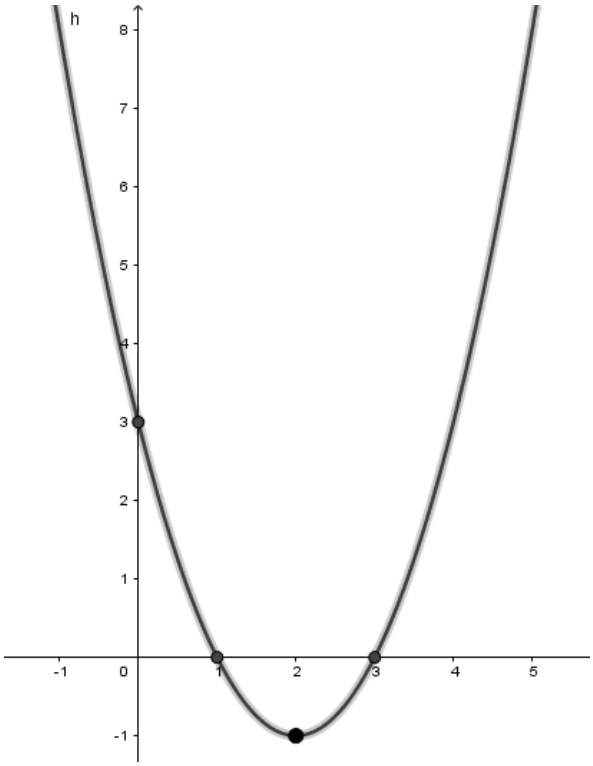
Raízes:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2}$, segue daí que $x = 1$ ou $x = 2$.

Vértice:

$V(X_v, Y_v) = V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) = V\left(\frac{4}{2(1)}, -1\right) = V(2,1)$.

Para finalizar, como $h(x) = x^2 - 4x + 3$, temos que a função passa pelo eixo-y em cima do 3.



D) h não é inversível, uma função é inversão quando for bijetora, ou seja cada elemento da imagem está ligado a exclusivamente um elemento do domínio, o que não é o caso, pois, $h(1) = 0$ e $h(3) = 0$.

2.6 Funções polinômiais

UFOP (1999.1) - Conhecimentos gerais

3) Com relação à equação$3x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 2x^3 = 0$, podemos afirmar que:

A) todas as raízes são inteiras.

B) todas as raízes são nulas.

C) todas as raízes são racionais.

D) todas as raízes são irracionais.

E) todas as raízes são ímpares.

Resolução:

Vamos começar colocando a incognita x em evidência, assim temos:

$(x^3) \cdot (3x^3 - 8x^2 + 3x + 2) = 0$ sabaemos que para um produto ser igual a zero então um dos termos tem que ser iguais a zero, segue daí que: $x^3 = 0$ ou $3x^3 - 8x^2 + 3x + 2 = 0$, da equação $x^3 = 0$ temos que $x = 0$, ou seja 0 é uma raiz tripla, pelo fato do polinômio ser de grau 3.

Da equação $3x^3 - 8x^2 + 3x + 2 = 0$, as possíveis raizes são os divisores do termo independente, nesse caso, os divisores de 2, que são o 1 e o próprio 2 e também os divisores do termo independente sobre o coeficiente do termo de maior grau, nesse caso $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$.

Identificando outra raiz basta substituir esses valores na equação:

$3x^3 - 8x^2 + 3x + 2$ assim temos $3 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 0 \Rightarrow 3 - 8 + 3 + 2 = 0$ ou seja, 1 é raiz.

Utilizando o mecanismo de Briot-Ruffini temos:

	3	-8	3	2
1	↓	3	-5	-2
	3	-5	-2	0

Sendo assim temos o polinômio $(x-1)(3x^2-5x-2)$, calculando as raízes de $3x^2-5x-2$ temos que, $\Delta = (-5)^2-4(3)(-2) \Rightarrow \Delta = 49$, sabemos ques as raízes são da forma $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ portanto $x = \frac{5 \pm 7}{6}$ assim tmeos, $x_1 = -\frac{1}{3}$ e $x_2 = 2$.

Portanto os polinômio da forma fatorada fica da seguinte forma:

$x^3(x-1)\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-2) = 0$, e podemos perceber que esse polinômio possui todas as raízes racionais.

UFOP (2001.1) - Conhecimentos gerais

16) Considere a equação $7x(x-1)^2 \cdot (2x-2) = 0$. Então, podemos afirmar que:

A) 1 é raiz tripla.
B) 1 é raiz dupla.
C) 1 é raiz simples.
D) -1 é raiz dupla.
E) -1 é raiz tripla.

Resolução:

Sabe-se que um polinômio na forma $f(x) = (x - r_1) \cdot (x - r_1)$ possui r_1 como raiz, nesse caso é uma raiz dupla. Sendo assim, podemos escrever o polinômio $f(x)$ na forma $f(x) = (x - r_1)^2$.

O polinômio $(7x) \cdot (x-1)^2 \cdot (2x-2)$ pode ser escrito na forma: $(7x) \cdot (x-1)^2 \cdot 2(x-1) = (7x) \cdot 2(x-1)^3$, sendo assim, esse polinômio possui o 0 como raiz simples, o 1 como raiz tripla.

UFOP (2003.2) - Conhecimentos gerais

16) Se $p(x) = x^2(x^2+1)(x-1)^2$, então a equação $p(x) = 0$ admite:

A) 8 raízes reais simples.

B) 6 raízes reais simples.

C) 3 raízes reais duplas.

D) 2 raízes reais duplas.

Resolução:

Para $x^2(x^2+1)(x-1)^2 = 0$, temos que

$x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$, temos o 0 como raíz real dula;

$x^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-1}$, não possio raízes reais;

$(x-1)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-1)\cdot(x-1) = 0$ segue daí que $x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

ou $x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$; temos o 1 como raíz real dula.

Portanto, temos 2 raízes reais duplas.

UFOP (2010.1) - Conhecimentos gerais

11) Dada a expressão $H(x) = \frac{(2x^2+8x+8)(x-3)}{3x^2-3x-18}$, o valor de $H(1{,}2222\ldots)$ é

A) $\frac{28}{15}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{38}{15}$ D) $\frac{58}{27}$

Resolução:

Da equação $2x^2 + 8x + 8 = 0$ pode ser reescrita da forma $2(x^2 + 4x + 4) = 0$, daí temos que $\Delta = (4)^2 - 4(1)(4) \Rightarrow \Delta = 16 - 16 \Rightarrow \Delta = 0$,

sendo assim a raíz dessa equção é dada por $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$.

Já a equação $3x^2 - 3x - 18 = 0$ pode ser reescrita da forma $3(x^2 - x - 6) = 0$, daí temos que $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-6) \Rightarrow \Delta = 1 + 24 \Rightarrow \Delta = 25$,

sendo assim as raízes dessa equção são dadas por $x = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{1\pm5}{2}$,

logo $x_1 = -2$ e $x_2 = 3$.

Desenvolvendo a expressão $H(x) = \frac{(2x^2+8x+8)(x-3)}{3x^2-3x-18}$, temos que

$H(x) = \frac{(2x^2+8x+8)(x-3)}{3x^2-3x-18} = \frac{2(x^2+4x+4)(x-3)}{3(x^2-x-6)} = \frac{2(x+2)(x+2)(x-3)}{3(x+2)(x-3)} = \frac{2(x+2)}{3}$, portanto

$H(1{,}2222\ldots) = \frac{2}{3}\cdot(1{,}222\ldots + 2) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{11}{9} + 2\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{11+18}{9}\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{29}{9}\right) = \frac{58}{27}$.

UFOP (1998.1) - Conhecimentos específicos

4) Sabe-se que $x = 3$ é uma das raízes do polinômio $P(x) = x^4 + ax^3 - 3x^2 + 9x$. Determine as outras três raízes desse polinômio.

Resolução:

Para encontrar as outras raízes, precisamos em primeiro lugar determinar o valor de a. Como 3 é raíz, sabemos que $P(3) = 0$, logo:

$(3)^4 + a(3)^3 - 3(3)^2 + 9(3) = 0 \quad \Rightarrow \quad 81 + 27a - 27 + 27 = 0 \quad \Rightarrow \quad 27a = -81 \quad \Rightarrow \quad a = -3.$

Daí temos que o polinômio $P(x)$ é da forma $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 9x$, utilitazando o mecanimos de Briot-Ruffini, temos:

	1	-3	-3	9	0
3	↓	3	0	-9	0
	1	0	-3	0	0

$P(x)$ da forma fatora fica da seguinte forma

$(x-3)(x^3 - 3x^2) = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-3)(x^2)(x-3) = 0 \quad \Rightarrow \quad (x^2)(x-3)^2 = 0,$

Assim temos que as outras raízes são o 0, que nesse caso será uma raíz real dupla, e o 3 que também é uma raíz real dupla.

UFOP (1999.1) - Conhecimentos específicos

3) Seja o polinômio $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, com raízes $x_1 = 1$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ e $x_3 = 1 - \sqrt{2}$. Determine A, B e C.

Resolução:

Como x_1, x_2 e x_3 são raízes do polinômio $P(x)$, podemos reescrevelo da seguinte forma:

$$P(x) = (x-1)\left(x - \left(1+\sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(1-\sqrt{2}\right)\right)$$

$$P(x) = (x-1)\left(x^2 - x\left(1-\sqrt{2}\right) - x\left(1+\sqrt{2}\right) + \left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)\right)$$

$$P(x) = (x-1)\left(x^2 - x + x\sqrt{2} - x - x\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\right)$$

$$P(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 1)$$

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - x - x^2$$

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1.$$

Logo temos que: $A = -3$, $B = 1$ e $C = 1$.

UFOP (2004.1) - Conhecimentos específicos

4) Um polinômio é da forma $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$.

Considere que:

- $P(x)$ é divisível por $(x^2 - 1)$;
- o gráfico da função polinomial $P(x)$ passa pela origem.

Determine $P(x)$.

Resolução:

Como $P(x)$ é divisível por $(x^2 - 1)$ temos que $x^2 - 1 = 0 \;\Rightarrow\; x^2 = 1 \;\Rightarrow\; x = \pm 1$.

Como $P(x)$ passa pela origem, então $x = 0$ é uma raíz, logo:

$P(x) = (x^2 - 1)(x)$

$P(x) = x^3 - x$.

Portanto $b = 0$, $c = -1$ e $d = 0$.

Referências

Provas de Vestibular da UFOP entre 1998 até 2010.

Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora | CIED
da Universidade Federal de Ouro Preto,
em **Agosto** de **2018**
sobre papel 100% reciclato (miolo) 90g/m^2 e (capa) 300 g/m^2